

منشورات الجامعة الأردنيّة
عمادة البحث العلميّ

٩٢/٥

ابن الهيثم

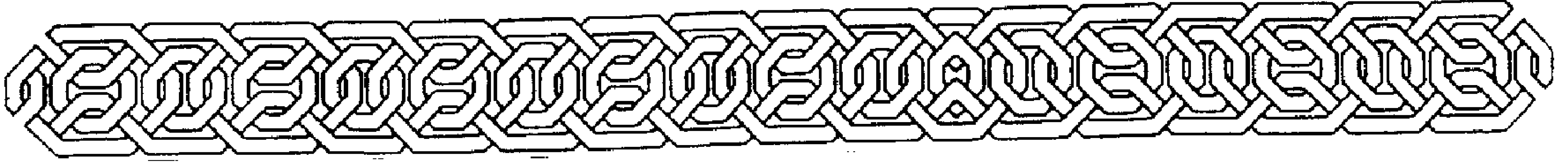
عالم الهندسة الرّياضيّة

دراسة تحليليّة وتحقيق

د. علي اسحق عبد اللطيف

عمّان - الأردنّ
١٤١٣هـ - ١٩٩٣م

منشورات الجامعة الأردنيّة
عمادة البحث العلميّ
٩٢/٥



ابن الهيثم
عالم الهندسة الرّياضيّة

دراسة تحليليّة وتحقيق

الأستاذ الدكتور علي اسحق عبد اللطيف
جامعة العلوم التطبيقية



عمّان - الأردنّ
١٤١٣هـ - ١٩٩٣م

الإهداء

إلى الأمّــةالعـربيّـة والإسـلاميّـة . . . متوخّياً خدمتها ، آمـلاً أن تُعمّ الفائدة أوساط الباحثين والدّارسين .

المحقّق

تقديراً وتحيّة :

إلى ابن الهيثم وأتـــرابـــه، علمـــاء البـــلاد الإِسلاميّة، الذين شيّدوا حضارةً عِلْميّةً مُشرقةً، نفخـر بها ونعتز، في زمن كان غيرُهم يرقُدُ في ظلامٍ عِلْميّ دامس.

نتمنّى أن تكـــون تلك الحضـــارة العِلْميّـــة المشرقةُ حافزاً لنا ولأبنائنا لتشييد حضارة علْميّةٍ جديدة، تفخرُ بها الأجيالُ القادمةُ وتعتز.

﴿ومن لم يجعل الله له نوراً فما له من نور﴾

النور ـ ٤٠

المحقّق



٥١٠,٢٤٦٢

علي اسحق عبد اللّطيف

ابنِ الهيثم ، عالِمُ الهندسةِ الرّياضيّة: دراسةٌ تحليليّةٌ وتحقيق/علي اسحق عبد اللّطيف . ـ عمّان : الجامعة الأُردنيّة، ١٩٩٣ .

٦٣٠ص : صور توضيحيّة (منشورات الجامعة الأُردنيّة؛ ٩٢/٥).

ر. إ (١٩٩٣/٢/١٣٣).

١ . رياضيّات هنـدسيّة. ٢ . ابن الهيثم، أبـو علي الحسن بن الحسن بن الهيثم البَصْرِيّ المصريّ (٣٥٤ ـ ٤٣٢هـ). أ ـ العنـوان.

تمت الفهرسة بمعرفة المكتبة الوطنيّة

عمّـان ـ الأردنّ

١٤١٣هـ ـ ١٩٩٣م

منشورات الجامعة الأردنية
عمادة البحث العلمي

الإشراف العام

أ. د. همام بشارة غصيب
(عميد البحث العلمي)

التحرير

ابراهيم محمود الحسنات

إلى القارىء الكريم :

أرى أن قراءة الفصلين الأوّل والثّاني ممتعة لجميع القُرَّاء المتخصّصين وغير المتخصّصين. وقد تكون قراءتها ممتعة أكثر من أي فصلٍ آخر.

الفصلان الثّالث والرّابع لا يحتاجان إلى أيّة معرفة في علم الهندسة. ومع أن الفصل الثّالث يهم المتخصص أكثر من الفصل الرابع، غير أن الفصلين ممتعان لجميع القُرّاء.

سيجد القارىء الذي يحب قراءة تبادل القدح والاتّهامات بين العلماء متعةً في قراءة الفصل الثّامن الذي، في غالبه، لا يحتاج إلى معرفة في علم الهندسة. وبإمكان القارىء غير العارف بعلم الهندسة القفز فوق المادة الهندسيّة القليلة الواردة فيه.

جميع مُقـدّمات بقيّة الفصول لا تحتاج إلى معرفة بعلم الهندسة، ويمكن للجميع التمتّع بقراءتها. أما بقية مادّة هذه الفصول فتحتاج إلى معرفة في علم الهندسة، وهي جوهر الكتاب الذي يَهُمّ القارىء المهتم والمتخصّص.

كلمة حق ووفاء

يلاحظ أن جلّ مادة هذا الكتاب تستند إلى كثير من الأعمال الهندسية العربية الإسلامية التراثية المخطوطة التي لولاها لما كان الكتاب، علماً بأن معظمها لم يُحَقّق ولم يُدْرَس ولم يُقَيَّم بعد.

وقد قامت مجموعة من المؤسسات والأفراد بتزويدي بأشرطة مصورة (ميكروفيلم) لقسم من هذه المخطوطات، وبصور للقسم الآخر، اذكرهم هنا بالاسم، مع جزيل الشكر والعرفان بالجميل:

— وزارة الثقافة في تركيا.
— مكتبة عاطف في تركيا.
— مكتبة السليمانية في تركيا.
— مكتبة مراد ملّا في تركيا.
— دار الكتب في مصر.
— مكتبة الأسد في سورية.
— مكتبة لايدن في هولندا.
— مكتبة الجامعة الأردنية/ مركز الوثائق والمخطوطات في الأردن.
— الأستاذ الدكتور ديفيد كنج (Prof. Dr. David King) في ألمانيا.
— الدكتور يان بيتر هو خندايك (Dr. Jan Peter Hogindijk) في هولندا.
— الدكتور أحمد جبّار في فرنسا.

وقد استغرق إعداد هذا الكتاب سنواتٍ عديدةً، طوّفت فيها ـ على نفقتي الخاصة ـ في عدد من بلدان العالم، باحثاً عن المادة الأساسية والمخطوطات الهندسية العربية الإبداعية الأصيلة.

وأود أن أسجل في النهاية شكري وعرفاني الى عائلتي لما أبدته من صبر على تبعات هذا العمل دونما كلل أو ملل.

وأقدم شكري الى قرينتي ولكل من السيدين نايف سليمان وفاروق يونس والسيد ابراهيم الحسنات من عمادة البحث العلمي في الجامعة الأردنيّة لما قدموه من جهود في انجاز هذا العمل.

كما اتقدم بالشكر الجزيل الى عمادة البحث العلميّ في الجامعة الأردنيّة لنشر هذا الكتاب بدعم من عميدها الأستاذ الدكتور همام غصيب، الذي لم يدّخر جهداً في إبراز هذا العمل الى النّور.

علي إسحق عبداللطيف







جمعت هذه الصور من عدة مصادر تقول إنها لابن الهيثم. وبالرغم من اختلاف العمر. فإن ثمة تشابه في الملامح، مما يوحي أن هناك وصفاً تفصيلياً لملامح ابن الهيثم في أحد المصادر استند إليها الرّسّامون.

«ابن الهيثم . . . صاحب التصانيف والتآليف المذكورة في علم الهندسة، كان عالماً بهذا الشأن، مُتقناً له، مُتفنناً فيه، قيِّماً بغوامضه ومعانيه» . . . . القفطي (توفي: ٦٤٦هـ/١٢٤٨م).

«إن ابن الهيثم ـ أولاً وقبل كل شيء ـ عالمٌ في علم الهندسة الرياضية، وهذه هي الصفة التي اتّسمت بها جلُّ أعماله العلمية، خصوصاً الرياضيّة والفيزيائيّة والفلكيّة، إضافة إلى أعماله الهندسية البحتة الكثيرة» . . . المحقّق.

ابن الهيثم : عالم الهندسة الرّياضيّة
تحقيق : أ. د. علي اسحق عبد اللطيف
تاريخ استلام المخطوط : ١٣/ ٤/ ١٩٩١م.
تاريخ قبوله : ٢٩/ ٥/ ١٩٩١م.
دفع إلى المطبعة بصيغته النهائيّة ٢٠/ ٣/ ١٩٩٣م

صدر هذا الكتاب في رمضان ١٤١٣هـ/آذار ١٩٩٣م

محتويات الكتاب

الموضـــــــوع	الصفحة
الفصل الأوّل : المقدّمة : علم الهندسة العربيّة	١٧
الفصل الثّاني : حياة ابن الهيثم ومآثره	٥٣
الفصل الثّالث : أعمال ابن الهيثم الهندسيّة (التي وصلتنا)	٧٣
الفصل الرّابع : أسلوب ابن الهيثم في كتابة أعماله الهندسيّة	٨٩
الفصل الخامس : النسبة عند ابن الهيثم ورسالة «تربيع الدائرة»	١٠١
الفصل السّادس : قطوع أبو لونيوس وابن الهيثم المخروطية	١٣١
الفصل السّابع : مقدّمات بني موسى وقول ابن الهيثم في أحد أشكالها	١٤٧
الفصل الثّامن : تسبيع الدائرة	٢٠٣
الفصل التّاسع : حجم الكرة والمجسم المكافىء وبعض المساحات	٢٦١

الموضـــــــوع	الصفحة
الفصل العاشر . التحليل والتركيب : (البحث عن الحلّ)	٣٢١
الفصل الحادي عشر : كتاب المناظر : مسألة الحسن (الهازن)	٣٤٩
الفصل الثّاني عشر : قول في المساحة	٣٦٧
الفصل الثّالث عشر : ابن الهيثم بشر يسهو ويخطىء (قول لنجم الدّين أبي الفتوح أحمد بن محمد السّرّي) .	٤٠٣
الفصل الرّابع عشر : أشكال ابن الهيثم الهلاليّة	٤١٧
الفصل الخامس عشر : أوسعية الكرة والدائرة	٥٢٣
المراجع المخطوطة المعتمدة	٦٠٥
المراجع المطبوعة	٦١٦

ابْن الهَيثَم

عَالِمُ الهَندَسَةِ الرِّيَاضِيَّة

الفصل الأوّل

المقدّمة

علم الهندسة العربيّة

المقدّمة

علم الهندسة العربيّة

تشتمل مقدمة هذا الكتاب على أربعة أجزاء :

- الجزء الأول : ملاحظة نعتب فيها على مؤرّخي العلوم .
- الجزء الثاني : بداية نشأة العلوم عند العرب ؛ إذ بدأ الاقتباس من المعارف الأجنبية بعد ظهور الإسلام بفترة قصيرة .
- الجزء الثالث : يمثل هذا الجزء جوهر المقدمة التي نحن بصددها ؛ إذ نلقي الضوء على علم الهندسة العربية من القرن الثالث للهجرة إلى عصر ابن الهيثم ، وفي أثناء ذلك نلمح إلى بعض ما سيأتي في فصول الكتاب اللاحقة .
- الجزء الرابع : ملاحظاتٌ حول طريقتنا في تحقيق المقالات الهندسية الواردة في الكتاب .

(أ) ملاحظـــة :

احـترم العلماء العرب[1] من سبقهم ، ولم ينتحلوا أعمالهم ، بل نسبوها لأصحابها ، وتعلموا منها ، وأتقنوها ، وصحّحوها ، وأضافوا إليها ، ونقدوها نقداً علمياً بنّاءً مستمداً من إدراكهم لمفهوم تطوّر العلوم .

أما العلماء اللاتين ، فقد اتخذوا أسلوباً مختلفاً تماماً في أخذ العلوم عن العرب . فقد كان اللاتين يشعرون بكراهية العرب ومعاداتهم ، ومع ذلك أخذوا الكثير من العلوم عنهم ،

(١) كلمة «العرب» هنا لا ترمز إلى جنسية ، فكثير من علماء فترة النهضة في البلاد الإسلامية لم يكونوا عرباً ، وبعضهم لم يكونوا مسلمين ، ولكنهم جميعاً عاشوا في البلاد الإسلامية وكتبوا باللغة العربية ، فهم هنا «علماء عرب» .

وفي كثير من الأحيان أخذوها دون نسبتها لأصحابها، فقد اتخذت عملية الأخذ لديهم، من علوم العرب، صفة «الانتحال». ولقد تأكّدت لنا صحّة هذا الأمر بعد الاطلاع على العديد من أبحاث المتخصصين الغربيين الذين بيّنوا كيف انتحل كثير من العلماء اللاتين أجزاءً من كتب عربية(٢)، أو «*انتحلوا كتباً كاملة ترجموها إلى لغتهم زاعمين أنها من إبداعهم وتأليفهم، كما أنهم نقلوا كتباً عربية أخرى، ثم زعموا أنها لمشاهير من الإغريق(٣) مثل ارسطوطاليس وَجالينوس وَروفوس وَغيرهم*»(٤).

وثمة تصور عام، سيطر بضعة قرون، في كتب تاريخ العلوم التي كَتَبَها الأجانب، مفاده: أنّ تطوّر العلوم مَرَّ في مرحلتين، هما: مرحلة الإغريق القدماء، ومرحلة العالم الغربي التي ابتدأت بالظاهرة التي تسمى «عصر النهضة». أي أن الغرب تجاهل وأنكر - عِدّة قرون - مرحلة الإبداع العربية الإسلامية التي جاءت بين مرحلتي الإغريق القدماء واللاتين المحدثين في عصر النهضة.

وتغيَّرت الصورة في القرن الماضي وَأوائل القرن الحالي تغيُّراً متواضعاً؛ فقد اعترف العديد من المستشرقين بقيام العلماء العرب بدور الوسيط بين الإغريق القدماء واللاتين في عصر النهضة، مع إغفال فضل العلماء العرب كمبدعين.

ويبدو أن مؤرّخي العلوم المعاصرين لم يطّلعوا على دراسات الباحثين الموضوعيّة الحديثة، أو أنهم تعمّدوا إغفال مرحلة الإبداع العربية الإسلامية؛ إذ إن كتب تاريخ العلوم الحديثة لا تزال لا تعترف اعترافاً جلياً بفضل العرب كمبدعين. يقول فؤاد سزكين ([١]:

---

(٢) نتحدث لاحقاً عن «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى»، ونذكر اسماء العديد من العلماء اللاتين الذين انتحلوا جُلّ مادة هذا الكتاب ونسبوها لأنفسهم.

(٣) كلمة «الإغريق» هنا لا ترمز إلى جنسية، فبلاد الإغريق اشتملت على بلدان عديدة إضافة إلى ما نسميه اليوم «اليونان». فقد ولد ابو قراط في جزيرة بالقرب من آسيا الصغرى وازدهرت أعماله في أثينا، أما أقليدس فيقال إنه من سورية وذهب إلى الإسكندرية وعمل فيها، وولد أرشميدس في سيراكيوز بصقلية ثم انتقل إلى الاسكندرية وعاد بعدها إلى سيراكيوز، كما ولد أبولونيوس في بيرجا بتركيا ثم انتقل إلى الإسكندرية، ونشأ وعمل هيرون (إيرن) في الإسكندرية، وجميعهم «علماء هندسة إغريق» كتبوا باللغة اليونانية.

(٤) ر: فؤاد سزكين (Fuat Sezgin) ([١]: ٣٣) سنة ١٩٨٤. أما ([١]: ٣٣) فتعني: الصفحة ٣٣ من المرجع [١] المذكور في قائمة المراجع في أواخر هذا الكتاب، ونستعمل مثل هذا الرمز في بقية صفحات هذا البحث (الكتاب).

٣٣): «*إن النتائج التي توصلت إليها الدراسات الحديثة*[٥] *ـ رغم أنها لا تزال محدودة ـ تحاول أن تصل إلى الحقيقة فتظهرها. ومن الغريب أن نجد بعد هذا مؤرخي العلوم يغفلون مرحلة إبداعية بين مرحلتي الإغريق والنهضة*»

كما قرأنا في كثير من كتب تاريخ العلوم العربية، التي كتبها المؤرخون العرب، أن فضل العرب في علم الهندسة لا يتجاوز كونهم ترجموا (نقلوا) الهندسة الإغريقية وشرحوها وعلّقوا عليها «*ثم حفظوها من الضياع وناولوها للأوروبيين في زمن باكر جداً، فلقد أخذ الأوروبيون الهندسة اليونانية عن العرب لا عن اليونان، ثم نقلوها إلى اللغة اللاتينية، وظلّوا يتدارسونها كما عرفوها من العرب إلى أواخر القرن السادس عشر حينما عثر الباحثون، عام ١٥٨٣، على مخطوط من كتاب اقليدس باللغة اليونانية*»[٦].

ولقد أورد كثير من المؤرخين العرب جملة تشبه (أو مأخوذة عن) قول عمر فروخ ([٢]: ١٤٦): «*إن اليونان لم يتركوا في الهندسة زيادة لمستزيد، ولم يستطع احد بعد اقليدس، الذي دوّن علم الهندسة، أن يزيد على هذا العلم شيئاً أساسياً*».

وتعقيباً على ذلك، نؤكد مايلي:

— هناك فروع عديدة أساسية وقيّمة جداً في علم الهندسة تطرق أُقليدِس إلى بعضها سطحياً، بينما قام بعملها وتعمق فيها من بعده العديد من علماء الإغريق، مثل: أعمال أرشميدس (عبقري العالم القديم) الهندسية ومقالات أبو لونيوس في هندسة المخروطات. وقام علماء الهندسة العرب بعد ذلك بدراستها وتصويبها والاستفادة منها واستعمالها في وضع حلول صائبة لمسائل وقضايا هندسية كثيرة استعصت على الإغريق، كما استعملوها في وضع مسائل جديدة لم تلتفت إليها أنظار الإغريق، مثل: إنشاء ووضع حلول هندسية لمسائل من الدرجة الثالثة والرابعة، وايجاد حجوم ومراكز ثقل الأجسام الناتجة عن دوران قطوع مخروطية حول محاور مختلفة الميل. وتحتاج الأعمال الهندسية العربية هذه إلى دراسة تقييميّة جادّة، لأن ما حُقّق وَدُرِسَ منها قليل.

— إنّ كثيراً من أعمال العرب الهندسية لم يُكْتَشَف حتى الآن، كما أنّ جُلّ الأعمال الهندسية العربية المُكْتَشَفَة لم تُحَقّقْ ولم تُدْرَسْ ولم تُقَيّمْ بعد. ونقول: إن كثيراً من الأعمال الهندسية

(٥) يقصد: الدراسات الحديثة التي تخص التراث العلمي العربي الإسلامي.

(٦) ر: عمر فروخ ([٢]: ١٤٧).

العربية الإبداعية الأصيلة قد وُضِعَت في الفترة ما بين ٣٥٠ - ٤٥٠هـ، ونعلم أنّ معظمها لم يُحَقَّق ولم يُقَيَّم بعد. فكيف نجزم أن العرب لم يضيفوا شيئاً مهمّاً إلى الهندسة الإغريقية؟!

وبعد قراءتنا لكثير من دراسات الباحثين المستشرقين المعاصرين، واتصالنا الشخصي بهم - في المؤتمرات الدولية - ومراسلاتنا معهم، لمسنا اعترافاً منهم بفضل العلماء العرب كمبدعين في بعض العلوم. غير أن هذا الاعتراف لا يشمل الهندسة العربية، فمع أن قِلّة منهم بدأت تطالب بدراسة جادّة وتقييم موضوعي لأعمال العرب الهندسية، إلّا أنّ الرأي السائد، عند المستشرقين وكثير من المؤرخين العرب، لا يزال حتى الآن، يتلخّص في أنّ العرب لم يضيفوا شيئاً مهمّاً إلى الهندسة الإغريقية، وأن دورهم في علم الهندسة لا يتجاوز دور الوسيط بين الإغريق وعصر النهضة اللاتينية.

ويقول أحمد سليم سعيدان ([٣]: ٥٧١-٥٧٢): «*وتحقيق التراث العربي الرياضي، ما زال يقتصر على دراسات حول المخطوطات الفلكية، وعلى تحقيق ونشر للمخطوطات الحسابية والجبرية. وقد أخَذَتْ تظهر في السنوات الأخيرة عناية بالإنشاءات والتقنية المعمارية. ولكن لم يتناول اهتمامنا، على ما أعلم،* ***علوم الهندسة، المستوية والكروية***، *والمثلثات، والمنطق الرياضي، وفلسفة الرياضيات، إلّا حيث تُعرض أفكار من هذا القبيل عَرَضاً في طيّات كتاب ما.* ***وهذا بالتأكيد تقصير. . . فهاهنا إذن حقل واعد، لا يذهب البحث فيه هدراً، ولكنه حقل وَعِر، غير مُمَهّد، وغير مطروق***».

وأيضاً، يقول أحمد سليم سعيدان ([٤]: ١٠١): «*كلما بحثت في تحقيق نص هندسي ازددت اقتناعاً* ***بأن كتب الهندسة العربية لم تدرس هرباً من صعوبة التحقيق***. *إني أجد في الأمر تحدياً لقوة الصبر عندي وقوة الصمود*».

ونأمل أن يكون هذا الكتاب خطوة على الطريق الصحيح. وسنشير في مقدمتنا هذه وفي معظم فصول الكتاب اللّاحقة إلى بعض الأعمال الهندسية العربية الأصيلة القيِّمة. كما نخصُّ بالذكر الأعمال الهندسية الإغريقية والعربية التي سبقت ابن الهيثم ولها علاقة بأعماله.

(ب) بداية نشأة العلوم عند العرب:

إنّ الرأي السائد - في الوقت الحاضر - عند الباحثين والمؤرخين، العرب والأجانب،

أنّ مرحلة ترجمة (نقل) العرب للعلوم تعود إلى أواخر القرن الثاني للهجرة (أواخر: ق ٨م) وأوائل القرن الثالث للهجرة (أوائل: ق٩م). بيد أننا نرى أنّ نشأة العلوم وترجمة (ونقل) العرب لها وأخذها ترجع إلى القرن الأول للهجرة، بل ربّما ابتدأت مرحلة أخذ المعارف الأجنبية بعد ظهور الإسلام بفترة قصيرة.

يقول فؤاد سزكين ([١]: ١٦): «*إن عهد الترجمات الأولى يرجع إلى القرن الأول لا إلى أواخر القرن الثاني وأوائل القرن الثالث كما يظن كثير من الباحثين*».

ونشر ديفيد كنج (David King) ([٥]: ٢٥ - ٣٢) بحثاً - سنة ١٩٨٨ - في مجلة «المساق = Al-Masaq» الإسبانية، ذكر فيه أنه يشارك فؤاد سزكين الرأي في أن نشأة الجبر عند العرب تطورت قبل الخوارزمي وابن ترك. وكذلك، ذكر أنه اطلع على مخطوطة يمنية موجودة في الهند(٧) تشير إلى وصول علم الجبر والمقابلة إلى العرب في أوائل القرن الأول للهجرة. ونورد هنا بداية كلمات هذه المخطوطة التي تتكلم عن نفسها:

«*حدثني الفقيه الأجل أبوبكر محمد اليفرشي(٨) بزبيد(٩)، قال: يروى أن قوماً من فارس وصلوا، في خلافة عمر بن الخطاب، بعلم الجبر والمقابلة. فأشار علي بن أبي طالب - رضي الله عنه - على عمر بأن يجري لهم نفقة من بيت المال ويعلّمون الناس، فأجابه إلى ذلك. ويروى أن علياً - رضي الله عنه - أدرك ما معهم من الجبر والمقابلة في خمسة أيام(١٠). ثم كان الناس بعد ذلك يتداولون هذا العلم بألسنتهم، من غير أن يوضع في كتاب، حتى انتهت الخلافة إلى المأمون، وقد اندرس على الناس، فَذُكِرَ ذلك للمأمون، فسأل عمن له خبرة بذلك، فلم يوجد من له خبرة غير الشيخ أبي بكر [كذا] محمد بن موسى الخوارزمي(١١)، فطلب منه المأمون وضع هذا الكتاب ليقيد به أصول الجبر والمقابلة ويقاس عليه . . . .*».

---

(٧) مخطوطة يمنية، نسخت في اليمن سنة ١٠٠٨هـ / ١٦٠٠م، وموجودة في حيدر آباد بالهند.
(Hyderabad: Ms Salor Jung Museum 2178 - Maths 20)

(٨) اليفرشي: لا نعرف عنه شيئاً.

(٩) زبيد: مدينة يمنية، كانت مركزاً علمياً مهمّاً في القرن السابع للهجرة (ق ١٣م).

(١٠) لا نرى مبالغة هنا، إذ إن علم الجبر والمقابلة، في ذلك الوقت، كان محدوداً.

(١١) يكنى محمد بن موسى الخوارزمي بأبي عبدالله، وقد وردت هذه الكنية في بعض المخطوطات، كما وردت الكنية أبو جعفر في مخطوطات أخرى. أما «أبو بكر» فلعل هناك لَبْساً مع أحد الأدباء المشهورين من القرن الرابع للهجرة «أبو بكر (محمد بن العباس) الخوارزمي».

ومن أوائل من عني بالعلوم الأمير خالد بن يزيد بن معاوية بن أبي سفيان (ت: ٧٠٤/٨٥)[١٢]. ويقول عنه ابن النديم ([٦]: ٤١٩) في كتابه **الفهرست** (وُضِع: ٩٨٧/٣٧٧): «*الذي عني بإخراج كتب القدماء في الصنعة [أي: الكيمياء] خالد بن يزيد ابن معاوية. وكان خطيباً شاعراً فصيحاً حازماً ذا رأي. وهو أول من تُرْجِمَ له كتب الطب والنجوم وكتب الكيمياء... ويقال، والله أعلم: إنه صح له عمل الصناعة. وَلَهُ في ذلك عدة كتب ورسائل. وله شعر كثير في هذا المعنى، رأيت منه نحو خمسمائة ورقة. ورأيت من كتبه: كتب الحرارات، كتاب الصحيفة الكبير، كتاب الصحيفة الصغير، كتاب وصيته إلى ابنه في الصنعة*».

كما يقول ابن النديم ([٦]: ٣٠٣، ٣٠٤): «*كان خالد بن يزيد بن معاوية... لَهُ همّة ومحبّة للعلوم، خطر بباله الصنعة. فأمر بإحضار جماعة من فلاسفة اليونانيين ممن كان ينزل مدينة مصر وقد تَفَصَّح بالعربية، وأمرهم بنقل الكتب في الصنعة من اللسان اليوناني والقبطي إلى العربي،* **وهذا أول نقل كان في الإسلام من لغة إلى لغة**. *.. اصطفن*[١٣] **القديم**، *نَقَلَ لخالد بن يزيد بن معاوية كتب الصنعة وغيرها*».

ويقول ابن خلكان ([٧]: م٢: ٢٢٤، ٢٢٦)[١٤] في كتابه **وفيات الأعيان**: «*أبو هاشم خالد بن يزيد بن معاوية بن أبي سفيان الأموي، كان من أعلم قريش بفنون العلم، وله كلام في صناعة الكيمياء والطب، وكان بصيراً بهذين العلمين مُتقنا لهما، وله رسائل دالة على معرفته وبراعته، وأخذ الصناعة عن رجل من الرُّهبان يقال له مريانس*[١٥] *الراهب الرومي... وكانت وفاته* [أي: وفاة خالد] *سنة خمس وثمانين للهجرة، رحمه الله تعالى*».

وتفيد مصادرنا العربية أن حساب الديوان، في القرن الأول للهجرة، كان في العراق وبلاد فارس باللغة البهلوية (أي: الفارسية المتوسطة)، وفي سورية باليونانية، وفي مصر بالقبطية. ونقرأ في **الفهرست** لابن النديم ([٦]: ٣٠٣): «... *ثم نُقِلَ الديوان، وكان باللغة الفارسية إلى العربية في أيام الحجاج* [بن يوسف سنة ٨٧هـ]... *فأما الديوان*

---

(١٢) ت = توفي. أما ٧٠٤/٨٥ فتعني ٨٥هـ الموافق ٧٠٤م.

(١٣) اصطفن القديم = أحد نقلة العلوم في القرن الأول للهجرة.

(١٤) ([٧]: م٢: ٢٢٤، ٢٢٦) = الصفحات ٢٢٤، ٢٢٦، المجلد الثاني، المرجع [٧] المذكور في قائمة المراجع. ونكتب أيضاً: ج٣ = الجزء الثالث، ع٣ = العدد الثالث.

(١٥) ورد اسم هذا الراهب في مصادر أخرى على شكل مريانوس، ماريا نوس.

بالشام، فكان بالرومية . . . وَنُقِلَ الديوان في زمن هشام بن عبدالملك . . . وقد قيل: إن الديوان نُقِلَ في أيام عبدالملك [بن مروان إلى العربية سنة ٨١هـ]».

ويقول صاعد الأندلسي (ت: ٤٦٢/١٠٦٩-١٠٧٠) في كتابه **طبقات الامم** ([١٠]: ٨٨): «*فكان منهم*[١٦] *في دولة الإسلام ممّن اشتهر بصناعة الطب ماسَرْجُوَيْه*[١٦] *الطبيب الذي تولى لعمر بن عبدالعزيز [ت: ١٠١/٧٠٧] رضي الله عنه ترجمة كتاب اهرن القس في الطب وهو كنّاش فاضل من أفضل الكنانيش القديمة*».

هذا ولا يعلم - كاتب هذه الصفحات - بوصول أي كتاب علمي مؤلف أو مترجم من القرن الأول للهجرة، غير أن ما ذكرناه آنفاً يشير إلى أن نشأة العلوم عند العرب ابتدأت قبل القرن الثاني للهجرة. وكذلك فإن الرواية اليمنية المذكورة آنفاً التي تقول: «*يتداولون هذا العلم بألسنتهم من غير أن يوضع في كتاب*» تثير بعض التساؤلات.

ومن النقلة في النصف الأول من القرن الثاني للهجرة، **عبدالله بن المقفع** (ت: ١٤٢/٧٥٩)، الذي نقل عدداً من كتب السلوك إلى العربية، كما نقل (وضع؟!) كتابه المشهور «كليلة ودمنة» بالاستناد إلى قصص فارسية هندية[١٧].

وأصبح اهتمام العرب بنقل الكتب العلمية إلى العربية ذا قيمة في النصف الثاني من القرن الثاني للهجرة (نصف ثان: ق٨م).

يقول كارل بوير (Carl Boyer) ([٨]: ٢٥٠): «*نعلم أنه بسنة ٧٦٦م، أُحضر إلى بغداد من الهند كتاب في الفلك والرياضيات، معروف عند العرب باسم: سندهند*[١٨]. *وَيُعتقد أن هذا الكتاب هو: براهما سفوتا سيد هانتا* (Brahmasphota Sidhānta) *ولكن من المحتمل أن يكون: سوريا سيد هانتا* (Surya Sidhānta)».

وكان أول خليفة رعى العلم والعلماء واهتم بالترجمة والمترجمين - في العصر العباسي - **أبو جعفر المنصور** (ت: ١٥٨/٧٧٥) الذي كلّف طبيبه **جورجيوس بن بختيشوع** - رئيس أطباء مدرسة جند يسابور[١٩] - بنقل عدد من كتب الطب الإغريقية إلى العربية، كما كلّف

---

(١٦) منهم = من اليهود. ماسَرْجويْه: طبيب يهودي الدين، سرياني اللغة، بَصْري الدار.

(١٧) في الغالب: ترجمها وصاغها صياغة عربية جيدة بتصرف، وأضاف بعض الأبواب.

(١٨) ر: عمر فروخ ([٢]: ١٢٣ - ١٢٧) حيث نجد معلومات أوفى تخص كتاب السندهند.

(١٩) مدرسة جنديسابور: أسسها ملك الفرس كسرى أنوشروان في منتصف القرن السادس بعد الميلاد.

إبراهيم الفيزاري (ت: ١٦١/٧٧٧) بنقل (أو: بالإشراف على نقل) كتاب **السند هند** المذكور آنفاً. ويُقال[٢٠] إن **أبا يحيى البطْريق** (ت: ٢٠٠/٨١٥) نَقَل كتاب بطلميوس: «**الأربع مقالات** = Tetrabiblos» في الفلك في عهده، وفي رواية أخرى[٢١] فقد نُقل هذا الكتاب حوالي (١٦٣-١٦٤)/ ٧٨٠.

وسار **هارون الرشيد** (عهده: ١٧٠ - ١٩٣/٧٨٦-٨٠٩) على نفس النهج الذي سار عليه المنصور. وأنشأ الرشيد البيت المشهور المعروف باسم «**بيت الحكمة**» في بغداد. كما تَمَّت - في عهده - أول ترجمة إلى العربية لأشهر كتاب علمي عُرِف في التاريخ، وهو: «**كتاب الأصول (الأركان) [في الهندسة والعدد] لأُقليدِس**»[٢٢].

وبلغت حضارة العرب في عهد **المأمون** (عهده: ١٩٨ - ٢١٨ / ٨١٣ - ٨٣٣) شأواً بعيداً؛ فهو الذي رعى «**بيت الحكمة**» رعاية فائقة جعلت الناس تَقْرن هذا البيت باسمه، وأسس بيتي الرصد في الشماسية ببغداد وعلى جبل قاسيون بجانب دمشق، وَجَدَّ في الترجمة فازدهرت وبلغت أبعد غاياتها، كما نشأت طائفة من العلماء المبرِّزين الذين استقلوا ببحوثهم، فازدهر التأليف الأصيل وبدأت مرحلة الإبداع في عهده.

ويقول **جورج صارتون** (George Sarton)([٩]: م١: ٥٤٨ - ٥٤٩) بخصوص انتعاش العلوم عند العرب في القرن الثالث للهجرة (ق ٩م): «*شهدت هذه الفترة بداية انبعاث* (renaissance) *جديد، أعادت إلى ذاكرتنا ذكرى الاسكندرية، ولكن أصبحت بغداد مركز الفكر والابداع الرئيس في هذا الوقت. أما هذا الانبعاث،الذي انبثق بزخم قوي كبير، فهو انبعاث إسلامي*».

(جـ) تمهيد (نبذة عن علم الهندسة العربية من القرن الثالث للهجرة إلى عصر ابن الهيثم):

لقد شهد القرن الثالث للهجرة (ق ٩م) نشاطاً واسعاً في الترجمة والتأليف الأصيل. يقول **صاعد الأندلسي** (ت: ٤٦٢/١٠٦٩ - ١٠٧٠) في كتابه طبقات الأمم ([١٠]: ٣٧): «*وقال أبو معشر*[٢٣] *في كتاب المذاكرات إن حُذّاق الترجمة بالإسلام [كذا]*

---

(٢٠) ر: عمر فروخ ([٢]: ١٢٧).

(٢١) ر: كارل بوير (Carl Boyer) ([٨]: ٢٥٠).

(٢٢) نتحدث لاحقاً عن «كتاب الأصول [في الهندسة والعدد] لأُقليدِس».

أربعة: حنين بن إسحاق، ويعقوب بن إسحق الكندي، وثابت بن قرة الحَرَّاني، وعمر بن [الـ] فَرُّخان الطبري»[٢٣].

ومن أبرز المترجين (النقلة)، في هذا القرن، **الذين وصلت الينا أعمالهم**: حُنين بن إسحاق، وثابت بن قرة، وإسحاق بن حنين، وقسطا بن لوقا (لوكا). وقد تُرجمت معظم الكتب الهندسية الإغريقية المهمة في هذا القرن، وأهمها: **«كتاب الأصول (الأركان) [في الهندسة والعدد]»**[٢٤] لأُقليدِس، وَ**«كتاب القطوع المخروطية»** لأبولونيوس (لأبُلونيوس).

ولقد وضع أُقليدِس[٢٥] كتابه «الأصول (الأركان)» حوالي ٣٠٠ ق.م. في ثلاث عشرة مقالة[٢٦]. وجمع فيه القضايا الأساسية (الأصول والأركان والمبادىء) التي توصّل إليها السابقون في علمي الهندسة والعدد، وأضاف بعض النظريات والبراهين من عنده. وَرَتَّب هذه الأصول ترتيباً جديداً شَيِّقاً كان له أثر بالغ في تعليم الهندسة إلى وقتنا هذا. وبخلاف ما يعتقده معظم الناس، فهذا الكتاب ليس كتاباً في الهندسة فقط، بل يحتوي على جلّ مبادىء الرياضيات التي ألمّ بها واضعه، وهي في جوهرها تضم علمي الهندسة (المستوية والمجسمة) والعدد، وضعها كلها بروح هندسية، ولم يُدَوِّن في كتابه سوى ما قام عليه دليل (برهان) منطقي يسنده.

وقام الحجاج بن يوسف بن مطر بنقل كتاب «الأصول» إلى العربية مرتين[٢٧]: أتَمَّ نقله الأول في عهد هارون الرشيد وَيُعْرَف بالنَّقل الهاروني، وأتم نقله الثاني في عهد المأمون وَيُعرف بالنَّقل المأموني. كما تَرْجَمَ إسحاق بن حنين (ت: ٢٩٨ / ٩١٠) الكتاب، وأصلح

(٢٣) أبو معشر = أبو معشر جعفر بن محمد البلخي، أحد علماء القرن الثالث للهجرة (ق ٩م)، أي كان معاصراً للمترجين الأربعة المذكورين في الجملة المنسوبة إليه، فهو أدرى بمترجمي عصره من غيره.

(٢٤) أورد العرب عدة اسماء لهذا الكتاب، منها: الأصول في الهندسة والحساب، الأصول، الأركان، الاستقصات [أي: المبادىء]، الاسطروشيا [وهذا تصحيف لاسم يوناني].

(٢٥) لقد ورد اسم هذا العالِم في المخطوطات الهندسية العربية بصورتين، هما: أقليدس، أوقليدس، غير أن الهمزة لم تكتب في معظم المخطوطات. ولعلنا نجد جواباً مقبولاً عند حاجي خليفة ([١١]: م١: ١٣٧) الذي يقول: «وهو بضم الهمزة وكسر الدال وبالعكس. لفظ يوناني مركّب من أُقلي بمعنى المفتاح وَ دِس بمعنى المقدار»، وسوف نذكر ـ في أواخر هذه المقدمة ـ أن ابن خلدون يقول: علم الهندسة = النظر في المقادير، أي أن حاجي خليفة يرى أن «أُقليدِس» تعني «مفتاح الهندسة». ونحن نرجح «أُقليدِس» بضم الهمزة وكسر الدال وذلك لسببين، هما: ورود الصورة «أوقليدس» في كثير من المخطوطات الهندسية العربية، وجملة حاجي خليفة المذكورة.

(٢٦) يقول العرب: «ثلاث عشرة مقالة»، بينما يقول الغرب: «ثلاثة عشر كتاباً»، "The Thirteen Books of Euclid".

هذه الترجمة ثابت بن قرة (ت: ٢٨٨/٩٠١). ثم أُضيف إلى الكتاب مقالتان ـ الرابعة عشرة والخامسة عشرة ـ ونقل هاتين المقالتين ـ إلى العربية ـ قسطا بن لوقا (لوكا) (ت: حوالي ٣٠٠/٩١٢) ونجدهما ملحقتين بإصلاح ثابت بن قرة[٢٨]. وهناك آخرون نقلوا أجزاءً من الكتاب.

واهتم العرب اهتماماً بالغاً في «أصول» أُقليدِس، فشرحوه، وعَلَّقوا عليه، واختصروه، وزادوا عليه، وتوسعوا في نظرياته، وَحَرَّروه[٢٩]، وحلّوا شكوكه. ولا يَتّسع المقام لسرد قائمة بهذه المحاولات، غير أننا نقول: إنّ أهم تحرير لأصول أقليدس هو التحرير الذي وضعه نصير الدين الطوسي[٣٠] (عاش: ٥٩٧ ـ ٦٧٢ / ١٢٠١ ـ ١٢٧٤) وَوَسَمَه: «تحرير أصول الهندسة والحساب». كما نقول: إنّ أهم ما وصلنا في حل شكوك «أصول» أقليدس هو عمل ابن الهيثم (عاش: ٣٥٤-٤٣٢ / ٩٦٥ ـ ١٠٤١) الضخم الموسوم: «**كتاب في حل شكوك كتاب أوقليدس في الأصول وشرح معانيه**»[٣١].

---

(٢٧) يقول ابن النديم في كتابه الفهرست ([٦]: ٣٢٥) بخصوص كتاب الأصول لأقليدس: «*الكلام على كتابه في أصول الهندسة، واسمه إسطروشيا، ومعناه أصول الهندسة، نقله الحجاج بن يوسف بن مطر نقلين، أحدهما يعرف بالهاروني وهو الأول، ونقلّا ثانياً* < *وهو المأموني*> *ويعرف بالمأموني وعليه يُعَوّل، ونقله إسحاق بن حنين وأصلحه ثابت بن قرة الحرّاني*». ونحن نقترح حذف ما نحصره بين زاويتين < ... > .

(٢٨) نسب العرب المقالتين، الرابعة عشرة والخامسة عشرة، إلى «ابسقلاوس» أو «سقلاوس» (Hypsicles) (نصف ثان: ق ٢ ق.م)، وهناك شك بخصوص نسبة المقالة الخامسة عشرة له. وثمة نسخة كاملة لكتاب «أصول» أقليدس المكون من خمس عشرة مقالة، هي: مخطوطة أكسفورد بودليان ثيرستون رقم ١١، كما أن هناك شريطاً مصوراً (ميكروفيلم)، رقم ٥٢٣، في مركز الوثائق والمخطوطات في الجامعة الأردنية وهو صورة كاملة للمخطوطة المذكورة.

(٢٩) «التحرير»: ليس شرحاً أو تفسيراً أو تأليفاً، بل هو إعادة كتابة النص بتصرف مع تصويبه وإصلاحه وأحياناً تغيير ترتيبه. ولا يقوم بمثل هذا العمل سوى العالم القدير.

(٣٠) يُنسب تحريران للطوسي، أحدهما يشتمل على ثلاث عشرة مقالة والآخر خمس عشرة مقالة.

(٣١) يُعد كتاب ابن الهيثم «كتاب في حل شكوك كتاب أوقليدس في الأصول وشرح معانيه» عملاً ضخماً لا يوجد له مثيل في الأعمال العربية التي اهتمت في حل شكوك أصول أقليدس. ويشتمل هذا الكتاب على جُلّ ـ إن لم يكن كل ـ شكوك أصول أقليدس بكامل مقالاته، وليس فقط شكوك حول بعض النظريات أوبعض المقالات كما ورد في أعمال عربية أخرى. وهنالك في هذا الكتاب معالجة لحالات خاصة وبراهين أخرى غير البراهين التي وردت في أصول أقليدس والأعمال العربية الأخرى، وفيه أمور لم ترد في أعمال المتقدمين ولا المحدثين، كما وضع ابن الهيثم براهين مباشرة «مستقيمة» بدلاً من البراهين غير المباشرة الواردة في أصول أقليدس. ولابن الهيثم مقالة أخرى موسومة: «مقالة في شرح مصادرات كتاب أقليدس». ويذكر ابن الهيثم أنه قصد أن يُكمل هذان العملان أحدهما الآخر ليكوّنا معاً عملاً شاملاً يعطي حلولاً لجميع مشكلات وشكوك أصول أقليدس وشرح معانيه.

ومن القضايا الهامة، التي اهتم بها علماء الهندسة العرب والتي تنتمي إلى موضوع «حل شكوك أصول أقليدس»، المسألة المعروفة باسم: «مصادرة أقليدس» [أي: بدهيّة التوازي الخامسة في أصول أقليدس، وهي مسلّمة التوازي]. لقد حامت الشكوك حول البدهيّة هذه منذ القدم. وحاول كثير من علماء الهندسة العرب، على مدى خمسة قرون، وضع تعاريف صحيحة وحلول لمصادرة أقليدس، وأدّت محاولات العلماء العرب هذه الى وضع الهندسات اللاأقليدية في القرن التاسع عشر، مثل: هندسة لوباتشفسكي (Lobatschewski) وهندسة ريمان (Riemann). وعلى ما نعلم، فإن أول عالم عربي قام بمعالجة مصادرة أقليدس هو ثابت بن قرة، ثم تبعه علماء عرب كثر، ومنهم: النيريزي، وأبو جعفر الخازن، وأبو عبدالله الشني، وابن الهيثم[٣١]، وعمر الخيام، ونصير الدين الطوسي، وأثير الدين الأبهري.

أما كتاب «القطوع المخروطية» لأبولونيوس، فهو كتاب يُعَدّ الذروة العليا في الهندسة الإغريقية، وهو المرجع الرئيسي في الموضوع. ونحن نرى أن فهمه يحتاج إلى تركيز من رياضيي العصر الحالي، ذلك لأن مادته ليست سهلة الفهم وغير مألوفة لدينا الآن. ولقد جمع أبولونيوس ما سبقه من المعلومات في علم هندسة قطوع المخروطات وَرَتَّبها وأضاف إليها وعمّمها وصاغها في قالب جديد، وأصبحت علماً مقروناً باسمه، وهذا الأمر يشبه حكاية أقليدس والأصول الهندسية وحكاية الخوارزمي والجبر.

ويوضح أبولونيوس، في مقدمة كتابه، أن الكتاب يتكون من ثماني مقالات[٣٢]، لم يصل إلينا منها سوى المقالات السبع الأولى. وأما المقالة الثامنة فكانت ولا تزال مفقودة حتى يومنا هذا[٣٣].

ونفهم من مقدمة المقالة السابعة أن أبولونيوس أرسل إلى أطالوس المقالات السبع الأولى، ووعد بإرسال المقالة الثامنة له بالسرعة الممكنة ـ بعد انتهائه من كتابتها ـ موضحاً أنها سوف تشتمل على بيانات تخص مسائل المقالة السابعة[٣٤]. ولعدم وجود أي اثر للمقالة

(٣٢) يقول العرب: ثماني مقالات. بينما يقول الغرب: ثمانية كتب.

(٣٣) قال بعض المؤرخين العرب: وضع أبولونيوس كتابه في ثماني مقالات تُرجمت كلها إلى العربية. وهذا الكلام خاطىء، إذ لا يمكن ترجمة المقالة الثامنة التي كانت ولا تزال مفقودة.

(٣٤) نورد هنا نصاً مأخوذاً من مقدمة المقالة السابعة التي نقلها ثابت بن قرة إلى العربية: «*من أبلونيوس إلى أطالوس: سلام عليك. قد وجّهت إليك بالمقالات السبع من كتاب المخروطات مع كتابي هذا. وفي هذه* =

الثامنة، لا باليونانية ولا بالعربية، فلا يمكننا أن نجزم بأن أبولونيوس قد تمكن من الوفاء بوعده، لذا فنحن نطرح احتمالاً بأنه لم يَنْتَهِ من كتابتها أصلاً.

لقد حصل بنو موسى بن شاكر (محمد، وأحمد، والحسن؛ ق:٣/٩) على نسخة أصلية، بلفظ أبولونيوس، للمقالات السبع الأولى من كتاب مخروطات أبولونيوس، وطلبوا من مترجميهم[٣٥] ترجمتها. بيد أنهم واجهوا صعوبة حقيقية في فهم مادة الكتاب بسبب غموضها وبسبب أخطاء النساخ المتعاقبة. ثم حصل أحمد بن موسى ـ الشقيق الثاني ـ على نسخة مُحَرَّرَة للمقالات الأربع الأولى، قليلة الأخطاء، كان قد حرّرها أوطوقيوس العسقلاني (حوالي: ٥١٠م) بلفظه. «*وترجم الأربع المقالات [كذا] الأولة ـ بين يدي أحمد ابن موسى ـ هلال بن أبي هلال الحمصي*»[٣٦]. والجدير بالذكر أنه لم يصل الينا باليونانية ـ حتى يومنا هذا ـ سوى تحرير أوطوقيوس للمقالات الأربع الأولى. «*وكان المتولي لترجمة الثلاث المقالات [كذا] الباقية ثابت بن قرة الحرّاني المهندس*»[٣٧].

= *المقالة [أي: السابعة] أشياء كثيرة غريبة حسنة في أمر القطر والأشكال التي تُعمل بها، مفصّلة (؟). وجميع ذلك عظيم المنفعة في أجناس كثيرة من المسائل، والحاجة اليه شديدة فيا يقع من المسائل في قطوع المخروطات التي ذكرنا، مما يجري ذكره وبيانه في المقالة الثامنة من هذا الكتاب، وهي آخر مقالة فيه، وسأحرص على تعجيلها إليك. والسلام*».

(٣٥) أسس بنو موسى بن شاكر ما يمكننا تسميته «مؤسسة» لترجمة الكتب العلمية إلى العربية.

(٣٦) ر: ابن النديم ([٦]: ٣٢٦).

(٣٧) نقلنا النص عن «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص ٢٢٤أ. ونقتبس بعض الأسطر عن هذه المقالة التي كتبها بنو موسى بن شاكر: «*إن علم ما يقع في المخروطات من القطوع... في أعلى المراتب من علم الهندسة، وكان القدماء يسمون أشكال قطوع المخروطات: الأشكال العجيبة، ويرون أن من بلغ في علم الهندسة إلى أن يفوز على فهم هذا العلم، فقد بلغ المرتبة العليا من علم الهندسة. ولم يزل القدماء، من طلاب علم الهندسة، يعنون بوجود هذا العلم، ويجهدون في طلبه... إلى أن انتهى الأمر في ذلك إلى أبلونيوس... فعمل في ذلك كتاباً في ثماني مقالات، جمع فيها ما تَقَدَّمَه به مَن كان قبله من هذا العلم، وأضاف إلى ذلك ما تولى هو استنباطه... ثم إن هذا الكتاب فسد وكثر فيه الخطأ على طول الأيام... إلى أن نشأ بعسقلان رجل من المهندسين يقال له أوطوقيوس... فتهيأ له بما جمع من النُسَخ وبقوته في علم الهندسة أن أصلح من هذا الكتاب الأربع المقالات [كذا] الأول... وقد كان وقع إلينا سبع مقالات من الثماني المقالات [كذا] التي وضعها أبلونيوس في المخروطات على ما وضعها عليه، فرمنا ترجمتها وفهمها، فتعذر الأمر في ذلك... ثم تهيأ لأحمد بن موسى الشخوص إلى الشام... ووقعت إليه الأربع المقالات [كذا] التي كان أوطوقيوس أصلحها من كتاب أبلونيوس، نسخة واحدة... وكان المتولي لترجمة الثلاث المقالات الباقية ثابت بن قرة الحرّاني المهندس... وقد ذكرنا أن الأربع الأول خرجت على ما أصلحها عليه أوطوقيوس، والثلاث التابعة لها على ما وضعه أبلونيوس*». حفاظاً على لغة المؤلف، آثرنا الاحتفاظ بقوله: «الأربع المقالات».

ودرس بنو موسى كتاب مخروطات أبولونيوس ونقدوه وصححوه، وسوف نورد في فصل لاحق تحقيقاً لروايتهم التي تخص ترجمة هذا الكتاب، وهي رواية شَيِّقة تعطي معلومات تاريخية علمية قيِّمة.

ودرس ابن الهيثم المقالات السبع الأولى المتوافرة دراسة عميقة جعلته يَتَمَكَّن من إتمام (بناء) المقالة الثامنة المفقودة، إذ له مقالة موسومة: «**مقالة للحسن بن الحسين بن الهيثم في تمام كتاب المخروطات**»[٣٨]، وتحتوي هذه المقالة على تصور ابن الهيثم لمحتويات المقالة الثامنة المفقودة.

ويذكر فؤاد سزكين ([١٢]:م٥: ١٣٤) أن العرب حرّروا كتاب مخروطات أبولونيوس خمس مرات خلال خمسة قرون، وهذا يعني أنهم درسوه دراسة عميقة واستوعبوا معانيه وأدركوا أهميّته وقيمته.

ومع أن الإغريق هم واضعوا علم هندسة القطوع المخروطية، إلّا أنهم لم يستفيدوا منه ولم يستعملوه إلّا ما نَدر. ومن جهة أخرى، لم يضف العرب شيئاً جوهرياً لكتاب مخروطات أبلونيوس، إلّا أنّهم استفادوا منه كثيراً في وضع حلول لكثير من القضايا والمسائل الهندسية التي استعصت على الإغريق وفي وضع مسائل جديدة هامة لم تلتفت إليها أنظار الإغريق. ونذكر أمثلة على ذلك لاحقاً.

لقد درج الإغريق، في كثير من المسائل، على استعمال مزيج من «الأصول» الهندسية البرهانية وبعض «الحيل» الهندسية غير البرهانية التي أطلق عليها العرب مصطلح «**الهندسة المتحركة**»، وعمل قِلَّة من علماء الهندسة العرب أعمالاً هندسية مشابهة للأعمال الإغريقية هذه. غير أن معظم علماء الهندسة العرب، وبالذات العلماء الذين ينتمون إلى الفترة ما بين ٣٥٠ ـ ٤٥٠هـ، رفضوا قبول الهندسة المتحركة باعتبارها غير برهانية، وقالوا بوجوب استعمال الهندسة المشفوعة بالبرهان التي أطلقوا عليها مصطلح «**الهندسة الثابتة**». ولعلنا

---

(٣٨) ثمة مخطوطة واحدة فقط لمقالة ابن الهيثم «في تمام كتاب المخروطات» موجودة في مانيسا بتركيا (Codex Genel 1706)، كما يوجد شريط مصور (ميكروفيلم) لهذه المخطوطة في مكتبة جامعة طهران. وقام الهولندي يان بيتر هو خندايك (Jan Peter Hogendijk) بدراستها، وكتب دراسته هذه كأطروحة للدكتوراة، وحصل على الدكتوراة، ثم حوّل أطروحة الدكتوراة هذه إلى كتاب [١٣] وَسَمَه: «تمام كتاب المخروطات لابن الهيثم» = "Ibn al-Haytham's Completion of the Conics" وسوف نورد تحقيقاً لمقدمة مقالة ابن الهيثم «في تمام كتاب المخروطات» في فصل لاحق، وذلك لأهمية المعلومات العلمية والتاريخية الواردة فيها.

نذكر أن الأمراء البويهيين شجعوا علماء النصف الثاني من القرن الرابع للهجرة على وضع حلول للمسائل الإغريقية المستعصية والقيام بأعمال جديدة أصيلة مبتكرة. فهذه الأمور جعلت علماء الهندسة العرب يتعمقون في دراسة وفهم هندسة القطوع المخروطية البرهانية كي يستعملوها في براهينهم بدلاً من الهندسة المتحركة غير البرهانية. ولقد مزج العرب نوعين من الهندسة الثابتة: الأصول الهندسية، وهندسة القطوع المخروطية، لوضع حلول لبعض المسائل التي استعصت على الإغريق، مثل: تثليث الزاوية (أي: قسمة الزاوية المستقيمة الخطين إلى ثلاثة أقسام متساوية)، وعمل مخمس متساوي الأضلاع في المربع، وتسبيع الدائرة (أي: إنشاء مُسَبَّع منتظم محاط بدائرة)، وإيجاد الوسطين المتناسبين بين مقدارين معلومين. وأدى هذا الأمر إلى زيادة ثقتهم بأنفسهم وإلى زيادة انتباههم لأهمية القطوع المخروطية والدعاوي المهمة الناتجة عن استعمالها، الأمر الذي لم ينتبه إليه الإغريق بشكل كافٍ.

يتضح ـ إذن ـ أن هناك مسائل هندسية لم يستطع علماء الإغريق ولا علماء العرب حلّها بأصول أقليدس الهندسية وحدها. واستعان الإغريق وبعض علماء العرب الأوائل بطريقة تحريك ذكية، استعملها أرشميدس (عاش: ٢٨٧ ـ ٢١٢ ق.م) وبنو موسى بن شاكر (ق: ٣/٩) في تثليث الزاوية وسماها الإغريق «نيوسيس»، وترجمها كاتب هذه الصفحات ـ في إحدى أعماله[٣٩] ـ بكلمة «التقارب»، كما ترجمها توماس هيث (Sir Thomas L. Heath)[٤٠] بالانجليزية بكلمة «verging» وكلمة «inclination»، وهي باللاتينية «inclintio» وبالألمانية «einschiebung»، وجميع هذه الكلمات بما في ذلك الكلمة اليونانية الأصلية لا تفي بالغرض المطلوب. بيد أن معظم علماء الهندسة العرب رفضوا التحريك بطريقة التقارب (نيوسيس) واستعانوا، في تثليث الزاوية، بهندسة القطوع المخروطية، ومنهم: أحمد بن موسى بن شاكر (ق: ٣/٩)، وثابت بن قرة (ق: ٣/٩) وويجن بن رستم القوهي (الكوهي) «*شيخ عصره في صناعة الهندسة*»[٤١] (ق: ٤/١٠)،

(٣٩) ر: [١٤]: علي إسحق عبداللطيف، «تثليث الزاوية بالتقارب والآلات الميكانيكية لبني موسى وعالمين أوروبيين نقلا برهانيهما عن بني موسى»، مجلة المجمع العلمي العراقي، ج٤، م٣٩ سنة ١٤٠٩/١٩٨٨، ص: ١٦٩ ـ ١٩٥.

(٤٠) ليس من السهولة بمكان أن نشرح باختصار ما تعنيه كلمة «نيوسيس»، لذا نحيل القارىء على كتاب توماس هيث «أعمال أرشميدس» ([١٥]: ص «c–ci»).

(٤١) عن القوهي (الكوهي): قال أبو الجود محمد بن الليث: «*شيخ عصره في صناعة الهندسة*»، مخطوطة مكتبة =

وأبو سعيد أحمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي(٤٢) (ق: ٤/ ١٠).

وبخصوص تثليث الزاوية، قال البيروني(٤٣) (عاش: حوالي ٣٦٢/٩٧٢ ـ حوالي ٤٤٠/١٠٤٨): «*ولم يَتَأَتَّ ذلك بالأصول الهندسية*(٤٤) *لأحد إلى زماننا هذا، وأعيا الكل استخراجه إلّا بالحيل المُقَرِّبة المُنحَرِفة عن طريق الهندسة، كما أخرجه الكندي والقدماء*(٤٥) *بالآلة المتحركة، واستخرجه المحدثون*(٤٦) *بخواص القطع الزائد من قطوع المخروط*(٤٧)».

أما اهتمام العلماء العرب بتثليث الزاوية فلم يكن لمجرد أنها مسألة مستعصية بالأصول الهندسية وحدها، بل لأنها فرضت نفسها على أفكارهم في مناسبات عديدة،

= باريس الوطنية، رقم ٤٨٢١، ص٤٢ب. كما قال أبو عبدالله محمد بن أحمد الشني: «وقد كان شيخ عصره»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص١٣٠ب. علماً بأن أبا الجود والشني قد عاصرا القوهي، ولكنهما كانا أصغر منه سناً. ومن وجهة نظرنا، فقد كان القوهي عملاقاً في الهندسة، وهو معروف لدى الباحثين المعاصرين في الهندسة العربية التراثية، غير أن كتب تاريخ العلوم العربية ـ التي كتبها المؤرخون العرب ـ لا تذكر عنه شيئاً.

(٤٢) ر: [١٦]: علي إسحق عبداللطيف، «مساحة الأكر بالأكر للسجزي»، مجلة المورد، ع٢، م١٦،سنة ١٤٠٧ / ١٩٨٧، ص ١٢٣ ـ ١٥٠. وفي هذا العمل، قدمنا ـ فيما قدمنا ـ ترجمة للسجزي. وذكرنا في الترجمة نقلاً عن فؤاد سزكين ([١٢]: م٥: ٣٣٠) الذي بدوره نقل الكلام عن شوي (C. Schoy) ([١٧]: Isis 8: ٢١ ـ ٤٠) أن السجزي قال في مقالة له تخص تسبيع الدائرة: لم يكن عمل أرشميدس عملاً جيداً، وهذا الكلام خاطىء، فحقيقة الأمر أن شوي أساء فهم كلام السجزي، وسيتضح بجلاء، في فصل لاحق يخص تسبيع الدائرة، أن السجزي مدح أرشميدس وتهجم تهجما عنيفاً ـ لا مبرر له ـ على أبي الجود محمد بن الليث دون ذكر اسمه. وقد فهم شوي أن الهجوم كان على أرشميدس الوارد اسمه في مقالة السجزي المشار إليها.

(٤٣) أورد البيروني هذه الفقرة في النظرية التي عنوانها «الاحتيال لاستخراج وتر ثلث القوس المعلومة الوتر» من كتابه «استخراج الأوتار»، مخطوطة بانكي بور ٢٦٨/ ٤٦. والغريب في الأمر أن البيروني استعمل الهندسة المتحركة في تثليثه للزاوية. وتتضح أهمية تثليث الزاوية بجلاء في تطوير حساب المثلثات في كتاب البيروني «استخراج الأوتار». وهناك نسختان لهذا الكتاب: طويلة، ومختصرة. أما النسخة الطويلة ـ مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨/ ٤٦ ـ فقد نشرتها جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن [١٨] سنة ١٣٦٧/١٩٤٨، وحققها أحمد سعيد الدمرداش [١٩] سنة ١٩٦٥(؟)، كما حققها هارون عبدالربضي بإشراف أحمد سليم سعيدان [٢٠] سنة ١٩٧٧. وأما النسخة المختصرة ـ مخطوطة لايدن ٥١٣/ ٥ ـ فترجمها هاينرخ سوتر [١٠١] إلى الألمانية سنة ١٩١٠.

(٤٤) نعلم، في الوقت الحاضر، أنه لا يمكن تثليث الزاوية بالأصول الهندسية وحدها.

(٤٥) يقصد العرب الذين عاصروا الكندي (ق: ٣/ ٩)، وفي الغالب فهو يقصد الحسن بن موسى بن شاكر.

(٤٦) يقصد علماء الفترة ما بين ٣٥٠ ـ ٤٥٠هـ.

(٤٧) حقق أحمد سليم سعيدان ([٢١]: ٩٩ـ١٣٧) أربعة براهين لتثليث الزاوية باستعمال مزيج من القطع الزائد والأصول الهندسية لثابت بن قرة، وأبي جعفر محمد بن الحسين (ق: ٤/ ١٠)، والقوهي، والسجزي.

منها: محاولاتهم لحل المعادلات التكعيبية، وتطويرهم لحساب المثلثات. ونحن نرى أن جزءاً هاماً من كتاب البيروني «استخراج الأوتار» - الذي أرسى أسس حساب المثلثات[48] - شاهد على ذلك.

والجدير بالذكر أن مسألة تسبيع الدائرة بالذات قد استعصت على الإغريق والعرب القدامى، وأفلح في حلّها عرب الفترة ما بين ٣٥٠ - ٤٥٠هـ. والإغريقي الوحيد الذي اقترب من حلّها هو أرشميدس[49] - عبقري العالم القديم - ولكنه استند في حلّه على نظرية (مقدمة)[49] لم يكن لها هناك برهان، لذا جاء حلّه غير سليم، أي: بني المسبع دونما أي أساس، فبناؤه لا يصلح لأن يكون عمارة سكنية.

وأدّى حل أرشميدس غير السليم - المذكور - إلى مشاحنات، وتبادل اتهامات الانتحال، وقدح، ومنافسة شديدة بين علماء الهندسة العرب الذين وضعوا اثني عشر حلاً صائباً لمسألة تسبيع الدائرة هذه. ونذكر هنا اسماء علماء الهندسة العرب الذين نعلم أنهم أسهموا في وضع حلول صائبة، تستند إلى مزيج من الأصول الهندسية والقطوع المخروطية، لهذه المسألة، وهم: **أبو الجود محمد بن الليث**[50]، **وأبو سعيد أحمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي**[50]، **وأبو سعد العلاء بن سهل**[50]، **وأبو سهل ويجن بن رستم القوهي (الكوهي)**[50]، **وأبو حامد محمد بن أحمد بن الحسين الصغاني (الصاغاني)**[50]، **وأبو علي**

---

٤٨) كان علم حساب المثلثات في القدم جزءاً من علم الهيئة (الفلك). ويقال إن نصير الدين الطوسي (ق: ١٣/٧) هو الذي أرسى أسس حساب المثلثات كعلم قائم بذاته. ونحن نرى أن البيروني - الذي وضع كتابه استخراج الأوتار في أوائل القرن ١١/٥ - قد سبق الطوسي في هذا الأمر. وهناك احتمال أن الطوسي قد اعتمد في مثلثاته على مثلثات البيروني.

٤٩) إن عمل أرشميدس بخصوص المسبع مفقود باليونانية، كما أن ترجمة ثابت بن قرة لهذا العمل مفقودة أيضاً. والذي وصلنا هو تحرير الحاج مصطفى صدقي - الناسخ العارف بالهندسة - لترجمة ثابت بن قرة المذكورة. ونجد هذا التحرير في مخطوطة يتيمة، هي: مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/١٥، ص ١٠٥ب - ١١٠أ، نسخها مصطفى صدقي سنة ١١٥٣هـ. ويقول مصطفى صدقي في بداية المقالة: «بسم الله الرحمن الرحيم. كتاب عمل الدائرة المقسومة بسبعة أقسام متساوية لأرشميدس، ترجمة أبي الحسن ثابت بن قرة الحرّاني». أما تسبيع الدائرة لأرشميدس فيأتي في النظريتين السابعة عشرة والثامنة عشرة من المقالة، وتعرف النظرية السابعة عشرة بـ«مقدمة أرشميدس غير المبرهنة» وقد برهنها ابن الهيثم في عمل له وَسَمَه: «قول في استخراج مقدمة ضلع المسبع».

٥٠) عالم هندسة قدير تنتمي أعماله إلى الفترة ما بين ٣٥٠ - ٤٥٠هـ؛ ذكره فؤاد سزكين ([١٢]: م٥). ويُلاحظ: لا ذكر لأبي الجود، والسجزي، والعلاء بن سهل، والشني في أي من المصادر الأولية الثلاثة: ابن النديم، وابن القفطي، وابن أبي أصيبعة. وبالنسبة للشني، فقد حققنا إحدى نظرياته الهامة جداً في عمل لنا [٢٢] =

الحسن بن الحسن (أو: الحسين) ابن الهيثم[٥٠]، وكمال الدين موسى بن يونس[٥١]، ونصر ابن عبدالله العزيزي[٥٢].

وكتب أبو عبدالله محمد بن أحمد الشني[٥٠] مقالة هامة تخص حكاية المسبع، أثنى فيها على القوهي والصغاني، ورمى أبا الجود والسجزي بالانتحال. ونحن نرى أن إسهام أبي الجود، في تسبيع الدائرة، كان إسهاماً هاماً جداً، فهو الذي تجرّأ وانتقد عمل أرشميدس في تسبيع الدائرة، مما أدّى إلى تهجم السجزي عليه، إذ كان الرأي السائد عند العرب أن أرشميدس عبقري ويكاد يكون معصوماً عن الخطأ، ويذهب البحث فيما لم يستطع أرشميدس عمله هدراً.

ودخل ابن الهيثم معركة بناء المسبع المنتظم داخل الدائرة بثقة، منتقداً النقص في عمل أرشميدس وعلماء النصف الثاني من القرن الرابع للهجرة انتقاداً بناءً بلطف ولين واحترام. ووضع برهاناً صائباً للنظرية (المقدمة) التي استند عليها أرشميدس في عمله والتي لم يكن هناك لها برهان. وكعادة ابن الهيثم فقد حلّل مسألة المسبع تحليلاً دقيقاً، مُبَرْهِناً إمكان ذلك بأربعة وجوه، ووضع برهاناً صائباً لكل وجه من هذه الوجوه. وبذلك يكون عمله قمّة الأعمال التي وُضِعَت لحل مسألة تسبيع الدائرة. ولنا عودة لموضوع المسبع في فصل لاحق من فصول كتابنا هذا، حيث نورد ـ فيما نورد ـ تحقيقاً لفقرات ـ طويلة وقصيرة ـ من أعمال بعض العلماء الذين ذكرنا اسماءهم.

وتمكن العرب ـ بعد فهمهم لمخروطات أبولونيوس ـ من وضع مسائل جديدة لم تلتفت إليها أنظار الإغريق وإيجاد الحلول لها، فمثلاً: أوجدوا حجوم ومراكز ثقل الأجسام الناتجة عن دوران قطوع مخروطية حول محاور مختلفة الميل، كما استطاعوا إنشاء معادلات من

= علي اسحق عبداللطيف، «معادلة هيرون عبر العصور ـ إرجاع الفضل لأهل الفضل»، مجلة معهد المخطوطات العربية، جامعة الدول العربية، ج١، م٣١، ١٩٨٧، ص٥٩ ـ ١٤٥. وكذلك ألقينا محاضرة تشمل ترجمة للشني وتحقيقاً لبعض اعماله في المؤتمر السنوي الثالث عشر لتاريخ العلوم العربية (أيار / مايو ١٩٨٩)، معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب، واستطعنا أن نحدد ميلاده ووفاته بحوالي ٣٤٥ ـ ٤١٠هـ وأنه عاش في بغداد (أو: حول بغداد)، بينما قال عيد وكنيدي [٢٣] إنه عاش في مكان ما في الشرق الأوسط دون تحديد الفترة الزمنية التي عاش فيها.

(٥١) كمال الدين موسى بن يونس: توفي ١٢٤٢م، ذكره هاينرخ سوتر (Heinrich Suter) ([٢٤]: ١٤٠ ـ ١٤٢).

(٥٢) نصر بن عبدالله العزيزي: لا نعلم عنه شيئاً سوى أن له رسالة بخصوص المسبع موجودة في مكتبة اكسفورد بودليان، ونسخت سنة ٦٧٥ / ١٢٧٦.

الـدرجـة الثالثة والرابعة[٥٣] وإيجاد الحلول لها بمساعدة القطوع المخروطية. وعلى سبيل المثال، نذكر:

إن الماهاني (ت: حوالي ٢٦٥ هـ) **هو أول عالم في تاريخ الرياضيات تمكّن من وضع معـادلة جبرية من الدرجة الثالثة**، وذلك في أثناء محاولته حل **مسألة هندسية ولم يتّفق له حلّها**. وَتَيَسَّرَ حلّها لأبي جعفر الخازن[٥٤] (أبو جعفر محمد بن الحسن الخوراساني؛ ت: حوالي ٣٥٠هـ) في النصف الأول من القرن الرابع للهجرة **باستعمال القطوع المخروطية**، وبذلك يكون **أبو جعفر أول عالم في تاريخ الرياضيات يضع حلاً لمعادلة جبرية من الدرجة الثالثة**.

كما نذكـر أنّ ابن الهيثم قد حلّ المسألة ـ **البالغة التعقيد** ـ المعروفة باسمه «مسألة الحسن (الهازن)»[٥٥] **باستعمال القطوع المخروطية** بعد تحويلها إلى معادلة جبرية **من الدرجة الرابعة**. وهذا الحل طويل مُعَقَّد صعب الفهم وَيَتَّسم بالعبقرية، وهو سبب شهرة ابن الهيثم كعـالم عبقـري في علم الضـوء. وبخصوص مسألة الحسن (الهازن)، قال جورج صارتون ([٩]: م١ : ٧٢١): *«وتؤدي إلى معادلة من الدرجة الرابعة، وقد حلها ابن الهيثم مستعيناً بقطع زائد يقطع دائرة»*[٥٦]. ولنا عودة لمسألة الحسن (الهازن) في فصل لاحق من فصول كتابنا هذا.

(٥٣) يعرف الرياضيون ـ في الوقت الحاضر ـ أهمية وصعوبة حل المعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة والرابعة، وبذلك تتضح أهمية الجمل المذكورة في المتن حول هذا الموضوع. ونتحدث في فصل لاحق عن عمل ابن الهيثم بخصوص حجوم المجسمات الناتجة عن دوران القطع المكافىء حول محاور مختلفة الميل.

(٥٤) تفـادياً للالتبـاس، نذكـر: ثمة عالم آخر يحمل اسماً مشابهاً «الخازن» هو: أبو منصور عبدالرحمن الخازن (الخازني)؛ ت: حوالي ٥١٢/١١١٨.

(٥٥) ينتمي علم البصريات (المناظر) إلى علم الضوء، لذا وُصِفَ ابن الهيثم بأنه عالم فيزياء. ولكننا نرى ـ بعد الاطلاع على أعمال ابن الهيثم ـ أنه أولاً وقبل كل شيء، عالم في علم الهندسة، وهذه هي الصفة التي اتسمت بها جلّ أعماله العلمية، وبالأخص الرياضية والفيزيائية والفلكية منها، هذا بالإضافة إلى أعماله الهندسية البحتة الكثيرة. ويقـول ابن خلدون ([٢٥]: م٣: ١١٠٠): «المناظر : من فـروع الهندسة. . . وأشهر من ألّف فيه مـــن الإسلاميين ابن الهيثم». والحقيقـة أن معظم براهين كتاب ابن الهيثم «المناظر» [أي : البصريات] براهـين هندسية. وأهم مقالة في الكتاب، وهي المقالة الخامسة، هي في واقــع الأمر مقالة هندسية بحتة من ألفها إلى يائها، وَتُعْرَف باسم «مسألة الحسن (الهازن)». ونذكر: «الهازن» هو الاسم الذي عُرِف به ابن الهيثم في العصور الوسطى اللاتينية، وهو تحوير لاسم ابن الهيثم الأول «الحسن». أما المصطلح "Alhazeni Problemi = Al-Hazen's Problem" = «مسألة الحسن (الهازن)» فقد أطلقه رياضيو القرن السابع عشر الميلادي في أوروبا على المسألة المذكورة.

(٥٦) الدائرة هي قطع مخروطي أيضاً.

وننهي حديثنا حول أهمية هندسة القطوع المخروطية في الرياضيات القديمة بقولنا: إن معظم الأعمال الهندسية العربية التي استفادت من هندسة القطوع المخروطية لا تزال تحتاج إلى دراسة جادّة وتقييم، لأن معظمها لم يُحَقَّق ولم يُدْرَس ولم يُقَيَّم بعد.

يقول **فؤاد سزكين** ([١]: ٧٠): «*إنه لدينا من الأدلة الكافية للحكم على أنّ مرحلة الأخذ والتمثل تنتهي في أواسط القرن الثالث من الهجرة، ثم تبدأ مرحلة الإبداع في تاريخ الرياضيات عند المسلمين*». ونقول: نعم، كان هناك انتعاش في عملية **«الأخذ والتمثل»** في النصف الأول من القرن الثالث للهجرة (نصف أول: ق٩م)، غير أننا نرى أن **«مرحلة الإبداع» ابتدأت قبل «أواسط القرن الثالث من الهجرة»** وربما ابتدأت في أوائل النصف الأول من القرن الثالث للهجرة؛ فالأعمال الرياضية لمحمد بن موسى الخوارزمي (ت: ٢٣٢هـ أو بعدها بقليل، ربما ٢٣٥هـ) ويعقوب بن اسحق الكندي (ت: ٢٥٢هـ، وفي رواية أخرى، ت: ٢٥٩ هـ) وغيرهما من علماء تلك الفترة تشهد بذلك. ولعله من المناسب القول: إنني قد اطلعت ـ عدة مرات ـ على مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ ـ في صيفي ١٩٨٥ وَ ١٩٨٦ ـ التي تحتوي على حوالي ستين مقالة رياضية وفلكية، منها **مقالات رياضية مؤلفة أصيلة كثيرة ليعقوب بن إسحق الكندي**، علماً بأن معظم مقالات الكندي الرياضية هذه لم تحقق ولم تُدرس ولم تُقيَّم بعد.

ومن أبرز المؤلفين المبدعين في القرن الثالث للهجرة (ق٩م)، الذين وصلت الينا أعمالهم: محمد بن موسى الخوارزمي، ويعقوب بن إسحق الكِنْدي، وبنو موسى بن شاكر (محمد، وأحمد، والحسن)، وثابت بن قرة. وأضاف العرب أعمالاً هندسية أصيلة قَيِّمَةَ في هذا القرن، ومنها: **«كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية» لبني موسى بن شاكر، وَ «كتاب المفروضات» لثابت بن قرة.**

ومستوى كتاب بني موسى يفوق مستوى كتاب الأصول لأقليدس. وَتُعنى المادة الهندسية التي في **«كتاب معرفة مساحة(٥٧) الأشكال البسيطة والكرية ـ لبني موسى»** بـ: **مساحة الدائرة، ومساحة سطحي الكرة والمخروط الدائري القائم، وحجمي الكرة** والمخروط الدائري القائم، وقيمة تقريبية نسبية (قياسية) للعدد الحقيقي غير النسبي (غير

(٥٧) كان العلماء العرب يستعملون الكلمتين: «تكسير، مساحة» بمعنى: مساحة السطوح وحجم المجسمات. فمساحة (أو: تكسير) الكرة تعني: حجم الكرة.

القياسي) الهام ط = π ، ومساحة المثلث بدلالة أضلاعه، وإيجاد الوسطين المتناسبين بين مقدارين معلومين، وقسمة الزاوية المستقيمة الخطين إلى ثلاثة أقسام متساوية (أي: تثليث الزاوية)، وطريقة لإيجاد الجذر التكعيبي. **وهذه عشر حقائق رياضية ذات أهمية قصوى في العلم والحياة.**

ونحن نعلم أنّ أرشميدس قد عالج بعض المسائل المذكورة في كتاب بني موسى في القِدَم، غير أن براهينه تختلف عن براهين بني موسى.

وكذلك فإن برهان بني موسى(٥٨) لمعادلة هيرون(٥٩) ـ التي تخص إيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه(٦٠) ـ يختلف عن برهان هيرون(٦١) (إيرن).

---

(٥٨) في الغالب، فإن مؤلف برهان معادلة هيرون الموجود ضمن كتاب بني موسى هو الشقيق الأصغر الحسن بن موسى، الذي كان مختصاً وموهوباً في وضع براهين هندسية مبتكرة تتسم بالعبقرية، ويبدو أنه وضع علم هندسة القطوع الإسطوانية، على غرار علم هندسة القطوع المخروطية، وتوفي في أثناء قيامه بذلك العمل أو بعد ذلك بقليل، إذ يقول شقيقاه محمد وأحمد: «*وتهيأ للحسن بن موسى، بقوته في علم الهندسة واستعلائه فيه، النظر في قطع الإسطوانة ... . فوضع الحسن عند ذلك مقالة فيها استنبط من هذا العلم، وتوفي رحمة الله عليه*». ر: مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص ٢٢٣ب، ٢٢٤أ.

(٥٩) إن برهان بني موسى هو أول برهان وضع لهذه المعادلة بعد برهان هيرون، ولا نستطيع أن نجزم إذا كانوا قد اطلعوا على برهان هيرون أم لا. علماً بأن برهان بني موسى هو أول برهان لهذه المعادلة يصل الغرب، وقد وصل في القرن الثاني عشر الميلادي. وهناك براهين عربية أخرى لهذه المعادلة، ولعل أهمها البرهان العربي الأصيل لأبي عبدالله الشني (نصف ثان: ق٤/١٠)، وليس لهذا البرهان أية صلة بالبراهين التي وضعت قبله، والواضح أن الشني لم يتأثر ببرهاني هيرون وبني موسى وفي الغالب لم يطلع عليهما، فنحن نرى أن الشني قد حصل على المعادلة عن براهما جوبتا الهندي (٦٢٨م) الذي أورد المعادلة دون برهان. وورد في المصادر العربية والأجنبية أن البيروني نسب أحد براهين معادلة هيرون لأرشميدس، غير أننا أوضحنا ـ في بحثنا آنف الذكر [٢٢] ـ أن البيروني لم ينسب البرهان لأرشميدس في أي من مخطوطاته، فقد حصل خطأ في فهم كلام البيروني لدى العديد من الباحثين العرب والأجانب، كما أوضحنا أن البرهان المعني هو للبيروني نفسه، ثم ذكرنا الأسباب التي دعتنا للقول: لقد أخذ العلاّمة العظيم البيروني برهانه هذا عن عالم هندسة عربي مغمور اسمه: «أبو عبدالله محمد بن أحمد الشني». ر: علي اسحق عبداللطيف ([٢٢]: ٥٩ ـ ١٤٥). وبخصوص براهما جوبتا، ر: كولبروك ([٢٧]: ٢٩٥ ـ ٢٩٦).

(٦٠) ثمة معادلتان أخريان لإيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه، برهنهما كل من الشني والبوزجاني في النصف الثاني من القرن الرابع للهجرة. ونرجح أن إحداهما من وضع الشني. ر: علي اسحق عبداللطيف [٢٢] وَمَولدي وَكينيدي [٢٨]. وحققنا برهاني الشني للمعادلتين ضمن محاضرتنا المذكورة آنفاً (أيار / مايو ١٩٨٩ معهد التراث العلمي العربي).

(٦١) هيرون الإسكندري (ق ١ م) ويعرف أيضاً بالاسم «هيرو»، وكان العلماء العرب يسمونه «إيرن».

كما نعلم أن الحقائق الرياضية العشر المذكورة قد وصلت الغرب ـ لأول مرة ـ عن طريق كتاب بني موسى، إذ إن جيرارد الكريموني (١١١٤ ـ ١١٨٧م) قام بترجمة الكتاب إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر بعد الميلاد، ولم تكن أعمال أرشميدس ولا أعمال هيرون قد وصلت الغرب في ذلك الوقت، فمثلاً: اطلع الغرب(٦٢) ـ لأول مرة ـ على برهان هيرون الأصلي باليونانية بعد اكتشافه مخطوطة يونانية تتضمن ذلك البرهان سنة ١٨٩٦م.

إذن، فكتاب بني موسى المذكور هو من أوائل الكتب الهندسية العربية المؤلفة، وأوائل الكتب العربية التي تُرجمت إلى اللاتينية، وَتَعَلَّم الغرب منه ـ لأول مرة ـ كثيراً من الحقائق الرياضية المشفوعة بالبرهان والهامة جداً في حياة الإنسان العلمية والعملية.

ويذكر مارشال كلاجيت (Marshall Clagett) ([٣١]: ص٢٢٤، ص٦٣٦) أن العديد من علماء العصور الوسطى اللاتين، أخذوا جلّ نظريات وبراهين كتاب بني موسى أخذاً يكاد يكون حرفياً «often in verbatim fashion» ونسبوها لأنفسهم، ومنهم؛ ليناردو فيبوناتشي من بيزا (Leonardo Fibonacci of Pisa = Leonardo Pisano : ١٢٢٠م)، وَجوردانوس دي نيموري (Jordanus de Nemore : ق ١٣م)، وكامبانوس من نوفارا (Campanus of Novara : ق١٣م)، ولوكاباتشيولي (Luca Pacioli : ١٤٩٤م)، وبييردو لارامي (Pierre de la Ramée : ق١٦م). وللعلم، يرى الغرب أن ليناردو فيبو ناتشي من بيزا وجوردانوس هما أقدر وأهم علماء القرن الثالث عشر اللاتين.

وعلى ما نعلم، فإن الكتاب «الأصل» ـ بلفظ بني موسى ـ مفقود بالعربية، ولم يصل إلينا منه سوى عدة نسخ غير سليمة باللاتينية، حقق إحداها م. كيرتز (Maximilian Curtze) ([٨٥]: ١٠٩-١٦٧) سنة ١٨٨٥م، غير أن تحقيقه لا يُعْتَمد عليه. أما مارشال كلاجيت ([٣١]: ٢٢٣-٣٦٧) المذكور آنفاً، فقد حصل على معظم ـ إن لم يكن كل ـ النسخ اللاتينية المتوفرة لكتاب بني موسى واعتمدها جميعاً في تحقيقه للكتاب سنة ١٩٦٤، ونحن نرى أن تحقيق كلاجيت تحقيق جيد وَيُعْتَمد عليه.

وقد قام نصير الدين الطوسي (ق: ١٣/٧) بتحرير كتاب بني موسى المذكور وأضافه

(٦٢) اكتشف ر. شون (R. Schöne) سنة ١٨٩٦ مخطوطة يونانية تتضمن، فيما تتضمن، برهان هيرون الأصلي، وحقق الابن هيرمان شون (H.Schöne) [٢٩] هذه المخطوطة سنة ١٩٠٣، كما حققها ثانية إيفرت بروينز (E.Bruins) [٣٠] سنة ١٩٦٤. ونجد ترجمة برهان هيرون الأصلي إلى الإنجليزية في ([٣٠]: ج٣: ١٨٩ ـ ١٩١). وترجمنا برهان هيرون الأصلي إلى العربية في بحثنا [٢٢] المذكور آنفاً.

إلى مجموعته الهندسية ـ الفلكية القَيِّمة المعروفة باسم «**المتوسطات ـ بين أقليدس والمجسطي**» التي حررها في القرن السابع من الهجرة (ق ١٣م). وقد وصلنا نسخ عديدة بالعربية(٦٣) من الكتاب «التحرير» ـ بلفظ الطوسي ـ لكتاب بني موسى. لقد حذف الطوسي ـ في تحريره للكتاب ـ معظم مقدمة بني موسى الطويلة القيِّمة، حيث ذكروا الأسباب التي دعتهم لكتابة كتابهم، وحذف بعض الفقرات غير الجوهرية، وأضاف بعض الفقرات غير الجوهرية أيضاً، كما حذف النظرية التاسعة عشرة ـ وهي النظرية الأخيرة ـ التي تخص طريقة لإيجاد الجذر التكعيبي واستبدلها بتلميح لمغزاها. ولكن ـ ابتداء ـ لا يوجد اختلاف جوهري بين مادتي الكتاب الأصل والكتاب التحرير، لا في المحتوى ولا في الترتيب، بيد أن هناك اختلافاً في اسلوب الكتابة. والجدير بالذكر أن الطوسي ألحق كتاب بني موسى ـ بعد نهايته ـ ببرهان عربي آخر لمعادلة هيرون قائلاً «أظنه للخازن»(٦٣)، وبعد تحقيقنا لهذا البرهان(٦٤)، اتضح لنا أنه يشبه برهان هيرون الأصلي، فلا بد ـ إذن ـ أن يكون برهان هيرون قد وصل إلى العرب بشكل أو بآخر.

وتنتمي مساحة الدائرة، وهي النظرية الرابعة في كتاب بني موسى، إلى مسألة إغريقية قديمة عريقة (كلاسيكية) تدعى: «تربيع الدائرة». ونص هذه النظرية هو (ونترجم عن التحقيق اللاتيني لمارشال كلاجيت): «*حاصل ضرب نصف قطر أي دائرة في نصف محيطها هو مساحة سطحها*»(٦٥)، أي: مساحة الدائرة تساوي ﺃ × ﺑﺤ، حيث ﺃ = نصف القطر، ﺑﺤ = نصف المحيط.

والجدير بالذكر أن قيمة مساحة الدائرة المعروفة في الوقت الحاضر «نق^{2} ط» قد ظهرت، **لأول مرة في التاريخ**، في كتاب بني موسى هذا، حيث قالوا في النظرية الثالثة عشرة من كتابهم (ونترجم عن التحقيق اللاتيني لمارشال كلاجيت): «*حاصل ضرب مربع نصف ﺃ ﺑﺤ في المقدار الذي إذا ضرب فيه القطر حصل المحيط. يساوي مساحة الدائرة*

(٦٣) بحوزتنا صور لخمس نسخ (مخطوطات) لكتاب بني موسى الذي حَرّره الطوسي. ويلاحظ أن برهان معادلة هيرون، الذي يظن الطوسي أنه للخازن، ملحق بعد نهاية كتاب بني موسى في أربع مخطوطات من المخطوطات الخمس التي بحوزتنا صور عنها.

(٦٤) ر: علي اسحق عبداللطيف [٢٢]، ويرد ذكر هذا البرهان في مناسبات عديدة في البحث ([٢٢]: ٥٩ـ١٤٥).

(٦٥) نكتب نص الطوسي لهذه النظرية كما أورده في تحريره لكتاب بني موسى: «*كل دائرة، فسطح نصف قطرها في نصف محيطها هو مساحتها*».

ﺃ ﺏ ﺣ ، *لأن الخط ﺃ ﺏ هو القطر*»(٦٦). وَيُلاحظ أن بني موسى قد عَبَّروا عن العدد الحقيقي الهام ط = π بالعبارة: «*المقدار الذي إذا ضُرِبَ فيه القطر حصل المحيط*» وذلك لعدم وجود رمز لهذا العدد الهام في ذلك الوقت. **وهل ننتظر أي شيء أفضل من هذا الكلام** بالنسبة لذلك الوقت؟!

ونحن لا نعلم ـ في الوقت الحاضر ـ العنوان الأصلي(٦٧) لكتاب بني موسى المذكور. أما العنوان: «معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية» فقد أطلقه نصير الدين الطوسي على الكتاب، وَيُلاحظ أن العنوان يشير إلى أن من أراد أن يعرف مساحة الأشكال المستوية ومساحة سطوح وحجم الأشكال المجسمة فيمكنه الاطلاع على كتاب بني موسى. وكان الكتاب متداولاً بشغف لدى اللاتين والعرب في العصور الوسطى، ومن الأدلة على ذلك:

— ترجمة جيرارد الكريموني للكتاب في القرن الثاني عشر الميلادي.
— انتحال العديد من العلماء اللاتين لنظريات وبراهين الكتاب.
— تحرير الطوسي للكتاب وإضافته إلى مجموعته «المتوسطات» بسبب أهميته.

أما مجموعة «**المتوسطات ـ بين أقليدس والمجسطي**» التي حررها الطوسي في القرن السابع من الهجرة (ق١٣م) فتشتمل على تحريره لمجموعة قَيِّمة وهامة من الكتب الهندسية والفلكية الإغريقية، مضافاً إليها تحريره لكتابين عربيين رأى الطوسي أنهما هامان هما: معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية لبني موسى، وكتاب المفروضات لثابت بن قرة. وهذا يدعونا للحديث عن «مفروضات ثابت».

لقد كتب ثابت بن قرة كتابه «المفروضات» في القرن الثالث للهجرة (ق ٩م)، فهو من أوائل الكتب الهندسية العربية. ونحن نرجح أن ثابتاً لم يكن يعلم أن إحدى نظريات

---

(٦٦) نكتب ما يعادل النص المذكور في المتن كما أورده الطوسي في تحريره لكتاب بني موسى: «*ومربع نصف ﺃ ﺏ فيما إذا ضرب فيه القطر حصل المحيط هو مساوٍ لسطح الدائرة*»، حيث ﺃ ﺏ = قطر الدائرة.

(٦٧) **يكتب ابن النديم ([٦]: ٣٣١): «كتاب مساحة الأكر وقسمة الزوايا بثلاثة أقسام متساوية ووضع مقدار بين مقدارين ليتوالى على قسمة واحدة»، ويكتب ابن القفطي ([٣٢]: ٣١٦): «كتاب مساحة الكرة وقسمة الزاوية بثلاثة أقسام متساوية»**. ومن الواضح أن العنوانين المذكورين في كتابي ابن النديم وابن القفطي هما اسماء جزئية لمحتويات الكتاب.

كتابه قد وردت في أحد الكتب الإغريقية(٦٨)، وعدا هذه النظرية فإن نظريات ثابت لم ترد في الكتب الإغريقية، لذا فنحن نرى أن كتاب ثابت «المفروضات» هو كتاب مؤلف أصيل.

هذا ونحن نرى(٦٩) أن مادة مفروضات ثابت كانت بداية نهج هندسي عربي إسلامي جديد، وأنها **هندسة مستوية عملية** كان لها أهميتها في العصور الوسطى قبل تطور الجبر والمثلثات والهندسة التحليلية والعلوم الرياضية الأخرى، وقد اختفت بعد تطور هذه العلوم، فهي هندسة مستوية عملية غير مألوفة لدينا في الوقت الحاضر. ويحتوي الكتاب على اثنتي عشرة نظرية (مسألة) هندسية إنشائية، ونظرية (مسألة) واحدة من الهندسة المستوية المألوفة، وثلاث وعشرين نظرية (مسألة) إنشائية هندسية جبرية.

يقول الروسيان روزينفيلد وَجرِيجوريان (B.A.Rosenfeld and A.T.Grigorian) ([٣٤]: ٢٨٩): «كان كتاب المفروضات لثابت متداولاً بشغف في العصور الوسطى، وأدخله نصير الدين الطوسي ضمن تحريره كتب المتوسطات بين أصول أقليدس والمجسطي». ونحن نرى أن أحد أسباب تداوله في العصور الوسطى هو إمكانية استعمال نظرياته عملياً.

ويقول فرانسيس كارمودي (Francis J. Carmody) ([٣٥]: ٢٩): *«من المفترض أن كتاب المفروضات لثابت (عَيِّنَة ١٤) يُمَثِّل أساليبه الأساسية في الهندسة. ولكي نُحَدِّد طبيعة أعماله بدقة، يجب علينا العثور على نسخة يسبق تاريخها تحرير الطوسي للكتاب. ومجرد حقيقة تحرير هذا العمل، بعد أربعة قرون، لهو دليل على التقدير الذي كان يحظى به»*(٧٠).

(٦٨) وجدناها ـ بعد الاطلاع على كثير من الكتب الإغريقية ـ في كتاب بابوس الإسكندري "Collections" ([٣٣]: ٢٧٦، ٢٧٧)، وهو مجموعة رياضية إغريقية جمعها بابوس الإسكندري في أواخر القرن الثالث بعد الميلاد، وقد حققها فريدريكوس هالتش (Fridericus Hultsch) [٣٣] باليونانية وترجمها إلى الفرنسية. ومع أن بعض مادة الكتاب وصلت العرب على شكلها الأصلي، غير أنها لم تصل العرب كما كتبها بابوس. وعلى ما نعلم لم يصل كتاب بابوس المذكور إلى العرب. لذا فنحن نرجح أن ثابتاً لم يطلع على النظرية المذكورة في المتن.

(٦٩) لقد درسنا مادة مفروضات ثابت، غير أن دراستنا لم تنشر حتى كتابة هذه السطور.

(٧٠) نكتب هنا النص الأصلي للفقرة التي ترجمناها في المتن:

"Thābit's Liberdatarum (Spec. 14) presumably illustrates his basic methods in geometry. To determine the exact nature of his practices we should locate a copy that antedates aṭ-Ṭūsī's revision; the mere fact that the work was revised four centuries later proves the esteem in which it was held".

ويُلاحظ: Liberdatarum = اسم كتاب المفروضات باللاتينية.

وهذا يدعونا للقول: لقد حالفنا الحظ بالعثور على نسخة للكتاب الأصل ـ بلفظ ثابت ـ نسخت في القرن الخامس من الهجرة (ق ١١م) أي قبل قرنين من تحرير الطوسي لمفـروضات ثابت. وعلى ما نعلم، لم تُكْتَشفْ أية نسخة للكتاب الأصل، بلفظ ثابث، سوى هذه النسخة، فهي نسخة فريدة هامة. وبعثورنا على هذه النسخة نكون قد حققنا أهم مطلب من مطالب فرانسيس كارمودي.

كما نذكر أنه يوجد، في مكتبات العالم المختلفة، ما لا يقل عن ثماني عشرة نسخة من «تحرير» الطوسي للكتاب، اطلعنا على عدة نسخ منها، ويمكننا القول: يحتوي الكتابان ـ الأصل والتحرير ـ على المادة عينها، ولكنهما يختلفان اختلافاً جوهرياً في الأسلوب والترتيب.

وذكر كارل بروكلمان ([٣٦]: م٣: ١٧٥) على لسان سوتر وَستانشنايدر: إن كتاب مفـروضـات ثابت يسـاوي كتـاب المعـطيات لأقليدس. وتـأكـدنا بعد تحقيقنا ودراستنا لمفروضات ثابت واطلاعنا على معطيات أقليدس أنهما مختلفان في مادتيهما، مع علمنا بوجود بعض المسائل في معطيات أقليدس التي تنتمي إلى الهندسة الجبرية الإنشائية.

ونتحول إلى القرن الرابع من الهجرة (ق ١٠م). لم يكن النصف الأول من القرن الرابع للهجرة (نصف أول: ق١٠م) مزدهراً بالعلوم ما فيه الكفاية بالموازنة مع الفترة السابقة (٢٠٠ ـ ٣٠٠هـ) والفترة اللاحقة (٣٥٠ ـ ٤٥٠هـ). وإضافة إلى أبي جعفر الخازن آنف الذكر، فمن أبرز علماء الهندسة في هذه الفترة: إبراهيم بن سنان (عاش: ٢٩٦ ـ ٣٣٥ / ٩٠٨ ـ ٩٤٦)حفيد ثابت بن قرة.

وتنتمي بعض أعمال ابن سنان(٧١) الهندسية إلى ما وَسَمْناه آنفاً: «نظريات (مسائل) هنـدسية إنشائية، ونظريات (مسائل) إنشائية هندسية جبرية»، ومنها: «مقالة في طريق التحليل والتركيب وسائر الأعمال في المسائل الهندسية»(٧٢)، وَ «كتاب المسائل المختارة»،

---

(٧١) نشرت جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن سنة ١٣٦٧ / ١٩٤٨، كتاباً وَسَمَتْه: «رسائل ابن سنان» [٣٧]، ويتضمن ست رسائل (مقالات) لإبراهيم بن سنان. كما نشر المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب بالكويت، سنة ١٤٠٣/١٩٨٣، كتاباً بتحقيق أحمد سليم سعيدان، وَسَمَهُ: «رسائل ابن سنان» [٣٨]، ويتضمن مقدمة وسبع رسائل لابن سنان، وثلاثة ملاحق. ويُلاحظ، يحمل الكتابان العنوان نفسه.

(٧٢) لنـا ملاحـظة بخصـوص مقالة ابن سنان: «مقالة في طريق التحليل والتركيب وسائر الأعمال في المسائل الهندسية». فقد نُشِرَت هذه المقالة مبتورة في الكتابين: «رسائل ابن سنان» [٣٧] (نشرة حيدر آباد الدكن)، وَ«رسائل ابن سنان» [٣٨] (نشرة الكويت، بتحقيق أحمد سليم سعيدان). ثم أكمل كاتب هذه الصفحات =

وقد يمكننا اعتبار هذه المسائل (النظريات) امتداداً لنهج ثابت في مفروضاته، بيد أنها أكثر تعقيداً من مسائل (نظريات) مفروضات ثابت بشكل ملحوظ.

ولابن الهيثم أعمال عديدة ـ نتحدث عنها في فصول لاحقة ـ لها علاقة مباشرة بطريق التحليل والتركيب والتحديد[٧٣] أيضاً، ومنها: **«مقالة في التحليل والتركيب»** وَ **«تمام كتاب المخروطات»**.

ونحن يُهِمُّنـــا الفـترة ما بين ٣٥٠ ـ ٤٥٠هـ (نصف ثان: ق١٠م ـ نصف أول: ق١١م) لأنها:

- الفترة التي عاش خلالها ابن الهيثم (نوضح لاحقاً أنه عاش: ٣٥٤ ـ ٤٣٢ / ٩٦٥ - ١٠٤١).
- الفترة الذهبية حيث الإنتاج والإبداع العلمي المؤلف الأصيل.
- الفترة التي شهدت وضع كتاب الفهرست (وضع: ٩٨٧/٣٧٧) لابن النديم.
- الفـترة التي شهـدت عمالقـة، أمثـال: ابن سينـا، والبـيروني، وابن الهيثم، والقوهي (الكوهي) «شيخ عصره في صناعة الهندسة».
- الفترة المؤسفة المؤلمة سياسياً[٧٤].

يقول جورج صارتون ([٩]: م١ : ٦٤٨) بخصوص انتعاش العلوم في هذه الفترة: «*لم يحدث مثل هذا النشاط الغزير ولا حتى في قِمّةِ أيام الإسكندرية*».

ويقول فؤاد سزكين ([١]: ٧١، ٧٢): «*إن تاريخ الرياضيات للمسلمين والعرب يعرف منذ أواسط القرن الرابع حلولاً مختلفة لمعادلات من الدرجة الثالثة ومن حين إلى آخر*

= المقالة المذكورة، راجع: علي إسحق عبداللطيف «تكملة مقالة في طريق التحليل والتركيب لإبراهيم بن سنان» ([٣٩]: ١١١ ـ ١٢١) سنة ١٤٠٨ / ١٩٨٨. وللعرب أربع مقالات حول طريق التحليل والتركيب لثابت بن قرة، وإبراهيم بن سنان، وأبي سعيد السجزي، وابن الهيثم، وسوف نحقق جزءاً من مقالة ابن الهيثم «في التحليل والتركيب» في فصل لاحق، وهي أفضل عمل وضع حول هذا الموضوع، إذ إنها مقالة ضخمة شاملة تعطي الموضوع حقه. وعلى ما نعلم، لم يرد مقالات للعلماء الإغريق حول هذا الموضوع، فهو موضوع عربي إسلامي.

(٧٣) نورد تعريف المصطلحات: «التحليل، والتركيب، والتحديد» في حينه.

(٧٤) لقد شجع الأمراء البويهيون الإبداع والابتكار العلمي في هذه الفترة، بيد أن منافسة بعضهم بعضاً على الحكم من جهة، والمنافسة بينهم وبين أمراء الدويلات الأخرى من جهة ثانية، كانت قوية وأحياناً بشعةً.

لمعادلات من الدرجة الرابعة».

ونحن نقول: لقد شهدت الفترة ما بين ٣٥٠ ـ ٤٥٠هـ أعمالاً هندسية عربية أصيلة قَيِّمة تُعَدّ إضافة إلى الهندسة الإغريقية، ومن الممكن اعتبار بعضها هندسة عالية. ولا شَكَّ أن هذه الأعمال تحتاج إلى دراسة تقيميّة جادّة، لأن ما حُقِّق وَدُرِسَ منها قليل. وقد تحدثنا عن بعض هذه الأعمال عند حديثنا عن أصول أقليدس ومخروطات أبولونيوس. كما أن معظم ما سيرد في هذا الكتاب لاحقاً يخص هذه الفترة.

لقد ذكرنا سابقاً ـ خلال تمهيدنا هذا ـ بعض أعمال ابن الهيثم الهندسية التي سنتحدث عنها لاحقاً في هذا الكتاب. ولكن هنالك أعمالاً هندسية أخرى لابن الهيثم سوف نطرقها لاحقاً أيضاً، ومنها:

— رسالته في «تربيع الدائرة» ونحققها بكاملها في حينه. كما نتحدث عن «النسبة» عند ابن الهيثم، وقد تحدث عن «النسبة» في رسالته «تربيع الدائرة» وفي العديد من أعماله الهندسية الأخرى. وذهب هاينرخ سوتر (Heinrich Suter) [٤٠] ـ سنة ١٨٩٩م ـ إلى أن حديث ابن الهيثم عن «النسبة» مجرد فلسفة وليس هندسة. ونحن نرى أن سوتر، كغيره من المستشرقين الغربيين الرُوّاد، حكم على الظاهر دون أن يحاول فهم الجوهر، وقد نقل عنه، وتَبَنّى وجهة نظره الكثير من الباحثين والمؤرخين الذين جاءوا بعده. بيد أننا نرى غير ذلك؛ فنحن نرى ـ بعد التعمق في محاولة فهم كلام ابن الهيثم ـ أن حديثه عن «النسبة» هو رياضيات، وأنه كان يحاول تعريف وحدانية وتمام وفروع ناتج النسبة بين مقدارين متجانسين، أي: وحدانية العدد الحقيقي (uniqueness of a real number)، وتمام الأعداد الحقيقية (Completeness of real numbers)، وفروع الأعداد الحقيقية: النسبية (القياسية)، وغير النسبية (غير القياسية) الإنشائية، وغير النسبية (غير القياسية) غير الانشائية. [Branches of real numbers: rational, constructible irrationals, non-constructible irrationals]. وبذلك يكون ابن الهيثم السّباق في هذا المجال.

— مقالته في «المساحة» التي توضح أنه يمكننا اعتباره مهندساً مدنياً ـ تخصص مساحة ـ وفيها يقدم للمَسّاحين معلومات مساحية وهندسية عملية ونظرية، بعضها مشفوع بالبرهان، ونحقق هذه المقالة بكاملها في حينه.

— عمله في إيجاد «مساحة الكرة» (أي: حجم الكرة)، ونشرح هذه المقالة ونحققها بكاملها في حينه. وكذلك نتحدث عن عمله في إيجاد «مساحة المجسم المكافىء» (أي: حجم المجسم المكافىء)، حيث يقوم بإيجاد حجم مجسم مكافىء سبقه إليه أرشميدس وثابت ابن قرة والقوهي، غير أن حلّ ابن الهيثم عام وأفضل ممن سبقوه. وكذلك يجد حجماً آخر لمجسم مكافىء آخر لم يسبقه إليه أحد، وهذا المجسم أصعب من المجسم المكافىء الأول الذي عمله هو ومن سبقوه. ونحن نرى أن طريقته في برهان هذه الأعمال قد مهّدت لعلم التفاضل والتكامل، إذ إنه استعمل حساب الصغائر ومجاميع تكاملية تذكرنا بمجاميع ريمان (Riemann) التكاملية التي قام بعملها ريمان في القرن التاسع عشر الميلادي. ولعل ريمان قد اطلع على أعمال ابن الهيثم هذه.

— قوله «في شكل بني موسى» ونحققه بكامله في حينه. يوضح ابن الهيثم موضع «السهو» الذي لحق ببني موسى في إحدى مسائلهم، ثم يحلل المسألة تحليلاً دقيقاً، ويجعلها أقساماً، ويضع الحل الصواب لكل قسم من هذه الأقسام. ثم يضيف شرطاً يجعل الشروط المتوافرة ضرورية وكافية (necessary and sufficient) لتغدو المسألة صحيحة دائماً. فهذا القول هو مثال حي على ميل ومقدرة ابن الهيثم على تحليل المسائل إلى جميع وجوهها (حالاتها، أقسامها) ووضع الحل الصحيح لكل وجه من هذه الوجوه. وإضافة إلى شكل بني موسى، فقد وضع ابن الهيثم يده على العديد من الثغرات الهندسية التي تركها أرشميدس ـ عبقري العالم القديم ـ فارغة، وملأها بحلول هندسية صحيحة تستند إلى القطوع المخروطية.

— مقالته الطويلة «في الأشكال الهلالية»، ونحققها بكاملها في حينه. وتؤكد هذه المقالة طول باع ابن الهيثم في الهندسة. ويدخل الكثير من نظريات هذه المقالة في نطاق ما يمكن تسميته «تربيع الهلال». ونرجح أن ابن الهيثم لم يكن يعلم أن إبوقراط الإغريقي (ق: ٥ ق.م) تطرق إلى سطح هذه المادة الهندسية التي تعمّق فيها صاحبنا ابن الهيثم. فمعظم نظريات هذه المقالة الرائعة القوية المتقنة تخص ابن الهيثم وحده.

— مقالته «في أن الكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها متساوية، وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها متساوية». وهذه مقالة ثانية طويلة رائعة متقنة تؤكد عمق تفكير وطول باع ابن الهيثم في الهندسة المستوية والمجسمة. ونحققها بكاملها في حينه.

ويقال إن العرب هم واضعو الهندسة الكروية، وتنتمي الأفكار والنظريات المجسمة في هذه المقالة إلى هذا العلم، فابن الهيثم هو من واضعي هذا العلم. وبشأن النظريات الرئيسية الواردة في مقالته، يقول ابن الهيثم: «*وقد ذكر أصحاب التعاليم هذا المعنى واستعملوه، إلّا أنه لم يقع الينا برهان لهم على هذا المعنى، ولا دليل مقنع، فدعتنا هذه الحال إلى إنعام النظر في ذلك. فَعَنَّ لنا برهان كُلِّي مستوفٍ لجميع معانيه*....». وفي مراجعتنا للأعمال الإغريقية والعربية التي سبقته، فإننا لم نر أي برهان لأي من هذه الحقائق، لذا وجب علينا القول: إن ابن الهيثم هو أول عالم يضع البراهين لهذه الحقائق الهندسية المهمة. ويمكننا القول إن بعض النظريات المجسمة، في هذه المقالة، هي امتداد لبعض النظريات المسطحة الواردة في مقالته «في الأشكال الهلالية» والتي تخصه وحده.

ونقدم قولاً للشيخ أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري البغدادي يوضح أن عملاق الهندسة «ابن الهيثم» كان بشراً، يسهو ويخطىء.

كما نقدم فصلاً نتحدث فيه عن حياة ابن الهيثم ومآثره، وفصلاً ثانياً نتحدث فيه بإيجاز عن جميع أعماله الهندسية التي وصلتنا، وفصلاً ثالثاً نتحدث فيه عن أسلوبه في كتابة الهندسة.

وفي بداية كل عمل من أعمال ابن الهيثم الهندسية التي نقدمها، نتحدث بإيجاز عن الأعمال التي سبقت ابن الهيثم وبحثت في الموضوع نفسه، سواءً أكانت هذه الأعمال إغريقية أم عربية.

ويلاحظ أن صاحبنا ابن الهيثم قد أسهم في جلّ فروع الهندسة العربية، علماً بأن العرب قد طرقوا جلّ فروع الهندسة الإغريقية وأضافوا عليها.

ولكوننا نتحدث ـ في هذه المقدمة ـ عن الهندسة العربية، فنحن نرى من المناسب أن نقتبس جزءاً مما قاله ابن خلدون ([٢٥]: م٣: ١٠٩٧ ـ ١٠٠) حول علم الهندسة: «***هذا العلم هو النظر في المقادير، إما المتصلة كالخط والسطح والجسم، ... مثل... ومثل... وأمثال ذلك... وإما...***

والكتاب المترجم لليونانيين في هذه الصناعة كتاب أُقليدس، ويسمى كتاب الأصول وكتاب الأركان، وهو أبسط ما وُضِعَ فيها للمتعلمين، وأول ما تُرجم من كتاب اليونانيين

في الملة أيام أبي جعفر المنصور. وَنُسخه مختلفة باختلاف المترجمين. . . **ويشتمل على خمس عشرة مقالة: أربع في السطوح، وواحدة في الأقدار المتناسبة، وأخرى في نسب السطوح بعضها إلى بعض؛ وثلاث في العدد؛ والعاشرة في المنطقات والقوى على المنطقات ومعناها الجذور؛ وخمس في المجسمات**. وقد اختصره الناس اختصارات كثيرة كما فعله ابن سينا في تعاليم الشفاء. . .

واعلم أن الهندسة تفيد صاحبها إضاءة في عقله، واستقامة في فكره، لأن براهينها كلها بَيِّنة الإنتظام، جليّة الترتيب، . . . . وقد زعموا أنه كان مكتوباً على باب أفلاطون: من لم يكن مهندساً(٧٥) فلا يدخل منزلنا. وكان شيوخنا - رحمهم الله - يقولون: ممارسة علم الهندسة للفكر بمثابة الصابون للثوب الذي يغسل منه الأقذار وَيُنَقّيه من الأوضار والأدران. . .

ومن فروع هذا الفن: الهندسة المخصوصة بالأشكال الكريّة والمخروطات: أما الأشكال الكريّة. . . فالكلام في الهيئة(٧٦) كله كلام في الكرات السماوية وما يعرض فيها من القطوع والدوائر. . . ؛ **وأما المخروطات، فهو من فروع الهندسة أيضاً**، وهو علم ينظر فيما يقع في الأجسام المخروطية من الأشكال والقطوع. . .

وقد أفرد بعض المؤلفين في هذا الفن كتاباً في الحيل العملية(٧٧)، يتضمن الصناعات الغريبة والحيل المستظرفة كل عجيبة. وربما استغلق على الفهوم لصعوبة براهينه الهندسية. وهو موجود بأيدي الناس، ينسبونه إلى بني [موسى بن] شاكر. . .

ومن فروع الهندسة: المساحة. وهو فن يحتاج إلى مسح الأرض، ومعناه استخراج مقدار الأرض المعلومة بنسبة شبر أو ذراع. . . ويحتاج إلى ذلك في توظيف الخراج على المزارع والفُدُن وبساتين الفراسة وفي قسمة الحوائط والأراضي بين الشركاء والورثة وأمثال ذلك. . .

المناظر: من فروع الهندسة، وهو علم يتبينّ به أسباب الغلط في الإدراك البصري بمعرفة كيفية وقوعها بناء على إدراك البصر يكون بمخروط شعاعي رأسه يقطعه المبصر

---

(٧٥) أطلق العرب لقب «المهندس» على عالم الهندسة الجيد.

(٧٦) علم الهيئة: علم الفلك.

(٧٧) الحيل العملية: الهندسة الميكانيكية.

وقاعدته المرئي . . . **فيتبيّن أسباب ذلك وكيفيّاته بالبراهين الهندسية . . .** *وأشهر من ألّف فيه من الإسلاميين ابن الهيثم ، ولغيره أيضاً تآليف ، وهو من هذه الرياضة وتفاريعها»* .

ويلاحظ ، في الفقرة الأخيرة هذه ، أن ابن خلدون قد اعتبر كتاب ابن الهيثم «المناظر» [أي : البصريات] بأنه «من فروع الهندسة» . وحقيقة الأمر أن معظم براهين كتاب «المناظر» براهين هندسية ، وأهم مقالة في الكتاب ـ وهي المقالة الخامسة ـ هي مقالة هندسية من أَلِفِها إلى يائِها ، وتعرف باسم «مسألة الحسن (الهازن)» ؛ فَحَلُّهُ لهذه المسألة ـ البالغة التعقيد ـ يتسم بالعبقرية ، وهو سبب شهرة ابن الهيثم بصفته عالماً وعبقرياً في علم الضوء .

وننهي هذا التمهيد بقولنا : لقد رفض ابن الهيثم الوزارة والجاه والمال ، وكان زاهداً في الدنيا ينشد الحقيقة ، وَكَرَّس حياته باحثاً في العلم من أجل العلم . ولا عجب في ذلك ، فهو القائل : «**واشتَهَيْتُ إيثار الحق وطلب العلم** ، واستقرّ عندي أنه ليس ينال الناس من الدنيا أشياء أَجْوَدَ ، ولا أَشَدَّ قُرْبَةً إلى الله من هذين الأمرين[٧٨]» .

وَيُعَد ابن الهيثم عبقرياً في علم الضوء ، **وهنا نؤكد : إنه ـ أولاً وقبل كل شيء ـ عالم في علم الهندسة** وكان عملاقاً فيها . ونضيف أيضاً : إن الرأي السائد ، عند الباحثين والمؤرخين ، أن أرشميدس هو «عبقري العالم القديم» ، ونحن نرى أن ابن الهيثم هو «عبقري العصور الوسطى» .

ولا نغالي إذا قلنا : إن ابن الهيثم **«عالِم لكل العصور»** .

(د) ملاحظات حول طريقتنا في تحقيق المقالات الهندسية الواردة في هذا الكتاب :

قديماً قال البيروني : إن الكلام الفصيح لا مكان له في الكتب العلمية . وعموماً فإن اللغة العربية في معظم الكتب الهندسية العربية التراثية ركيكة ، ونحن نعتقد أن معظم علماء الهندسة العرب لم يكونوا متمكنين من العربية ، بيد أننا نرى أن لغة ابن الهيثم العربية جيدة .

وتحقيق الكتب العلمية يختلف عن تحقيق الكتب اللغوية والدينية والتاريخية . وهنا نحث القارىء على قراءة مقالة ـ للمرحوم أحمد سليم سعيدان ـ موسومة : «التراث العربي ،

---

(٧٨) يقصد : «إيثار الحق وطلب العلم» .

لماذا نحققه، وكيف؟» نشرها سنة ١٩٨٤ في مجلة مجمع اللغة العربية الاردني ([٢١]: ع٢٣-٢٤ : ٧-١٩).

لقد حُقِّقَت المقالات الهندسية الواردة في هذا الكتاب على فترات، متقاربة أحياناً، ومتباعدة أحياناً أخرى. ولكل مقالة أو مخطوطة مشكلاتها الخاصة بها، تفرض نفسها على المحقق، مما يجعل طريقة تحقيق هذه المقالة تختلف قليلاً عن تلك. فتحقيق مخطوطة غير منقوطة، يصل اتصال بعض كلماتها إلى خمس كلمات، يختلف عن تحقيق مقالة منقوطة، كلماتها غير متصلة، كما أن المخطوطات القديمة، غير المنقوطة أو المنقوطة جزئياً، قليلة الأخطاء، بينما تكثر الأخطاء الهندسية في المخطوطات المنقوطة غير القديمة، إلّا إذا كان الناسخ عارفاً في الهندسة كالحاج مصطفى صدقي (ق: ١٢هـ)، وهذا أمر نادر.

إننا لا نريد أن نقول إن تحقيق هذه المقالات إنجاز هائل، بل نقول إنه استغرق سنوات، واجهنا خلالها صعوبات ومعاناة في أثناء تحقيق بعض النظريات أو بعض الجمل وبالخصوص بعض الحروف الهندسية. فأحياناً كنا نقف عند تحقيق حرف هندسي واحد فترة من الزمن ليست بقصيرة.

ويقول أحمد سليم سعيدان [٣٨]: ١٢، ١٣): «*ولكن إذا كان الأمر يتعلق برموز تتشابه فيها الباء باللام والنون والياء، وتتشابه الجيم والحاء، والكاف والطاء، يغدو الأمر تحقيقاً لحروف لا لنصوص.* **ويغدو لزاماً أن يمضي التحقيق على مهل، فتحقيق الحرف الواحد قد يستغرق من الوقت ما لا يقدره إلّا من كابد التحقيق في كتب الهندسة بالذات.**
ولست أدعي أنني حققت إنجازاً يستحيل تحقيقه . . . . ذلك أن معظم هذه الرسائل هندسية، تستعمل حروف الأبجدية لتسمية الأشكال، وخط الناسخ واضح، إجمالاً، في كتابة الكلمات، إلا أن الحروف الرياضية عنده تتشابه، إضافة إلى أنه هو نفسه لا يبدو أنه يتحرى الدقة فيما يكتب أو يصور، فيلتبس عليه وعنده الجيم بالحاء والياء بالدال والكاف بالطاء، حتى الألف قد تلتبس باللام؛ **مما يجعل تحقيق كل حرف مسألة رياضية قائمة بذاتها».**

عموماً، نحن لا نجد ضرورة للتنبيه إلى جميع أخطاء الناسخ اللغوية، ذلك لأن كثيراً منها أخطاء متكررة واضحة جليّة غير جوهرية، كما أننا لا نرغب في أن تغدو الحاشية أكبر من المتن.

أما أخطاء الناسخ الهندسية فمن عادتنا أن نُنَبِّه إليها جميعاً، ذلك لأننا نؤثر في أن يحكم القارىء بنفسه إذا كان ما غَيَّرناه سليماً ـ هندسياً ـ أم لا. بيد أننا اضطررنا إلى الخروج عن هذه القاعدة في أثناء تحقيقنا للمقالة «أوسعية الكرة والدائرة. . .»، وذلك لأن أخطاء الناسخ الهندسية المتكررة في تلك المقالة بلغت المئات. وهذا يدعونا للقول:

استخدم ابن الهيثم، في النظرية السادسة (الشكل السادس) من مقالته «أوسعية الكرة والدائرة. . .»، سبعة وعشرين حرفاً من حروف الأبجدية «أبجد هوز حطي كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ»، واستثنى الحرف «ض» فقط. ويلاحظ أن هناك مجموعات من الأحرف التي يختلف الحرف فيها عن الآخر بنقطة أو أكثر، مثل: «ب، ت، ث»، «ج، ح، خ»، «ر، ز»، «د، ذ»، «ع، غ»، «ط، ظ»، «ف، ق»، «س، ش»، «ن، ي». ويسبب التشابه بين أحرف كل مجموعة من هذه المجموعات، وجهل ناسخ المخطوطة المعتمدة في الهندسة، فقد وصلت أخطاء الناسخ الهندسية في هذه المقالة إلى المئات. لذا لم ننبه ـ في هذه النظرية وفي بقية النظريات اللاحقة من تلك المقالة ـ إلى أخطاء الناسخ التي تخص كل مجموعة من الأحرف المذكورة. فإذا كتب الناسخ «أ» بدلاً من «ل» أو بدلاً من «ع» نبهنا إلى ذلك في الحاشية، أما إذا كتب «ح» بدلاً من «خ» فلم ننبه إلى ذلك. وأيضاً، فكي لا تطغى الحاشية على المتن، لم يكن واقعياً ولا منطقياً التنبيه إلى جميع أخطاء الناسخ الهندسية.

ومن عادتنا أن نبقي على أخطـاء المؤلف الهندسية دون تغيير، بيد أننا نعلق عليها في حينه.

ويجـدر أن نذكر أننا لا نحوّر لفظاً نعتبره ـ ههنا ـ لغة المؤلف، إذا كان اللفظ في التركيب غير منفّر، ولا يخلّ وجوده في التركيب بالمعنى الهندسي الصحيح، ذلك محافظة منا على لغة المؤلف، مثل قول ابن الهيثم: «فتسقط المشتركات، وهي. . . .»، فلا نصوب هذه الكلمات لاقتناعنا بأنها لغة خاصة بالمؤلف، مع أن عدد المشتركات اثنان. فالحديث عن المثنى والمؤنث بصيغة الجمع والمذكر أمر عادي في العلوم العربية.

وفي بعض الأحيان، نجد سقطاً في النص، يتداركه الناسخ بخطه في الهامش، مما يؤكد لدينا أن هذا الاستدراك سقط من الناسخ، فهو من كلام المؤلف، وهذا يجعلنا نصرف النظر عن التنبيه عليه في الحواشي.

وتمضي المقالة في كل المخطوطات الهندسية، فقرة واحدة من الأول إلى الآخر، خالية من علامات الترقيم، ففصلناها إلى: نظريات، ونتائج، وأقسام، وفقرات كثيرة، مساعدة للقارىء، كي يلتقط أنفاسه في أثناء قراءة براهين النظريات، التي في غالبها براهين طويلة. كما أننا وضعنا علامات ترقيم بين كلمات المؤلف، حتى يكون الكلام مكتوباً حسب معانيه، وهذا يساعد القارىء على فهم خطوات المؤلف.

ونكتب كالعادة «ثلاثة، كيفما، دائرة، . . .» بدلاً من «ثلثة، كيف ما، دايرة. . .». ونفصل الحروف الهندسية بعضها عن بعض، كما نفصل عن الحروف الهندسية الحروف غير الهندسية الملتصقة بها، فنكتب: «لِـ ا ب ح» بدلاً من «لابج»، «فَـ ا ب» بدلاً من «فاب»، «ب خ ط» بدلاً من «بخط».

أما الرموز العامة المشتركة في تحقيق كل مقالات هذا الكتاب فهي:

— ما أضفناه إلى النص: كملء سقطٍ أو إضافة كلمة توضيحية، حصرناه بين معقوفين [. . .]. وقد عَوَّلنا في ملء السقط على ما وجدناه من كلام المؤلف في أماكن أخرى من النص، متوخين بذلك حرصنا على الإحتفاظ بلغة المؤلف.
— ما نقترح حذفه من النص، حصرناه بين زاويتين <...>.
— قمنا ـ في بعض الأحيان ـ برسم أشكال هندسية إضافية لتناسب ظروف بعض النظريات. وفي هذه الحالات، أرفقنا الرسم بالكلمتين: [رسم المحقق].
— نبهنا إلى بداية الصفحة التي حققناها هكذا:

[ل: ٦٥أ] = بداية وجه الورقة ٦٥ من مخطوطة لينينغراد، حيث «أ» ترمز إلى وجه الورقة، ل = لينينغراد.

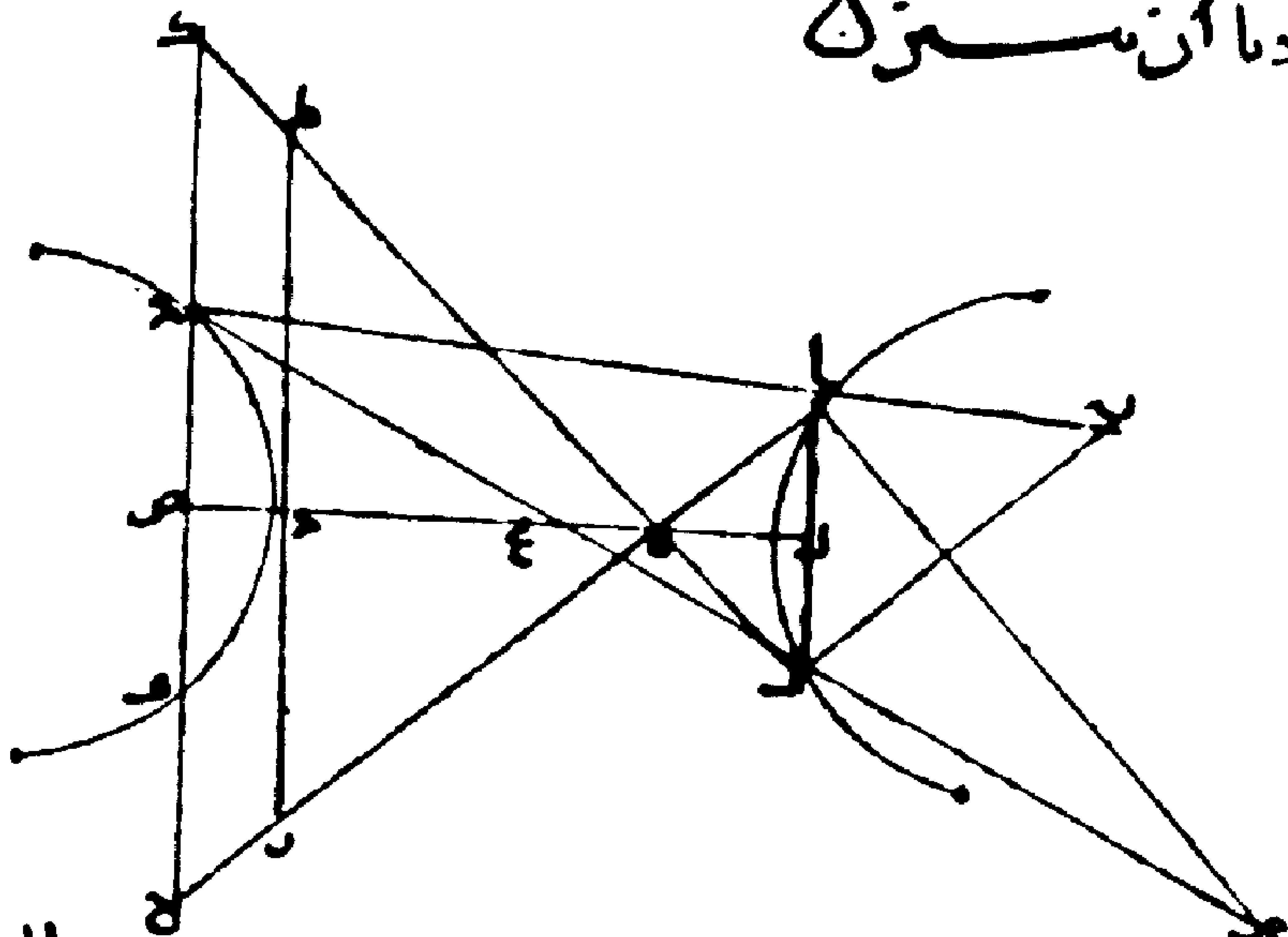
[ع: ١٧١ب] = بداية ظهر الورقة ١٧١ من مخطوطة عاطف، حيث «ب» ترمز إلى ظهر الورقة، ع = عاطف.

ملاحظة أخيرة: اعتمدنا مخطوطة عاطف ١٧١٤ في تحقيق عدد من مقالات ابن الهيثم الواردة في هذا الكتاب. وتحدثنا عن هذه المخطوطة في الفصل الرابع عشر «أشكال ابن الهيثم الهلالية»، ذلك لأن تحقيق «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية» كان من أوائل المقالات المحققة في هذا الكتاب، فنحيل القارىء على ذلك الفصل للتعرف على هذه المخطوطة. أما بقية المخطوطات المعتمدة فتحدثنا عن كل واحدة منها في حينه.

الفصل الثاني

حياة ابن الهيثم ومآثره

لـ ذا المربع د ه ومن ستة سطح ا ه من ب السطح ا ل ول ب ستة
... اتم وب المربع ا ب من ثم من ستة مربع لـ ذ ا لى
مربع د ه ومن ستة سطح ا ه و ب السطح ا ل ول ب وذلك ما
اردنا ان نبين ٥



تمت المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس في المخروطات والحمد لله رب العالمين
وصلى الله على محمد خاتم النبيين وعلى آله الطاهرين وسلم تسليما

نسخ هذا الجزء بخطه الحسن بن الحسن بن الهيثم وصححه من أوله
إلى آخره وفرغ من تصحيحه في صفر من سنة خمس عشرة وأربعمائة
ونسخ هذه الأسطر في يوم السبت لست خلون من الشهر المذكور
حامداً لله وشاكراً لأنعمه ومصلياً على نبيه محمد صلى الله
عليه وعلى آله .

أنهيته بحثاً وبحثت ما عثرت عليه فيه
من سقم وأصلحت ما وجدت في صور أشكاله
من خلل وكتب محمد ...
حامداً لله تعالى ومصلياً على سيدنا محمد رسوله
وآله وصحبه وسلم

الصفحة ١٣٥ أ، مخطوطة أيا صوفيا ٢٧٦٢ التي تشتمل على مخروطات أبولونيوس. ويتضح في هذه الصفحة أن ابن الهيثم نفسه نَسَخَ تلك المخطوطة ورسم أشكالها الهندسية. ونفهم لاحقاً «أن ابن الهيثم كان ينسخ في مدة سنة ثلاثة كتب» علمية إغريقية «في ضمن أشغاله . . . فإذا شرع في نسخها، جاءه من يعطيه فيهم مائة وخمسين ديناراً مصرية . . . فيجعلها مؤونته لسنته».

حياة ابن الهيثم ومآثره

هناك ثلاثة مصادر أوَّلِيّة من القرنين السادس والسابع للهجرة تتحدث عن صاحبنا ابن الهيثم:

— **ظهير الدين البيهقي** (ت: ٥٦٥/١١٦٩ - ١١٧٠)، **«تاريخ حكماء الإسلام»** ([٤١]: ٨٥): *«الحكيم بطلميوس الثاني: أبو علي ابن الهيثم. كان تِلْوَ بطلميوس في العلوم الرياضية والمعقولات وتصانيفه [أكثر] من أن تحصى»*.

— **ابن القفطي** (ت: ٦٤٦/١٢٤٨)، **«إخبار العلماء بأخبار الحكماء»** ([٣٢]: ١١٤): *«الحسن بن الحسن بن الهيثم، أبو علي، المهندس البصري، نزيل مصر. صاحب التصانيف والتآليف المذكورة في علم الهندسة. كان عالماً بهذا الشأن، متقناً له، متفنناً فيه، قيِّماً بغوامضه ومعانيه. مشاركاً في علوم الأوائل. أخذ الناس عنه واستفادوا منه»*.

— **ابن أبي أصيبعه** (ت: ٦٦٨/١٢٦٩)، **«عيون الأنباء في طبقات الأطباء»** ([٤٢]: ٥٥٠): *«هو: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم. أصله من البصرة، ثم انتقل إلى الديار المصرية، وأقام بها إلى آخر عمره. وكان فاضل النفس، قوي الذكاء، مُتفنناً في العلوم. لم يماثله أحد من أهل زمانه في العلم الرياضي، ولا يقرب منه»*.

وكذلك، يذكره مصدر أولي آخر من القرن الخامس للهجرة: **أبو القاسم صاعد بن أحمد بن صاعد الأندلسي** (ت: ٤٦٢/١٠٦٩ - ١٠٧٠)، **«كتاب طبقات الأمم»** ([١٠]: ٦٠): *«ومنهم ابن الهيثم المصري صاحب التآليف في المرآي المحرقة. أخبرني القاضي أبو زيد عبدالرحمن بن عيسى بن محمد بن [عبد] الرحمن أنه لقيه بمصر سنة ثلاثين وأربعمائه»*. ويمكننا القول إن صاعد الأندلسي كان معاصراً لابن الهيثم.

يقول كمال الدين الفارسي (ت: ٧٢٠ / ١٣٢٠) في كتابه: «تنقيح(١) المناظر لذوي

---

(١) تنقيح المناظر. تعني: تنقيح كتاب ابن الهيثم «المناظر»، وتم التنقيح حوالي (٧١٠ / ١٣١٠).

الإبصار والبصائر» (*[٤٣]*: م١ : ١١): *«قال الحكيم الفاضل : أبو علي الحسن بن الحسين ابن الهيثم. . . .»*.

يذكر **حاجي خليفة** (ت: ١٠٦٧هـ) ـ في كتابه : **«كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون»** ([١١]: م١ : ١٣٧-١٣٨) ـ بعض العلماء العرب الذين لهم علاقة بكتاب أقليدِس في أصول الهندسة والحساب، ويقول: *«أبو علي الحسن بن الحسن البصري، نزيل مصر. شرح مصادراته، وله أيضاً ذكر شكوكه والجواب عنه»*.

وَيُلاحظ اختلاف الروايات بخصوص اسم ابن الهيثم الأول واسم والده. فهل اسمه الأول: «محمد» أم «الحسن»؟ وهل اسم والده: «الحسن» أم «الحسين»؟ كما تجمع الروايات أن كنيته «أبو علي». وقد ورد سهواً غير هذا في قِلَّة من المخطوطات.

ومن الغريب أن **عمر رضا كحالة**، صاحب **«معجم المؤلفين»** [٤٤]، أورد ترجمة ابن الهيثم مرتين!؟: الأولى في المجلد الثالث (ص: ٢١٥ ـ ٢١٦)، قائلاً: *«الحسن بن الحسن ابن الهيثم البصري، نزيل مصر (أبو علي). . .»*. والثانية في المجلد التاسع (ص: ٢٢٥ ـ ٢٢٦)، قائلاً: *«محمد بن الحسن بن الهيثم، ويلقب ببطليموس الثاني (أبو علي). . .»*. فهل اعتقد عمر رضا كحالة أن الاسمين اسمان لعالمين مختلفين؟

وبالنسبة لاسمه الأول، نقول:

— ورد الاسم «الحسن» كاسم أول لابن الهيثم في معظم المخطوطات التي اطلعنا عليها أو نعلم بوجودها.
— نحن لا نعلم بوجود أية مخطوطة تذكر الاسم «محمد» كاسم أول لابن الهيثم.
— يضاف أحياناً ـ على سبيل البركة ـ الاسم «محمد» إلى الاسم الأول، ونكتب «محمد أمين» بدلاً من «أمين»، ونتساءل: هل كتب ابن أبي أصيبعة: «محمد الحسن بن الهيثم»؟! أم كتب «محمد بن الحسن بن الهيثم»؟!
— على ما نعلم، فقد عاش ابن الهيثم سنواته الأخيرة في مصر، حيث أنتج معظم أعماله التي وصلتنا، ومنها كتابه «المناظر». وجرت العادة عند المصريين أن يكنى الحسن بأبي علي، وعلي بأبي الحسن.
— تجمع الروايات أن كنيته «أبو علي».

فهذه الأمور تجعلنا نرجح أن اسمه الأول: «الحسن» (أبو علي).

ورجح **هاينرخ سوتر** (H. Suter) ([٤٥]: م١ : ٤١٢) «الحسن» اسماً أولاً له، ولكنه وضع شكاً بخصوص اسم والده، وقال: «*الحسن بن الحسن (أو الحسين) بن الهيثم*».

أما *كارل بروكلمان* (C. Brockelmann) ([٤٦]: إضافي م١ : ٦١٧) فقال: «*أبو علي الحسن (محمد) بن الحسن (الحسين بن حسين) بن الهيثم البَصري المِصري*»(٢).

وكتب **فؤاد سزكين** ([١٢]: م٥ : ٣٥٨): «*أبو علي الحسن بن الحسن بن الهيثم*». وهذا هو الاستعمال السائد (ولا نقول: الرأي السائد) لدى الباحثين والمؤرخين المعاصرين.

ومع أننا نأخذ ـ تساوقاً مع «الاستعمال السائد» ـ بهذا الاسم الأخير، لكننا لا نرى ما يمنع من أن يكون اسمه: «الحسن بن الحسين بن الهيثم»، فقد ورد اسمه بهذا الشكل في العديد من المخطوطات التي اطلعنا عليها، ومنها: مخطوطة عاطف ١٧١٤/١٧، ص: ١٥٨ب ـ ١٧٧ب المعتمدة في تحقيقنا لمقالته: «**مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية**»، وكذلك مقالته: «**تمام كتاب المخروطات**» الموجودة كمخطوطة فريدة في مانيسا بتركيا، وأيضاً رسالته: «**رسالة في أضواء الكواكب**» وهي الرسالة الأولى في مجموعة رسائل ابن الهيثم [٥٤] التي نشرتها جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن سنة ١٣٥٧/١٩٣٨.

وعدا بعض الحالات النادرة، فليس من عادة المسلم العربي أن يسمي ابنه باسمه. وهذا يجعلنا لا نستبعد أن يكون اسم والده «الحسين».

إن الأمور التي ذكرناها تجعلنا لا نستبعد أن يكون اسمه: «**(أبو علي) الحسن بن الحسين بن الهيثم**».

وبوجه آخر،

فهناك مخطوطة أيا صوفيا ٢٧٦٢، تشتمل على مخروطات أبولونيوس. ومن المفروض أن ناسخها هو ابن الهيثم نفسه، وأنه انتهى من نسخها «لست خلون» من شهر صفر سنة

---

(٢) C. Brockelmann: "Abū 'A. al-Ḥ. (M.) b. al-Ḥ. (al-Ḥu. b.Ḥu) b. al-Haiṯam al-Basrī al-Misrī"

وعلى ذمة هاينرخ سوتر [٤٠] هناك العنوان: «قول للشيخ أبي علي الحسين بن الحسين بن الهيثم في تربيع الدائرة»، مخطوطة الفاتيكان ٣٢٠، قسم المخطوطات العربية والفارسية والتركية.

٤١٥هـ، الموافق: ١٨/نيسان (إبريل)/١٠٢٤م.

لقد أرفقنا ـ في بداية هذا الفصل ـ صورة للصفحة ١٣٥أ من المخطوطة المذكورة (أيا صوفيا ٢٧٦٢). وإذا استثنينا الملاحظة التي أضافها ـ في ذيل الصفحة ـ القارىء العارف في الرياضيات والهندسة «محمد بن عمر بن أحمد بن أبي جرادة» الذي ولد في القاهرة سنة ١٢٩١م (أو: ١٢٩٢م)، فإن تلك الصفحة تقرأ ما يلي:

«... ل ى إلى مربع ى ه ومن نسبة سطح ا ه في ه ب إلى سطح ا ل في ل ب؛ فنسبة سطح ا م في ن ب إلى مربع ا ب، هي مُركَّبة من نسبة مربع ل ى إلى مربع ى ه ومن نسبة سطح ا ه في ه ب إلى سطح ا ل في ل ب. وذلك ما أردنا أن نُبيِّنَ.

تمت المقالة الثالثة من كتاب أبلونيوس في المخروطات. والحمد لله رب العلمين وصلى الله على محمد خاتم النبيين وعلى آله الطاهرين وسلم تسليماً.

كتب هذا الجزء وَشَكَّلَه الحسن بن الحسن بن الهيثم، وصَحَّحَهُ من أَوَّلِهِ إلى آخِرِهِ، وَفَرَغَ من تصحيحهِ في صفر من سنة خمس عشرة وأربع مايه. وكتب هذه الأسطر في يوم السبت لست خلون من الشهر المذكور. حامداً لله، وشاكراً لأنْعُمِهِ، وَمُصَلِّيًا على نَبِيِّهِ محمد صلى الله عليه وعلى آله».

وإذا أنعمنا النظر في الصفحة المذكورة (ص ١٣٥أ، أيا صوفيا ٢٧٦٢)، يمكننا ملاحظة ما يلي:

— الجملة: «*كَتَبَ هذا الجزء وَشَكَّلَهُ الحسن بن الحسن بن الهيثم*...» تعني: أن ابن الهيثم نفسه نسخ ذلك الجزء ورسم أشكاله الهندسية.

— الكلمات منقوطة جزئياً، وهذا الأمر عادي، فقد كانت الكلمات تكتب منقوطة جزئياً في زمن ابن الهيثم.

— إن الطريقة التي ورد فيها اسم ابن الهيثم، في تلك الصفحة، تستبعد استبعاداً يكاد يكون كلياً في أن يكون اسمه الأول محمداً.

— لا يوجد أخطاء في التهجئة في تلك الصفحة، كما أن جميع حروف الكلمات كاملة التسنين دون نقصان أو زيادة.

وعلى ذلك، فإننا إذا قبلنا أن ابن الهيثم لم يخطىء في تسنين جميع أحرف اسمه، فيكون اسمه: «الحسن بن الحسن بن الهيثم».

وثمة تناقض في الروايات الأولية التي تتحدث عن حياة ابن الهيثم:

— **رواية البيهقي**: حمل ابن الهيثم «*كتاباً في الحيل، بيّن فيه حيلة إجراء نيل مصر عند نقصانه في المزارع*» قاصداً قاهرة مصر، ونزل في خان، حيث قيل له إن صاحب مصر ـ الحاكم بأمر الله الفاطمي[3] (حكم مصر: ٣٨٦ ـ ٤١٢/٩٩٦ـ١٠٢١) ـ على باب الخان يطلبه، «*فخرج أبو علي ومعه كتابه*». وكان ابن الهيثم قصير القامة بينما كان صاحب مصر يركب حماراً مصرياً، فاضطر أبو علي للصعود على «*دكان*»[4] ليستطيع تسليم الكتاب للحاكم، وفعل. ورأى الحاكم أن تكلفة المشروع أكثر من منافعه، فقال له: «*أخطأت فإن مؤونة هذه الحيلة أكثر من منافع الزرع*»، وأمر بهدم الدكان ومضى. فخاف ابن الهيثم على نفسه، وهرب «*وأقام بالشام*»، عند أحد الأمراء الذي «*أجرى عليه أموالاً كثيرة*». ورفض أبو علي المال موضحاً أنه يكتفي بقوت يومه ويرغب بالتفرغ للبحث العلمي، ولم يقبل بعد ذلك «*إلّا نفقة احتاج إليها، ولباساً متوسطاً*».

وقَصَدَهُ الأمراءُ متعلّمين. وعرض أحد الأمراء أجراً على ابن الهيثم بعد أن تعلّم على يده ثلاث سنين، فرفض أبو علي الأجرة وقال: «*واعلم ألّا أجرة ولا رشوة ولا هدية في إقامة الخير*».

«*واتفق أن قد عرض له إسهال دموي*»، ولم تفلح الأدوية «*فأيِسَ من نفسه وقال: ضاعت الهندسة، وبطلت المعالجة وعلوم الطب، ولم يبق الا تسليم النفس إلى خالقها وبارئها ثم توجه تلقاء القبلة... ومات*».

— **رواية ابن القفطي**: بلغ الحاكم بأمر الله الفاطمي صاحب مصر أن ابن الهيثم قال: «*لو كنت بمصر لعملت في نيلها عملاً يحصل به النفع في كل حالة من حالاته من زيادة ونقص، فقد بلغني أنه ينحدر من موضع عالٍ وهوفي طرف الإقليم المصري*». فأرسل الحاكم إلى ابن الهيثم مالاً «*سراً*» محاولاً إغراءه للحضور إلى مصر، وتم ذلك، والتقى به «*بقرية على باب القاهرة المعزية تعرف بالخندق*»، وطالبه بما وعد به من أمر النيل. فمضى

---

(٣) كان الحاكم ـ برغم بطشه وجبروته ـ يرعى العلم والعلماء. وانشأ في سنة ٣٨٦هـ «دار الحكمة» في القاهرة على غرار «بيت الحكمة» التي انشأها الرشيد ورعاها المأمون في بغداد.

(٤) دكان: دكة مبنية للجلوس.

ابن الهيثم على رأس بعثة من صنّاع العمارة، ورأى في طريقه آثار من تقدم من الفراعنة «*وهي على غاية من إحكام الصنعة، وجودة الهندسة، وما اشتملت عليه من أشكال سماوية، ومثالات هندسية، وتصوير معجز*» ووصل إلى الموضع المعروف بالجنادل قبلي مدينة أسوان، وهو موضع مرتفع. وبعد المعاينة، أدرك ابن الهيثم استحالة تنفيذ مشروعه ـ بالنسبة لذلك الوقت ـ ولو كان ممكناً لعمله الأقدمون من قبله. فعاد «*خجلًا منخذلًا*» واعتذر للحاكم الذي قبل عذره. وولّاه الحاكم بعض الدواوين، «*فتولّاها رهبة لا رغبة*»، لأن الحاكم كان «*مُريقاً للدماء بغير سبب أو بأضعف سبب من خيال يتخيله*».

وخشي ابن الهيثم على نفسه من بطش الحاكم، فتظاهر بالخبل والجنون. فحجزه الحاكم في منزله، وعيّن له من يقوم بمصالحه. وبقي على هذا الحال إلى أن توفي الحاكم سنة ٤١٢/١٠٢١. عندها أظهر العقل، «*وخرج من داره واستوطن قبة على باب الجامع الأزهر*» وأقام بها متنسكاً قانعاً «*واشتغل بالتصنيف والنسخ والإفادة*».

وذكر ابن القفطي أن يوسف الناشىء قال له:«*إن ابن الهيثم كان ينسخ في مدة سنة ثلاثة كتب في ضمن أشغاله وهي: أقليدس والمتوسطات والمجسطي... فإذا شرع في نسخها، جاءه من يعطيه فيهم مائه وخمسين ديناراً مصرية... فيجعلها مؤونته لسنته. ولم يزل على ذلك إلى أن مات بالقاهرة في حدود سنة ثلاثين وأربعمائة أو بعدها بقليل والله أعلم*».

وأضاف ابن القفطي قائلاً: «*ورأيت بخطه جزءاً في الهندسة، كَتَبَهُ في سنة اثنتين وثلاثين وأربعمائة، وهو عندي لله المنة*»، لذا يمكننا القول إن وفاة ابن الهيثم كانت في حدود سنة ٤٣٢/١٠٤٠ (١٠٤١) أو بعدها بقليل والله أعلم.

رواية ابن مسافر: نقل ابن أبي أصيبعة رواية على لسان الشيخ **علم الدين بن أبي القاسم بن عبدالغني بن مسافر الحنفي المهندس**: أن ابن الهيثم «*قد وزر*» في البصرة، ولكنه كان يميل إلى الفضائل والحكمة والبحث العلمي، ويرغب أن يبتعد عن الوزارة ومشاغلها وعن «*الشواغل التي تمنعه من النظر في العلم، فأظهر خبالًا في عقله وتغيراً في تصوره*»، وبقي على هذه الحال حتى أعفي من الخدمة. ثم سافر إلى مصر «*وأقام بالقاهرة في الجامع الأزهر بها*». وكان ينسخ أقليدس والمجسطي في كل سنة ويقتات من ثمن بيعهما. «*ولم تزل هذه حاله إلى أن توفي رحمه الله*».

بعد هذه الرواية، نقل ابن أبي أصيبعة رواية ابن القفطي المذكورة آنفاً نقلاً حرفياً مع نسبتها لصاحبها عدا الفقرة الأخيرة. ثم انتقل للحديث عن مآثر ابن الهيثم القيّمة.

وقال ابن أبي أصيبعة إنه حصل على مقالة مكتوبة بخط ابن الهيثم تشتمل على قائمة بما صنعه من العلوم لغاية نهاية سنة ٤١٧هـ (الموافق: ١٠ / شباط (فبراير) / ١٠٢٧م) «*الواقع في شهور سنة ثلاث وستين الهلالية من عمره*». أي كان قد مضى من عمر ابن الهيثم أكثر من ٦٢ سنة هلالية وأقل من ٦٣ سنة هلالية في نهاية سنة ٤١٧هـ. لذا يمكننا القول: ولد ابن الهيثم في وقت ما سنة ٣٥٤هـ / ٩٦٥م.

ويقول ابن الهيثم في هذه المقالة الأولى المكتوبة بخط يده:

«*إني لم أزَلْ منذ عهدِ الصبا مُرتاباً في اعتقادات <هذه>[٥] الناس المختلفة، وتمسُّك كلِّ فرقةٍ منهم بما تعتقده من الرأي، فكنتُ متشككاً في جميعه، موقناً بأن الحقّ واحد، وأنّ الاختلاف فيه إنما هو من جهةِ السُلوك إليه. فلما كَمُلْتُ[٦] لإدراك الأمور العقلية، انقطعْتُ إلى طلب مَعْدن الحق، ووجّهتُ رغبتي وحدسي إلى إدراك ما به تنكشف تمويهاتُ الظنون، وتنقشع غَيابات المتشكّك المفتون، وبعثتُ عزيمتي إلى تحصيل الرأي المقرّب إلى الله جل ثناؤه، المؤدّي إلى رضاه، الهادي لطاعته وتقواه، فكنت كما قال جالينوس...*»

ويكمل ابن الهيثم قائلاً: «*واشتَهَيْتُ إيثارَ الحق وطلب العلم، واستقرّ عندي أنه ليس ينال الناس من الدنيا أشياء أجودَ، ولا أشدَّ قُرْبَة إلى الله من هذين الأمرين*[٧]. *فَخُضْتُ لذلك في ضروب الآراء والاعتقادات، وأنواع علوم الديانات، فلم أحْظَ من شيء منها بطائل، ولا عَرَفْتُ منها*[٨] *للحَقّ مَنْهَجاً، ولا إلى الرأي اليَقينيّ مَسْلَكاً مُجدداً. فرأيت أنني لا أصِلُ إلى الحق إلّا من آراءٍ يكونُ عنصرُها الأمور الحية، وصورتها الأمور العقلية. فلم أجِدْ ذلك إلّا فيما قرّره أرسطو طاليس من علوم المنطق والطبيعيات والإلهيات، التي هي ذات الفلسفةِ وطبيعتها*». بعد هذه الفقرة، يستعرض ابن الهيثم كثيراً من أعمال أرسطوطاليس وأفكاره وآرائه التي لا نرى ضرورة لذكرها.

---

(٥) نقترح شطب ما نحصره بين زاويتين <...>.

(٦) كَمُلتُ: بمعنى اكتَملْتُ وتهيّأتُ.

(٧) يقصد: «إيثار الحق وطلب العلم» (راجع بداية الفقرة).

(٨) في الأصل: منه.

وفي نهاية حديث ابن الهيثم عن أعمال أرسطوطاليس، قال: «ثم ختم جميع ذلك بكتابه فيما بعد الطبيعة، وهو كتابه في الإلهيات، فبيّن فيه أن الإله واحد، وأنه حكيم لا يجهل، وقادر لا يعجز، وجواد لا يبخل. فأحكم الأصول التي فيها يسلك إلى الحق فيدرك طبيعته وجوهره، وتوحيد ذاته وماهيته». وينتهي هنا ما أخذه ابن الهيثم عن أرسطوطاليس.

ويستأنف ابن الهيثم حديثه قائلاً: «فلما تَبَيَّنتُ ذلك أفرغتُ وُسْعي في طلب علوم الفلسفة، وهي ثلاثة علوم: رياضية، وطبيعية، وإلٰهية. فتعلقتُ من هذه الأمور الثلاثة بالأصول والمبادىء... فشرحتُ ولخصّت واختصرتُ من هذه الأصول الثلاثة ما أحاط فكري بتصوّره، وَوَقَفَ تمييزي على تدبُّرِه. وصنّفتُ من فروعها ما جَرَى مجرى الإيضاح والإفصاح عن غوامض هذه الأمور الثلاثة إلى وقت قولي هذا وهو ذو الحجة سنة سبع عشرة وأربعمائة لهجرة النبي، ﷺ. وأنا ما مدت لي الحياة باذل جهدي، ومستفرغ قوتي في مثل ذلك متوخياً[9] به أموراً ثلاثة: أحدُها إفادة من يَطْلُب الحقَّ ويؤثره، في حياتي وبعد وفاتي، والآخر أني جعلت ذلك ارتياضاً لي بهذه الأمور في إثبات ما تَصوَّرَه وأتقنه فكري في تلك العلوم، والثـالثُ أني صَيّرته ذخيرة وعُدّة لزمان الشيخوخة وأوان الهرم... وأنا أشرح ما صنعته في الأصول الثلاثة... فما صنعته في العلوم الرياضية خمسة وعشرون كتاباً: ....».

هنا يسرد ابن الهيثم قائمة نسميها (١ ـأ) = {(١ـأ: ١)، ....، (١ـأ: ٢٥)}، منها:

(١ـأ: ١) = شرح أصول أُقليدِس في الهندسة والعدد وتلخيصه.

(١ـأ: ١٢) = تلخيص مقالات أبولونيوس في قطوع المخروطات.

(١ـأ: ١٥) = مقالة فيما تدعو إليه حاجة الأمور الشرعية من الأمور الهندسية ولا يستغنى عنه بشيء سواه.

(١ـأ: ١٩) = أجوبة سبع مسائل تعليمية سئلت عنها ببغداد فأجبت.

(١ـأ: ٢٥) = رسالة في برهان الشكل الذي قدمه أرشميدس في قسمة الزاوية ثلاثة أقسام ولم يبرهن عليه.

---

(٩) في الأصل: توخياً.

بعـد، الانتهـاء من القـائمة المذكورة، قال ابن الهيثم: «**و*مما صنعته من العلوم* الطبيعية والإلهية**، *أربعة وأربعون كتاباً: . . .*».

هنا يسرد قائمة نسميها (٢ـأ) = {(٢ـأ: ١) . . . (٢ـأ: ٤٤)}، منها:

(٢ـأ: ١) = تلخيص مدخل فرفوريوس وكتب أرسطوطاليس الأربعة المنطقية.

(٢ـأ: ١٨) = رسالة في بطلان ما يراه المتكلمون من أن الله لم يزل غير فاعل ثم فعل.

(٢ـأ: ٢٣) = رسالة في تفضيل الأهواز على بغداد من جهة الأمور الطبيعية.

(٢ـأ: ٢٥) = مقالة في أن جهة إدراك الحقائق جهة واحدة.

(٢ـأ: ٢٦) = مقالة في أن البرهان معنى واحد، وإنما يستعمل صناعياً في الأمور الهندسية، وكلامياً في الأمور الطبيعية والإلهية.

(٢ـأ: ٢٨) = مقالة في طبائع اللذات الثلاثة الحسية والنطقية والمعادلة.

(٢ـأ: ٣٦) = نقض جواب مسألة سئل عنها بعض المعتزلة بالبصرة.

(٢ـأ: ٤١) = رسالة في تلخيص جوهر النفس الكلية.

(٢ـأ: ٤٤) = كتاب في تقويم الصناعة الطبية، نظمته من جمل وجوامع ما نظرت فيه من كتب جالينوس وهو ثلاثون كتاباً: . . .

هنا في (٢ـأ: ٤٤) يسرد ابن الهيثم اسماء ثلاثين كتاباً لجالينوس.

وبعد الانتهاء من القائمة السابقة، يقول: «*ثم شفعت جميع ما صنعته من علوم الأوائـل* **برسالة بَيَّنْتُ فيها أن جميع الأمور الدنيوية والدينية هي نتائج العلوم الفلسفية. وكانت هذه الرسالة هي المتممة لعدد أقوالي في هذه العلوم بالقول السبعين[10]، وذلك سوى** *رسـائل وَمُصَنّفات عدّة حصلت لي في أيدي جماعة من الناس بالبصرة والأهواز ضاعت دساتيرها، وقطع الشغل بأمور الدنيا وعوارض الأسفار عن نسخها، وكثيراً ما يعرض ذلك للعلماء . . .*»

ويكمل ابن الهيثم قائلاً: «*وإن أطال الله في مدّة الحياة، وفسح في العمر، صَنَّفت وشرحت ولَخصت من هذه العلوم أشياء كثيرة تتردد في نفسي، ويبعثني ويحثني على إخراجها*

---

(١٠) يُلاحظ: ٢٥ + ٤٤ + ١ = ٧٠

إلي فكري . . . وهذا ما وجب أن أذكره، في معنى ما صنعته واختصرته من علوم الأوائل، **قصدت به مذاكرة الحكماء الأفاضل والعُقلاء الأماثل من الناس**، *كالذي يقول:*

رُبَّ مَيْتٍ قد صار بالـعـلـم حيّاً ومـبـقـى قد مات جهـلاً وغـيـاً
فاقـتـنـوا العلم كي تنـالـوا خلوداً لا تعـدوا الـبـقـاء في الجـهـل شيأ

وهذان البيتان هما لأبي القاسم بن الوزير أبي الحسن علي بن عيسى، وكان فيلسوفاً، قالهما ووصّى بأن يُكتبا على قبره. لم أقصد به مخاطبة جميع الناس، لا غير الفاضل منهم[11] . . .

وقلت في ذلـك كما قال جالينوس في كتابه في النبض الكبير: **ليس خطابي في هذا الكتـاب لجميع الناس**، *بل خطابي* **لرجل منهم يوازي** *ألوف رجال*، *بل* **عشرات ألوف رجـال**، *إذ كان الحق ليس هو بأن يدركه الكثير من الناس، لكن هو بأن يدركه الفَهِمُ الفاضِلُ منهم*، **ليعرفوا رتبتي في هذه العلوم، ويتحققوا منزلتي من إيثار الحق جلّ وعلا من طلب القربة إلى الله في إدراك العلوم والمعارف النفيسة**[12]، *ويعلموا تحققي بفعل ما فَرَضَته هذه العلوم عَلَيَّ من ملابسة الأمور الدنيوية . . . وإلى الله تعالى أرغب في توفيقي لما فزت إليه، وأزلف لديه».*

وينتهي هنا ما نقله ابن أبي أصيبعة من المقالة الأولى المكتوبة بخط ابن الهيثم.

ويستأنف ابن أبي أصيبعة القول: *«أقول: وكان تاريخ كتابة ابن الهيثم لهذه الرسالة في ذي الحجة سنة سبع عشرة وأربعمائة.* **وكان تلوها أيضاً بخطه ما هذا مثاله**، *ما صنعه محمد بن الحسن بن الهيثم بعد ذلك إلى سلخ جمادى الآخرة سنة تسع عشرة وأربعمائة . . .».*

ويسرد هنا ابن أبي أصيبعة قائمة ثانية من أعمال ابن الهيثم، نقلها عن الرسالة الثانية هذه المكتوبة بخط ابن الهيثم، وتشتمل على واحد وعشرين عملاً قام بعملها في الفترة ما بين: نهاية سنة ٤١٧هـ ونهاية جمادي الآخرة سنة ٤١٩هـ (الموافق ما بين: ١٠ / شباط (فبراير) / ١٠٢٧ ـ ٢٤ / تموز (يوليو) / ١٠٢٨م). ونسمي هذه القائمة بالقائمة (ب) = {(ب: ١) . . . (ب: ٢١)}، منها:

(١١) يقصد أن يقول: «لم أقصد به مخاطبة جميع الناس، بل قصدت ـ فقط ـ مخاطبة الفاضل منهم».
(١٢) في الأصل: النفسية.

(ب : ١) = تلخيص السماع الطبيعي لأرسطوطاليس.

(ب : ٤) = نقض محمد بن الحسن على أبي بكر الرازي المتطبب رأيه في الإلهيات والنبوءات.

(ب : ٥) = مقالة له في إبطال رأي من يرى أن العظام مركبة من أجزاء كل جزء منها لا جزء له.

(ب : ٧) = كتاب له في إثبات النبوات، وإيضاح فساد رأي الذين يعتقدون بطلانها، وذكر الفرق بين النبي والمتنبي.

(ب : ٩) = رسالة له في تأثيرات اللحون الموسيقية في النفوس الحيوانية.

(ب : ١١) = مقالة له يرد فيها على المعتزلة رأيهم في حدوث صفات الله تبارك وتعالى.

(ب : ١٣) = جواب له عن مسألة هندسية سئل عنها ببغداد في شهور سنة ثمان عشرة وأربعمائة.

(ب : ١٥) = مقالة في أبعاد الأجرام السماوية وأقدار أعظامها.

(ب : ١٨) = مقالة في المرايا المحرقة مفردة عما ذكرته من ذلك في تلخيص كتابي أقليدس وبطلميوس في المناظر.

(ب : ٢٠) = مقالة في جوهر البصر وكيفية وقوع الإبصار به.

(ب : ٢١) = مقالة في الرد على أبي الفرج عبدالله بن الطيب، رأيه المخالف به لرأي جالينوس في القوى الطبيعية في بدن الإنسان.

هنا يقول ابن أبي أصيبعة: «*أقول: وهذا آخر ما وجدته من ذلك بخط محمد بن الحسن بن الهيثم المصنّف رحمه الله*». ثم يقول بعد هذه الجملة: «*وهذا أيضاً فهرست وجدته لكتب ابن الهيثم إلى آخر سنة تسع وعشرين وأربعمائة*». ويبدو أن هذا الفهرست ـ المكوّن من ٩٢ عملاً لابن الهيثم ـ لم يكن بخط ابن الهيثم أو على أقل تقدير لم يكن هناك اسم الناسخ، وإلّا لكان ذكره ابن أبي أصيبعة. والمهم أنها أعمال لابن الهيثم حتى نهاية سنة ٤٢٩هـ (الموافق: ٢ / تشرين أول (أكتوبر) / ١٠٣٨). ونسمي القائمة الأخيرة هذه (حـ) = {(حـ: ١) . . . (حـ: ٩٢)} . ونتحدث عن العديد من مقالات القائمة (حـ) الهندسية في الفصل التالي حيث نورد قائمة بأعمال ابن الهيثم الهندسية التي وصلتنا. وقبل الانتقال إلى الفصل التالي، نقدم هنا بعض الملاحظات والتعليقات:

— إن جُلّ أعمال ابن الهيثم المذكورة في (١ـا)، (٢ـا)، (ب) لم تصل إلينا حتى الآن. ولكن حوالي ثلثي الأعمال المذكورة في القائمة (حـ) متوفرة في مكتبات العالم المختلفة. وهناك

حوالي خمسة أو ستة عناوين مشتركة بين القائمة (حـ) وما سبقها. وثمة عدة أعمال ـ لا تقل عن ثلاثة ـ لابن الهيثم قد وصلت الينا ولم تُذكر في القوائم (١ـأ)، (٢ـأ)، (ب)، (جـ).
ونعمل عملية حسابية بسيطة:

٧٠ + ٢١ + ٩٢ ـ ٦ + (٣+) = ١٨٠+

أي، وضع ابن الهيثم ما لا يقل عن ١٨٠ عملاً (كتاباً ومقالة ورسالة)[١٣]، وصلنا منها حوالي ٧٠ عملاً مذكورة في كتب بروكلمان [٤٦]، وَشرام (M. Schramm) [٤٧]، ومقالة عبدالحميد صبرة القيّمة ([٤٨]: م٦ : ١٨٩ ـ ٢١٠)، وفؤاد سزكين ([١٢]: م٥، م٦، م٧). وذكر ابن القفطي ٦٩ عملاً لابن الهيثم معظمها مذكور ضمن القائمة (حـ) وكلها مذكور ضمن القوائم الأربعة آنفة الذكر.

— لا نرى تناقضاً يذكر بين رواية ابن القفطي والرواية القصيرة التي أوردها عالم الهندسة المصري علم الدين قيصر بن أبي القاسم بن مسافر الذي عاش في سورية وتوفي في دمشق سنة ١٢٥١/٦٤٩.

— نختلف مع البيهقي ونتفق مع ابن القفطي وابن مسافر، فنحن نرى أن ابن الهيثم لم يقض سنواته الأخيرة برعاية أحد الأمراء بالشام، بل قضاها في القاهرة وكان يكسب قوت يومه بنسخ المخطوطات. ولدينا بعض القرائن والأدلة على ذلك، منها: قال صاعد الاندلسي ([١٠]: ٦٠) ـ المتوفى سنة ٤٦٢هـ ـ في كتاب طبقات الأمم: «أخبرني القاضي أبو زيد عبدالرحمن بن عيسى بن محمد الرحمن أنه لقيه [أي: لقي ابن الهيثم] بمصر سنة ثلاثين وأربعمائة». يقول شرام ([٤٧]: ٢٨٥) إن إسحق بن يونس كان تلميذاً عند ابن الهيثم في القاهرة في سنتي ١٠٣٨، ١٠٣٩م. عندنا مقالة ابن الهيثم (حـ : ٩١) الموسومة: «تعليق علقه إسحق بن يونس المتطبب بمصر عن ابن الهيثم في كتاب ديوفنطيس في مسائل الجبر». نسخ ابن الهيثم مخطوطة لكتاب مخروطات أبولونيوس، هي أيا صوفيا ٢٧٦٢، وكتب ابن الهيثم اسمه[١٤] وتاريخ نسخه للمخطوطة سنة ٤١٥هـ (الموافق ١٠٢٤م) في

---

(١٣) ذكر العديد من المؤرخين العرب والأجانب أن عدد أعمال ابن الهيثم اكثر من «٢٠٠»، فكيف حصلوا على هذا الرقم؟!

(١٤) نشر شرام [٤٧] صورة للصفحة ١٣٥أ يظهر فيها كتابة ابن الهيثم لاسمه وتاريخ نسخه للمخطوطة أيا صوفيا ٢٧٦٢.

الصفحة ١٣٥أ، ويؤكد هذا الأمر مالك المخطوطة في الصفحة ١٣٥ب قائلاً: «ملكت هذا الكتاب في يوم الجمعة لِستٍ خلون من محرم من سنة عشرين وأربعمائة [أي: ١٠٢٩/١/٢٤]». علماً بأن ما أوردناه لا ينفي قضاء ابن الهيثم فترة من الزمن في الشام.

— وصل ابن الهيثم القاهرة قبل وفاة الحاكم بامر الله الفاطمي سنة ٤١٢هـ وتوفي فيها في حدود ٤٣٢هـ، وأنتج معظم أعماله الهامة التي وصلتنا خلال الفترة ما بين ٤١٢-٤٣٢هـ.

ويبدو لنا أنه قضى معظم (كل؟!) هذه الفترة في القاهرة. غير أننا نجد في الرسالة الثانية التي ذكرها ابن أبي أصيبعة مقالة (ب: ١٣) موسومة: «جواب له عن مسألة هندسية سئل عنها ببغداد في شهور سنة ثمان عشرة وأربعمائة»، فهل غادر ابن الهيثم القاهرة في وقت ما بين ٤١٢ وَ ٤١٨ قاصداً بغداد، ثم عاد إلى القاهرة بعد ٤١٨؟!

أما إذا استعملنا علامات ترقيم وجاء عنوان المقالة (ب: ١٣) هكذا: «جواب له عن مسألة هندسية - سئل عنها ببغداد - في شهور سنة ثمان عشرة وأربعمائة» فيصبح عندنا احتمال آخر، يفرض نفسه، وهو أنه «سئل عنها ببغداد» فيما مضى، ثم أجاب عليها في القاهرة «في شهور سنة ثمان عشرة وأربعمائة».

ونتساءل، هل كان بإمكانه تَحَمُّل مشاق السفر بين القاهرة وبغداد، ذهاباً وإياباً، علماً بأنه مضى من عمره ٦٣ (أو ٦٤) سنة هلالية (قمرية) في سنة ٤١٨هـ؟!

وعلى ذلك، فنحن لا نستبعد أن يكون قد كتب المقالة (ب: ١٣) في القاهرة سنة ٤١٨هـ، وأنه لم يقصد بغداد بعد وصوله القاهرة قبل ٤١٢هـ.

— هل اظهر ابن الهيثم خبالاً وجنوناً حقاً أم أن الناس اعتبرت بعض تصرفاته - التي كانت تتسم بالعبقرية - نوعاً من الخبال والجنون؟! فالناس يرون أنه كان باستطاعته - لو استعمل عقله - أن يحصل على المال والجاه والسلطة والملذات، وبدلاً من ذلك - شأنه شأن بعض العلماء الملتزمين - قضى حياته زاهداً في طلب علمٍ لا يرون له أية منفعة أو قيمة دنيوية محسوسة. فهو إذن - في نظر عامة الناس - مصاباً بنوع من الهوس والجنون. ويبدو لنا أنه كان يصاب أحياناً بنوع من المعاناة النفسية والكآبة وخيبة الأمل والإحباط من عدم تقدير الناس له ولعلمه ولأعماله، لذا تراه يستخف بالناس ويرى أنهم دون الفهم والتقدير، فهو يقول: «*لست أعلم كيف تهيأ لي منذ صباي - إن شئت قلت باتفاق عجيب، وإن شِئتَ قُلتَ بالهام من الله، وإن شئتَ قلتَ بالجنون، أو كيف شئت أن تَنسِبَ ذلك - أَنّي ازدريتُ*

عوامّ الناس واستخففتُ بهم ولم أَلتفِتْ إليهم، *واشتهيْتُ إيثار الحق وطلب العلم، واستقرّ عندي أن ليس ينال الناس من الدنيا أشياء أجودَ ولا أشدّ قُرْبَةً إلى الله من هذين الأمرين*».

ويقول ـ ما معناه ـ إنه كرّس حياته للتصنيف وطلب العلم «*والله يفعل ما يشاء، ويحكم ما يُريد، وبيده مقاليد كل شيء، وهو المبدىء المعيد*». ويجد نفسه مضطراً أن يقدّم تفسيراً لتصرفاته ـ مما يدلّ على نوع من المعاناة النفسية ـ قائلاً: «*وهذا ما وجب أن أذكره في معنى ما صنعته واختصرته من علوم الأوائل*، قصدت به مذاكرة الحكماء الأفاضل والعقلاء الأماثل *من الناس*».

فهو لا يهمه رأي عامّة الناس فيه، بل يهمه تقدير المختصين «*الحكماء الأفاضل*» لعلمه وعمله، إذ يقول: «. . . *لم أقصد به مخاطبة جميع الناس، لا غير الفاضل منهم*[11] . . . *ليس خطابي . . . في هذا الكتاب . . . لجميع الناس، بل خطابي لرجل منهم يوازي ألوف رجال بل عشرات ألوف رجال، إذ كان الحق ليس هو بأن يُدركه الكثير من الناس، لكن هو بأن يُدركه الفَهِمُ الفاضلُ منهم*، ليعرفوا رتبتي في هذه العلوم، *ويتحققوا منزلتي*. . .».

— نشأ في البصرة وحولها (الأهواز وبغداد)، أي: نشأ في أكبر مراكز العلم وأهمها وأنشطها في العالم في ذلك الوقت.

— نشأ في بيئة مزدهرة بالعلم والعلماء والتنافس العلمي الأصيل بعد انتهاء مرحلة «الأخذ والتَمَثّل». ودرس علوم الإغريق والعرب القدامى وغيرها من العلوم، وأتقنها، ثم شرح ولخّص وصحح وعلّق على كثير منها، ونرجح أنه قام بهذه الأعمال في أوائل وأواسط حياته الإنتاجية. أما أعماله التي أنتجها في السنوات العشرين الأخيرة من حياته، فقد اتّسَمَتْ معظمها بالنضج والأصالة والاستقلالية والعبقرية، مثل: (حـ:٣) = «كتاب في المناظر، سبع مقالات».

— إن كثيراً من أعماله عبارة عن رسائل ومقالات علمية صغيرة. وأحياناً أعاد صياغة بعض رسائله السابقة ضمن مقالات لاحقة، مثلاً: يقول مصطفى نظيف ([٤٩]: م١ : ١٥) إن ابن الهيثم يذكر في مقدمة كتابه في المناظر أنه كان قبل هذا الكتاب قد أَلّفَ مقالة في علم المناظر، ويقول بلفظه: «فمن وقع إليه المقالة التي ذكرناها فليعلم أنها مستغنى عنها بحصول المعاني التي فيها في مضمون هذا الكتاب». وتأكد لدينا أن ابن الهيثم كان أحياناً

يعيد كتابة أجزاءً مما كتبه سابقاً في مقالات أخرى لاحقة، مثلاً: سيتضح لاحقاً أنه أخذ بعض النظريات من (حـ: ٢١) = «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية» وكتبها ثانية في (حـ: ٣٠) = «مقالة في تربيع الدائرة»، وكذلك أخذ جزءاً من (جـ: ١٧) = «مقالة في مساحة المجسم المكافىء» وكتبه ثانية في (حـ: ١٦) = «مقالة في مساحة الكرة»، فكان يحاول أن يكون كل عمل من أعماله مستقلاً ـ قدر الإمكان ـ عن أعماله الأخرى، وكان هذا التصرف ضرورياً ـ بالنسبة لذلك الوقت ـ بسبب صعوبة حصول القارىء على المراجع.

— يبدو أنه كان أحياناً يكتب رسائل دون أن ينسخها رسمياً بسبب انشغاله وكثرة أسفاره وتنقلاته، وربما تضيع، ولكنه يحاول ثانية أن يجمع عدة رسائل في مقالة واحدة طويلة لاحقة، وهو القائل: «*ثم شفعت جميع ما صنعته من علوم الأوائل برسالة بيّنت فيها... وذلك سوى رسائل ومصنفات عدة حصلت لي في أيدي جماعة من الناس بالبصرة والأهواز ضاعت دساتيرها*[١٥]، *وقطع الشغل بأمور الدنيا وعوارض الأسفار عن نسخها، وكثيراً ما يعرض ذلك للعلماء. فقد اتفق مثله لجالينوس حتى ذكر ذلك في بعض كتبه*».

— معظم أعماله نظرية، لكنه كتب أعمالاً أخرى تطبيقية عملية، مثل (جـ: ١٠) = «مقالة في حساب المعاملات»، (جـ: ٢٢) = «مقالة مختصرة في بركار الدوائر العظام». ونتكلم لاحقاً عن (حـ: ١٥) = «مقالة في أصول المساحة» وهي مقالة تؤكد علمه بأمور ما نسميه اليوم: هندسة مدنية ـ تخصص مساحة.

— أحاطت معرفة ابن الهيثم بعلوم كثيرة وبدقة متناهية. وتشير القوائم (١ـأ)، (٢ـأ)، (ب)، (جـ) إلى معرفته وكتابته في موضوعات كثيرة: الأدب، والأخلاق، والسياسة، والفلسفة، والمنطق، وعلم الكلام (أي: الدفاع عن العقيدة الإيمانية بالأدلة المنطقية)، والحساب، والحساب الهندي، وحساب المعاملات (الحساب التجاري)، والهندسة بأنواعها، والجبر والمقابلة، والمثلثات، والجوانب العملية من الحساب والجبر والهندسة، والمساحة، والفلك، والطبيعيات (خاصة: المناظر = البصريات)، والجغرافية، والصيدلة، والطب. ويقول ابن أبي أصيبعة: «وكان خبيراً بأصول صناعة الطب وقوانينها، وأمورها الكلية، إلّا أنه لم يباشر أعمالها، ولم تكن له دربة بالمداواة، وتصانيفه كثيرة الإفادة. وكان حسن الخط، جيد المعرفة بالعربية».

---

(١٥) دساتيرها: دفاترها. وربما يقصد: دفتر مسودة.

— إذا رجعنا إلى الصفحة ١٣٥أ، أيا صوفيا ٢٧٦٢، فإننا نجد في ذيل تلك الصفحة ملاحظة، لم يكتبها ابن الهيثم، بل أضافها ابن أبي جرادة بعد حوالي ثلاثة قرون من نسخ ابن الهيثم لها، وتقرأ ما يلي :

«أنهيته حلًا، وصححت ما عثرت عليه فيه من سقم، وأصلحت ما وجدت في صور أشكاله من خلل، وكتب محمد بن عمر بن أحمد بن أبي جرادة. حامداً لله تعالى، وَمُصلّياً على سيدنا محمد رسوله وآله وصحبه، وَمُسَلِّماً».

يقول م. شرام (Matthias Schramm) ([٤٧]: الصفحة X): ولد محمد بن عمر بن أحمد بن أبي جرادة في القاهرة سنة ١٢٩١م (أو: ١٢٩٢م) وهو أحد علماء الرياضيات الذين أطلعوا على المخطوطة المذكورة. ويذكر م. شرام أنه أخذ هذه المعلومة عن م. كراوزة (M. Krause) وعن هاينرخ سوتر (H. Suter) ([٢٤]: ١٥٨).

نحن مقتنعون أن ابن الهيثم كان عالمَ هندسة فذاً. وليس هناك أي مجال للشك في مقدرته على تصحيح أخطاء المخروطات، فهو الذي أَتَمَّ - بتصوره - المقالة الثامنة المفقودة من كتاب مخروطات أبولونيوس. ومع ذلك، فليس غريباً أن يصدر عن العالم القدير قليلاً من الأخطاء العفوية في أثناء نَسْخِهِ لمخطوطة نَسَخَها - أصلاً - ليبيعها.

— **عَرَفَ العرب ابن الهيثم كعالم في الرياضيات وبالأخص «الهندسة»** أكثر من معرفتهم به كعالم في الطبيعيات والعلوم الأخرى، ولنتذكر أن البيهقي قال: «كان تلو بطلميوس في **العلوم الرياضية**»، وقال ابن القفطي: «أبو علي **المهندس**[١٦] البصري، نزيل مصر. **صاحب التصانيف والتآليف المذكورة في علم الهندسة**. كان عالماً بهذا الشأن، متقناً له، متفنناً فيه، قيّماً بغوامضه ومعانيه»، كما قال ابن أبي أصيبعة: «**لم يماثله أحد من أهل زمانه في العلم الرياضي، ولا يقرب منه**». ولقد استحق ابن الهيثم لقب «المهندس»[١٦]، واستعمل علم الهندسة في كثير من العلوم، فـ«مسألة الحسن (الهازن)» التي عَرّفها وبرهنها في كتابه «المناظر» أشهر من نار على عَلَم. ويبدو أنه وصل به الأمر إلى استعمال الهندسة في الأمور الشرعية، مثلاً: (١ ـأ: ١٥) = «*مقالة فيما تدعو إليه حاجة الأمور الشرعية من الأمور الهندسية ولا يستغنى عنه بشيء سواه*». **فابن الهيثم، أولاً وقبل كل شيء، عالم في علم الهندسة.**

---

(١٦) كان العرب يلقّبون عالم الهندسة الممتاز «المهندس». قال السجزي في «كتاب في عمل المسبع...»: «... تَقَدُّمه في الهندسة على سائر المهندسين، فإنه بلغ في الهندسة غاية، سمّاه اليونانيون المهندس، وهو أرشميدس».

الفصل الثالث

أعمال ابن الهيثم الهندسيّة التي وصلتنا

أعمال ابن الهيثم الهندسية التي وصلتنا

إن ابن الهيثم، أولاً وقبل كل شيء، عالم في علم الهندسة، فهذه هي الصفة التي اتسمت بها جُلّ أعماله العلمية، وبالأخص الرياضية والفيزيائية والفلكية منها. إضافة إلى أعماله الهندسية البحتة الكثيرة. ولعلنا لا نغالي إذا وسمناه: عملاق العصور الوسطى في علم الهندسة. وبالتأكيد، إننا لا نغالي في قولنا: إنه أحد عمالقة علم الهندسة في العصور الوسطى.

ونـذكـر أن كتـابـه «**المنـاظـر**» قد حظي باهتمام ودراسة العلماء منذ ترجمه جيرارد الكريموني[1] إلى اللاتينية في القرن الثاني عشر الميلادي إلى يومنا هذا. وكان المرجع الرئيسيّ في علم الضوء مدةً لا تقل عن ستة قرون (منتصف القرن الحادي عشر الميلادي لغاية أوائل القرن الثامن عشر الميلادي). وما هو أهم شيء في هذا الكتاب؟! إنه المقالة الخامسة التي أطلق عليها رياضيو القرن السابع عشر الأوروبيون مصطلح: «مسألة الحسن (الهازن)»: "Alhazeni Problemi" = "Problem of Al-Hazen" = ، **وهي مقالة في الهندسة البحتة من ألِفها إلى يائِها**، وكرّس لها **مصطفى نظيف** في كتابه الممتاز: «**الحسن بن الهيثم: بحوثه وكشوفه البصرية**» ([٤٩]: م٢: ٤٨٧ـ٥٨٩) أكثر من مائة صفحة. ونعود لمسألة الحسن (الهازن) في فصل لاحق.

يقول أحمد سليم سعيدان ([٥٠]: ع٤: ٥٥): «وابن الهيثم، قبل كل شيء وبعد كل شيء، رياضي. تلك هي الصبغة المميزة لكتبه، حتى الفيزيائية منها والفلكية».

---

(١) جيرارد الكـريموني (Gerard of Cremona): ٥٠٨ ـ ٥٨٤هـ / ١١١٤ ـ ١١٨٧م. تعلم اللغة العربية في طليطلة (الأندلس)، ولعله أشهر وأدق من ترجم من العربية الى اللاتينية. ومن أشهر الكتب الهندسية التي ترجمها: «كتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية ـ لبني موسى». ويبدو أنه نقل جميع كتاب المناظر لابن الهيثم إلى اللاتينية، ولكن لم يطبع منه سوى مقالة واحدة. راجع في ذلك: بروكلمان ([٤٦]: Suppl. 1 ٨٥٣) وكذلك: صارتون ([٩]: م١: ٧٢١) وصارتون ([٩]: م٢: ٣٤٢).

ويقول علي مصطفى مشرفة ([٥١]: ١٤٣): «إن المطلع على كتاب ابن الهيثم في حل شكوك أقليدس، يلمس فيه دقته في التفكير، وتعمقه في البحث، واستقلاله في الحكم، كما تتضح له صحة مكان الهندسة الأقليدية في العلوم الرياضية. فهو في هذا الكتاب رياضي بحت بأدق ما يدل عليه هذا الوصف من معنى، وأبلغ ما يصل اليه من حدود».

ويقول رشدي راشد ([٥٢]: ٣): «لم يكتف أبو علي الحسن بن الهيثم بما ابتكره من ثوري وجديد في علم الطبيعة، وخاصة في علم المناظر، بل خرج إلى دراسات مهمّة ومبتكرة في الرياضيات... إن مقالاته في مساحة الحجوم - التي لم تزل مخطوطة - هي من أهم ما صُنّف في «حساب الصغائر» قبل تطوّره - على أيدي ليبنتز ونيوتن - إلى حساب التفاضل والتكامل».

ويقول مصطفى نظيف ([٤٩]: م١: الصفحة «و»): «وما يشاهد في بعض براهينه الهندسية، من التزامات التزمها في مقدماتها أو إسهاب في التفصيل، فهو في الحقيقة مما يقتضيه المنطق الهندسي في تحديد أوضاع النقاط والخطوط تحديداً تنتفي به احتمالات ربما تطرأ من غير ذلك التحديد. وهذه ظاهرة تدل على عمق التفكير ودرجة الدقة من الناحية الهندسية، وليس من المغالاة أن نقول إنه بلغ فيها الذروة».

ويقول يان بيتر هوخندايك (Jan Peter Hogendijk) ([١٣]: ٦٢): «لذا فهو حقاً أحد أبرز رياضيي العصور الوسطى» =

«And so he is really one of the outstanding mathematicians of the Middle Ages».

لقد أوردنا قليلاً مما قيل في ابن الهيثم الرياضي المهندس. ولا يتّسع المقام لذكر ما قيل فيه كعالم في العلوم الأخرى. ونكتفي بقول محمد رضا مدور ([٥٣]: ٧٠): «لن أكون مغالياً إذا اعتبرت الحسن بن الهيثم في مرتبة تضاهي مرتبة العلامة أينشتين في عصرنا هذا».

لقد ضاع الكثير من أعمال ابن الهيثم. ولما كانت الهندسة موجودة بوفرة في كثير من أعماله، فمن الصعب معرفة عدد أعماله الهندسية وذلك بالاطلاع على العناوين فقط. لذا نكتفي هنا بذكر قائمة بأعماله الهندسية التي وصلتنا. سوف نرمز للأعمال التي لم يرد ذكرها في القوائم (١-أ)، (٢-أ)، (ب)، (جـ) بالرمز (د) = {(د: ١)، (د: ٢)، ...}. ولمعرفة

أرقـام وأمـاكن المخطوطات، سوف نكتب (بر: ٨) بمعنى: رقم ٨ في قائمة بروكلمان، المجلد الأول الإضافي (Suppl. 1) في كتاب بروكلمان الألماني [٤٦]. كذلك نكتب (سز: ٢٨) بمعنى: رقم ٢٨ في قائمة سزكين، المجلد الخامس في كتاب سزكين الالماني [١٢]. سوف نكتب أيضاً (رسائل: ٧) بمعنى: المقالة السابعة في «مجموع رسائل ابن الهيثم» التي طبعتها جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن سنة ١٩٣٨/١٣٥٧ [٥٤]. ونبدأ الآن بكتابة قائمتنا الهندسية التي وصلتنا:

(حـ: ٢) = (بر =٨) = (سز : ٢٨) = **« مقالـة في شرح مصادرات كتاب أُقليدِس »**.
وللعلم فإن مصادرة = بدهيّة = بديهيّة = مسلّمة = فرضيّة = postulate = axiom . يُكرّس ابن الهيثم هـذه المقـالـة للتعاريف والبدهيّـات في أصول أقليدس. هنا أعطى برهاناً لبدهية (مسلّمة) التوازي (البدهيـة الخامسة)، فقال : يجب إثبات تعريف أقليدس بأن الخـطين المتـوازيين هما الخـطان اللذان لا يلتقيان. ولعمل ذلك قدم مسلّمة أخرى واضحة أكثر ممـا قدّمه أقليدس، وهي ما يمكننا تسميته «خاصية الخطوط المتساوية المسافة» = «property of equidistance» : إذا تحركت قطعة من خط مستقيم بحيث يكون أحد طرفي القطعة يمس خطاً ثانياً وتكون القطعة متعامدة مع الخط المستقيم الثاني في تحركها المستمر وفي المستوى نفسه (نفس السطح)، فإن مسار (المحل الهندسي) طرف القطعة الآخر يرسم خطاً مستقيماً يوازي الخط المستقيم الثاني.

وقام موسى بن تبون سنة ١٢٧٠م بترجمة (جـ: ٢) إلى اللغة العبرية. وقد وصلتنا مخطوطات من عمل ابن الهيثم المترجم إلى العبرية هذا.

ونعلم أن ثابت بن قرة (ق: ٣/٩) قد سبق ابن الهيثم في معالجة مصادرة أقليدس (مسلّمة التوازي) بالتحريك. واعترض كل من عمر الخيام ونصير الدين الطوسي على عملي ثابت وابن الهيثم واعتبرا فكرة «التحريك» خارجة عن الهندسة. كما اعترض عمر الخيام على أعمال النيريزي والخازن والشني. وحقق عبدالحميد صبرة [٥٥] عمل عمر الخيام بخصوص مصادرة أقليدس. أما «الرسالة الشافية» وهي عمل الطوسي بخصوص مصادرة أقليدس فقد حققها محمد أحمد محمد الفيومي كرسالة ماجستير بإشراف أحمد سليم سعيدان [٥٦].

(د: ١) = (بـر: ٧) = (سز: ٢٧) = «كتاب في حل شكوك كتاب أوقليدس في الأصول

وشرح معـانيـه». لا بد وأن يكـون هنـاك علاقة ما بين المقالة هذه والمقالتين المفقودتين (١ـأ: ١)، (١ـأ: ٢) = «كتاب جمعت فيه الأصول الهندسية والعددية من كتاب أُقليدِس وأبلونيوس، ونـوعت فيه الأصـول وقسمتهـا، وبرهنت عليها ببراهين نظمتها من الأمور التعليمية والحسية والمنـطقية، حتى انتظم ذلك مع انتقاض توالي أقليدس وأبلونيوس».
ويشير ابن الهيثم في هذه المقالة (د: ١) إلى عمله السابق الذكر (جـ: ٢) وإلى مقالته في الأشكال الهلالية [ربما (جـ: ٢٠) المفقودة أو (جـ: ٢١) التي نتكلم عنها لاحقاً]. ثمة ثلاث مقالات مفقودة، هي: (جـ: ٣٩) = «مقالة في حل شك في مجسمات كتاب أقليدس»، (جـ: ٥٥) = «قول في حل شك في المقالة الثانية عشرة من كتاب أُقليدس»، (حـ: ٥٦) = «مقـالـة في حل شكوك المقالة الأولى من كتاب أُقليدس». ونرى أنه لا بد وأن المقالات الثلاث هذه [(حـ: ٣٩)، (حـ: ٥٥)، (حـ: ٥٦)] تكوّن جزءاً ـ ربما جزءاً صغيراً ـ من المقالة الطويلة الشاملة (د: ١). فالمقالة (د: ١) عمل ضخم، لا يوجد له مثيل في الأعمال العربية بهذا الخصوص، وتشتمل على جُلّ ـ إن لم يكن كل ـ شكوك كتاب أقليدس الأصول بكامل مقالاته، وليس فقط شكوك حول بعض النظريات أو بعض المقالات كما ورد في أعمال عربية أخرى. ونجد في هذه المقالة معالجة لحالات خاصة وبراهين أخرى غير التي وردت في كتاب أُقليدس والأعمال العربية الأخرى، وفيها أمور لم ترد في أعمال «المتقدمين ولا المحدثين»، كما وضع ابن الهيثم براهين «مباشرة» بدلاً من البراهين «غير المباشرة» الواردة في كتـاب أُقليدس الأصـول. ويذكر ابن الهيثم أنه قصد أن يكَمّل العملان (حـ: ٢)، (د: ١) أحدهما الآخر ليكوّنا معاً عملاً شاملاً يعطي حلولاً لجميع مشكلات (شكوك) كتاب أُقليدِس الأصول وشرح معانيه.

(حـ: ٣) = (بر: ٣٤) = «كتاب في المناظر، سبع مقالات». تكلمنا ونتكلم في فصل منفرد عن هذا الكتاب القيّم لاحقاً. وأفاض كثير من الباحثين والمؤرخين بالحديث عنه. وتهمنا المقالة الخامسة من هذا الكتاب، لأنها هندسة بحتة، واكتسبت اسم «مسألة الحسن (الهازن)».

(حـ: ١٥) = (بـر: ١٣) = (رسائل : ٧) = «مقالة في أصول المساحة». تكلمنا عنها، ونتكلم عنهـا لاحقـاً. ونشر وايدمـان (E. Wiedemann) [٥٧] ترجمـة لها بالألمـانية سنـة ١٩٠٩م. ونحققها ونشرحها بكاملها في حينه.

(حـ: ١٦) = (بر: ٢) = (سز: ٨) = «مقالة في مساحة الكرة»، أي: مقالة في إيجاد حجم الكرة. بحوزتنا مخطوطة لها، ونقوم بشرح وتحقيق هذه المقالة بكاملها لاحقاً. يبرهن ابن الهيثم أن حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} ط، وقد سبقه إلى ذلك أرشميدس وبنو موسى بن شاكر، غير أن برهانه أفضل من براهين السابقين ويشتمل على أفكار هندسية جديدة تشبه مجاميع ريمان (ق ١٩م) (Riemann Sums) . وهـذا العمـل هو أحد الأعمال الهامة التي مهدت لحساب التفاضل والتكامل.

(حـ: ١٧) = (بر: ١٤) = (سز: ١) = «مقالة في مساحة المجسم المكافىء». تكلمنا عنها، ونتكلم عنها لاحقاً بإيجاز خلال حديثنا المطوّل عن (حـ: ١٦). كتب (حـ: ١٧) قبل كتابته (حـ: ١٦)، إذ إنه أشار إلى ذلك في (حـ: ١٦). يجد حجم نوعين من المجسم المكافىء، أحدهما لم يسبقه إلى عمله أحد، ربما بسبب صعوبته؛ والآخر سبقه إلى عمله أرشميدس وثابت بن قرة والقوهي. ولدينا قرائن تشير إلى أن ثابت بن قرة والقوهي وابن الهيثم لم يطلعوا على عمل أرشميدس المذكور. وقد نشر رشدي راشد ([٥٢]: ٣-٥٥) تحقيقاً لهذه المقالة (حـ: ١٧) سنة ١٩٨١.

(حـ: ١٨) = (بر: ٣٣) = (رسائل: ٤) = « مقالـة في المرايـا المحرقـة بالدوائر ». ترجمها وايدمان [٥٨] إلى الألمانيـة سنة ١٩٠٩. كمـا ترجمها إلى الإنجليزيـة ونتر وَعرفـات (H. Winter and W.'Arafāt) [٥٩] سنة ١٩٥٠. تخص المرآة الكروية، فهي مزيج من الهندسة وعلم الضوء (البصريات = المناظر).

(حـ : ١٩) = (بر : ٣٣) = (رسائل : ٣) = «مقالـة في المرايـا المحرقـة بالقطوع». تُرجمت في العصـور الوسطى إلى اللاتينيـة. كمـا ترجمهـا هايـبرغ وَ وايدمـان (H.L.Heiberg and E. Wiedemann) [٦٠] إلى الإلمانية سنة ١٩٠٩. وترجمها ونتر وعرفات (H. Winter and W. 'Arafāt) [٦١] إلى الإنجليزية سنة ١٩٤٩. تخص مرآة مجسمة بدوران قطع مكافىء، فهي مزيج من الهندسة وعلم الضوء (البصريات).

(حـ: ٢١) = (بر: ١) = (سز: ٣) = «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية». تشير إلى مقالة مختصرة في الموضوع نفسه، أي أنها امتداد لمقالة أخرى صغيرة مفقودة في الوقت الحاضر، عنوانها: (حـ: ٢٠) = «مقالة مختصرة في الأشكال الهلالية». ونقوم بتحقيق هذه المقالة (حـ: ٢١) بالكامل في هذا الكتاب.

(حـ: ٢٢) = (بر: ٦؟) = (سز: ٢٤؟) = «مقالة مختصرة في بركار الدوائر العظام». ثمة مخطوطة مَوْسومة: «رسالة في بركار الدوائر العظام» موجودة في ثلاث مكتبات هي: المكتب الهندي بلندن، رقم ١٢٧٠، أوراق ١١٦ ـ ١١٨، نسخت في القرن العاشر الهجري؛ لايدن، شرقيات (Leiden, Or.)، ٦/١٣٣، أوراق ١٠٦ـ١١١؛ لينغراد، المعهد الشرقي (Leningrad, Or. Inst.) ٨٩، أوراق ١٢٥ ـ ١٣١. ونعتقد أن المخطوطة الموجودة هذه هي (حـ: ٢٢) وربما تكون (حـ: ٢٣) = (بر = ٦؟) = «مقالة مشروحة في بركار الدوائر العظام». ويبدو أن (حـ: ٢٣) هي امتداد للمقالة (حـ: ٢٢). أي أن المقالة الموجودة إما أن تكون (حـ: ٢٢) أو (حـ: ٢٣)، وفي الغالب فهي (حـ: ٢٢). وهي هندسة عملية. والكلمة «بركار» هي كلمة إيرانية بمعنى «فرجار». ويشرح ابن الهيثم ـ نظرياً وعملياً ـ آلة تصلح لرسم الدوائر العظام.

(حـ: ٢٦) = (بر: ٤٤) = (سز: ٩) = «مقالة في أن ا لكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها متساوية، وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها متساوية». أي: إذا كانت مساحة سطح مجسم منتظم (مكعب مثلاً) = مساحة سطح كرة، فإن حجم الكرة أكبر من حجم ذلك المجسم. وكذلك إذا كان طول محيط شكل مسطح (مسبع منتظم مثلاً) = طول محيط دائرة، فإن مساحة الدائرة أكبر من مساحة الشكل المسطح (الشكل المستوي). وهي مقالة طويلة، أربع وأربعون صفحة في مخطوطة بحوزتنا هي: مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ١٧٨أـ١٩٩ب. أشار إلى بعض نظريات أرشميدس الواردة في كتاب أرشميدس «الكرة والاسطوانة» كمقدمة لبعض براهين نظرياته. وابن الهيثم هو أول عالم يضع البراهين الصحيحة لنظريات هذه المقالة. ونحققها بكاملها في الفصل الأخير من هذا الكتاب.

(حـ: ٣٠) = (بر: ٩) = (سز: ٢) = «مقالة في تربيع الدائرة». كتبها ابن الهيثم بعد كتابته (حـ=٢١)، فقد أخذ نظريتين من (حـ: ٢١) وذكر ذلك بقوله: «وقد بيّنا هذا المعنى في كتابنا في الهلاليات، ونحن نعيد البرهان عليه في هذا الموضع». لقد حققها هاينرخ سوتر (H. Suter) وترجمها إلى الألمانية [٤٠] سنة ١٨٩٩ معتمداً ثلاث مخطوطات من القرن الحادي عشر الهجري. كما نقدم تحقيقاً كاملاً لها في فصل لاحق معتمدين أقدم مخطوطة موجودة ـ في الغالب من القرن الخامس الهجري، وبالتاكيد قبل ٥٦٨هـ ـ وثمة فروق بين المخطوطة

القديمة ومخطوطات القرن الحادي عشر الهجري التي اعتمدها سوتر. ونحن نرى أن سوتر حكم على الظاهر دون الجوهر واعتبرها رسالة هندسية فلسفية، بينما نحن نرى أنها رسالة هندسية رياضية.

(حـ: ٤٠) = (بر: ٣) = (سز: ٢٩) = «قول في قسمة المقدارين المختلفين المذكورين في الشكل الأول من المقالة العاشرة من كتاب أقليدس». قد يكون لها علاقة بما يسمى «مسلّمة أرشميدس». لم تُحقق ولم تُدرس - على ما نعلم - ولكن يبدو أن ابن الهيثم قد أخطأ في برهانه بشكل أو بآخر، إذ بحوزتنا صورة لمقالة في مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠ (ص: ١٤٩ ب - ١٥١ب) تقول: «قول للشيخ أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري - رحمه الله - في إيضاح غلط أبي علي بن الهيثم في الشكل الأول من المقالة العاشرة من كتاب أقليدس في الأصول. قال: إني نظرت مقالة لأبي علي بن الهيثم قد عنونها بقسمة المقدارين المختلفين المذكورين في المقالة العاشرة من كتاب أقليدس في الأصول. . . ». نرى أن عملاق الهندسة - ابن الهيثم - بشر، يسهو ويخطىء.

(حـ: ٤٢) = (بر: ١٧) = (سز: ١٤) = «قول في استخراج مقدمة ضلع المسبع». ترجمها شوي (C.Schoy) [٦٢] إلى الألمانية سنة ١٩٢٧. وحققها رشدي راشد [٦٣] سنة ١٩٧٩ في مجلة تاريخ العلوم العربية. ذكرنا في تمهيدنا أن أرشميدس بنى المسبع بالاستناد إلى نظرية (مقدمة) لم يكن هناك لها برهان، يبرهن ابن الهيثم هذه النظرية (المقدمة) في هذا القول (حـ: ٤٢). يبدأ ابن الهيثم قوله هكذا: «*إن أرشميدس بنى ضلع المسبع على المربع الذي قدمه، ولم يبيّن كيف نعمل المربع على الصفة التي شرطها، وإنما لم يبيّن ذلك لأن عمل المربع على الصفة التي شرطها إنما يكون بقطوع المخروطات، ولم يكن ذكر في كتابه - الذي يذكر المسبع في آخره - شيئاً من قطوع المخروطات. . . فأما كيف نعمل المربع على الصفة التي شرطها: فإنا نرسم. . .*» وَيُلاحظ هنا أهمية استعمال القطوع المخروطية (الهندسة الثابتة) في برهنة بعض ما استعصى على الإغريق. كما يلاحظ أن ارشميدس وقع في فجوة، غير ان ابن الهيثم لا يتهجم عليه، بل يحاول إيجاد العذر له.

(حـ: ٤٣) = (بر: ١٠) = (سز: ٣١) = «قول في قسمة الخط الذي استعمله أرشميدس في كتاب الكرة والإسطوانة». بحوزتنا مخطوطة عاطف ١٧١٢، ص١٤٧أ - ١٤٧ب، موسومة: «مقالة لابن الهيثم وهو الشيخ < أبو> الحسن بن الحسن بن الهيثم في قسمة

الخط الذي استعمله أرشميدس في الشكل الرابع من المقالة الثانية في الكرة والإسطوانة». لا بد وأن هذه المخطوطة هي نفس (حـ: ٤٣). الشكل = النظرية. نحث القارىء على مراجعة كتاب هيث (Sir T.L. Heath) ([١٥]: ٦٢ ـ ٧٩) «أعمال أرشميدس» ليطلع على عمل أرشميدس وتعقيبات بعض الإغريق على ذلك. يقول ابن الهيثم: «*خطاً فرضه مقسوماً على نسبة مخصوصة وما بيّن [الأفضل أن يقول: ولم يبيّن] كيف يقسم ذلك الخط على تلك النسبة، < و > لأن قسمة ذلك الخط لا يتم إلا بقطوع المخروطات، ولم يستعمل في كتابه شيئاً من قطوع المخروطات، فلم يرَ أن يَخُط بالكتاب ما ليس فيه من جنسه، فيسلم قسمة الخط متسلماً [«تسليماً»] معولاً على أن ذلك ممكن. ومتى لم يقسم الخط على النسبة التي فرضنا، لم يتم برهان الشكل الذي استعمله فيه. وإذا كان ذلك كذلك. رأينا أن نقسم هذا الخط ونبين إمكان القسمة فيه*». ويُلاحظ هنا أنه لا يمكن قسمة الخط إلاّ باستعمال القطوع المخروطية (الهندسة الثابتة) ولم يفعل أرشميدس ذلك. ولكن، يلاحظ أيضاً الأدب واللطف عند ابن الهيثم الذي لا يرغب أن يقول إن أرشميدس أخفق في حلّه وأن حله غير سليم، وهو كذلك، لذا تراه يجد عذراً لأرشميدس بقوله: «ولم يستعمل في كتابه شيئاً من قطوع المخروطات، فلم يَرَ أن يَخُطَّ بالكتاب ما ليس من جنسه». وللعلم فقد قال ابن الهيثم كلاماً مؤدباً لطيفاً مشابهاً لهذا الكلام في المقالة (حـ: ٤٢) المذكورة سابقاً وفي غيرها من المقالات.

(حـ: ٥٣) = (بر: ٣٥) = (سز: ١٧) = «مقالة في التحليل والتركيب». هذه مقالة طويلة، فبحوزتنا مخطوطة لها مكوّنة من ستين صفحة، وسوف نتكلم عن بعض محتوياتها في فصل لاحق. ومع أن قِلّة من الإغريق استعملوا طريق التحليل والتركيب، إلاّ أنهم ـ على ما نعلم ـ لم يؤلفوا أية مقالة خاصة تبحث في موضوع «البحث عن الحل» وهو الموضوع الذي طغى على محتويات المقالات الأربع العربية التي بحثت في طريق التحليل والتركيب التي ألّفها: ثابت بن قرة، وإبراهيم بن سنان، والسجزي، وابن الهيثم. أما صيحة «البحث عن الحل» فلا تزال تُدّوي، تجد من يُطلقها، أمثال جورج بوليا في كتابه: «البحث عن الحل» [٦٤]. وتبحث مقالات ثابت، وابن سنان، والسجزي في موضوع «البحث عن الحل» في علم الهندسة فقط. بينما تبحث مقالة ابن الهيثم في هذا الموضوع في علوم: العدد، والهندسة، والهيئة (أي: الفلك)، والموسيقى، فهي بلا شك قمة المقالات التي تبحث في هذا الموضوع. ويوضح ابن الهيثم دور «الحدس الصناعي» في عملية التحليل، ويستعمل طريق

التحليل والتركيب والتحديد في حل مسائل كثيرة تخص علوم: العدد، والهندسة، والفلك، والموسيقى. وَيُعرِّف وَيَتَحدَّث - في مقدمته - عن كثير من المصطلحات العلمية والرياضية المألوفة وغير المألوفة لدينا الآن. كما يذكر - في مقدمته - أن ثمة «معلومات» ضرورية لعملية التحليل والتركيب والتحديد، ورد بعضها في كتاب أُقليدس «المعطيات»، ولكنه يؤكد أنه سيستأنف تأليف مقالة في «المعلومات» - بعد انتهائه من مقالة التحليل والتركيب هذه - تشتمل على «المعلومات» الواردة في كتاب أُقليدس «المعطيات» وعلى «معلومات» أخرى لم ترد لا في «معطيات» أُقليدس ولا في أي كتاب آخر. وقد عرّف في هذه المقالة خمسة أنواع من «المعلومات»، هي: المعلوم العدد، والمعلوم القدر، والمعلوم النسبة، والمعلوم الوضع، والمعلوم الصورة. هذا ورأينا من المناسب تحقيق مقدمة هذه المقالة التي تتكون من عشر صفحات (١ ب - ٦أ): مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص: ١ب - ٣٠ب. وللعلم فقد أشار، إشارة عابرة، إلى مقالته في «شرح مصادرات كتاب أُقليدس».

(حـ: ٥٤) = (بر: ١١) = (سز: ١٢) = **«مقالة في المعلومات»**. يتحدث ابن الهيثم عن الأشياء المعلومة قائلاً إنها خمسة أنواع: المعلوم العدد، والمعلوم القدر، والمعلوم النسبة، والمعلوم الوضع، والمعلوم الصورة. وباستطاعة القارىء الاطلاع على تعريف المعلومات الخمس المذكورة، بلفظ ابن الهيثم، في فصل لاحق يخص مقالته «التحليل والتركيب». وأشار هنا أيضاً إلى كتاب أُقليدس «المعطيات» كما أشار إليه في مقالته السابقة «التحليل والتركيب». وقد نشرت جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر أباد الدكن [٦٥] سنة ١٣٥٨/١٩٣٩ تحرير الطوسي لكتاب أقليدس «المعطيات» الذي ترجمه إلى العربية إسحاق بن حنين وأصلحه ثابت بن قرة، وهو خمسة وتسعون شكلاً (نظرية). وقد نشر سِديلو (L. Sédillot) سنة ١٨٣٤ حديثاً - لم نطلع عليه - عن مقدمة المقالة (حـ: ٥٤) وترجم نصوص نظرياتها وعددها ٢٤ نظرية. ونورد هنا تعاريف: معلوم القدر، ومعلوم النسبة، ومعلوم الوضع ومعلوم الصورة، كما أوردها الطوسي في تحريره لكتاب أُقليدس «المعطيات» المذكور، وبلفظ الطوسي: *«السطوح والخطوط والزوايا المعلومة القدر هي التي يمكن أن نجد مساوية لها، والمعلومة النسبة هي التي يمكن أن نجد ما هو على نسبتها. والنقط والخطوط والسطوح والزوايا المعلومة الوضع هي التي تكون لازمة لوضع واحد أبداً ويمكن أن نجد وضعها. الأشكال المستقيمة الخطوط المعلومة الصورة هي التي زواياها معلومة ونسب الأضلاع بعضها إلى بعض معلومة»*. ونعطي مثالا بلفظ الطوسي: *«الدائرة المعلومة*

القدر هي التي قطرها معلوم، والمعلومة القدر والوضع هي التي مركزها معلوم الوضع ونصف قطرها معلوم».

(حـ: ٦٩) = (بر: ١٨) = (سز: ٢٥) : «قول في استخراج أعمدة الجبال». هذا هو العنوان كما أورده ابن أبي أصيبعة. وقد ورد عنوان في المخطوطات هكذا: «معرفة ارتفاع الأشخاص القائمة وأعمدة الجبال وارتفاع الغيوم». فهل هذان العملان هما نفس العمل، أم أن العمل الأول مفقود، ولم يصلنا، وهو جزء من العمل الثاني الذي وصلنا ولم يرد في قوائم ابن أبي أصيبعة (١ـأ)، (٢ـأ)، (ب)، (حـ)؟! وترجم هاينرخ سوتر (H. Suter) [٦٦] العمل الأخير، الذي وصلنا، إلى الألمانية سنة ١٩٠٧م.

(حـ: ٧١) = (بر: ٣٨) = (سز: ٤) = (رسائل: ٩) = «مقالة في أعمدة المثلثات». لا بد وأنها نفس المخطوطة المتوافرة حالياً والموسومة: «خواص المثلث من جهة العمود» وهي رقم ٩ في مجموع رسائل ابن الهيثم [٥٤] التي نشرتها حيدر آباد الدكن. يبحث ابن الهيثم في مجموع الأعمدة من نقطة داخل أي مثلث عام إلى أضلاعه؛ فهو، إذن، يُعَمّم مسألة إيجاد مجموع الأعمدة من نقطة داخل المثلث المتساوي الأضلاع إلى أضلاعه والتي أوردها أرشميدس في «كتاب أرشميدس في الأصول الهندسية» الذي حققه أحمد سليم سعيدان ([٣]: ٥٧١-٦٢٣)، كما وردت المسألة الخاصة الأخيرة هذه هي نفسها في «كتاب المفروضات: لأقاطن». والكتاب الأخير هذا هو مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠/ ٥ (ص: ٨٩ ـ ١٠٢) وقد حققته إيفون دولد ـ سامبلونيوس (Yvonne Dold-Samplonius)، وكانت رسالتها للدكتوراة عبارة عن دراسة حول كتاب أقاطن هذا، كما نشرت موجزاً لدراستها هذه في مجلة تاريخ العلوم العربية ([٦٧]: ٢٥٤ ـ ٢٦٢، الجزء الأجنبي) سنة ١٩٧٨. وللعلم، لا يوجد أي صلة قطعاً بين كتاب المفروضات لثابت بن قرة وكتاب المفروضات لأقاطن.

(حـ: ٧٣) = (بر: ١٣) = (سز: ٣٢) = (رسائل: ٦) = «مقالة في شكل بني موسى». بحوزتنا صورة لمخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ (ص: ٢٢٣ ب ـ ٢٢٦ب، نسخت في القرن الخامس الهجري)، وهي صورة لمقالة موسومة: «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم» تشتمل على «مقدمة» تروي رواية بني موسى حول كتاب مخروطات أبولونيوس، وتحرير أوطوقيوس للمقالات الأربع الأولى، وملابسات ترجمته إلى العربية؛ فهي رواية شيّقة

تعطي معلومات قيّمة، ونقوم بتحقيق جزأين من مقالة بني موسى هذه لاحقاً. كما تشتمل مقـالـة بني موسى هذه على بعض النظريات الهندسية الضرورية لفهم كتاب مخروطات أبولونيوس، مع أنها نظريات لا تنتمي إلى القطوع المخروطية. وتشتمل أيضاً على خاتمة وهي عبارة عن تعريفات للقطوع المخروطية. وأصاب بني موسى سهو في إحدى نظريات مقالتهم المذكورة التي افترضوا أنها كلية وهي جزئية، وتنبه ابن الهيثم إلى هذا السهو، وكتب مقالته (حـ: ٧٣) وأعطى برهاناً لجميع الحالات. والجدير بالذكر أن النظرية التي تعنينا قد وردت في مقـالـة تخص القـطوع المخـروطية، ومـع ذلك فإننا لا نجد استعمالاً للقطوع المخروطية لا في برهان بني موسى ولا في برهان ابن الهيثم. وقد تحدث وايدمان (Wiedemann) ([٥٧]: ١٤-١٦) عن مقالة ابن الهيثم (حـ: ٧٣) سنة ١٩٠٩م. ونقوم بتحقيق مقالة ابن الهيثم (حـ: ٧٣) بكاملها في فصل لاحق.

(حـ : ٧٤) = (بر : ٤٨) = (سز : ١٣) = **«مقالة في عمل المسبع في الدائرة»**. تكلمنا عن هذا المـوضـــوع، ونتكلم عنه في فصل لاحق منفصل. يشير ابن الهيثم إلى مقالته (حـ: ٤٢). كمـا يشير إلى عمل القوهي حول المسبع. وقامت إيفون دولد ـ سامبلونيوس (Yvonne Dold-Samplonius) [٦٨] بترجمة مقالة القوهي المذكورة إلى الألمانية سنة ١٩٦٣. وتحـدث عادل انبوبـا عن المسبـع ([٦٩]: ٧٣-١٠٥) سنـة ١٩٧٧. كما كتب يان بيتر هوخندايك (Jan Peter Hogendijk) ([٧٠] : ١٩٧ ـ ٣٣٠) بحثاً طويلاً سنة ١٩٨٤ عن حكاية المسبع حقق فيه مقالة السجزي بخصوص المسبع وترجمها إلى الإنجليزية. وللعلم فإن بحثي عادل أنبوبا وهوخندايك بحثان جيدان.

(حـ: ٧٧) = (بر: ٣٣ب) = **«مقالة في الكرة المحرقة»**. مزيج من علمي الضوء والهندسة. كتبهـا بعـد كتـابتـه لكتابه «المناظر» = (حـ : ٣). حررها كمـال الدين الفارسي (ت: ٧٢٠/١٣٢٠) في كتابه «تنقيح المناظر...» ([٤٣]: م٢ : ٢٨٥ ـ ٣٠٢)، وترجم وايدمان هذا التحرير إلى الألمانية ([٧١]: ١٥-٥٨) سنة ١٩١٠م.

(حـ: ٧٨) = (بـر: ١٥) = (سز: ١١) = **«مقالة في مسألة عددية مجسمة»**. أي مقالة في مسألة حسابية تخص الهندسة الفراغية (المجسمة). وقد حققها وترجمها إلى الفرنسية سيسيانو (J. Sesiane) ([٧٢]: ١٨٩ ـ ١٩٥) سنة ١٩٧٦. وفحواها ـ باختصار ـ أن ابن الهيثم يجد حلاً لمسألة تكعيبية $س^3 + س = ك$ (حيث ك عدد معطى) مستعيناً بالقطوع المخروطية.

(حـ: ٧٩) = (بر: ٥) = (سز: ٢٣) = «**قول في مسألة هندسية**». ترجمها شوي (C.Schoy) ([٧٣]: ٢٥٤ ـ ٢٦٣) سنة ١٩٢٦، وقارنا ترجمته بصورة لهذا القول عن مخطوطة مكتبة بودليان أكسفـورد، آرش سيلد ٣٢، ص: ١١٥ب ـ ١٢٠أ، ورأينـا أنـه لم يفهم بعض خطوات ابن الهيثم الهنـدسية الصـائبة، وتصرف باستبدالها بخطوات صائبة من طرفه. ونكتب هنا بداية قول ابن الهيثم: «*ليكن مثلث ا ب حـ معلوم القدر، وضلع ب حـ منه معلوم، ومجموع ضلعي ب ا، ا حـ معلوم. ونريد أن نعلم كل واحد من ضلعي ب ا، ا حـ*»، ثم يحلل هذه المسـألة، وبعد انتهائه من ذلك، أعاد تحليلها أربع مرات بطرق مختلفة، مبتدئاً في كل مرة بالكلمتين: «*وبوجه آخر*». ثم يقول: «*وإذ قد تبين هذا المعنى بعدة وجوه، فقد بقي أن نركّب هذه المسألة ونجعلها مسألة عمليّة. وقد يمكن أن يركب بكل وجه من الوجوه التي بيّنت ولكن نقتصر في تركيبها على أحد الوجوه كيلا يطول الكلام، فنركبها على الوجه الأخير. وتركيبها على الوجه الأخير يكون كما نصف: نريد أن نعمل على خط مستقيم معلوم مثلثاً مساوياً لسطح معلوم، ويكون . . .*». وبذلك يكون قد استعمل طريق التحليل والتركيب في حل هذه المسألة. كما استعمل خلال البرهان، اصطلاحات ليست مألوفة لدينا في الهندسة المستوية، مثل: معلوم القدر، معلوم الصورة. وقد تحدثنا عن هذه الأمور خلال حديثنا عن مقالته (حـ: ٥٤) = «مقالة في المعلومات».

(د: ٢) = «**كلام في توطئة مقدمات لعمل القطوع على سطح ما بالطريق الصناعي**». تخص قطوع مخروطية بطرق عملية. لا يوجـد اسم مؤلف، ولكن يمكننـا الاستنتاج أنها لابن الهيثم. فالمخطوطة هذه موجودة في مكتبة فلورنس:

MS. Florence, Biblioteca Medicea Laurenziana, Or. 152, fols. 97-100.

وتأتي مباشرة بعد مقالة ابن الهيثم (حـ: ١٩) = «مقالة في المرايا المحرقة بالقطوع». المذكورة سابقاً والتي أتت أيضاً دون اسم المؤلف، ولكننا نعلم بالتأكيد أن (حـ: ١٩) لابن الهيثم. ولما كان ابن الهيثم يشير في (حـ: ١٩) إلى مقالة له بخصوص القطوع المخروطية بالطريق الصناعي، فإننا نستنتج أن (د: ٢) لابن الهيثم. [وللعلم فإن «رسالة المسائل الهندسية» [٧٤] لأبي نصر منصور بن علي بن عراق مولى أمير المؤمنين إلى (تلميذه النجيب) أبي الريحان محمد بن أحمد البيروني، تشتمل على مسائل هندسية مختلفة، يقول في مقدمتها: «. . . *فأجـاب مستعينـاً فيها بخواص القطوع . . . وسألتني عملها بالأصول الهندسية والطرق الصناعية*» كما أنه يقول: «*المسألة الأولى: ونحتاج إليها في عمل القطع المكافىء بالبركار*

التـام». وكـذلـك يقول: «*المسألة الثانية: ونحتاج اليها في عمل القطع الزائد بالبركار التام*». وأيضـاً يقول: «*المسألة الثالثة: ونحتاج إليها في عمل القطع الناقص بالبركار التام*». ويقـول في المسائل الثلاث خـلال البرهان: «. . . *فأما عملها بالطريق الصناعي* . . .»].

(د: ٣) = «تمـام كتـاب المخروطات». عبارة عن محاولة من قبل ابن الهيثم ـ الضليع في هندسة القطوع المخروطية ـ لبناء ما يتصوره محتويات المقالة الثامنة المفقودة من كتاب مخروطات أبولونيوس. يستعمل طريق **التحليل والتركيب والتحديد** في براهين كل مسائل الكتاب المكون من إحدى عشرة مسألة، كل مسألة مقسومة إلى عدة نظريات، مجموعها واحدة وثلاثون نظرية. وقام يان بيتر هو خندابك بدراستها، وتحقيقها، وترجمتها إلى الإنجليزية، ونشرها كتاباً [١٣] سنة ١٩٨٥. ونكتب مقدمة المقالة في فصل لاحق.

الفصل الرّابع

أسلوب ابن الهيثم
في كتابة أعماله الهندسيّة

أسلوب ابن الهيثم
في كتابة أعماله الهندسية

قبل أن نتكلم عن أسلوبه في كتابة أعماله الهندسية، نرغب أن نتحدث بإيجاز عن منهجه العلمي الذي طبقه في كتابه «المناظر» الذي تظهر معالمه ـ بشكل أو بآخر ـ في معظم أعمـاله.

يُقال إن روجر(1) بيكون (Roger Bacon) (عاش حوالي: ١٢٢٠-١٢٩٢م) هو «*أبو الأسلوب العلمي التجريبي الحديث*». غير أن كثيراً مما نُسب إليه قد أخذه عن ابن الهيثم ثم نقله إلى العالم الغربي الأوروبي، وقد قال بهذا الأمر العديد من علماء الغرب، أمثال: فردريك أو برفيك [٧٦] (Friedrich Ueberweg)، وَجورج صارتون ([٩]: م١ : ٧٢١)،

(١) يبدو لنا أن الاستاذ الكبير مصطفى نظيف ـ الذي وضع الكتاب القيّم: «الحسن بن الهيثم: بحوثه وكشوفه البصرية» الذي نكن له كل احترام وتقدير ـ قد سهى وكتب في الصفحتين ([٤٩]: م١: ٢٩، ٣٠) أن: فرنسيس باكون (Francis Bacon) (عاش: ١٥٦١ ـ ١٦٢٢م) هو «أبو الأسلوب العلمي التجريبي الحديث» بدلاً من روجـــر بيكون (Roger Bacon) المذكور في المتن. ولدى مراجعتنـا للموسوعـــة البريطانية الحديثـة (The New Encyclopaedia Britanica) ([٧٥]: م٢ : ٥٦١ ـ ٥٦٨) اتضح لنا أن فرنسيس بيكون (باكون) لم يكن باحثاً في العلوم البحتة، لا التجريبية ولا النظرية. وبإيجاز، كان فرنسيس بيكون: محامياً، وأحد رجال الحاشية الملكية، ورجل دولة، وفيلسوفاً، ومتقنا للإنجليزية.

"Francis Bacon: lawyer, courtier, statesman, philosopher, and master of the English tongue".

وإذا أخذنا بجملة أحمد سليم سعيدان المذكورة في المتن، فقد جعل فرنسيس بيكون المنهج العلمي ـ الذي وضعه السابقون ـ منطلقاً لفلسفته.

أما روجر بيكون فهو الذي قام بالتجارب والأبحاث العلمية في الضوء والكيمياء المعروفة التي جعلت الناس ـ فيما مضى ـ تُلَقِّبه بأبي الأسلوب العلمي التجريبي. وله أيضاً دراسات في الفلك والرياضيات. وكرّس كل وقته لدراسة الضوء والكيمياء والفلك والرياضيات خلال السنوات ١٢٤٧-١٢٥٧م في أكسفورد. وأنفق أموالاً كثيرة ابتداء من سنة ١٢٤٧ وما بعدها للبحث العلمي. ولكن يبدو أن الناس قد بالغت في تقدير قيمة أسلوبه العلمي التجريبي، إذ نقرأ في الموسوعة البريطانية:

"[Roger] Bacon: Thus represents a historically precocious expression of the emperical spirit of experimental science, though his actual practice of it seems to have been exaggerated".

ودي بواير [٧٧] (T.J.De Boer) ، وجوزيف هيل [٧٨] (Joseph Hell) ، وَ ألدو مايلي [٧٩] (Aldo Mieli) .

ويقول **أحمد سليم سعيدان** ([٥٠]: ع٤ : ٥٤): «*إن المنهج العلمي، الذي نحن العرب بأشد الحاجة إليه اليوم، هو صناعة عربية، بدأها جابر بن حيّان، وأتمّها ابن الهيثم*». وكذلك يقول (ص: ٥٤-٥٥): «*فأركان المنهج العلمي ثلاثة هي: البرهان الرياضي، والتجربة الحسية، والموضوعية. والبرهان الرياضي ابتكره الإغريق، والركنان الآخران استنّها الفكر الإسلامي. وعنه أخذ المبدأ التجريبي روجر بيكون. وهذا المبدأ جعله فرنسيس بيكون من بعد منطلقاً لفلسفته*». أما **التجربة** فسماها جابر بن حيان تدبيراً، وسماها ابن الهيثم اعتباراً. وأما **الموضوعية** فسماها ابن الهيثم **العدل**.

لقد أفاض **مصطفى نظيف** في شرح المنهج العلمي التجريبي عند ابن الهيثم، فقد كتب حوالي ٢٢ صفحة في كتابه المذكور ([٤٩]: م١ : ٢٩-٥٠) عن هذا الموضوع. ونختصر هذه الصفحات بالقول: لقد أخذ ابن الهيثم في معظم بحوثه - إن لم يكن كلها - بالاستقراء، كما أخذ بالقياس، وعني أحياناً بالتمثيل. وللمزيد، نحيل القارىء إلى الصفحات المذكورة من كتاب مصطفى نظيف.

ونختصر كلام **عمر فروخ** ([٢]: ٣٦٨ - ٣٧٠) **وصالح عمر** ([٨٠]: ٧٥-٨٩) بالقول: اتّبع ابن الهيثم في بحوثه منهجاً علمياً بناه على ما يلي:

(١) الاستقراء: استخراج القاعدة العامة من مُفردات الوقائع.
(٢) الاستنباط: تفريغ الأحوال المفردة من القاعدة العامة.
(٣) القياس: الموازنة بين الوقائع المختلفة والمقارنة بين النتائج.
(٤) المشاهدة: النظر في الأمور الجارية في بيئتها المخصوصة.
(٥) الملاحظة: التفطّن لما يتفق وما يختلف من هذه الأمور.
(٦) تكرار المشاهدة والتجربة: للتأكد من حقيقة ما تقوله نظرية ما، كان يكرر مشاهدة الظاهرة التي تشير النظرية إلى وجودها. وكان لا يقبل بالنظرية إلا بعد مشاهدات عديدة تثبت صحتها. وفي حالة عدم ثباتها بعد تكرار المشاهدة، لم يتردد في التخلي عنها.

ونأتي الآن إلى أسلوب ابن الهيثم في كتابة أعماله الهندسية :

يُلاحظ أن ابن الهيثم تغـذّى على الأعـمال الإغـريقية، العلمية منهـا والفلسفية. فمقدمة الرسالة الأولى التي كتبها بخط يده، وكانت بحوزة ابن أبي أصيبعة، تؤكد تأثير أرسطو وجالينوس على تفكيره. كما أن القوائم (١ـأ) (٢ـأ)، (ب)، (حـ) تؤكد أن كثيراً من أعماله كانت امتداداً لأعمال العديد من علماء الإغريق، أمثال : أُقليدِس، وأَرشميدس، وأبولونيوس، وبطلميوس. واطلاعنا على المخطوطات يؤكد اطلاعه على أعمال علماء العرب الـذين سبقـوه والذين عاصروه، ويمكننا اعتبار بعض أعماله امتداداً لأعمال علماء عرب سبقوه، وبعضها تبحث في موضوعات اهتم بها علماء عرب معاصرين له. ولا ملامة هنا، فالأمر الطبيعي أن يبني العالِم أعماله على أعمال من سبقوه والذين عاصروه.

يتحدث هيث ([٨١]: م١ : ٣٧٠ ـ ٣٧٢)، وَهو خندايك ([١٣]: ٧٦ـ٧٧) عن عناصر النظرية (المسألة) عند الإغريق، ونوجز كلامها بما يلي: تحتوي النظرية الهندسية عند الإغريق على العناصر الستة التالية:

(١) προτασις = enunciation = نص النظرية كلامياً.

(٢) εκθεσις = setting-out = كتابة نص النظرية باستعمال الرموز (الأحرف) الهندسية.

(٣) διορισμος = specification = تحديد المطلوب = أي : كتابة المطلوب إثباته.

(٤) κατασκευη = construction = العمل = العمل الضروري للبرهان.

(٥) αποδειξις = proof = البرهان.

(٦) συμπερασμα = conclusion = الاستنتاج = الخاتمة = الحكم النهائي.

وظهرت العناصر الستة المذكورة في معظم نظريات كتاب اقليدِس «الأُصول». كما تظهر أحياناً بعض العناصر الأخرى في النظريات الهندسية الإغريقية، وقد ظهرت في أعمال أبولونيوس :

(أ) αναλισις [٢] = «أناليسيس»[٢] = analysis [٢] = «التحليل» = البحث عن الحل = «تَصَيُّد الحل» كما قال إبراهيم بن سنان في مقالته «طريق التحليل والتركيب» المذكورة

(٢) يلاحظ أن الكلمات: «أناليسيس، ديوريسموس، سينثاسيس» تُلفظ بنفس اللفظ باللغتين اليونانية والإنجليزية.

سابقاً = الحل العكسي = أي: نفترض المسألة محلولة، ونحلِّلُها، ونستنتج الخطوات الضرورية للبرهان.

(ب) διορισμος [٢] = «ديوريسموس»[٢] = diorismos [٢] = «التحديد» = أي: تحديد الشرط أو الشروط الضرورية والكافية لوجود حل (حلول) للمسألة أو عدم وجوده.

(جـ) συνθεσις [٢] = «سينثاسيس»[٢] = Synthesis [٢] = «التركيب»[٣] = يأتي دور التركيب بعد التحليل والتحديد، فبعد أن نعرف شروط حل المسألة وطريقة البرهان، نبرهن (نركب) المسألة. ويلاحظ أن التركيب يشتمل عادة على ما يلزم من: المطلوب إثباته (أي: (٣))، والعمل (أي: (٤))، والبرهان (أي: (٥))، والخاتمة (أي: (٦)).

ولعلنا نمزج العناصر الثلاثة أ، ب، حـ هكذا: «التحليل» هو تَصَيُّد الحل أو **البحث عن الحل**، ويتم بأن نعتبر المسألة (النظرية) محلولة، ثم نستنتج من معطيات المسألة، بخطى عكسية، نتائج متتابعة تؤدي إلى «تحديد» أن ما يطلب معرفته يمكن، أو لا يمكن أن يعرف. فإذا كان لا يمكن أن يعرف فالمسألة محال، ونقف مكاننا. وإذا كان يمكن أن يعرف، فنستنتج الخطوات الضرورية للبرهان، ويأتي هنا دور «التركيب» وهو «عمل» ما يلزم من إنشاءات اقتضاها التحليل، وذكر «المطلوب إثباته»، وإقامة «البرهان» الذي استنتجناه أثناء «تحليلنا» للمسألة، ثم «الخاتمة».

ونرغب أن نقتبس جملة من كلام ويجن بن رستم القوهي «*شيخ عصره في الهندسة*»، قالها في نهاية مقالته «**جواب أبي سهل القوهي عن كتاب أبي إسحاق الصابيء**»: «*. . . وغير ذلك من الوجوه، وكذلك للشكل الأول وجوه كثيرة، ولكن كتبت واحداً منها بالتركيب فقط، ولو كتبت باقي الوجوه واستعملت التحليل والتركيب والتقسيم والتحديد كما عمل أبلونيوس في بعض أشكاله لكان كتاباً كثيراً . . .*»[٤].

---

(٣) ثمة معنى رياضي آخر لكلمة «التركيب» ليس له صلة بموضوعنا هنا، هو: «التركيب»، إذا كان أ : ب معلوماً، فإن (أ + ب): ب معلوم.

(٤) أخذنا جملة القوهي المذكورة عن مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ (ص ١٤٠أ، نسخت في القرن الخامس الهجري)، ومخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ (ص ٢١٤ب، نسخت سنة ١٣٠٥هـ)، ومخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م (ص٢١٣ب، نسخت سنة ١١٥٩هـ). ويبدو أن مخطوطة الظاهرية قد نسخت عن مخطوطة القاهرة.

لقد تأثر علماء العرب بالأعمال الإغريقية، واتبعوا أحياناً وبدرجات متفاوته الأسلوب الإغريقي في الكتابة. وهذا أمر طبيعي تماماً لأن العلوم بخاصة ومختلف أنواع المعرفة بعامة تتأثر - دائماً - بما سبقها.

التـزم أُقليدِس بالعنـاصر الستة المذكورة سابقاً في كتابته نظريات كتابه الأصول. ولكنه لم يكتب الكلمات اليونانية المذكورة التي تعني بالعربية: (١) نص النظرية كلامياً، (٢) نص النظرية بالرموز (الأحرف) الهندسية، (٣) تحديد المطلوب إثباته، (٤) العمل، (٥) البرهان، (٦) الخاتمة.

وكانت معظم العناصر الستة المذكورة موجودة بدرجات متفاوتة، وحسب الزمن في كثيرٍ من النظريّات الهندسيّة عند علماء الهندسة العرب.

فمثـلاً، نرى أن ثابت بن قرة (ق: ٣/٩) يكتب في كتاب المفروضات «الأصل» [الذي كتبه ثابت بلفظه] نص النظرية كلامياً دون أن يقول «نص النظرية»، وهذا بالضبط العنصر الأول (١) عند الإغريق. ثم يكتب جملة تبدأ بالكلمة «مثاله» [بمعنى مثال على نص النظرية] أو تبدأ بالكلمتين «مثال ذلك»، والجملة هذه عبارة عن العنصرين (٢) وَ (٣)، أي أنها عبارة عن إعادة كتابة نص النظرية بالرموز (الأحرف) الهندسية مع المطلوب إثباته. ثم يقول: «برهانه» [بمعنى برهان النظرية]، أو يقول: «برهان ذلك»، والفقرة هذه عبارة عن العنصرين (٤) وَ (٥) معاً. وينهي النظرية بالكلمات: «وذلك ما أردنا أن نُبيِّن». ولم يكتب، أحياناً، نص النظرية كلامياً، بل اكتفى بكتابة هذا النص بإسلوب «مثاله».

أما نصير الدين الطوسي (ق: ١٣/٧)، الذي حرر كتاب مفروضات ثابت، فلم يكتب في كتاب المفروضات «التحرير» نص النظرية كلامياً، أي: لم يرد العنصر (١) في أي من نظريات هذا الكتاب.

وهذا يعني أن علماء العرب المتقدمين (الأوائل) تأثروا بالأسلوب الإغريقي أكثر من تأثر علماء العرب المتأخرين به.

يقول يان بيتر هو خندايك ([١٣]: ٧٦): التزم ابن الهيثم التزاماً دقيقاً في كتابه «تمام كتـاب المخروطات» بالإسلوب الإغريقي لأُقليدِس وأبولونيوس. وأعطى مثالاً على ذلك المسألة الأولى والثانية من ذلك الكتاب.

ومع احترامنا وتقديرنا لأعمال هو خندايك إلاّ أننا نختلف معه في الرأي بخصوص

مسائل «تمام كتاب المخروطات»، ونقول: مع أننا مقتنعون أن ابن الهيثم ـ كغيره من العلماء العرب ـ كان متأثراً بالأسلوب الإغريقي، إلّا أنه لم يلتزم به التزاماً دقيقاً، والأمثلة كثيرة، منها: لم يكتب نص المسألة الثانية كلامياً، بل كتبها بإسلوب «مثاله» دون أن يقول «مثاله»، وكـذلـك في المســائل الثالثة والرابعة والثامنة والتاسعة، والحادية عشر. علماً بأن الكتاب يشتمل على إحدى عشرة مسألة، كل واحدة منها مكونة من عدة أقسام (نظريات للحالات المختلفة). أما التزامه بالتحليل والتحديد والتركيب في «تمام كتاب المخروطات» فهو أقوى من التزامه بالعناصر الأخرى. ولكن يجب أن نتذكر أن العرب اهتموا واستعملوا التحليل والتحديد والتركيب أكثر من اهتمام واستعمال الإغريق للعناصر الثلاثة هذه.

وفي **«مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية»** فالحلول مباشرة، ولم يستعمل التحليل والتحـديد والـتركيب في أية نظرية من نظريات هذه المقـالة. وعندما يقرأ القارىء كلمة «التركيب» في هذه النظريات، يجب أن يتذكر أن «التركيب» هنا لا يعني «تركيب البرهان» بل يعني خطوة برهانية بمعنى: إذا كان أ:ب معلوماً، فإن (أ+ب): ب معلوم. ونجد أنه يكتب نصاً كلامياً للنظريات: ١، ٥، ٦، ٧، ٨، ٢١؟، ٢٢، لكنه لا يكتب نصاً كلامياً لأي من نظريات المقالة الأخرى. وأحياناً يمزج عناصر عديدة بحيث لا نستطيع تحديد بعض عناصر النظرية، مثلاً: نجده في النظرية (١٦) يعطينا الاستنتاج النهائي الصائب: «فهلال ح ن ب ف ح مع دائرتي ص، ي، مساويات بمجموعها لمثلث ء ع ب. وذلك ما أردنا أن نبيّن» دون أن نعرف هدفه، لا في البداية، ولا حتى في منتصف الطريق. ومن الصعب جداً كتابة نص كلامي، أو حتى بالأحرف الهندسية، بشكل موجز مقبول لهذه النظرية.

يسـترسـل ابن الهيثم في شرح براهينـه الهندسية بإسهاب. وتبدو الخطوات مكرّرة والبراهين مطوّلة، ويمكننا ـ بالتأكيد ـ إيجازها، علماً بأنه كان يخشى الاختصار الذي قد يضر بالمعنى. كما أن براهينه ممتعة وتساعد القارىء على فهم المادة. وهو لا يقبل ما يبدو واضحاً وبدهيّاً، بل يؤكده ويثبته، ونحن نرى أن هذا يَدُل على عمق في التفكير وسبق للزمن(٥).

---

(٥) كان الناس، في القدم، يستعملون وَيَقْبَلون كثيراً من الحقائق دون برهان. أما الآن فإننا، في الرياضيات البحتة، نريد برهاناً لكل صغيرة وكبيرة ولا نقبل ما يبدو واضحاً وبدهياً دون برهان. لذا قلنا إن ابن الهيثم قد سبق زمانه وكان عميق التفكير.

وذكرنا أن **مصطفى نظيف** ([٤٩]: م١ : الصفحة «و») قال : «*وما يشاهد في بعض براهينه الهندسية، من التزامات التزمها في مقدماتها أو إسهاب في التفصيل، فهو في الحقيقة مما يقتضيه المنطق الهندسي في تحديد أوضاع النقاط والخطوط تحديداً تنتفي به احتمالات ربما تطرأ من غير ذلك التحديد. وهذه ظاهرة تدل على عمق التفكير ودرجة الدقة من الناحية الهندسية، وليس من المغالاة أن نقول إنه بلغ فيها الذروة*».

وظاهرة التكرار والشرح بالتفصيل ليست موجودة في براهينه الهندسية حسب، بل موجودة في معظم أعماله. ويقول **صالح عمر** ([٨٠]: ٧٥) : «*من أهم سمات الطريقة التي يتبعها ابن الهيثم في «كتاب المناظر» وفي أعمال أخرى. . . أنه يكرر مشاهدة الظاهرة. . . والذي يثير الإعجاب حقاً هو مدى تقيده بهذه القاعدة؛ إذ إنه يطبقها بشكل روتيني دؤوب في كل أعماله، حتى في بعض الحالات التي لا يبدو فيها حاجة للمزيد من التكرار. ومع أن هذا يؤدي إلى إضفاء الميكانيكية أحياناً على منهج ابن الهيثم، وكأنه في هذه الحالات يؤكد ما هو واضح، فنحن نخطىء كثيراً إذا سمحنا لهذه المغالاة في التكرار بأن تخفي علينا الإبداع المنهجي الخطير الذي تتضمنه طريقة ابن الهيثم العلمية، التي أدت - تماماً لأنها اتبعت اسلوب اطراد المشاهدة - إلى تطور خطير ليس في علم الضوء حسب، ولكن في الطريقة العلمية بشكل عام*».

ونضيف: من الطبيعي أن يتضايق القارىء الاختصاصي العارف في المادة من كثرة التكرار. بيد أن التكرار يكون عادة ذا فائدة للقارىء المتعلم، وأحياناً للقارىء الاختصاصي العارف بالمادة. واسمحوا لنا أن نقدم مثالاً واقعياً على فائدة التكرار لدى الاختصاصي.

قام هاينرخ سوتر [٤٠] سنة ١٨٩٩ بترجمة رسالة ابن الهيثم «تربيع الدائرة» إلى الألمانية وتحقيقها بالعربية، معتمداً ثلاث مخطوطات نسخت في القرن الحادي عشر للهجرة، وقال: إن الرسالة هذه مزيج من الهندسة والفلسفة. واعتبر حديث ابن الهيثم عن «النسبة» - في هذه الرسالة - بأنه فلسفة. ثم وقعت لدينا مخطوطة لهذه الرسالة نسخت قبل ٥٦٨هـ. واتضح لنا أن ابن الهيثم قدم في بداية الرسالة كلاماً عاماً ونظريتين ثم توقف، وقال: «مقدمة»، ولم تَرِدْ كلمة «مقدمة» هذه في المخطوطات التي اعتمدها سوتر. وَتَحَدَّث بعد الكلمة «مقدمة» حديثاً طويلاً عن النسبة، يبدو وكأنه ليس رياضيات، يكرره وكأنه يدور ويلف حول نفسه، واعتبر سوتر هذا الحديث «فلسفة». ونحن نقول: إن سوتر لم

يفهم هذا الحديث، وكغيره من المستشرقين الغربيين الأوائل، حكم على الظاهر دون أن يحاول فهم الجوهر. والحقيقة أننا ـ أيضاً ـ لم نفهمه في بداية الأمر، مع أنه كلام مكرر مراراً وتكراراً في تلك الفقرة مع تطبيق هذا الكلام في بقية «رسالة تربيع الدائرة». ثم قرأنا «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية» التي تحدث فيها عن «النسبة» أيضاً. وجمعنا حديث ابن الهيثم عن «النسبة» في هذين العملين وقرأناهما معاً مراراً وتكراراً حتى فهمنا أن ابن الهيثم كان يحاول تعريف الأعداد الحقيقية بفروعها؛ فحديثه إذن لم يكن فلسفة، بل رياضيات، ورسالته رسالة هندسية رياضية. وسنوضح هذا الأمر في الفصل القادم. وللعلم، فبعد فترة من الزمن، أضافت لنامقالته «التحليل والتركيب» بعض المفاهيم عن النسبة. إذن: كان التكرار ذا فائدة لدى اختصاصي في الرياضيات البحتة، فلو لم يكرر ابن الهيثم كلامه لما فهمناه.

يميل ابن الهيثم، في بعض مقالاته الهندسية، إلى وضع نظريات كمقدمات لموضوعاته الهندسية، ويسميها «مقدمات». وتبدو هذه المقدمات، لأول وهلة، وكأنها لا تنتمي إلى ذلك الموضوع، ولكنه يستفيد منها ويرجع اليها خلال براهين نظرياته الرئيسية في ذلك الموضوع. وفي كثير من الأحيان تكون هذه النظريات «المقدمات» طويلة معقدة وهامة، فهي ـ إذن ـ نظريات قوية قائمة بذاتها، لها وزنها في علم الهندسة. ونعطي أمثلة : يقدم في مقالته «الأشكال الهلالية» سبع مقدمات (نظريات)، الأربع الأولى طويلة معقدة، والسادسة سهلة، وتبدو الخامسة والسابعة بَدَهِيّات ومع ذلك يبرهنها. وقدم في بداية المقالة الخامسة من كتابه «المناظر» ـ وهي مقالة هندسية بحتة ـ ست مقدمات (نظريات)، أفاض العديد من الباحثين في الحديث عنها ودراستها، ولعل أهم دراسة لها هي دراسة عبدالحميد صبرة [٩٨]. وقال في مقالته: «مساحة المجسم المكافىء»: «ولنقدم لذلك مقدمات» وقدم أربع مقدمات (نظريات) قوية. أما مقالته «أوسعية الكرة والدائرة. . .» فتشتمل على أربع عشرة نظرية، ثمانٍ منها مقدمات (نظريات) معظمها طويلة جداً ومعقدة، ويحصر هذه المقدمات بين النظريات الست الرئيسية. ونكتفي بهذا القدر من الأمثلة.

ويفضل ابن الهيثم أن تكون المقالة مستقلة عما سبقها، ذلك تسهيلاً على القارىء الذي لا يستطيع الحصول على المرجع الضروري. ونكتفي بمثالين: يقول في مقالته:

«مساحة الكرة»: «*ونحن نقدم لذلك مقدمة عددية، قريبة المأخذ، . . .، وقد بيّنا هذه المقدمة بالبرهان المحقق في كتابنا في مساحة المجسم المكافىء. ونحن نستأنف البرهان عليها في هذا القول، لئلا يكون هذا القول محتاجاً إلى غيره*». وبرهن نظريتين في رسالته: «تربيع الدائرة»، كان قد برهنهما في مقالته «الأشكال الهلالية»، حيث قال: «*وقد بيّنا هذا المعنى في كتابنا في الهلاليات، ونحن نعيد البرهان عليه في هذا الوضع*».

كان ابن الهيثم يقسم المسألة الطويلة الواحدة إلى عدة أقسام (نظريات)، فمثلاً: بإمكاننا اعتبار النظريات ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢ في مقالته «الأشكال الهلالية» بأنها مسألة واحدة طويلة، كما أن النظريات ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨ عبارة عن تطبيقات على النظريات الخمس السابقة، ونعلم أن النظريات (المقدمات) السبع الأولى عبارة عن تمهيد هندسي ضروري للنظريات ٨، . . .، ١٨؛ أي بإمكاننا اعتبار النظريات ١، . . .، ١٨ مسألة واحدة طويلة، أو على أقل تقدير، موضوع واحد مترابط وكأنه مسألة واحدة طويلة. كذلك بإمكاننا اعتبار نظريات كتابه «تمام كتاب المخروطات» إحدى عشرة مسألة طويلة وأنـه قسمها إلى واحدة وثلاثين نظرية، فالمسألة الأولى عبارة عن خمس نظريات طويلة، وبالأخص فالنظرية الخامسة طويلة جداً ومعقدة. ونحن نرى أن مثل هذا الأمر يحتاج إلى نظر حاد ثاقب يرى بعيداً، وعمق في التفكير، وباع طويل في الهندسة.

كان ذا مقدرة على تحليل المسألة إلى جميع وجوهها ووضع الحل الصواب لكل وجه من هذه الوجوه، ويتضح ذلك في مقالتيه: شكل بني موسى، وتسبيع الدائرة. أما في مقالته «قول في مسألة هندسية» = (جـ: ٧٩) فقد حلّل المسألة بخمسة وجوه، وَرَكَّبَها بوجه واحد.

أصلح ابن الهيثم أخطاء (أو السهو الذي وقع فيه) العديد من العلماء الذين سبقوه. ولكنه كان مؤدباً في إصلاح هذا الخطأ، فهو لم يتهمهم بعدم المعرفة (أو بقلة المعرفة)، بل كان يحترمهم، وحاول أحياناً إيجاد العذر لهم. فمثلاً: نجد في مقالته (حـ: ٧٣) = «مقالة في شكل بني موسى» أنه أصلح خطأ (أو سهواً) وقع فيه بنو موسى، وقال: «*فقد لحقهم سهو*»، وابن الهيثم أدرى من غيره بمقـدرة بني موسى الـذين كانـوا من أوائل مؤسسي الـرياضيات العربية، والذين أثبتوا وجودهم بعلم الحيل (الميكانيكا) والفلك والهندسة. وكـذلـك، أصلح الخـطأ (أو وضـع حلاً للمسألة المستعصية، أو ملأ الفراغ، أو أكمل

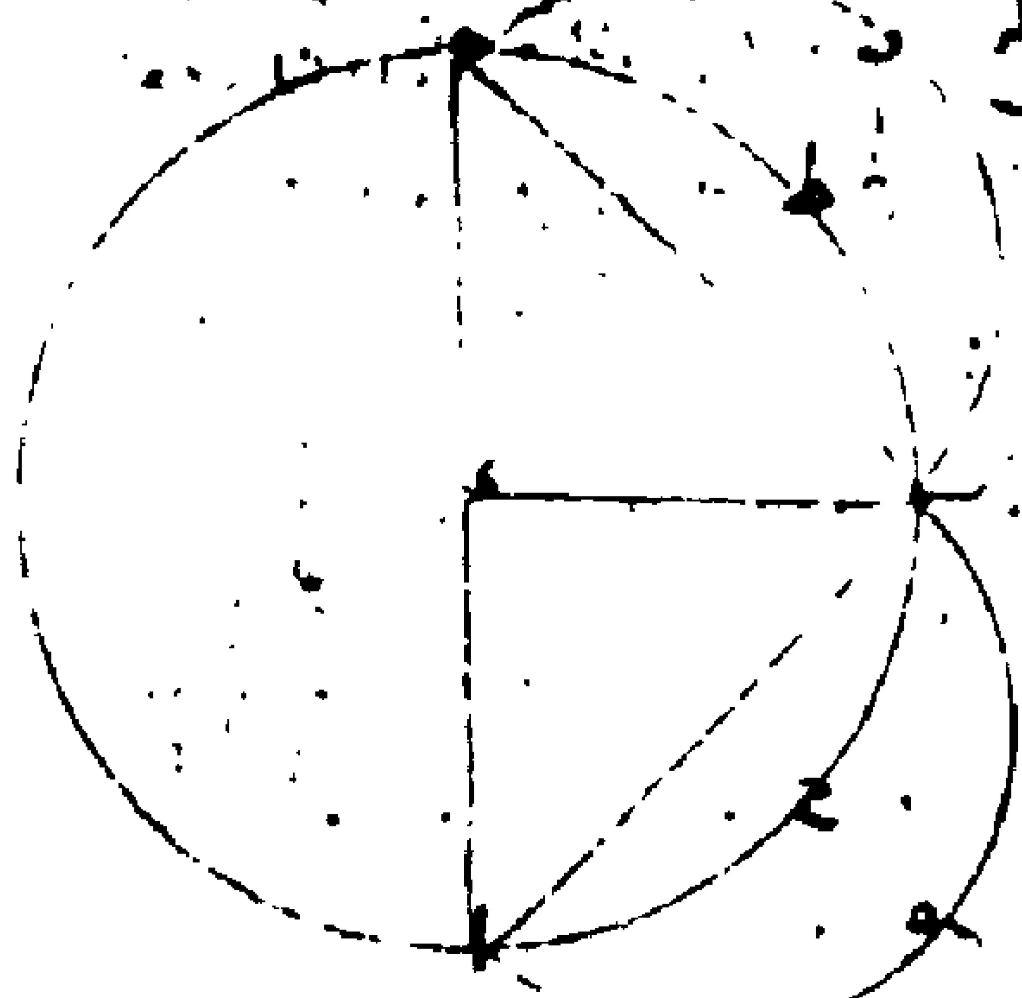
النقص) الموجود في العديد من أعمال أرشميدس (عبقري العالم القديم)، ففي مقالته (حـ: ٤٢) = «قول في استخراج مقدمة ضلع المسبع» قال: «. . . *ولم يبيّن كيف نعمل المربع على الصفة التي شرطها، وإنما لم يبين ذلك لأن عمل المربع على الصفة التي شرطها إنما يكون بقطوع المخروطات، ولم يكن ذكر في كتابه ـ الذي يذكر المسبع في آخره ـ شيئاً من قطوع المخروطات*، فلم يَرَ أن يخلط بالكتاب ما ليس من جنسه، *فأخذ المربع مقسماً، وبنى عليه ضلع المسبـع*». فهو إذن يضع غطاء على الفجوة العميقة الموجودة في عمل أرشميدس، وذلـك بإيهامنا أن أرشميدس تعمّد عدم إعطاء البرهان. وقد قال كلاماً مماثلاً في مقالته (حـ: ٤٣) = «قول في قسمة الخط الذي استعمله أرشميدس. . .»، وربما أيضاً قال كلاماً شبيهاً بذلك في مقالته المفقودة (١ ـأ: ٢٥) «رسالة في برهان الشكل الذي قدمه أرشميدس في قسمة الزاوية ثلاثة أقسام ولم يبرهن عليه». وابن الهيثم أدرى من غيره بعبقرية أرشميدس.

وفي النهاية نقول: كان ابن الهيثم حريصاً على إثبات كل صغيرة وكبيرة بدقة متناهية، ويختار كلماته بدقة ودراية، أي: كان يؤدي عمله بدقة وإتقان بلغ فيهما الذروة.

الفصل الخامس

النسبة عند ابن الهيثم
ورسالة "تربيع الدائرة"

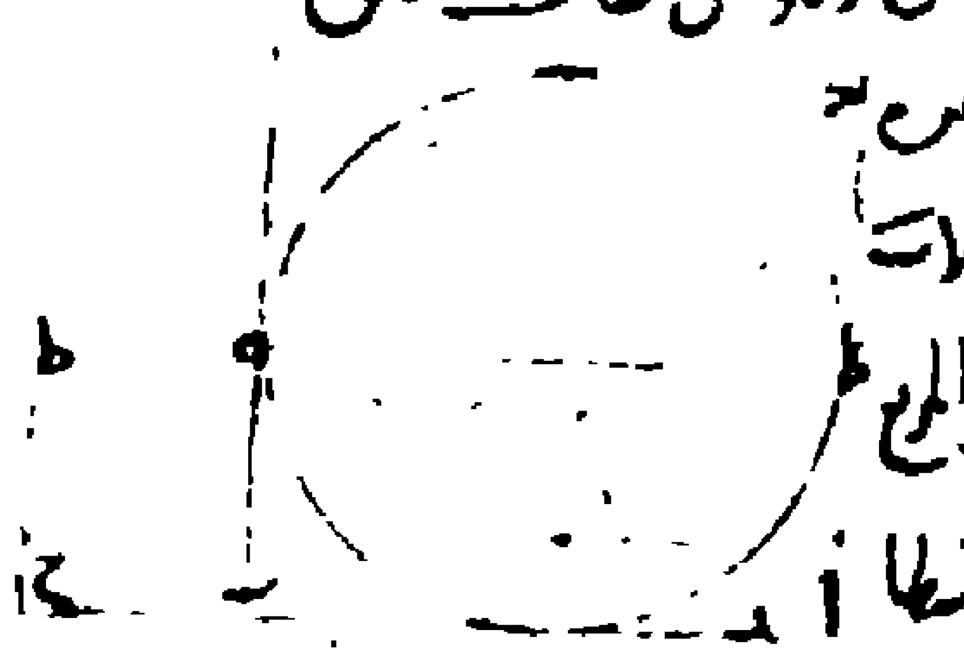
بسم الله الرحمن الرحيم رسالة لابن الهيثم في تربيع الدائرة قد يعتقد كثير من المتفلسفين
ان سطح الدائرة لا يمكن ان يكون مساويا لسطح مربع مستقيم الخطوط وهو ممكن وغير متعذر
وله نظائر واشباه قد يوجد هلال يحيط به قوسان من دائرتين وهو مع ذلك مساو لمثلث
وقد يوجد هلال ودائرة متساويان مجموعهما لمثلث وقد ذكرنا من هذا النوع اشكالا
كثيرة مختلفة في الهلاليات ولما وجدنا الامر على هذه الصفة في الاشكال الهلالية قوي
في نفوسنا انه يمكن ان يكون سطح دائرة مساويا لسطح مربع مستقيم الخطوط فاستعملنا
الفكر في ذلك الى ان تبين لنا بالبرهان ان هذا المعنى ممكن ولا شبهة في امكانه فنقول
ان كل دائرة يخرج فيها خط من اقطارها ثم يعلم على محيط احد نصفيها نقطة كيف ما اتفق
ويوصل بينها وبين طرفي القطر بخطين مستقيمين ويعمل على الخطين نصفا دائرتين فان الهلالين اللذين يحدثان
من محيطي النصفين مع محيط الدائرة الاولى مساويان مجموعهما للمثلث الحادث في الدائرة
الاولى وقد بينا هذا المعنى في كتابنا في الهلاليات ونحن نعيد البرهان عليه في هذا
الموضع فلتكن دائرة عليها ا ب ج ولتكن مركزها ه ونخرج على محيط ا ب ج منها ا ج قطر
الدائرة ونعلم على محيط الدائرة نقطة ب ونصل خطي ا ب ب ج ونعمل على خطي ا ب ب ج
نصفي دائرتين هما ا ص ب ب ز ج فاقول ان هلالي ا ص ب ح ب ز ج ط مساويان مجموعهما
لمثلث ا ب ج برهانه ان كل دائرتين فان نسبة احداهما الى الاخرى كنسبة مربع قطر احداهما
الى مربع قطر الاخرى كما تبين في شكل ب من المقالة
يب من الاصول فنسبة دائرة ب ج الى دائرة ا ب
كنسبة مربع ب ج الى مربع ب ا وبالتركيب تكون نسبة
مربعي ب ج ب ا الى مربع ا ب كنسبة دائرتي
ب ج ا ب الى دائرة ا ب ومربعا ب ج ا ب
هما مربع ا ج كما تبين في شكل العروس فنسبة
مربع ا ج الى مربع ا ب كنسبة دائرتي ب ج ا ب



الى دائرة ا ب ونسبة مربع ا ج الى مربع ا ب كنسبة ا ج الى دائرة ا ب فنسبة دائرتي ب ج
ا ب الى دائرة ا ب كنسبة دائرة ا ج الى دائرة ا ب فدائرة ا ج مساوية لدائرتي ب ج ا ب فنصف
دائرة ا ج مساو لنصفي دائرتي ا ب ب ج فاذا اسقطنا قطعتي ا ب ب ج المشتركة
لدائرة ا ج ولدائرتي ا ب ب ج بقي مثلث ا ب ج مساويا لهلالي ا ص ب ح ب ز ج ط وذلك
ما اردنا بيانه فان كان قوسا ا ب ب ج متساويين فان خطي ا ب ب ج ايضا يكونان
متساويين ويكون دائرتا ا ب ب ج ايضا متساويتين ويكون نصفاهما متساويين ويكون
هلالا ا ص ب ح ب ز ج ط متساويين وقد تبين ان الهلالين متساويان ومثلثا ا ب د ب د ج متساويان
فان كل واحد من الهلالين يكون مساويا لواحد من المثلثين ويكون هلال ا ص ب ح مساويا

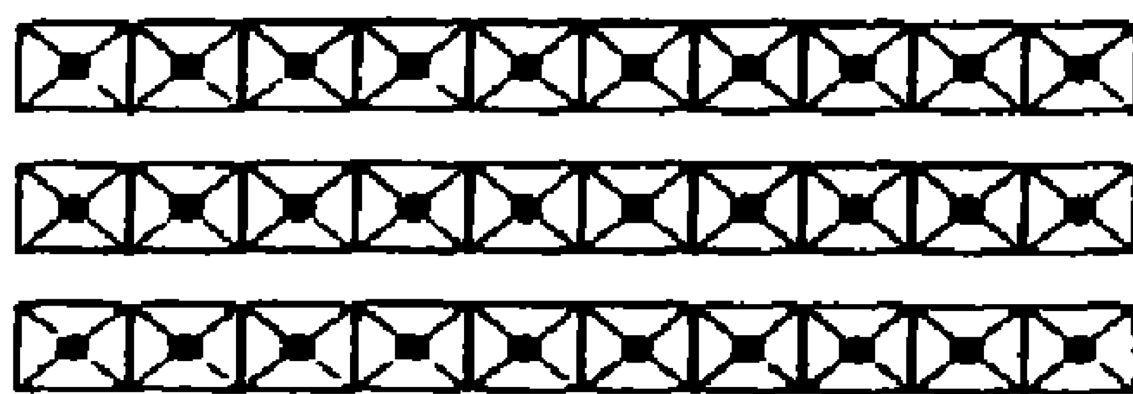
الصفحة الأولى، «رسالة لابن الهيثم في تربيع الدائرة»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص ١٩١ب (أو: ص ٣٩ب، الجزء الثاني).

٢ أ 193



لكان لمن جمع هذا النظر غنية بهذا القدر من انسان دعوان ما ... لكن اب
خطا معلوما ولنعمل عليه مربع اج فهو معلوم وقد دائرة
ده فهي معلومة لكون قطرها وصورة المساوي لاب
معلوما ولان الدائرة جزء معلوم من كل المعلوم هو المربع ط
فلتكن لها النسبة فلتكن كنسبة ما الى ز ونخرج جو خطا
ضامنها في النسبة لتكون نسبة اب الى بح كنسبة ... الى ز ولنعمل على ... مربع
... فتكون نسبة اب الى ز اعني نسبة مربع اج الى دائرة ده كنسبة مربع اج
الى مربع ... مربع اج الى دائرة ده والى مربع ... واحد فدائرة
ده مساوية لمربع ... فاذن وجدنا ما طلبنا وليس هذا مما يوجب التشنيع والله اعلم

الصفحة الأخيرة، «رسالة لابن الهيثم في تربيع الدائرة»، مخطوطة أياصوفيا ٤٨٣٢، ص١٩٣أ (أو ص: ٤١أ، الجزء الثاني). يرجى ملاحظة الجملة المُميَّزة في السطر الأخير: «فإذن وجدنا ما طلبنا، وليس هذا مما يوجب *التشنيع* والله أعلم».



النسبة عند ابن الهيثم
ورسالة «تربيع الدائرة»

تستند معظم خطوات براهينه الهندسية، في كثير من أعماله الهندسية، وبالذات في عملية «الأشكال الهلالية» وَ «تربيع الدائرة» إلى النسبة بين مقدارين متجانسين، ونحن نجد من المناسب أن نقول ما يلي: إننا لا نقلق، في الوقت الحاضر، من القول:

$$\frac{\text{دائرة مساحتها ٢٥ ط سنتيمتر مربع}}{\text{مربع مساحته ١٠٠ سنتيمتر مربع}} = \frac{\text{قوس طولها ١٠ ط متر}}{\text{خط طوله ٤٠ متر}} = \frac{\text{ط}}{\text{٤}} ،$$

(ط = عدد حقيقي يساوي ناتج نسبة محيط الدائرة إلى قطرها)؛

إذ إن ناتج النسبة بين مقدارين متجانسين هو عدد حقيقي مجرد، وهذا العدد لا يقلقنا سواء كان عدداً قياسياً (نسبياً = rational) أو عدداً غير قياسي (غير نسبي = irrational).

ولكن يبدو أن موضوع النسبة بين مقدارين متجانسين، كان يقلق ابن الهيثم، فقد تكلم عن النسبة بين مقدارين متجانسين في النظرية الرابعة من مقالته: **«الأشكال الهلالية»**، حيث قال: «*أما إمكان ذلك على الاطلاق، فلأن قوسي ا ب ، ب ح من دائرة واحدة، فقد يصح أن يقع بينهما كل نسبة تكون بين مقدارين متجانسين. وأما وجود ذلك بالفعل، بطريق العمل ويعمل سهل. . .*». كما أنه قال في النظرية الخامسة من مقالته المذكورة: «*وقوس ا ب ، ومحيط الدائرة، مقداران من جنس واحد، يصح بينهما التطابق والتفاضل. وكل نسبة ـ بين مقدارين متجانسين يصح بينهما التطابق والتفاضل ـ فانها تقع بين كل مقدارين متجانسين يصح بينهما التطابق والتفاضل. أما إن كانت النسبة عددية، فذلك ظاهر. وأما إن كانت النسبة غير عددية، فهي تقع بين كل مقدارين متجانسين،*

وجدنا نحن تلك النسبة، أم لم نجدها؛ *لأن النسبة هي معنى يخص المقادير المتجانسة*، لا *من أجل علمنا بها وجودنا لها. وليس واحدة من النسب أولى بالمقادير المتجانسة من غيرها. فنسبة قوس أ ب ح إلى محيط الدائرة، هي كنسبة خط مستقيم إلى قطر الدائرة الذي هو خط أ ء. وجدنا نحن ذلك الخط، أم لم نجده. فليكن ذلك الخط ه*».

وتحدث ابن الهيثم عن «المعلومات» في مقدمة مقالته: «**التحليل والتركيب**» وقال: «**فالمعلوم القدر** *هو الذي لا يتغير مقداره، والمقدار هو البعد والأبعاد، فالمعلوم القدر هو الذي لا يتغير بعده أو أبعاده، أي لا يزيد بعده أو أبعاده ولا ينقص*. **والمعلوم النسبة** *هو الذي لا تتغير نسبته*، **والنسبة** *هي قياس كمية المنسوب إلى كمية المنسوب إليه، وليس تكون النسبة إلّا في مقدارين من نوع واحد، يجتمعان تحت جنس واحد، والنسبة تكون في نوعين، هما: العدد والمقادير. فأما النسبة التي في العدد... فأما* **النسبة التي في المقادير**، *فإنها تنقسم قسمين*: **نسبة عددية ونسبة غير عددية** *... ونحن نُبيّن كل واحدة من هاتين النسبتين في هذا الموضع، بقول مختصر، يفهم منه معناهما، وهو: إن* **النسبة العددية** *التي تكون بين مقدارين هي التي تكون نسبة أحد مقداريها إلى الآخر كنسبة عدد إلى عدد*. **والنسبة غير العددية** *هي التي ليس مقداريها كنسبة عدد إلى عدد*».

أما في رسالته: «**تربيع الدائرة**»، فبعد أن برهن، في بداية الرسالة، ما يعادل النظرية الثامنة والقسم الأول من النظرية التاسعة من مقالته: «**مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية**» فإنه قدم نصاً لنظرية، أراد أن يثبتها، ثم توقف وقال: «مقدمة»[1]. أما كلمة «مقدمة» هذه فهي بداية فقرة طويلة، يخرج فيها عن موضوع الرسالة، ويتحدث عن «النسبة»، ثم يرجع

(١) وردت كلمة «مقدمة» بالحبر الأحمر في مخطوطة أياصوفيا ٤٨٣٢/ الجزء الثاني / ٣٩ب - ٤١أ. ونعلم أن هاينرخ سوتر [٤٠] قد حقق وترجم إلى الالمانية، سنة ١٨٩٩م، رسالة: «تربيع الدائرة» لابن الهيثم، معتمداً في تحقيقه وترجمته ثلاث مخطوطات، نسخت في القرن الحادي عشر الهجري، ولم ترد كلمة «مقدمة» في أي من هذه المخطوطات الثلاث. ونعتقد أن ابن الهيثم كان قد كتب الكلمة «مقدمة» في رسالته: «تربيع الدائرة» الأصلية، إذ يبدو لنا أن وجود هذه الكلمة وفي موقعها من الرسالة هو أمر منطقي، وهذه الكلمة «مقدمة» تتساوق مع كلمة «مقدمات» التي وردت في عدد من أعماله، أمثال: «الأشكال الهلالية» والمقالة الخامسة من كتابه «المناظر» وَ «مساحة الكرة» وَ «أوسعية الكرة والدائرة...» وَ «مساحة المجسم المكافىء». كما أننا نستبعد أن يتوقف ناسخ المخطوطة عن الكتابة بالحبر الأسود، ويكتب بالحبر الأحمر كلمة «مقدمة»، إن لم تكن هذه الكلمة أصلية في الرسالة. وحسب علمنا فإن مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢/ الجزء الثاني / ٣٩ ب - ٤١أ هي أقدم مخطوطة نعلم بوجودها لرسالته: «تربيع الدائرة».

إلى موضوع الرسالة. فكلمة «مقدمة» كلمة مُميَّزة حقاً. وفيما يلي تحقيق جزء من مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ / الجزء الثاني / ٣٩ب - ٤١أ، يخص موضوع «النسبة»:

«مقدمة: وكل مقدار، فله إلى كل مقدار هو بعضه، نسبة ما، وإنْ لم يَعْلَم أحد تلك النسبة، ولم يَقدر إلى الوصول إلى علمها، لأن النسبة بين المقادير ليست هي [من] أجل علم الناس بها، ولا من أجل قدرتهم على استخراجها ومعرفتها. وإنما النسبة بين المقادير معنى خاص للمقادير التي تكون من جنس واحد. فإذا كان المقداران[٢] من جنس واحد، وكان كل واحد منهما، محصوراً متناهياً باقياً على مقداره، لا يتغير بوجه من الوجوه: لا تغير زيادة، ولا تغير نقصان، ولا تغير جنس؛ فإن لأحدهما إلى الآخر، نسبة واحدة بعينها: لا تتغير، ولا تنتقل عن صورتها بوجه من الوجوه. وكل [مقدار]، فبعضه هو [من] جنسه، إذا كان ذلك البعض محصوراً متناهياً، لا يتغير: لا في جنسه، ولا في مقداره، ولا في شكله، ولا في هيأته، وكان المقدار الأعظم أيضاً ثابتاً على حاله، لا يتغير: لا في شكله، ولا في مقداره، ولا في جنسه، ولا في هيأته. وإذا كان المقدار وبعضه على هذه الصفة، فإن لجملة المقدار إلى بعضه، نسبة واحدة بعينها، لا تتغير ولا تختلف بوجه من الوجوه. وإذا تقرر هذا....».

ثم يقدم ابن الهيثم برهان النظرية التي أورد نصها قبل كلمة «مقدمة». كما نجده - خلال البرهان - يُكرر ما قاله عن النسبة في المقدمة المنفصلة التي أوردناها، وذلك مثل قوله:

«وكل واحد من هلال ا ب ح، ودائرة ح م ه د، لا يتغير في حال من الأحوال، وهما من جنس واحد، لأن احدهما هو بعض الآخر، فلهلال ا ه ب ح إلى دائرة ح م ه د، نسبة ثابتة، على هيئة واحدة، لا تتغير بوجه من الوجوه. وكل نسبة لمقدار من المقادير الى بعضه، فهي نسبة كل مقدار إلى بعضه النظير لذلك البعض. فنسبة هلال ا ه ب ح إلى دائرة ح م ه د، هي نسبة خط ا ء إلى بعضه، علمنا مقدار ذلك البعض، أو كنا لا نعلم مقدار ذلك البعض، ولا نقدر على استخراجه، ولا نصل إلى وجوده، فليكن ذلك البعض ء ص».

قد يبدو - لأول وهلة - أن كلام ابن الهيثم عن النسبة «مجرد فلسفة»، ولكننا نراه «رياضيات». كما يبدو لنا أننا إذا أنعمنا النظر فيما يقول، نجد أنه قد وضع يده على كل

---

(٢) في الأصل: فإذن كل مقدارين.

الأعـداد الحقيقية: القياسية منهـا وغير القياسية، **ويبدو وكأنه أراد أن يقول**: إنه يوجد «تطبيق» (اقتران = دالّة = Function)، يأخذ النسب إلى الأعداد الحقيقية:

د: أ/ب ← جـ، أ/ب = جـ

أ، ب مقداران متجانسان، أ/ب = جـ عدد حقيقي (قياسي أو غير قياسي).

أما قوله: «*وليس واحدة من النسب أولى بالمقادير المتجانسة من غيرها*»، وكذلك قولــه: «*فـإذا كان المقـداران من جنس واحـد*، . . . ، *فإن لأحدهما إلى الأخر*، **نسبة واحــدة بعينها**، *لا تتغير، ولا تنتقل عن صورتها بوجــه من الوجــوه*». فإننا نعتقد بأنــه أراد هنا أن يقول: إن بإمكاننا اعتبار النسب المتساوية «**نسبة واحدة بعينها**» فقط لا غير، وأن ناتج النسبة هو عـــدد حقيقي واحد بعينه فقط لا غير، أي: إنه يُعَبِّر هنا عن وحدانية (uniqueness) ناتج النسبة، وعليه وحدانية العدد الحقيقي. ولذا، فإن التطبيق (اقتران = دالة = Function) هو: «تقابل» (one-to-one onto function). أي أن مجموعة (فئة) ناتج النسب تكافئ (equivalent to) مجموعة (فئة) الأعداد الحقيقية. وبما أن النسب المتساوية هي نسبة واحدة، وأن ناتج هذه النسبة عدد حقيقي بعينه، إذن: فإن مجموعة النسب هي مجموعة الأعداد الحقيقية.

وحين يقول: «*أمّا إنْ كانت النسبة* **عددية**، *فذلك ظاهر*»، فإنه يشير هنا إلى النسبة التي ناتجها، عدد حقيقي **قياسي** (نسبي).

ويُلاحظ أيضاً، في مقالته «الأشكال الهلالية»، أنه بعد أن انتهى من النظرية (١٢)، قال: «*ولكي يكـون هذا المعنى ظاهـراً ويكون منطقاً، نجعل النسبة بين القوسين نسبة* **عددية**». وَعَرَض بعد ذلك النظريات ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، وفي جميع هذه النظريات نجد أن نسبة م بَ إلى بَ حـ هي عدد حقيقي **قياسي** (نسبي = عددي). وعليه، فإنه حين يقول: «نجعل النسبة بين القوسين نسبة **عددية**»، فإنه يؤكد هنا أن النسبة هي عدد حقيقي، وأن هذا العدد الحقيقي هو **قياسي** (نسبي = عددي).

أما «**العدد**» عند ابن الهيثم فهو العدد الطبيعي (عدد صحيح موجب)، بمفهومنا الحالي. لذا نأخذ قوله: «**النسبة العددية** *التي تكون بين مقدارين هي التي تكون نسبة أحد*

مقداريها إلى الآخر، كنسبة عدد إلى عدد. والنسبة غير العددية هي *التي* ليس *مقداريها* كنسبة عدد إلى عدد»، فهذا الكلام يتساوق تماماً مع التعريف الحالي للعدد القياسي (النسبي)، إذ نقول - في الوقت الحاضر - **العدد القياسي** هو ما أمكن كتابته على شكل أ: ب، حيث كل من أ، ب عدد صحيح، ب ≠ صفر. إذن: «النسبة العددية» عند ابن الهيثم هي «العدد القياسي» عندنا، وكذلك فإن «النسبة غير العددية» عنده هي «العدد غير القياسي» عندنا.

وحين يقول: «*أمّا إنّ كانت غير عددية. فهي تقع بين كل مقدارين متجانسين*، **وجدنا نحن تلك النسبة أم لم نجدها**»، فإنه يشير هنا إلى النسبة التي ناتجها عدد حقيقي غير قياسي، وأنه يقسم هذا النوع من الأعداد إلى نوعين:

فالنوع الأول: «وجدنا نحن تلك النسبة»، أي الأعداد الحقيقية غير القياسية التي من الممكن رسمها (إيجادها) بالمسطرة والفرجار أي: أعداد إنشائية غير قياسية، المعروفة بالإنجليزية هكذا:
irrational constructible numbers such as: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$.

والنوع الثاني: «... *أم* لم نجدها»، أي الأعداد الحقيقية غير القياسية التي لا يمكن رسمها بالمسطرة والفرجار، أي: أعداد غير إنشائية غير قياسية:

irrational non-con structible numbers such as: $e, \pi, e^{\pi}, \frac{\sqrt{2}}{2}$

ويقول: «*وكل نسبة لمقدار من المقادير إلى بعضه، فهي نسبة كل مقدار إلى بعضه النظير لذلك البعض*». ويقول أيضاً: «*فنسبة قوس أ ب إلى محيط الدائرة*، هي *كنسبة خط مستقيم إلى قطر الدائرة الذي هو خط أ ء* . *وجدنا نحن ذلك الخط، أم لم نجده، فليكن ذلك الخط ه*». ونعتقد بأنه: يؤكد هنا أن ناتج النسبة هو عدد حقيقي واحد بعينه، سواء كان قياسياً، أو غير قياسي إنشائي، أو غير قياسي غير إنشائي.

وكذلك يؤكد:

بما أن $\frac{\text{قوس أ ب}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{طول خط ما ؟؟}}{\text{طول قطر الدائرة الذي هو أ ء}}$ = عدد حقيقي بعينه ... (*)

إذن لا بُدّ من وجود مستقيم ه يحقق المعادلة (*)، سواء كان طول هذا الخط ه قياسياً، أو غير قياسي إنشائي، أو غير قياسي غير إنشائي. ويبدو هنا وكأنه يُعَبِّر

بمفهومه الخاص عن خاصية الأعداد الحقيقية التي نسميها اليوم: «تمام الأعداد الحقيقية = completeness of real numbers».

ويقول عبدالحميد صبرة [٨٢]: «*غير أن بعض الرياضيين المسلمين انطلاقاً من* **مفهوم غير اقليدي** *يرى في النسب كسوراً متصلة، أخذوا تدريجياً ينتهون من ذلك* **إلى اعتبار جميع النسب أعداداً، سواء كانت مقادير قابلة للقياس، أم لم تكن**. *وقد قام بدور بارز في هذا التطور كل من عمر الخيام في القرن الخامس [الهجري]، ونصير الدين الطوسي في القرن السابع [الهجري]*».

مما تَقَدَّم، يبدو لنا، أن ابن الهيثم كان قد سبق عمر الخيام ونصير الدين الطوسي في التوصل: «*إلى اعتبار جميع النسب أعداداً، سواء كانت مقادير قابلة للقياس، أم لم تكن*»، كما يبدو لنا أنه توصل في تفكيره إلى أكثر من ذلك. علماً بأننا لا نعلم أن أحداً قد سبق ابن الهيثم بالحديث عن وحدانية وتمام وفروع ناتج النسبة بين مقدارين متجانسين (أي: وحدانية وتمام وفروع الأعداد الحقيقية: عدد حقيقي قياسي، وعدد حقيقي غير قياسي إنشائي، وعدد حقيقي غير قياسي غير إنشائي).

ونحن يُهِمُّنا **مسألة تربيع الدائرة، وهي إحدى ثلاث مسائل اهتم بها الإغريق والعرب واللاتين**، هي:

(١) **تثليث الزاوية**: وهي قسمة الزاوية المستقيمة الخطين إلى ثلاثة أقسام متساوية.
(٢) **تربيع الدائرة**: وهي إيجاد المربع الذي مساحته تساوي مساحة دائرة معلومة.
(٣) **تضعيف المكعب**: وهي إيجاد المكعب الذي حجمه يساوي ضعف حجم مكعب آخر معلوم.

وقد عولجت مسألة تربيع الدائرة مراراً وتكراراً في العصور الإغريقية والإسلامية والوسطى اللاتينية. وعالجها الإغريق القدامى[٣] باستعمال منحنيات تُرسم بآلات ميكانيكية (أي: بالهندسة المتحركة) ولا ترسم بالمسطرة والفرجار، مثل منحنى هيبياس.

أما أشهر عمل حول مسألة تربيع الدائرة، فهو النظرية الأولى في: «**مقالة في**

---

(٣) ثمة حديث مفصل عن أعمال الإغريق حول تربيع الدائرة في كُتُب: هيث [٨١، ٨٣] وَتوماس [٨٤].

تكسير[٤] الدائرة» لأرشميدس، حيث يقول: «*[مساحة] كل دائرة تساوي مثلث قائم الزاوية وأحد ضلعيه المجاورين للزاوية القائمة يساوي نصف قطر الدائرة والضلع الآخر يساوي محيط الدائرة*».

وأما **أفضل عمل** قرأناه حول مسألة تربيع الدائرة فهو **عمل بني موسى بن شاكر في كتابهم: «معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية»**[٥] **حيث قالوا** في النظرية الرابعة: «**حاصل ضرب نصف قطر أي دائرة في نصف محيطها هو مساحة سطحها**»، وكذلك فقد ذكروا، في النظرية الثالثة عشرة، **ولأول مرة في التاريخ، المعادلة: مساحة الدائرة = نق²ط**، وهي المعادلة المتداولة في عصرنا هذا.

لقد كَرَّس **مارشال كلاجيت** [١٣] حوالي ثلثي صفحات مجلده الأول: «**أرشميدس في العصور الوسطى**» المكوّن من ٧١٣ صفحة لمسألة تربيع الدائرة. وإن دل هذا على شيء فهو يدل على اهتمام الباحثين والمؤرخين العالميين في مسألة تربيع الدائرة. وأورد ـ في مجلده ـ عمل أرشميدس المترجم عن العربية: «مقالة في تكسير الدائرة»، كما أورد عمل بني موسى المذكور آنفاً. وأورد أعمالاً عديدة لبعض العلماء اللاتين من العصور الوسطى، بعضها مستقل، وَجُلّها مأخوذ (منتحل) عن عملي أرشميدس وبني موسى المذكورين.

إن رسالة تربيع الدائرة لابن الهيثم هي رسالة هندسية رياضية مطوّلة. وهو لا ينشىء طول ضلع المربع، ولكنه يثبت أنه لا بد من وجود مربع ما، طول ضلعه عدد حقيقي ما (قياسي، أو غير قياسي إنشائي، أو غير قياسي غير إنشائي) ومساحته تساوي مساحة الدائرة، إذ إنه يقول «*وقد تبيّن من هذا البيان، إن كل دائرة فهي مساوية لمربع مستقيم الخطوط. فأما كيف يوجد هذا المربع، فإنا نستأنف فيه مقالة مفردة، إذ ليس غرضنا في هذه المقالة سوى أن نبيّن أن هذا المعنى ممكن. تمت المقالة*»، وهذه الفقرة هي نهاية رسالة ابن الهيثم كما وردت في مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢. ولكن، ثمة تعليق، في نفس المخطوطة، يأتي مباشرة بعد الكلمتين «تمت المقالة»، هو: «*قال مولانا نصير الملوك*[٦]، *برّد الله*

(٤) تكسير الدائرة = مساحة الدائرة.

(٥) راجع مقدمة هذا الكتاب حول كتاب بني موسى المذكور ومحتوياته.

(٦) لم نستطع التعرف على هوية هذا العالم العربي «نصير الملوك»، ولا شك أنه من أوائل من اطلع على رسالة ابن الهيثم «تربيع الدائرة».

مضجعه: أقول على هذه المقالة: لو كفى في إثبات هذا المطلوب، إثبات إمكانه بالوجه الذي ذكره، لكان له عن جميـــع هذا التطويل غنى بهذا القدر من البيان. وهو أن يقال: ليكن ا ب ح . . . فدائرة د هـ مساوية لمربع ب ح ط . فإذن وجدنا ما طلبنا، وليس هذا ممـا يوجب التشنيع والله أعلم».

إذن، فهناك عالم هندسة عربي ـ لا نعرف هويته ـ يدعى **«مولانا نصير الملوك»**، يرى أن رسالة ابن الهيثم **«تربيع الدائرة»** رسالة طويلة جداً وأن طولها هو نوع من **«التشنيع»**، ويقدم بدلاً من ذلك طريقة مختصرة للوصول إلى نتيجة مماثلة للنتيجة التي توصل إليها ابن الهيثم.

أما الجملة: **«قال مولانا نصير الملوك، برّد الله مضجعه»** فتعني أن نصير الملوك هذا كان متوفياً عندما نُسِخَت رسالة تربيع الدائرة لابن الهيثم الموجودة ضمن مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢[(٧)]. ونرجح أن تكون هذه الرسالة قد نُسِخَت في القرن الخامس وربما أوائل القرن السادس للهجرة. وذكرنا أن ابن الهيثم قد توفي حوالي ٤٣٢هـ. فهذا يعني أن مولانا نصير الملوك كان حياً في القرن الخامس للهجرة[(٨)]. وثمة احتمال قوي مفاده أن الجملة المذكورة: **«قال مولانا نصير الملوك، برد الله مضجعه»** لم ترد في أي مخطوطة أخرى موجودة في العالم، فقد تعرّفنا على محتويات ثلاث مخطوطات أخرى لم ترد هذه الجملة في أي منها، **فهي إذن جملة مميَّزة**. وكذلك، فإن الفقرة الأخيرة بكاملها ـ الطريقة المختصرة لمولانا نصير الملوك ـ لم ترد في بعض مخطوطـات رسـالـة «تربيع الدائرة»، فمثلاً: لم ترد هذه الفقرة في مخطوطة الفاتيكان رقم ٣٢٠ (قسم المخطوطات العربية والفارسية والتركية).

ونحن نرجـح بقوة، تصل إلى درجة اليقين، أن الجملة الأخيرة: *«فإذن وجدنا ما طلبنا، وليس هذا مما يوجب التشنيع، والله أعلم»* الواردة في نهاية الفقرة الأخيرة الإضافية، هي جملة أصلية بلفظ العـالم العـربي «نصير الملوك»، لأنها وردت في أقدم مخطوطة نعلم بوجودها والتي نعتقد أنها نُسِخَت في القرن الخامس للهجرة. كما يبدو لنا أن أحد العلماء (النُّسَّـاخ؟!) الـلاحقين ـ الذي أضاف بعض الفقرات العلمية إلى الرسالة ـ لم يستسغ

(٧) نبحث موضوع تاريخ نسخ مقالات مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ لاحقاً في هذا الفصل.

(٨) أصبح عندنا الآن ترجمة قصيرة لعالم عربي مفادها: ثمة عالم هندسة عربي يدعى «مولانا نصير الملوك»، عاش في القرن الخامس للهجرة، وله برهان هندسي لمسألة تربيع الدائرة.

الكلمـة «التشنيع»، فاستبدل جملة نصير الملوك الأخيرة بجملة بديلة مؤدبة، تؤدي نفس المعنى، ولكن بدون كلمة «التشنيع»، والجملة البديلة هي: «*فإذن وجدنا ما طلبنا، وليس هذا مما يوجب كل هذا التحرير للمتقدمين والمتأخرين فيه*»، وقد وردت الجملة البديلة هذه في مخطوطتي برلين ٥٩٤١، لذا فمن المحتمل أنها وردت في كثير من المخطوطات الموجودة في مكتبات العالم. فالجملة: «**وليس هذا مما يوجب التشنيع، والله أعلم**» جملة مُميّزة أيضاً.

ونحن نتفق مع نصـير الملوك بأن رسالة ابن الهيثم «تربيع الدائرة» رسالة هندسية طويلة، ولكننا نرى أنها ليست مجرد رسالة هندسية طويلة في تربيع الدائرة فحسب، بل نرى أنها رسـالة هندسية رياضية جميلة تتسم بعمق التفكير؛ فهي تبحث في مواضيع رياضية عديدة، أهمهـا: النسبـة بين مقـدارين متجانسين، والمعلومات كالمعلوم والمعلوم القدر، ووحـدانية وتمام وفروع ناتج النسبة بين مقدارين متجانسين (أي: وحدانية وتمام وفروع الأعداد الحقيقية). كما أننا نرى أن ابن الهيثم قد واجه صعوبة في التعبير عن نفسه لإيضاح أفكاره - التي تتسم بعمق التفكير - بخصوص الموضوع الأخير هذا، لذا جاء كلامه مكرراً ومطولاً في هذه الرسالة أكثر من غيرها.

ويتضح أننا نختلف مع هاينرخ سوتر [٤٠] الذي - كغيره من المستشرقين الغربيين الأوائل - حكم على الظاهر دون أن يحاول فهم الجوهر، وذهب إلى أن الرسالة عبارة عن مزيج من الهندسة والفلسفة، فهو يرى أن كلام ابن الهيثم عن النسبة مجرد فلسفة، ولم يرَ في الرسالة ما رأيناه.

وللعلم فقد قال سوتر [٤٠]: تعود أهمية هذه الرسالة إلى شهرة وأهمية هذا العالم (ابن الهيثم)، وكذلك لكونها أول عمل نعرفه في تربيع الدائرة بعد أرشميدس. وهنا نسأل: هل اطلع سوتـر على عمل بني موسى: «معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية» قبل سنة ١٨٩٩م؟ علماً بأن إم. كيرتز (M. Curtze) [٨٥] كان قد حقق - باللاتينية، سنة ١٨٨٥م - إحدى المخطوطات اللاتينية لكتاب بني موسى المذكور. ونحن نعلم أن بني موسى قد سبقوا ابن الهيثم بحوالي قرن ونصف قرن.

ملاحظات على مخطوطات رسالة ابن الهيثم في تربيع الدائرة وتحقيقها:

بحوزتنا شريط مصور للمخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، الصفحات ١٩١ ب - ١٩٣أ.

ونرمز لهذه المخطوطة بالرمز (ص).

ونقرأ في أعلى أوراق المخطوطة (ص) الأرقام ١٩١ ـ ١٩٣، بينما نجد في أسفل الأوراق الأرقام ٣٩ ـ ٤١ (يجب أن تكون ٣٩ب ـ ٤١أ)، ومن الواضح لنا أن الأرقام ٣٩ ـ ٤١ تشير إلى أرقام أوراق من الجزء الثاني من المخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢.

وثمة كثير من المخطوطات في العالم لرسالة تربيع الدائرة لابن الهيثم. إذ يذكر سزكين ([١٢]: م٥: ٣٦٥) ثماني عشرة مخطوطة لها. ويبدو لنا أن المخطوطة (ص) ـ التي بحوزتنا ـ هي أقدم مخطوطة اكتُشِفَت لرسالة ابن الهيثم هذه، لذا فإننا نعتبرها مخطوطة فريدة.

وتحتوي مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ على حوالي ستين رسالة هندسية وفلكية لعلماء عرب وإغريق، أمثال: ثابت بن قره، وَ ويجن بن رستم القوهي، وَالقبيصي، وَابن الهيثم، وَالكندي، وغيرهم. وقد يكون من المناسب أن نذكر هنا أننا تصفحنا المخطوطة أياصوفيا ٤٨٣٢ مرتين في صيفي ١٩٨٥، ١٩٨٦م.

هناك جملة «وقف» في بداية المخطوطة أياصوفيا ٤٨٣٢ تسترعي الانتباه، هي: «قد وقف هذه النسخة: سلطانيا الأعظم والخاقان المعظم، مالك البَرّين والبحرين، خادم الحرمين الشريفين، السلطان بن السلطان، السلطان الغازي محمود خان، وقفاً صحيحاً شرعياً. حرره الفقير أحمد شيخ زاده، المفتش بأوقاف الحرمين الشريفين، غفر لهما».
ويوجد في بداية المخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ الملاحظة التالية: «صار لابن الحمامي أبي زيد بن علي في التاسع عشر من رجب سنة ثمان وستون وخمسمائة». أي أن ابن الحمامي امتلك المخطوطة سنة ٥٦٨هـ، وعليه نستطيع القول بالتأكيد: لقد نسخت المخطوطة في وقت ما قبل سنة ٥٦٨هـ.

وتتكون المجموعة الرياضية الفلكية القيمة: أيا صوفيا ٤٨٣٢ من جزأين. ويبدو لنا أن الجزء الأول كله قد نُسِخَ مِن قِبَلِ ناسخ واحد، مستدلّين على ذلك من نوعية الخط. ثم يبدأ الجزء الثاني بمجموعة من رسائل الكندي، ويبدو لنا أن جميع هذه الرسائل قد نُسِخَت مِن قِبَلِ الناسخ الأول، وبنفس نوعية الخط. ثم تأتي رسالة: «تربيع الدائرة» لابن الهيثم، ورسالة: «في معرفة ما يُرى من السماء والبحر» للقوهي، ونؤكد أن هاتين الرسالتين قد نُسِختا من قِبَل ناسخين آخرين غير الناسخ الأول. ثم تأتي مجموعة أخرى من رسائل الكندي، ويبدو أنها جميعها نُسِخَت من قبل الناسخ الأول، وبنفس نوعية الخط. ثم تأتي

مجموعة أخرى من الرسائل وقد نُسِخَت من قبل عدة نساخ.

وفي أثناء تصفحنا لكتاب فؤاد سزكين [١٢] لاحظنا، أن الرسائل من مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، التي يسجلها سزكين على أنها نُسخت في القرن الخامس الهجري، أنها جميعاً تنتمي إلى ما نعتبره هنا أنه نُسِخَ من قِبَل الناسخ الأول. ونعلم أن الكثير من الرسائل التي نعتبرها أنها نُسخت من قبل الناسخ الأول قد حُققت، وذكر المحققون أن هذه الرسائل قد نُسخت في القرن الخامس الهجري.

ولكـون رسالة: تربيع الدائرة لابن الهيثم موجودة في وسط الرسائل التي يقال إنها نسخت في القرن الخامس الهجري، فمن المحتمل - وليس بالتأكيد - أن رسالة ابن الهيثم هذه قد نُسخت أيضاً في القرن الخامس للهجرة. ومن المحتمل، أيضاً، أن تكون جميع رسـائل المخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ قد نسخت، على فترات متفاوتة، في القرن الخامس للهجرة. وهناك احتمال أن عدداً قليلاً قد نُسِخَ في أوائل القرن السادس من الهجرة.

لقد ترجم السويسري **سوتر** [٤٠]، سنة ١٨٩٩م، رسالة ابن الهيثم **«تربيع الدائرة»** إلى الألمانية وحققها بالعربية بالاستناد إلى ثلاث مخطوطات (ونكتب هنا الأرقام كما أوردها سوتر) وهي :

مخطوطة (أ)	Die Berliner königl. Bibliothek — Codex Mf 258
مخطوطة (ب)	Die Berliner königl. Bibliothek — Codex Mf 559
مخطوطة (جـ)	Vatikans trägt jetzt die Nummer CCCXX

(أي : مخطوطة الفاتيكان رقم ٣٢٠ - قسم المخطوطات العربية والفارسية والتركية).

والمخطوطتان (أ) وَ (ب)، تحملان الرقم ٥٩٤١ في [٨٦] = «فهرس المخطوطات العربية - المكتبة الملكية في برلين» (١٨٩٣):

أرقام صفحات (أ) في هذا المجلد هي : ٣٦٥ب - ٣٦٨ب
أرقام صفحات (ب) في هذا المجلد هي : ٣٤٢ب - ٣٤٥ب

ويذكر سزكين ([١٢]: م٥: ٣٦٥) أن رقم المخطوطة (أ) هو ٥٩٤١، وأنها نسخت سنة ١٠٦١هـ. ويفيد سوتر بأن الأشكال المرسومة في المخطوطة (ب) أفضل من الأشكال المرسومة في المخطوطة (أ). ومن قراءتنا لتحقيق سوتر، فيبدو لنا أن (أ) وَ (ب) متطابقتان

إلى حد كبير، بل من المحتمل (والله أعلم) أن (ب) نسخت عن (أ) في وقت ما بعد ١٠٦١هـ.

والجدير بالذكر أن المخطوطة (ص) تختلف عن المخطوطات (أ، ب، حـ)، إذ إنه يوجد جمل وفقرات كاملة مضافة إلى (أ، ب، حـ) ليست واردة في (ص).

والمخطوطة (حـ) تطابق - تقريباً - (أ، ب)، غير أنها تختلف عن (أ، ب، ص) في كونها لا تشمل الجزء الأخير، وهو الطريقة المختصرة للعالم العربي «مولانا نصير الملوك»، ويبدو لنا، أن ناسخ المخطوطة (حـ) حذف هذا الجزء، لأنه ليس لابن الهيثم. ونقرأ بوضوح، في نهاية المخطوطة (حـ)، بأن ناسخها انتهى من نسخها في يوم الاثنين ١٤ جمادي الثاني سنة ١٠٣١هـ. ويقول سوتر: إن الرحالة الإيطالي الشهير بيترو ديلا فيلا قد أحضر المخطوطة (حـ) من إيران سنة ١٦٢٢م إلى الفاتيكان.

ويذكر سوتر: أنه أرسل نسخ عن المخطوطتين (أ ، ب) إلى الأستاذ نالينو Herr Prof. C.A. Nallino am Konigl. orientalischen Institute in Neapel في نابولي ليقارنهما بالمخطوطة (حـ) الموجودة في الفاتيكان. أي أن المخطوطة (حـ) لم تكن بحوزة سوتر.

أما نحن ، فإن المخطوطات الثلاث (أ، ب، حـ) ليست بحوزتنا، بيد أننا حصلنا - بعد مَشَقَّة - على صورة مترجمة إلى الألمانية، ومحقّقة بالعربية لسوتر سنة ١٨٩٩ . هذا، ونحن نرى أن تحقيق سوتر بالعربية، ليس تحقيقاً سليماً، وليس مدققاً للاسباب الآتية:

١) من الواضح أن اهتمام سوتر، كان مركزاً على الترجمة إلى الألمانية، وليس على دقة التحقيق بالعربية، فهو لم يراع القواعد العلمية في تحقيقه.

٢) يبدو تحقيق سوتر بالعربية وكأنه مخطوطة مطبوعة وليس تحقيقاً لنص المخطوطة، إذ إنه أورد النص كفقرة واحدة من الأول إلى الآخر دون أن يفصل المخطوطة إلى فقرات ونظريات، ودون أن يستعمل النقط والفواصل وغيرها من علامات الترقيم. أي أن النص ليس مكتوباً حسب معانيه.

٣) يوجد أخطاء هندسية (في الأحرف الهندسية) في تحقيق سوتر بالعربية.

٤) يبدو أن لغة سوتر العربية لم تكن جيدة، فقد اختار في تحقيقه بعض الكلمات الأقل صواباً من المخطوطتين (أ، ب)، بينما الكلمات الأكثر صواباً هي الموجودة في الحاشية

والمنسوبة للمخطوطة (حـ) والعكس. كما أن كثيراً من الكلمات ليس لها معنى وخاطئة.
٥) لا يوجد رسومات للأشكال في التحقيق.

إن طريقتنا في التحقيق بسيطة: فإننا نفترض أن الناسخ لا يعرف الهندسة، ونصحح الأخطاء الهندسية واللغوية مع ذكر أصل الخطأ الهندسي في الحاشية. ولا نلجأ إلى الحاشية إلّا عند الضرورة. وكثيراً ما يكتب الناسخ الكلمات دون تنقيط، ونضع النقط على الحروف. ونفصل الحروف الملتصقة بالحروف الهندسية عن الحروف الهندسية، كما نفصل الحروف الهندسية بعضها عن بعض، فنكتب «لـ ا ب ح» بدلاً من «لا بج»، ونكتب «هلالي ا ب هـ ح» بدلاً من «هلالي أبهح». وفي العادة، تكون المخطوطة فقرة واحدة من أولها إلى آخرها، ونفصلها إلى فقرات ونظريات، كما نستعمل الدوالّ (نقط، فواصل...) حتى يصبح النص مكتوباً حسب معانيه، وذلك تسهيلاً للقارىء. ونحن لا نرغب بتحوير لفظ نعتبره لغة خاصة بالمؤلف، إذا كان اللفظ في التركيب غير مُنَفِّر، ولا يخل وجوده في التركيب بالمعنى الهندسي الصواب، وذلك محافظة منا على لغة المؤلف، وذلك مثل كتابته المثنى بصيغة الجمع.

لقد حققنا المخطوطة (ص) بمفردها للاسباب الآتية:

١) هذه المخطوطة هي الأقدم، وعلى ما نعلم لم يُكْتَشَف حتى الآن مخطوطة أقدم منها، وعليه فهي ـ في رأينا ـ أصح وأوثق من غيرها من المخطوطات.
٢) هذه المخطوطة ممتازة والأخطاء فيها نادرة، ذلك بسبب قدمها.
٣) لا نرغب في تشويه هذه المخطوطة الفريدة بالفقرات المضافة إلى المخطوطات (أ، ب، حـ) وبكثرة الحاشية.

ونحن لا نرى ضرورة إعادة تحقيق ما أورده سوتر، غير أننا نريد أن نذكر الملاحظات المهمة الآتية، بخصوص المخطوطات (أ، ب، حـ) وتحقيقنا للمخطوطة (ص):
١) نكتب ـ في تحقيقنا ـ أرقام الصفحات على النحو التالي: [١٩٢أ] = بداية وجه الورقة ١٩٢ من المخطوطة (ص)، بينما [١٩١ ب] = بداية ظهر الورقة ١٩١ من المخطوطة (ص).
٢) ما نضيفه من طرفنا إلى المخطوطة (ص) من الكلمات غير الموجودة في المخطوطات (أ، ب، حـ)، نحصره بين قوسين معقوفين [...].

٣) ما نضيفه إلى المخطوطة (ص) من الكلمات الموجودة في المخطوطات (أ، ب، حـ)، نحصره بين حاصرتين { ... } .

٤) لا نعير اهتماماً للاختلاف بين كيفية كتابة بعض الكلمات غير الجوهرية الموجودة في المخطوطات (أ، ب، حـ) والمخطوطة (ص). ونختار الكلمات الأكثر تداولاً حالياً، فنكتب «دائرة» بدلاً من «دايرة»، ونكتب «كيفما» بدلاً من «كيف ما» دون الإشارة إلى ذلك في الحاشية.

٥) وردت في المخطوطة (ص) كلمة وثلاث جمل مُميَّزة، تجلب الانتباه، لم ترد في أي من المخطوطات الثلاث (أ، ب، حـ) ونكتبها هنا حسب ترتيب ورودها:

(أ) «كما تَقَرَّرَ في شكل العروس» (وردت كتعليل لخطوة هندسية، وَيُقصد بها نظرية فيثاغوروس).

(ب) «مقدّمة». (أوردناها كبداية لفقرة، ووردت هذه الكلمة في المخطوطة بالحبر الأحمر)

(جـ) «وإذا تقرر هذا». (أوردناها كبداية لفقرة).

(د) «قال مولانا نصير الملوك، برد الله مضجعه»[٩]. (بداية الفقرة الأخيرة).

٦) وردت في المخطوطات الثلاث (أ، ب، حـ) جمل قصيرة وجمل طويلة، لم ترد في المخطوطة (ص). ونكتب هذه الجمل هنا، ونضع أمامها زوايا، وبداخلها أرقام حسب ترتيب ورودها. وسوف لا نكتب هذه الجمل في تحقيق المخطوطة (ص) لأنها لم ترد فيها، إلاّ أننا نورد الزوايا وبداخلها الأرقام، في الأماكن المناسبة، خلال تحقيق المخطوطة (ص)، كي يعرف القارىء أماكن وجود هذه الجمل في المخطوطات الثلاث (أ، ب، حـ):

<١> : «ورد هذا المعنى في كثير من محاوراتهم ومناظراتهم، ولم نجد لأحد من المتقدمين ولا المتأخرين، شكلاً مستقيم الخطوط مساوياً لسطح دائرة على غاية التحقيق، والذي ذكره أرشميدس في مساحة الدائرة، فإنما استعمل فيه بعض المسح، وهذا المعنى هو أحد ما قوى رأي المتفلسفين في

---

(٩) قد يؤدي عدم وجود الكلمات «قال مولانا نصير الملوك، برد الله مضجعه» إلى لَبْسٍ حول نسبة الجزء الأخير من الرسالة إلى صاحبه؛ فينسبه القارىء الفَهِم إلى عالم أو ناسخ ما، أما القارىء غير المتأمل فقد يعتقد أنه تكملة الرسالة وينسبه لابن الهيثم.

اعتقادهم. ولما كان ذلك كذلك، أنعمنا النظر الفكري في هذا المعنى فلاح لنا أنه».

<٢> : «ما ذكرته في صفة دائرة أ ب حـ».

<٣> : «ليتبيّن به فساد اعتقاد من اعتقد أن الدائرة لا يصح أن تساوي مربعاً مستقيم الخطوط، وقد تبيّن بالبراهين التي ذكرناها في هذا القول، أن كل دائرة فهي مساوية لمربع مستقيم الخطوط».

<٤> : «ووضح أن كل دائرة فهي مساوية لمربع مستقيم الخطوط، والمعاني المعقولة ليس يحتاج حقائقها إلى وجود الانسان لها، واخراجها إلى الفعل، بل إذا قام البرهان على إمكان المعنى فقد صح ذلك المعنى، أخرجه الانسان إلى الفعل أم لم يخرجه، وفيما ذكرناه من تحقيق هذا المعنى كفاية، وهو الذي قصدنا له في هذا القول».

٧) ونكرر بأن الفقرة الأخيرة، وهي الطريقة المختصرة للعالم العربي الذي لم نستطع أن نتعرف على هويته (نصير الملوك؟!)، لم ترد في المخطوطة (حـ). كما أن الكلمات الثلاث الأخيرة التي وردت في المخطوطة (ص) وهي: «التشنيع والله أعلم» قد استُبدِلت في المخطوطتين (أ، ب) بالكلمات: «كل هذا التحرير للمتقدمين والمتأخرين فيه».

٨) نهاية المخطوطة (حـ) تختلف عن المخطوطات (أ، ب، ص) وهي هكذا: «تم القول، والحمد لله رب العالمين، والصلٰوة على رسوله محمد وآله أجمعين، ودفع الفراغ منه في يوم الاثنين رابع عشر شهر جمادي الثاني سنة إحدى وثلاثين وألف من الهجرة النبوية».

٩) بداية المخطوطة (حـ) تختلف عن المخطوطات الثلاث (أ، ب، ص) وهي هكذا: «قول للشيخ أبي علي الحسين بن الحسين بن الهيثم في تربيع الدائرة».

١٠) وردت الكلمات « هو رب يسر » بجانب «بسم الله الرحمن الرحيم» في المخطوطتين (أ، ب) فقط.

تعليقات على بعض ما جاء في الرسالة:

١) «في كتابنا في الهلاليات»: لابن الهيثم كتابان بالاسم: «في الهلاليات»، أحدهما مفقود، والآخر: «مقالة مستقصاة لابن الهيثم في الأشكال الهلالية». ويرد فصل كامل طويل لهذا الموضوع لاحقاً.

٢) « شكل ب من المقالة يب من الأصول »، أي النظرية الثانية من المقالة الثانية عشرة من كتاب أُقليدِس الأصول (الأركان) الهندسية، (شكل = نظرية)، وفحوى النظرية هو هذا :

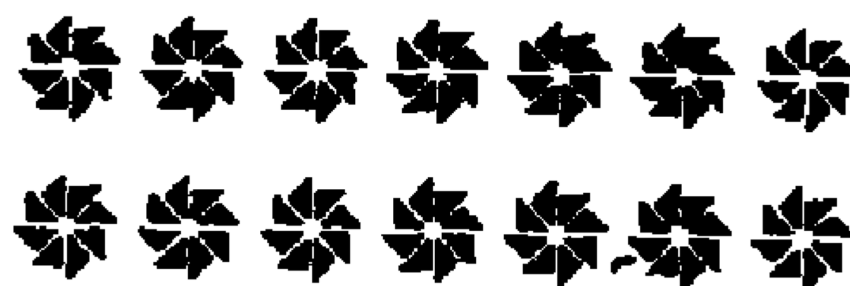
$$\frac{\text{مساحة الدائرة الأولى}}{\text{مساحة الدائرة الثانية}} = \frac{\text{مربع قطر الدائرة الأولى}}{\text{مربع قطر الدائرة الثانية}}$$

٣) «بالتركيب» : هذه الكلمة مُعَرَّفَة في بداية المقالة الخامسة من كتاب أُقليدِس في الأصول (الأركان) الهندسية، وتعني :

إذا كانت النسبة ا : ب معلومة، فإن النسبة (ا + ب) : ب معلومة أيضاً . وبرهان هذا التعريف سهل وهو : لتكن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = معلوم، إذن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + ١ = \frac{\text{أ + ب}}{\text{ب}}$ = معلوم أيضاً .

٤) «ومربعاً حـ ب ، ا ب هما مربع ا حـ كما تقرر في شكل العروس» : هنا ا ب حـ مثلث قائم الزاوية، والزاوية القائمة هي ب ، وبالتالي : $(\text{حـ ب})^٢ + (\text{ا ب})^٢ = (\text{ا حـ})^٢$ كما تقرر بنظرية فيثاغورس. إذن : فابن الهيثم يستعمل التعبير «شكل العروس» للدلالة على «نظرية فيثاغوروس»، ونحن لم نطلع على هذا التعبير في السابق، فهو تعبير مُميَّز.

وننتقل الآن إلى تحقيق المخطوطة (ص) :

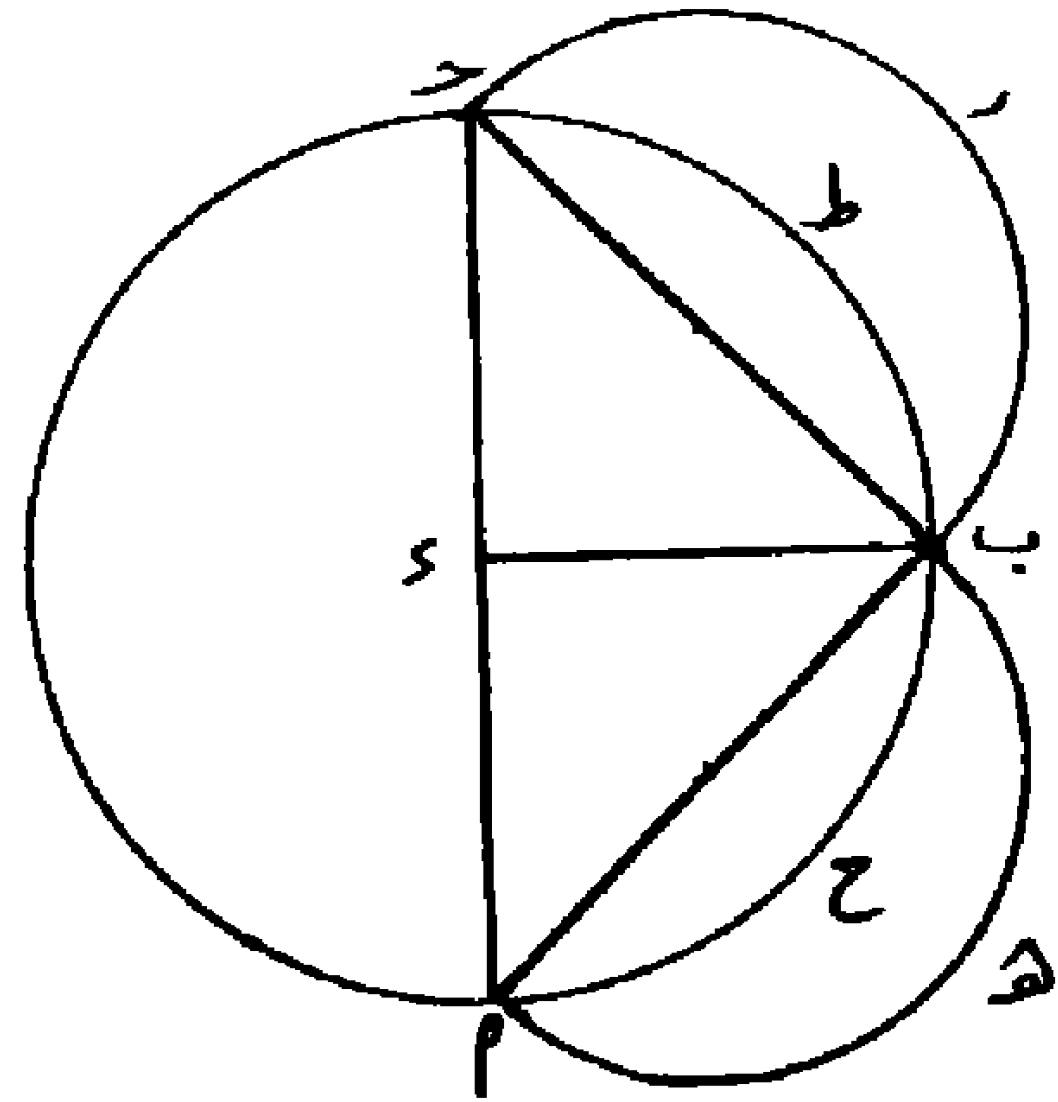


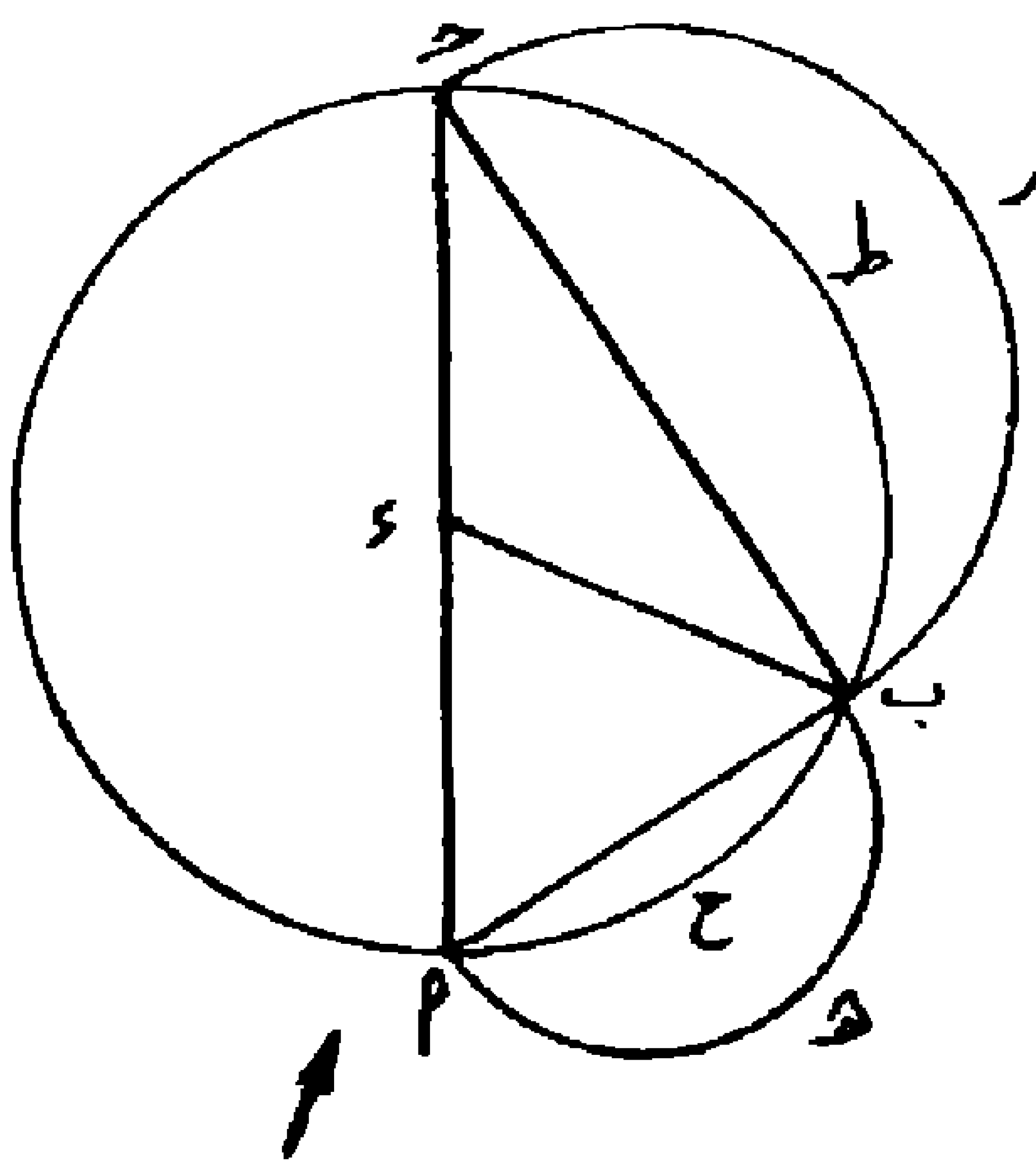
[١٩١ ب] بسم الله الرحمن الرحيم

رسالة لابن الهيثم في تربيع الدائرة

قد يعتقد[١] كثير من المتفلسفين: أن سطح الدائرة لا يمكن أن يكون مساوياً لسطح مربع مستقيم الخطوط، < ١ > وهو ممكن وغير متعذر وله نظائر، وهو أنه: قد يوجد هلالي يحيط به قوسان من دائرتين، وهو مع ذلك مساوٍ لمثلث. وقد يوجد هلالي ودائرة مساويان مجموعهما لمثلث، وقد ذكرنا من هذا النوع أشكالاً كثيرة مختلفة { في كتابنا} في الهلاليات. ولما وجدنا الأمر على هذه الصفة في الأشكال الهلالية، قوى في نفوسنا، أنه ممكن أن يكون سطح دائرة مساوياً لسطح مربع مستقيم الخطوط، فاستقصينا الفكر في ذلك، الى أن تَبَيَّنَ لنا بالبرهان، أن هذا المعنى ممكن ولا شبهة في إمكانه، { فَأَلَّفنا فيه هذا القول} .

فنقول: إن كل دائرة : نُخرج فيها[٢] قطراً من أقطارها، ثم نُعلّم على محيط أحد نصفيها[٣] نقطة كيفما اتفق، ونوصل بينها وبين طرفي القطر بخطين مستقيمين، { ثم نعمل على هذين الخطين المستقيمين} نصفي دائرتين؛ فإن الهلالين اللّذيْن يحدثان من محيطي النصفين مع محيط الدائرة الأولى، مساويان مجموعهما للمثلث الحادث في الدائرة الأولى. وقد بيَّنا هذا المعنى في كتابنا في الهلاليات، ونحن نعيد البرهان عليه في هذا الموضع :





[رسم المحقق]

---

(١) في الأصل: يعتقدون.

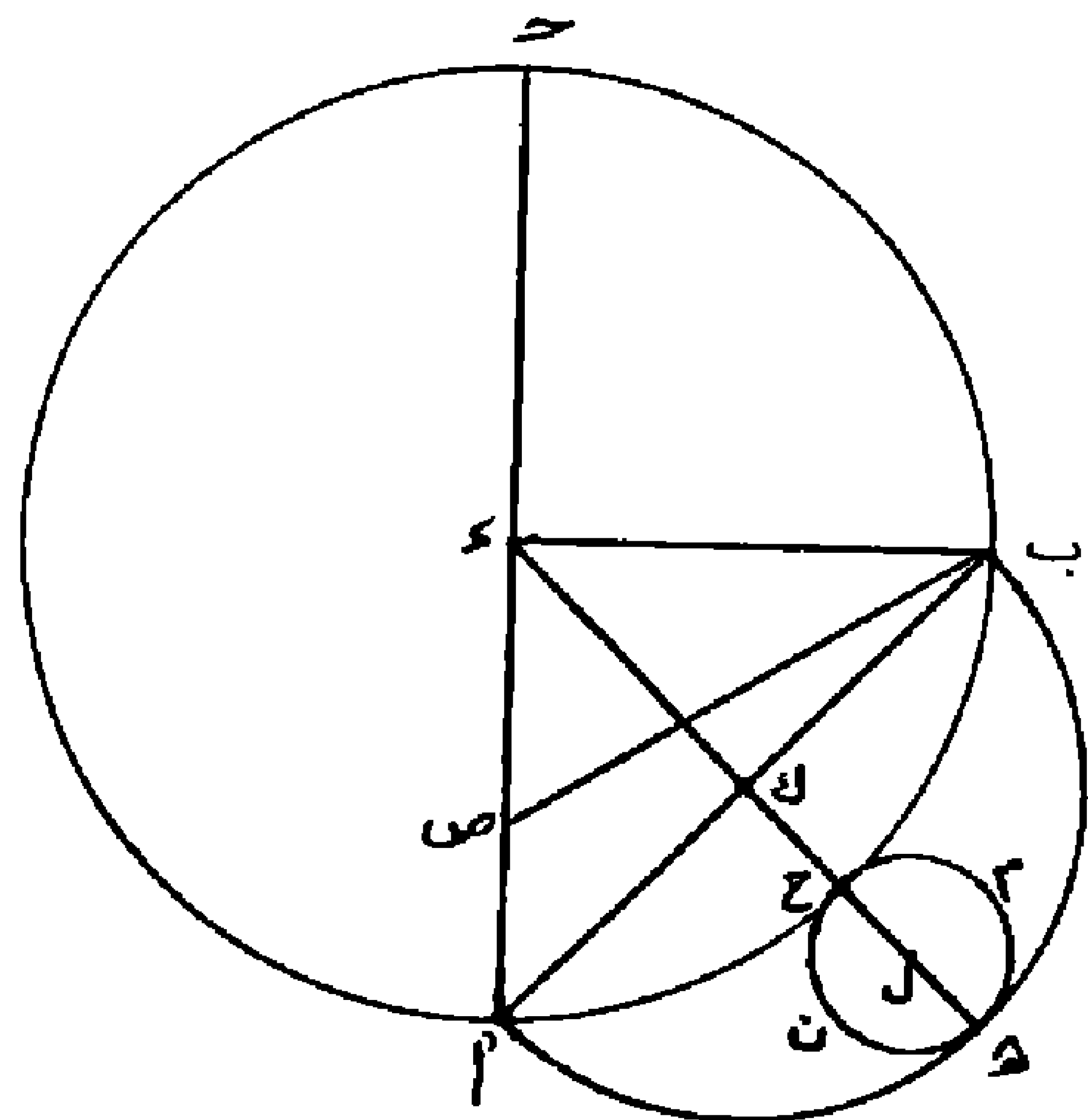
(٢) في الأصل: فيه.

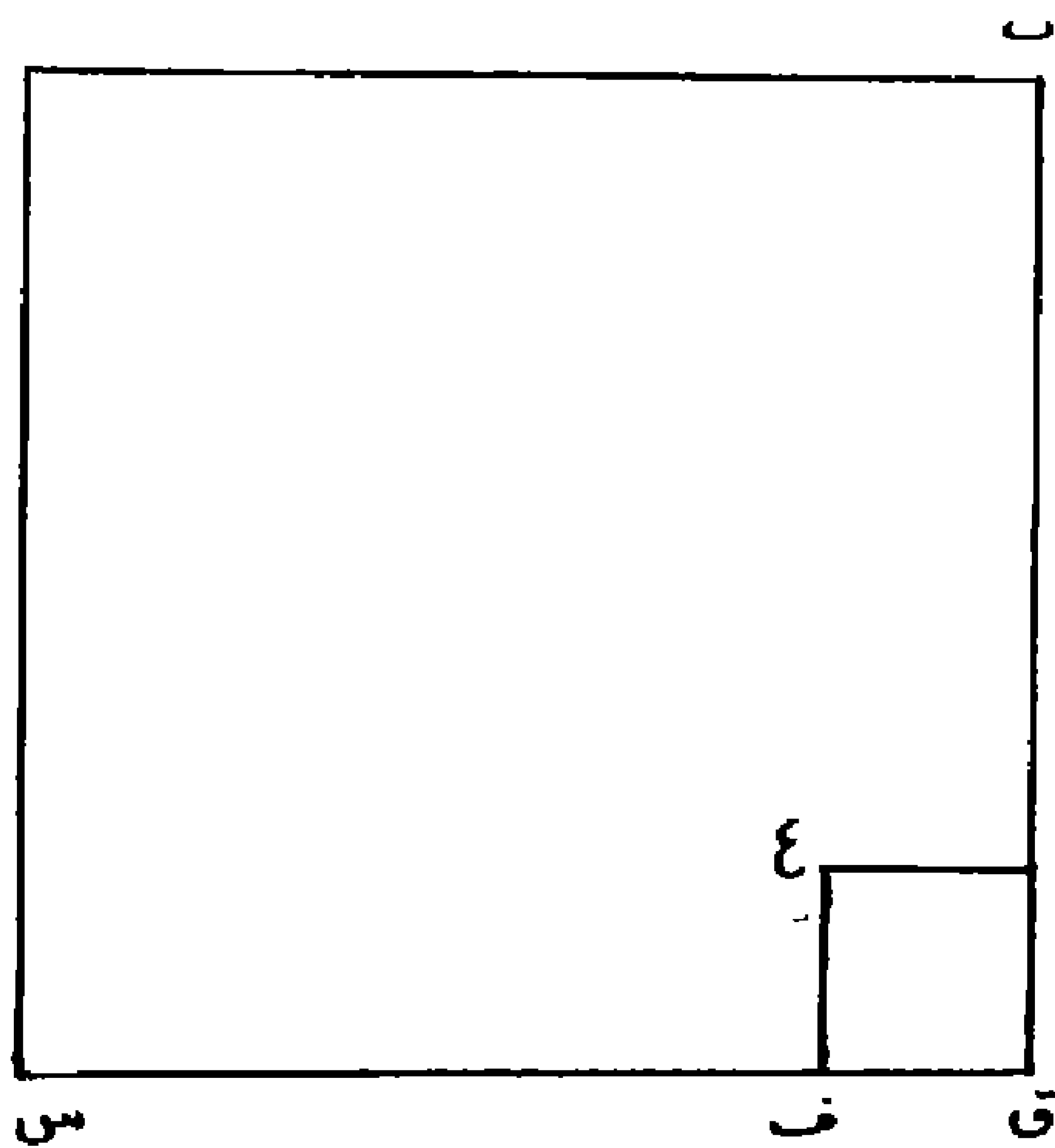
(٣) في الأصل: نصفها.

فلتكن دائرة : عليها[٤] ا ب حـ ، وليكن مركزهـا ء . ونجـيز على ء خط ا ء حـ ، فيكون ا حـ قطر الدائرة. وَنُعَلِّم على محيط الدائرة نقطة ب . ونصل خطي ا ب ، ب حـ . ونعمل على خطي ا ب ، ب حـ نصفي دائرتين، هما: ا هـ ب ، ب ر حـ . فأقـول : إن هِلالَي ا هـ ب ح ، ب ر حـ ط ، مساويان مجموعهما لمثلث ا ب حـ .

برهانه : إن كل دائرتين : فإن نسبة إحداهما إلى الأخرى، كنسبة مربع قطر إحداهما إلى مربـع قطر الأخرى، كما تَبَيَّنَ في شكل ب من المقالة يب من الأصـول . فنسبة دائـرة ب ر حـ إلى دائرة ب هـ ا ، كنسبة مربع حـ ب إلى مربع ب ا . وبالتركيب : تكـون نسبة مربعي حـ ب ، ب ا إلى مربع ا ب ،كنسبة دائرتي ب ر حـ ، ب هـ ا إلى دائرة ب هـ ا .

ومربعا حـ ب ، ا ب هما مربع ا حـ ، كما تقرر في شكل العروس؛ فنسبة مربع ا حـ إلى مربع ا ب كنسبة دائرتي ب ر حـ ، ب هـ ا إلى دائرة ب هـ ا . ونسبة مربـع ا حـ إلى مربع ا ب ، كنسبة [دائرة] ا ب حـ إلى دائرة ب هـ ا ؛ فنسبة دائـــرتي ب ر حـ ، ب هـ ا إلى دائرة ب هـ ا ، كنسبة دائرة ا ب حـ إلى دائرة ب هـ ا ؛ فدائـرة ا ب حـ مساوية لدائرتي ب ر حـ ، ب هـ ا . فنصف دائرة ا ب حـ ، مساوٍ لنصفي دائـرتي ا هـ ب ، ب ر حـ . فـــإذا أسقطنا قطعتي ا ح ب ، ب ط حـ المشتركتين لدائـــرة ا ب حـ وَلدائرتي ا هـ ب ، ب ر حـ ، بقي مثلث ا ب حـ مساويـــاً لهلالَي ا هـ ب ح ، ب ر حـ ط . وذلك ما أردنـا بيانـــه .





(٤) في الأصل: عليه.

فإن كان قوسا ا ح ب ، ب ط حـ متساويتين ؛ فإن خطي ا ب ، ب حـ أيضاً يكونان متساويين، وتكون دائرتا ا هـ ب ، ب ر حـ أيضاً متساويتين، ويكون نصفاهما متساويين، ويكون هلالا ا هـ ب ح ، ب ر حـ ط متساويين. { ونصل ب ء ، فيكون مثلثا ا ب ء ، ب ء حـ متساويين } . فقد تَبَيَّنَ أن الهلالين متساويان، ومثلثا ا ب ء ، ب حـ ء متساويان: فإن كل واحد من الهلالين يكون مساوياً لواحد من المثلثين، ويكون هلالي ا هـ ب ح مساوياً [١٩٢ أ] لمثلث ا ب ء (٥).

وإذ تبيّن ذلك : فَلْنُعِد الدائرة وهلالي ا هـ ب ح ومثلث ا ب ء . ونقسم خط ب ا بنصفين على نقطة ك ؛ فتكون نقطة ك مركز دائرة ا هـ ب . ونصل ء ك ، ونبعده على استقامة، وليقطع قوسا ا ح ب ، ا هـ ب على نقطتي ح وَ هـ ؛ فيكون خط ء ك ح هـ [على استقامة] قطر الدائرة ا ب حـ وَقطر الدائرة ا هـ ب ، لأنه مار بمركزيهما. ونقسم خط هـ ح بنصفين على نقطة ل . ونجعل ل مركزاً، وندير ببعد ح ل دائرة ، ولتكن دائرة ح م هـ د ، فتكون هذه الدائرة مماسة لدائرة ا ب حـ من خارج ومماسة لدائرة ا هـ ب من داخل، لأنها تلقى كل واحد من الدائرتين على طرف قطر مشترك لها وللدائرة المماسة لها. فدائرة هـ م ح د جميعاً في داخل هلال ا هـ ب ح ؛ فهذه الدائرة إذن هي بعض هذا الهلال.

مقدّمة : وكل مقدار فله إلى كل مقدار هو بعضه، نسبة ما، وإنْ لم يَعْلَم أحد تلك النسبة، ولم يقدر إلى الوصول إلى علمها، لأن النسبة بين المقادير ليس هي { من } أجل علم الناس بها، ولا من أجل قدرتهم على استخراجها ومعرفتها. وإنما النسبة بين المقادير، معنى خاص للمقادير، التي تكون من جنس واحد. فإذا كان المقداران(٦) من جنس واحد، وكان كل واحد منهما محصوراً(٧) متناهياً باقياً على مقداره، لا يتغيّر بوجه من الوجوه: لا تغيّر زيادة، ولا تغيّر نقصان، ولا تغيّر جنس، فإن لأحدهما إلى الآخر نسبة واحدة بعينها، لا تتغيّر، ولا تنتقل عن صورتها بوجه من الوجوه. وكل { مقدار } ، فبعضه هو { من } جنسه، إذا كان ذلك البعض محصوراً متناهياً، لا يتغيّر: لا في جنسه، ولا في مقداره، ولا

---

(٥) في الأصل: أ ب جـ .

(٦) في الأصل : فإذن كل مقدارين.

(٧) في الأصل: متصوراً.

في شكله، ولا في هيأته، وكان المقدار الأعظم أيضاً ثابتاً على حاله، لا يتغير: لا في شكله، ولا في مقداره، ولا في جنسه، ولا في هيأته. وإذا كان المقدار وبعضه على هذه الصفة، فإن لجملة المقدار إلى بعضه نسبة واحدة بعينها، لا تتغير، ولا تختلف بوجه من الوجوه.

وإذا(٨) تقرر هذا: فإن كانت دائرة ا ب ﺣ معلومة القدر؛ فإن محيطها يكون معلوماً، وقطرها يكون معلوماً أيضاً، ومركزها يكون معلوماً؛ فقطر ا ﺣ يكون معلوماً، وقوس ا ب هي ربع محيطها يكون معلوماً، وخط ا ب يكون معلوماً، وخط ب د يكون معلوماً، ومثلث ا ب د يكون معلوماً. وأعني بكل معلوم: < ٢ > أنه ثابت على حاله لا يتغيّر، لأن المعلوم عند أصحاب التعاليم(٩) هو الذي لا يتغيّر. ويكون نصف دائرة ا ﻫ ب معلوماً، لان خط ا ب الذي هو قطرها هو معلوم. ويكون قوس ا ﻫ ب معلوماً لأنها لا تتغير. وقوس ا ح ب معلوم، فيكون هلالي ا ﻫ ب ح معلوماً، أعني أنه يكون ثابتاً على صفة واحدة، لا يتغير في جنسه ولا في مقداره ولا في شكلــه، وأعني بجنسه أنه سطح مستو. ويكون خــط ك ﻫ الذي هو نصف قطر الدائرة [ا ﻫ ب] معلوماً. ويكون خط ك ح معلومـاً، [١٩٢ب] لان نقطتي ك، ح معلومتان. فيبقى خط ﻫ ح معلوماً، أعني لا يتغير لا في مقداره ولا في جنسه ولا في هيأته.

وخط ﻫ ح هو قطر دائرة ح م ﻫ ﺩ. فدائرة ح م ﻫ ﺩ معلومة، لا يتغير مقدارها ولا شكلها ولا هيأتها. ودائرة ح م ﻫ ﺩ هي بعض هلال ا ﻫ ب ح (١٠). وكل واحـــد مـــن هلال ا ﻫ ب ح (١٠) ودائرة ح م ﻫ ﺩ، لا يتغير في حال(١١) من الأحوال، وهمـا من جنس واحد، لأن أحدهما هو بعض الآخر. فلهلال ا ﻫ ب ح إلى دائرة ح م ﻫ ﺩ نسبة ثابتة، على هيئة واحدة، لا تتغيّر بوجه من الوجوه. وكل نسبة لمقدار من المقادير إلى بعضه، فهي نسبة كل مقدار إلى بعضه النظير لذلك البعض. فنسبة هـلال ا ﻫ ب ح إلى دائرة ح م ﻫ ﺩ هي نسبة خط ا د إلى بعضه، علمنا مقـدار ذلك البعض، أو كنا لا نعلم مقدار ذلك البعض، ولا نقدر على استخراجه، ولا نصـــل إلى وجوده، فليكن ذلك البعــض د ص. { فتكون

(٨) قد يكون عندنا خطأ من الناسخ، فيبدو لنا أن ابن الهيثم قصد أن يقول: «وإذ تقرر هذا». ويلاحظ، ثمة اختلاف جوهري بالمعنى بين التعبيرين.

(٩) أصحاب التعاليم: علماء العلوم. ويقصد هنا علماء الهندسة بخاصة والرياضيات بعامة.

(١٠) في الأصل: ا ب ﻫ ح.

(١١) في الأصل: من حالي.

نسبة أ ء إلى ء ص } هي نسبة هلال أ هـ ب ح إلى دائرة ح م هـ د . فإذن نسبة أ ء إلى ء ص نسبة ثابتة لا تتغيّر أبداً. وإذا كانت نسبة أ ء إلى ء ص { نسبة } ثابتة لا تتغير أبداً، فإن[12] خط ء ص خط واحد بعينه لا يتغير، لأن خط أ ء خط معلوم القدر لا يتغير مقداره .

ونصل ب ص ليكون ب ص ء مثلث. ونسبة مثلث أ ب ء إلى مثلث ب ص ء كنسبة خط أ ء إلى خط ء ص . ونسبة أ ء إلى ء ص نسبة هلال أ هـ ب ح إلى دائرة ح م هـ د . فنسبة مثلث أ ب ء إلى مثلث ب ء ص هي كنسبة هلال أ هـ ب ح إلى دائرة ح م هـ د . وإذا بدّلنا، كانت نسبة مثلث أ ب ء إلى هلال أ هـ ب ح ، كنسبة مثلث ب ء ص إلى دائرة ح م هـ د . وهلال أ هـ ب ح قد تبيّن أنه مساوٍ لمثلث أ ب ء ؛ فدائرة ح م هـ د مساوية لمثلث ب ء ص .

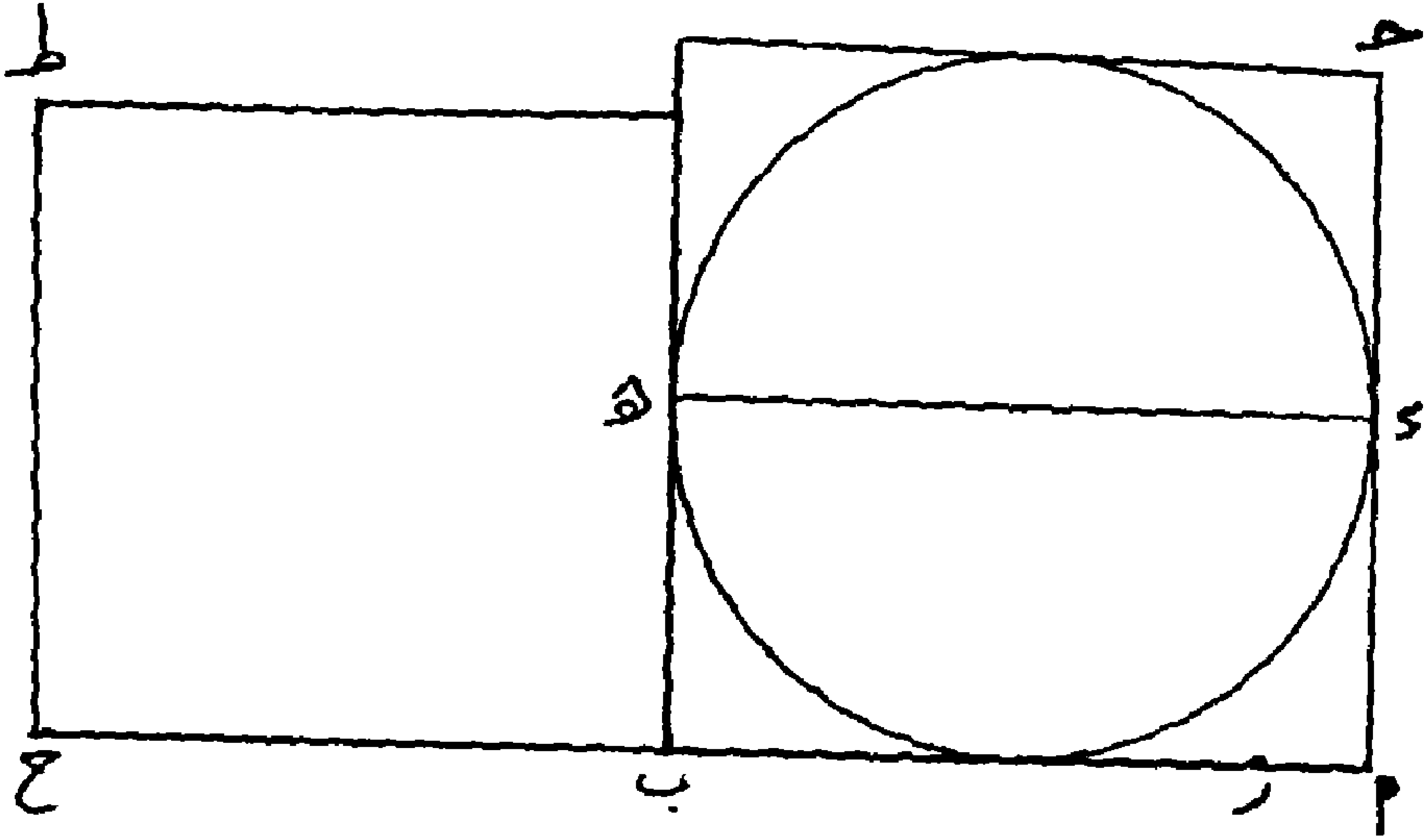
وكل مثلث فهو مساوٍ لمربع ، وقد تبيّن ذلك في المقالة الثانية من الأصول . ولنعمل مربعاً مساوياً لمثلث ب ء ص ، وليكن مربع ن ف ع . فتكون دائرة ح م هـ د مساوية لمربع ن ف ع [13] . ونسبة قطر أ حـ إلى قطر هـ ح نسبة معلومة ، لأن كل واحد من هذين القطرين معلوم المقدار. ولتكن نسبة أ حـ إلى هـ ح ، كنسبة س ن إلى ن ف . فتكون نسبة مربع أ حـ إلى مربع هـ ح ، كنسبة مربع س ن إلى مربع ن ف . ونعمل على خط س ن مربعاً، وليكن مربع س ب ، لتكون نسبة مربع أ حـ إلى مربع ح هـ ، كنسبة مربع س ب إلى مربع ن ع ؛ فنسبة مربع أ حـ إلى مربع ح هـ هي نسبة دائرة أ ب حـ إلى دائرة ح م هـ د ؛ فنسبة مربع س ب إلى مربع ن ع ، كنسبة دائرة أ ب حـ إلى دائرة ح م هـ د . ومربع ن ع مساوٍ لدائرة ح م هـ د ؛ فمربع س ب مساوٍ لدائرة أ ب حـ .

وقد تبيّن من هذا البيان ، أن كل دائرة فهي مساوية لمربع مستقيم الخطوط. فأما كيف يوجد هذا المربع ، فإنا نستأنف فيه مقالة مفردة، إذ ليس غرضنا في هذه المقالة سوى أن نُبيِّن أن هذا المعنى ممكن < ٣ > . فقد تبيّن من ذلك فساد اعتقاد الطائفة < ٤ > . تمت المقالة .

---

(١٢) في الأصل : وإن.

(١٣) الجملة: «فتكون دائرة ح م هـ د مساوية لمربع ن ف ع » مكرّرة.



قال مولانا نصير الملوك بَرَّدَ الله مضجعه: أقول على هذه المقالة: لو كفى في إثبات هذا المطلوب، إثبات إمكانه بالوجه الذي ذكره، [١٩٣أ] لكان له عن جميع هذا التطويل غنىً بهذا القدر من البيان: وهو أن يقال: ليكن ا ب خطاً معلوماً. ولنعمل عليه مربع ب حـ ، فهو معلوم، وفيه دائرة ء هـ ، فهي معلومة، لكون قطرها وهو ء هـ المساوي لـ ا ب معلوماً. ولأن الدائرة جزء معلـوم من كل المعلوم، وهو المربع، يكون لها إليه نسبة، فلتكن كنسبة ب ا إلى ب ر (١٤). ونخرج ب ح (١٥) وسطاً فيما بينهما في النسبة، لتكون نسبة ا ب إلى ب ح كنسبة ب ح إلى ب ر . ونعمل على ب ح مربع ب ط . فتكون نسبة ا ب إلى ب ر ، أعني نسبة مربع ب حـ إلى دائرة هـ ء ، كنسبة مربـع ب حـ إلى مربـع ب ط . فنسبة مربع ب حـ إلى دائرة ء هـ وإلى مربع ب ط واحـدة. فدائرة ء هـ مساويـة لمربـع ب ط . فإذن وجدنا ما طلبنا، وليس هذا مما يوجب التشنيع والله أعلم .

★ ★ ★

---

(١٤) في الأصل: ر .

(١٥) في الأصل: ح .

شـــرح :

لا نجـــد ضرورة لشرح رسالة ابن الهيثم، فالخطـوات مكررة وواضحـة، ومن يعرف الهندسة يستطيع أن يفهمها بسهولة، ومن لا يعرف الهندسة فلن يفهمها ولن يفهم شرحنا لها.

ونشرح هنا بعض خطوات الطريقة المختصرة التي وردت في الفقرة الأخيرة لنصير الملوك :

مربع ب حـ = (أ ب)^{٢} .

أما ؛ «الدائرة جزء. . . من. . . المربع، يكون لها إليه نسبة، فلتكن كنسبة ب أ إلى ب ر» فتعني :

$$\frac{(\text{أ ب})^{٢}}{\text{مساحة الدائرة د هـ}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ر}}$$ ، إذن : أ ب × ب ر = مساحة الدائرة د هـ .

أما : «ونُخـــرِج ب ح وسطاً فيمـا بينهمـا في النسبة، لتكون نسبة أ ب إلى ب ح كنسبة ب ح إلى ب ر» فتعني :

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{ب ر}}$$ ، إذن : (ب ح)^{٢} = أ ب × ب ر .

ولكن المربع ب ط = (ب ح)^{٢} .

إذن : المربع ب ط = (ب ح)^{٢} = أ ب × ب ر = مساحة الدائرة د هـ .

Quadrature of the Circle
Ibn Al-Haytham's Talk About "Ratio"

H. Suter, in 1899, edited and translated to German Ibn Al-Haytham's treatise "Quadrature of the Circle" using three Manuscripts copied in the 11th century Hijrah (17th C. A. D.). These manuscripts differ, in certain places, from the same treatise that we edit using Aya Safya 4832, part II, pp $39^{b}-41^{a}$ (A.S. 4832, pp. $191^{b}-193^{a}$), which we beleive to be the oldest extant manuscript, possibly copied late 5^{th} C.H. or early 6^{th} C.H., certainly before 568 H.

H. Suter said that this treatise is a mixture of geometry and philosophy, and apparently he interpreted Ibn Al-Haytham's talk about "Ratio" as philosophy. We see things differently, as we interpret Ibn Al-Haytham's talk about "Ratio" to be mathematical, and the treatise to be geomety + mathematis.

We studied Ibn Al-Haytham's talk about "Ratio" in three treatises of Ibn Al-Haytham, namely: "Quadrature of the Cirele", "On Lunar Figures" and "On Analysis and Synthesis". We reached the following conclusions:

Ibn Al-Haytham considered the result of a "ratio" between two values of the same type [say: $\frac{20 \text{ m}^2}{40 \text{ m}^2} = \frac{10 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{2}$] to be a "unique" real ratio = "unique" real number. *Presumably,* the two values (numerator and denominator) of the ratio are real positive values (numbers). He then says: this unique real ratio (no.) is either rational ['adadī = عددي] or irrational [ghayr 'adadī = غير عددي]. He also says; if rational then obvious [Ẓāhir = ظاهر], and if irrational then it is either constructible or non-constructible. Also the concept of completeness of real numbers is indicated in some of his statements.

In his treatise "Quadrature of the Circle", he proves that the area of a circle must be equal to the area of a square whose side is a real number, and this real number may of course be either rational or irrational, constructible or non- constructible. At the end he says: "As to how we find this square [i.e: as to how we construct the side of the square] we will write a special treatise on this later on". Naturally, he never wrote such a paper.

After all this, we have at the very end of the mentioned treatise a passage, not by Ibn Al-Haytham, that starts in Aya Sofya 4832 by these words: "Mawlānā Nasīr Al-Mulūk, may God rest his soul, said: ..." =

«قال مولانا نصير الملوك، برّد الله مضجعه».

This quotation is not found in the manuscripts that Suter used. One manuscript, used by Suter, did not – in fact – include the last passage at all, apparently because it is not by Ibn Al-Haytham. Most probably this certain Nasīr Al-Mulūk lived in the second half of the 5th C.H.

This "Mawlānā Nasīr Al-Mulūk" starts his passage by saying: "If what is needed to prove is what he [i.e. Ibn Al-Haytham] proved, then there is no need for all this lengthy proof, as it can be done as follows:...", and he gave a considerably much shorter proof. Now, at the end of his short passage (proof) he said: "And hence there is no need for all this ugliness, and God knows best " = «وليس هذا مما يوجب التشنيع، والله أعلم».

He means by "ugliness" = lengthy proof. Apparently some later scholars or copyists found this word "ugliness = التشنيع" to be harsh and changed the last statement to: "And there is no need for all this writing by the ancients and the later ones" =

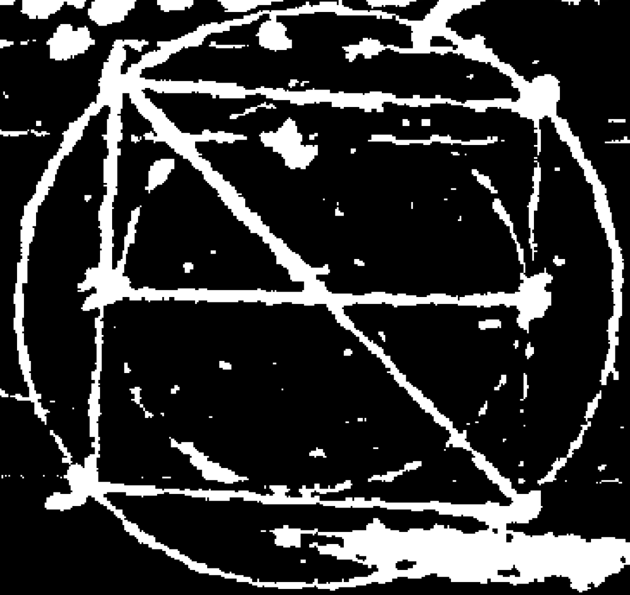
«وليس هذا مما يوجب كل هذا التحرير للمتقدمين والمتأخرين فيه».



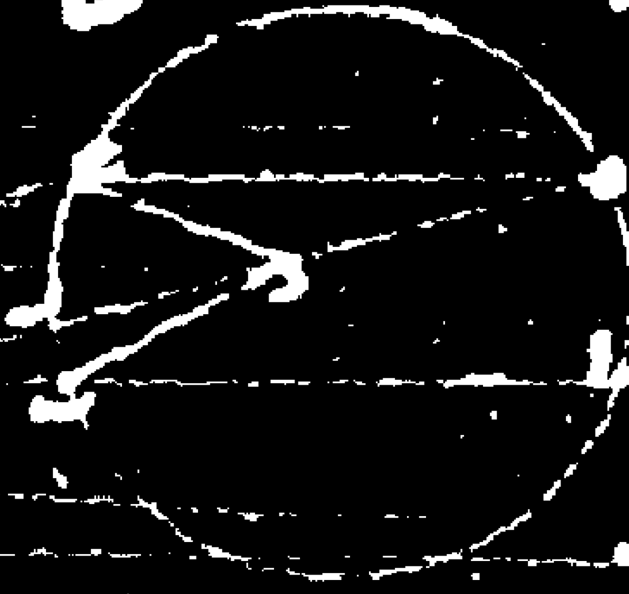
الفصل السّادس

قطوع أبولونيوس وابن الهيثم المخروطيّة

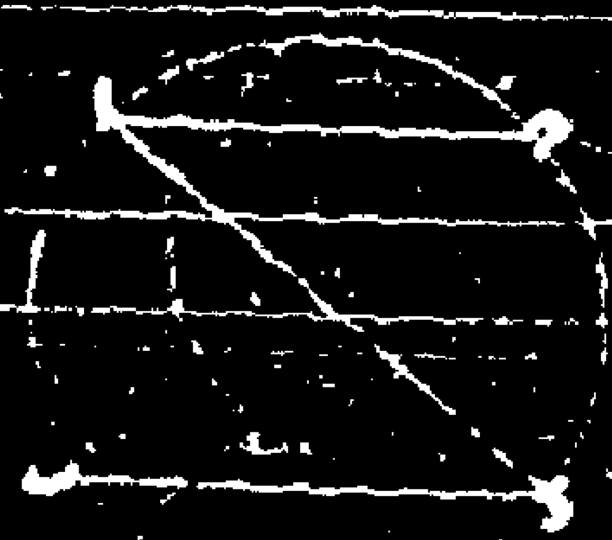
لجامع لتلك الاشكال والنسبة لها وهو بهذا ك نريد ان نعمل دائرة
مثل دائرة مثلا والدائرة التي معلوم عليها اب ونريد فيه
وهو ب ح ونرسم على اح
نصف دائرة ا د ح ونخرج



عمود ب د فلان نسبة
اب الى ب ح كنسبة مربع
اب الى مربع ب د تكون كل دائرة او شكل تعمل على ب د
معلوما وذلك ان نسبة الدائرة التي على اب او الشكل الذي
عليه الى الدائرة او الشكل الذي على ب د معلوما لعمل كل الشكل
وموضوعا كوضعه تكون نسبة اب الى ب ح اذا اخرج
في دائرة خط اب كيف كان
واخرج على استقامته وجعل



ب ح مساويا لنصف قطر
الدائرة ووصل بين ح د ومركز
الدائرة وهو د واخرج الى ه كانت قوس ا ه ثلثة امثال
ب ر ونخرج ح ز موازيا لا ب ونصل د ب د ح فلان زاويتي
د ه ح د ح ه متساويتان تكون زاوية ح د ه ضعف زاوية
د ه ح ولان زاوية ب د ح مساوية لزاوية ب ح د وزاوية
ه د ح مساوية لزاوية ا ح ه تكون زاوية ه ح د ضعف
زاوية ح د ب وجميع زاوية ب د ح ثلثة امثال زاوية ب د ح
وقوس ب ح المساوي لقوس ا ه
ثلثة امثال قوس ب ر وذلك
ما اردنا ان نبين ...



النظرية الثامنة، «كتاب ماخوذات أرشميدس» الذي تَرْجَمَهُ ثابت بن قرة وَفَسَّرَهُ الأستاذ المختص أبو الحسن علي بن أحمد النسوي، مخطوطة جامعة ييل، مجموعة لاندبرغ ٢٩٦ [شريط مصور (ميكروفيلم) رقم ١٠، مركز الوثائق والمخطوطات في الجامعة الأردنية] ص١٤٣ ب. تبدأ النظرية في السطر العاشر بالعدد «ح = ٨» الذي يشير إلى رقم النظرية، فبداية النظرية هي: «ح إذا خرج في دائرة خط ا ب كيف كان. . .».

ان علم قطوع المخروطات في اشرف المنازل واعلى المراتب من علم الهندسة فكان القدماء
مراصا بالمتعلم بتفهمها الاشكال العجيبة لدقتها وغموضها وبعدها عن الاوهام وصعوبة معرفتها
على ذوي الافهام ولم يكن في القدماء من عني باستنباط جميع المعاني المتعلقة بها وسائر الاحكام
التابعة لها غير ابلونيوس الجليل الذي من اهل برغامس وهو ممن اشتهر فضله وقدره وعلا شانه
وذكره عريب الابداع بديع الاختراع لم يتقدمه احد في فضيلته وعلمه ولا يسبقه احد في رويته
وفهمه وله هذا العجيب الذكر العظيم الخطر وهو المشهور بكتاب المخروطات وانه لما نقله الى اللسان
العربي من لم يكن له قوة تامة بمعرفة تاليف كتابه وترتيب براهين اشكاله ومعانيه والذي وقع الينا
النسخة المنسوبة الى اصلاح بني موسى المنجم وزعموا ان ابا الحسن ثابت بن قرة لما قرأها على اصلاحه
وعندنا ان الامر بخلافه فان ابا الحسن ثابتا مع فضله وعلو مرتبته وقوة معرفته بهذه العلوم
منخفي عليه الاختلال الواقع في كثير من اشكاله وفي فساد ترتيب براهينها وتطويل ما قد استغنى
عنه مما لا يخفى على المتصفح لها والناظر فيها ثم انهم وضعوا اشكالا نسبوها الى انها مقدمات
يحتاج اليها في فهم هذا الكتاب وما عرف خطاؤهم وقلة معرفتهم باستخراج الاشكال
الهندسية وطرق براهينها ومن نظر فيها علم وتبين له فساد ما اوردوه فلما عرفنا ووقفنا على
فساد براهين هذه الاشكال واختلال ترتيبها وكثرة تطويلها مع الحاجة الى مقدمات في
تسهيل فهم كثير من اشكالها قصدنا الى اثبات هذه المقدمات في مواضعها واستعملنا الايجاز
والاختصار في براهينها وترتيبها ونظمها وتاليفها على الجهة التي عرفنا انها كانت طريقة ابلونيوس
في اثباتها ليسهل على الناظر فيها ويقرب عليه ولا يكل فهمه من التطويل والتكرير الذي فيه وبه
نستعين وهو حسبنا ونعم الوكيل كذا ... ابلونيوس في المخروطات
... ابلونيوس ... ن ترنراطيس المهندس كان ساكنا في الوقت الذي كان فيه ساكنا بالاسكندرية

الصفحة الأولى من المقالة التي تحتوي على «تلخيص مقالات أبلونيوس في قطوع المخروطات» *للمؤلف المجهول الهوية الذي تهجم على بني موسى بن شاكر* بإسلوب غير لائق، واتهمهم بقلة المعرفة في علم الهندسة. لا يوجد عنوان للمقالة في المخطوطة، والعنوان المذكور هنا هو عنوان مقالة مماثلة مفقودة لابن الهيثم.

قطوع أبولونيوس وابن الهيثم المخروطية

مع أن اسم أبولونيوس (حوالي: ٢٠٠ ق. م) مقرون بهندسة القطوع المخروطية، إذ نقول: «قطوع أبولونيوس المخروطية»، إلاّ أن هذه الهندسة كانت قد تبلورت قبل أبولونيوس بعدة قرون. فنحن نعلم أن عالم الهندسة إبو قراط (Hipocrates of Chios) (ق: ٥ ق. م)[١] حوّل مسألة تضعيف المكعب إلى مسألة لحل مسألتين من الدرجة الثانية، وبالتالي إلى مسألة إيجاد وسطين متناسبين بين خطين (مقدارين)، ثم استطاع مناخموس (Menaechmus) (ق: ٤ ق. م)[١] استعمال قطوع مخروطية (قطع مكافىء وقطع ناقص) لحل هذه المسألة. كما عمل أرستاوس[٢] (Aristaeus) (ق: ٤ ق. م) وأقليدس[٣] (حوالي: ٣٠٠ ق. م) وأرشميدس[٣] (ق ٣ ق. م) في القطوع المخروطية.

أما «قطوع أبولونيوس المخروطية»[٤] فهي المرجع الرئيسيّ في الموضوع، إذ إن أبولونيوس جمع ما سبقه من المعلومات ورتبها وأضاف إليها وعممها وصاغها في قالب جديد، وأصبحت علماً مقروناً باسمه. وهذا الأمر يشبه تماماً حكاية أُقليدِس والأصول (الأركان) الهندسية وحكاية الخوارزمي والجبر.

يوضح أبولونيوس في مقدمة المقالة الأولى أن كتابه مكوّن من ثماني مقالات، وأنّ المقالات الأربع الأولى تتعلق بأسس القطوع المخروطية، ويصف بإيجاز محتويات المقالات الأربع هذه. ويقول إن باقي المقالات متخصصة: فالخامسة تعنى بالنهايات العظمى والصغرى، وتعنى السادسة بتساوي وتشابه القطوع المخروطية، والسابعة عبارة عن نظريات لها علاقة بالتحديد، كما تعنى الثامنة بمسائل قطوع مخروطية تحتاج إلى «تحديد».

---

(١) راجع هيث ([٨١]: م ٢: ١١٠)، جورج صارتون ([٨٧]: ٥٠٣).

(٢) راجع صارتون ([٨٧]: ٥٠٥).

(٣) راجع هيث ([٨١]: م٢: ١١٦ ـ ١٢٦).

(٤) راجع مقدمة هذا الكتاب.

وذكرنا أن «تحديد المسألة» هو الشرط أو مجموعة الشروط الضرورية والكافية (أي: necessary and sufficient conditions) لوجود حل (حلول) أو عدم وجوده. والمسألة التي تحتاج إلى تحديد تكون عادة مسألة إنشائية. إذن، لا بد وأن المقالة الثامنة قد اشتملت على هندسة إنشائية.

وتشير مقدمة المقالة السابعة إلى علاقة بين المقالتين السابعة والثامنة. ونورد هنا نصاً مقتبساً من مقدمة المقالة السابعة المترجمة إلى العربية: «*من أبولونيوس إلى أطالوس: سلام عليك. قد وجّهت إليك بالمقالات السبع من كتاب المخروطات مع كتابي هذا. وفي هذه المقالة أشياء كثيرة غريبة حسنة في أمر القطر والأشكال التي تُعمل عليها، مفصلة(؟!). وجميع ذلك عظيم المنفعة في أجناس كثيرة من المسائل، والحاجة إليه شديدة فيما يقع من المسائل في قطوع المخروطات التي ذكرنا مما يجري ذكره وبيانه في المقالة الثامنة من هذا الكتاب، وهي آخر مقالة فيه، وسأحرص على تعجيلها إليك [أو: عليك]. والسلام*».

أي: أرسل أبولونيوس إلى أطالوس المقالات السبع الأولى ووعد بإرسال المقالة الثامنة بالسرعة الممكنة التي ستشتمل على بيانات وتوضيحات تخص مسائل المقالة السابعة.

ويتضح أن المقالة الثامنة لم ترسل ضمن المقالات السبع الأولى، لذا من السهل أن نفهم حصول بني موسى على نسخة باليونانية تشتمل على المقالات السبع الأولى دون الثامنة.

لقد تحدثنا في عدة فصول من كتابنا هذا، عن أهمية القطوع المخروطية واستعمال العلماء العرب لها في حل كثير من المسائل التي استعصت على الإغريق، ووضع مسائل جديدة لم تلتفت إليها أنظار الإغريق وإيجاد الحلول لها، واستعمال ابن الهيثم لها في سدّ ثغرات عديدة تركها أرشميدس فارغة في عدد من أعماله. ولا نجد ضرورة لتكرار ما قلناه هناك، غير أننا نضيف هنا بعض الملاحظات حول هذا الموضوع.

فمن الأمور الجديرة بالذكر أن خواص القطع الزائد، من القطوع المخروطية، كانت أكثر استعمالاً في حلول المسائل التي عالجها العرب. فجميع الحلول التي اطلعنا عليها، في مسألة تثليث الزاوية، استعملت خواص القطع الزائد. أما تسبيع الدائرة، وهو موضوع هام خَصَّصنا له فصلاً كاملاً في هذا الكتاب، فاستندت جميع حلول (١٢ حلاً) تلك المسألة

إلى خواص القطع الزائد، نصف هذه الحلول استند إلى مزيج من القطعين الزائد والمكافىء.

ولابن الهيثم مقالة موسومة: (حـ ـ ٤٥) = «مقالة في عمل مخمس في مربع»، مفقودة في الوقت الحاضر. ونحن نعلم أن هذه المسألة لا تُحَل بالهندسة المستوية (المسطرة والفرجار) وحدها. فلا بد وأنه استعمل قطوعاً مخروطية في حلها، وفي الغالب فقد استعمل القطع الزائد أيضاً. ذلك أن للقوهي مقالة موسومة: «في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم»، استعمل في حله قطعين زائدين.

بحوزتنا عـــدة مخطوطات لمقالة القوهي: « في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم » ، غير أننا اطلعنا على عمل يان بيتر هوخندايك ([١٠٥]: م١: ١٠٠ - ١٤٤) (J.P.Hogindijk) الذي حقق مقالـــة القوهي المذكورة بالعربية وترجمها إلى الإنجليزية وقـام بدارستهـا وشرحها بالإنجليزية أيضـــاً. ويفيد هوخندايك أن لمقالة القوهي أهمية تاريخية كبـيرة، ذلك أنها تتضمن إثبات خاصية «المحور البؤري للقطع الزائد باختلاف مركزي = ٢». "Focus directrex property of a hyperbola with eccentricity = 2"
وهـذه الخـاصية للقطع الزائد أو الناقص ليست مذكورة في أي عمل من أعمال العصور الوسطى. ويقال إن هذه الخاصية كانت معروفة في القدم، بيد أنها لم تصل إلى العرب، ذلـك أنها لم ترد في أي من الكتب التي وصلت العـرب، وبالذات فإنها لم ترد في كتاب مخروطات أبولونيوس. وهكذا استطاع القوهي اكتشاف هذه الخاصية مستقلاً عمن سبقه.
ويقول هوخندايك: «يتضح - إذن - أن القوهي خطا خطوة أبعد من أبولونيوس».
"It appears therefore that Al-Kuhi went a step further than Appollonias" ·
أما خاصية المحور البؤري للقطع المكافىء باختلاف مركزي = ١ فقد قام بعملها عدد من العلماء بالإضافة إلى القوهي.

ولإيجـاد مراكز أثقال بعض المجسمات - وهو موضوع عملي هام، اهتم به العلماء العرب - اضطر العلماء العرب إلى ايجاد حجوم مجسمات ناشئة عن دوران قطوع مخروطية، مثل: الدائرة، والقطع المكافىء، والقطع الناقص على الأقل، وربما القطع الزائد ايضاً.

فهناك مقالة لابن الهيثم، لم نطلع عليها ونعتقد أنها مفقودة، هي: «(جـ ـ ١٤) =

مقالة في مراكز الأثقال»، لا بد وأنها بحثت في إيجاد مراكز أثقال مجسمات ناشئة عن دوران قطوع مخروطية. فنحن نعلم أن هناك مقالتين لابن الهيثم، هما: «مساحة (اي: حجم) الكرة»، «مساحة (اي: حجم) المجسم المكافىء»، وتنشأ الكرة عن دوران دائرة، بينما ينشأ المجسم المكافىء عن دوران قطع مكافىء. ونحث القارىء الاطلاع على الفصل - في هذا الكتاب - الذي يخص «مساحة الكرة» وَ «مساحة المجسم المكافىء». ونخص بالذكر «مساحة المجسم المكافىء» حيث استطاع ابن الهيثم إيجاد حجوم ناشئة عن دوران قطوع مخروطية مكافئة حول محاور مختلفة الميل، وهذا أمر لم يطرقه أحد قبل ابن الهيثم. فإذا كانت مقالة ابن الهيثم «في مراكز الأثقال» تبحث في مراكز أثقال مجسمات مكافئة ناشئة عن دوران قطوع مكافئة حول محاور مختلفة الميل فإنها تكون مقالة في منتهى الأهمية، لأنها تكون قد تضمنت معلومات لم ترد قبل ابن الهيثم.

وفي الفصل الذي يخص «مساحة الكرة» وَ «مساحة المجسم المكافىء» لابن الهيثم، ذكرنا أسماء بعض العلماء الذين اهتموا في هذا الموضوع. وحققنا هناك جزءاً من مقالة ويجن ابن رستم القوهي «رسالة في استخراج مساحة المجسم المكافىء»، نقتبس منها - هنا - الفقرة التالية:

يقول القوهي: «*لما كان العلم بمساحة [أي: بحجم] الأجسام والأشكال والمقادير، ينسب بعضها إلى بعض، قبل العلم بمراكز أثقالها*، **وكان ذلك كالمقدمة** *لها، إذ* **لا** *يجوز وجود مراكز الأثقال إلا بعد معرفة المساحة [أي: الحجم]، احتجنا إلى علم المساحة أولاً، من كتاب أرشميدس في الكرة والإسطوانة وغيره من الكتب المؤلفة في هذا المعنى.* **فبعد فراغنا من النظر في ذلك، بدأنا بتأليف كتابنا في مراكز الأثقال**، *ودققنا الفكر فيه بغاية الوسع والطاقة*، حتى وجدنا مراكز **أثقال** *عدة أشياء من ذوات الثقل لم* **يجدها قبلنا أحد من** *القدماء المبرزين في الهندسة، فضلاً عمن دونهم من المتأخرين*، **ولا سمعنا أيضاً بوجودها إلى وقتنا هذا، كوجودنا مركز ثقل قطعة من كرة مفروضة أو من مجسم قطع ناقص** (٥)**، فلما وجدناه، طمعنا في وجود مراكز أثقال أجسام أُخَر، لم يوجد أثقالها فيما قبل كمركز ثقل المجسم المكافىء».**

---

(٥) يضاف «القطع الزائد» في مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨/ ٣٤، ص: ١٩١ب، حيث نقرأ: «مركز ثقل قطعة من كرة أو مجسم ناقص أو قطع زائد، الذي لم يكن موجوداً إلى وقتنا هذا».

إذن، كان العرب سَبَّاقين في إيجاد مراكز أثقال مجسمات ناشئة عن دوران نوعين من القطوع المخروطية - على الأقل - هي: الدائرة، والقطع الناقص، وربما أيضاً القطع الزائد كما ورد في مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨/٣٤، ص: ١٩١ب.

ونـود الآن أن نعلّق على بعض الأعـمال التي تخص القطوع المخروطية، والتي قام بعملها ابن الهيثم، ولم تصل إلينا:

(جـ: ٣٣) = **«مقالة في خواص القطع المكافىء»**. تتضح أهمية الموضوع من عنوان المقالة.
(جـ: ٣٤) = **«مقالة في خواص القطع الزائد»**. تتضح أهمية الموضوع من عنوان المقالة.
(١ أ: ١٨) = **«مقالة في انتزاع البرهان على أن القطع الزائد والخطان اللذان لا يلقيانه يقتربان أبداً ولا يلتقيان»**.

يُحيِّرنا العنوان الأخير هذا (١ أ: ١٨)، فبرهان أبولونيوس للنظرية الرابعة عشرة من المقالة الثانية من كتابه صواب. فلماذا إذن المقالة (١ أ: ١٨)؟ من المحتمل أن يكون ابن الهيثم قد وضـع حلاً آخر، أقرب منالاً من حل أبولونيوس، وقد فعل مثل هذا الأمر في مناسبات أخرى.

(١ أ: ١٢) = **«تلخيص مقالات أبلونيوس في قطوع المخروطات»**.

إن العنوان الأخير هذا (١أ: ١٢) يتكلم عن نفسه وعن أهميته. وحصلنا مؤخراً على مخطوطة دون اسم المؤلف ودون عنوان، وتشتمل على «تلخيص مقالات أبلونيوس في قطوع المخروطات»، ونتمنى أن تكون لابن الهيثم، ولكننا نستبعد ذلك لأن صاحبها يتهجم على بني موسى باسلوب غير لائق، ولم يكن من عادة ابن الهيثم أن يتهجم على أحد بمثل هذا الأسلوب، فابن الهيثم يقـول: «فقد لحقهم سهو» ولا يتهمهم بقلة المعرفة في الهندسة، فأرشميدس بشر، وبنوموسى بشر، وابن الهيثم بشر، وكلنا بشر نسهو ونخطىء. ونقرأ في المقـالة المجهولة المؤلف الآتي: *«إن علم كتاب المخروطات... واتفق لنقله إلى اللسان العربي من لم يكن له قوة تامة بمعرفة تأليف كتابه، وترتيب براهين أشكاله ومعانيه، والذي وقع إلينا النسخة المنسوبة إلى إصلاح بني موسى المنجم... ثم إنهم وضعوا أشكالاً نسبوها إلى أنها مقـدمـات يحتـاج إليهـا في فهم هذا الكتاب، وبها عرف خطؤهم وقلة معرفتهم باستخراج الأشكال الهندسية وطرق براهينها. ومن نظر فيما عملوه، تبيّن له فساد ما أوردوه. فلما عرفنا ووقفنا على فساد براهين هذه الأشكال، واختلال ترتيبها، وكثرة تطويلها، مع*

الحاجة إلى مقدمات في تسهيل فهم كثير من أشكالها. قصدنا إلى إثبات . . . ».

(١ ـأ : ٢٥) = «رسالة في برهان الشكل الذي قدمه أرشميدس في قسمة الزاوية ثلاثة أقسام ولم يبرهن عليه».

ذكرنا مراراً أن ابن الهيثم وكثيراً من العلماء العرب، استطاعوا وضع حلول لمسائل استعصت على الإغـريق باستعمال القطوع المخروطية. بعض هذه المسائل، عبارة عن براهين قصيرة، تشتمل على فجوات عميقة، تحتاج لملئها إلى براهين طويلة باستعمال القطوع المخروطية. ولما كان برهان أرشميدس لقسمة الزاوية ثلاثة أقسام متساوية برهاناً قصيراً، يشتمل على فجوة عميقة، رأينا من المناسب كتابة هذا البرهان. والبرهان المعني هو المسألة الثامنـة في: «كتاب مأخوذات أرشميدس». ونعتمد، في تحقيقه: مخطوطة جامعة ييل، مجموعة لاندبرغ ٢٩٦، ومجموع رسائل الطوسي التي طبعتها جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن [٦٥]، ومخطوطة القاهرة ٤١ رياضية م. وينسب كتاب ««مأخوذات» إلى أرشميدس، تَرْجَمَهُ ثابت بن قرة، وَفَسَّرَهُ الأستاذ المختص أبو الحسن علي بن أحمد النسوي»، وَحَرَّرَهُ نصير الدين الطوسي. ونرمز: ي = ييل، ح = حيدر آباد، ق = القاهرة. ونبدأ التحقيق:

«إذا أُخرج في دائرة خط ﺃ ﺑ، كيف كان. وَأُخرج على استقامة. وَجُعل ﺑ ﺣ مساوياً لنصف قطر الدائرة. وَوُصل بين ﺣ ومركز الدائرة وهو ﺩ، وَأُخرج إلى ﻫ. كانت قوس ﺃ ﻫ ثلاثة أمثال ﺑ ﺭ.

فلنخرج ﻫ ﺡ موازياً لِ ﺃ ﺑ. ونصـل ﺩ ﺑ، ﺩ ﺡ. فلأن زاويتي ﺩ ﻫ ﺡ، ﺩ ﺡ ﻫ متساويتان، تكون زاوية ﺡ ﺩ ﺣ ضعف زاوية ﺩ ﻫ ﺡ [٦]. ولأن زاوية[٧] ﺑ ﺣ ﺩ مساويـة لزاوية ﺑ ﺩ ﺣ، وزاوية ﺣ ﻫ ﺡ مساوية لزاوية ﺃ ﺣ ﻫ؛ تكون زاوية ﺡ ﺩ ﺣ ضعف زاوية ﺣ ﺩ ﺑ، وجميع زاوية ﺑ ﺩ ﺡ ثلاثة أمثال زاوية ﺑ ﺩ ﺣ، وقوس ﺑ ﺡ، المساوي لقوس ﺃ ﻫ، ثلاثة أمثال قوس ﺑ ﺭ [٨]. وذلك ما أردناه.

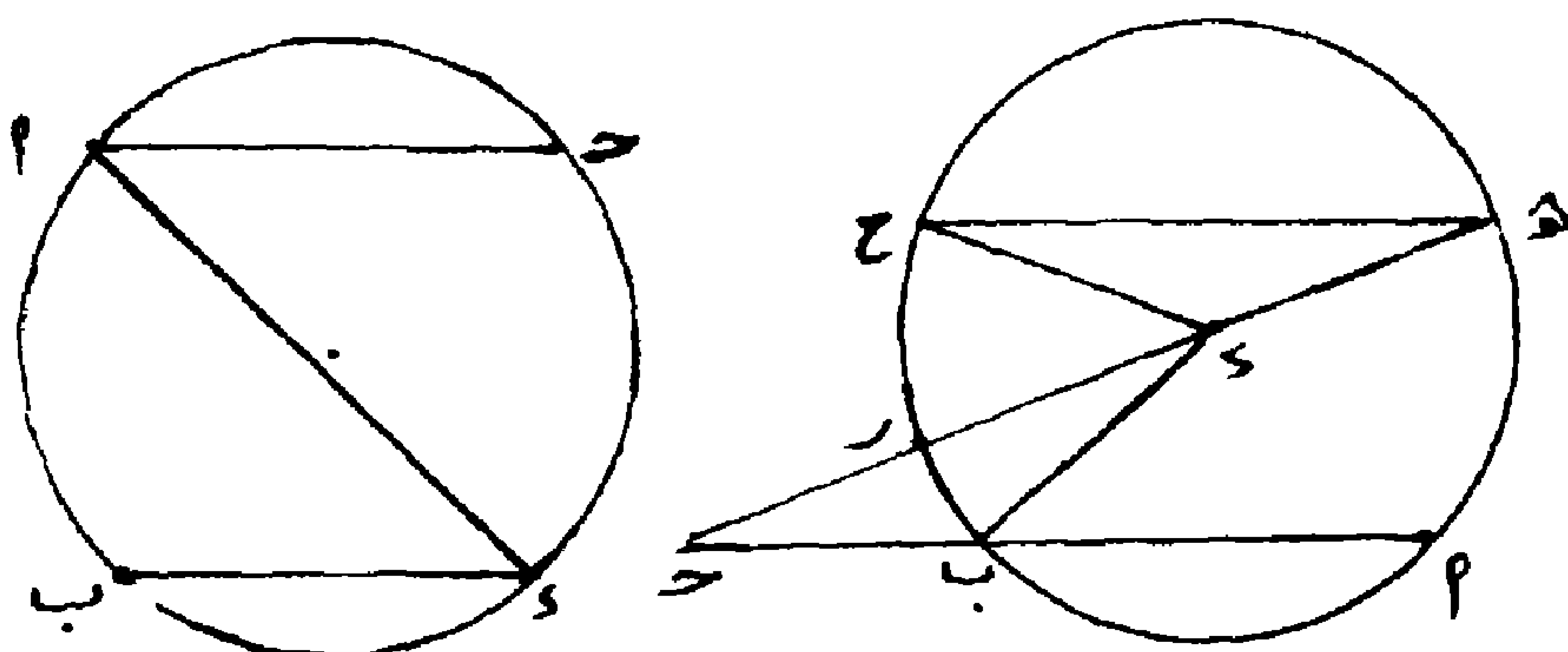
---

(٦) ح: ﺩ ﺡ ﻫ.

(٧) ح: سقط الكلمة «زاوية».

(٨) ق: ﺑ ﺩ.

قال الأستاذ المختص[٩] *: قوله قوس ب ع مساوٍ لقوس ا هـ ، إنما يكون ذلك لتوازي الوترين. فليكن في دائرة ا ب د ح*[١٠] *وتـرا ا ح ، ب د متوازيين، أقـول: إن قوسي ا ب ، ح د متساويتان. ونصل ا د ، فزاويتـا ح ا د ، ا د ب متساويتـان ، وكذلك تكون القوسان متساويتين. وبالعكس بمثل هذا*[١١] *البيان»*. انتهى التحقيق.



يبدو البرهان، لأول وهلة، برهاناً سهلاً سليماً. والحقيقة أن البرهان يشتمل على فجوة عميقة جداً، إذ إن أرشميدس افترض إمكانية رسم المستقيم ا ب ح دون برهان، أي دون حل لمسألة التقارب (نيوسيس)، فأرشميدس رَكَّبَ المسألَةَ تركيباً، وَرَكَّبَ زاوية ب د ع مقسومة ثلاثة أقسام متساوية، وليس هذا هو المطلوب. فالمطلوب هو: إذا كان عندنا زاوية عامة ب د ع ، فكيف نقسمها إلى ثلاثة أقسام متساوية؟ فنحن نرسم دائرة ا ب ع هـ ، مركزها د ، والمهم الآن: كيف نرسم الخط ا ب ح ، (أي: ما هو وضع الخط ا ب ح) بحيث يكون ب ح يساوي نصف القطر، ويكون القوس ب ر يساوي ثلث القوس ب ع عندما نصل ح ر د هـ ؟!. وهذه المسألة هي مسألة «تقارب»، يمكن حلها بالهندسة المتحركة، وذلك باستعمال منحنى نيقوميدس (منحنى قوقعي بدليل خطي). وكذلك من الممكن حل مسألة التقارب هذه، بالهندسة المتحركة أيضاً، باستعمال منحنى بني موسى[١٢]

(٩) ح: سقط الكلمة «المختص».

(١٠) ح، ي: ا ب ح .

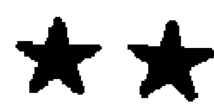
(١١) ق: ذلك.

(١٢) استعمل بنو موسى بن شاكر الهندسة المتحركة لتثليث الزاوية. وفي دراستنا لعملهم وجدنا أن «حركتهم الميكانيكية» التي استعملوها لحل مسألة التقارب تعطي محلاً هندسياً عبارة عن منحنى قوقعي بدليل دائري، وهو المحنى الذي نسميه اليوم «ليماكون = Limacon of Pascal » الذي اكتشف في القرن السابع عشر. فهل يحق لنا تسمية هذا المنحنى: «منحنى بني موسى»؟! راجع: علي اسحق عبداللطيف [١٤].

(منحنى قوقعي بدليل دائري).

والواضح من عنوان المقالة (١ـأ: ٢٥) أن ابن الهيثم قد انتبه إلى هذه الفجوة العميقة الموجودة في برهان أرشميدس، وملأها. ونرجح أن ابن الهيثم قد وضع حلاً يستند إلى القطوع المخروطية (الهندسة البرهانية الثابتة)، ولا نعتقد أنه وضع حلاً يستند إلى الهندسة المتحركة، فابن الهيثم ينتمي إلى مجموعة العلماء العرب ـ في النصف الثاني من القرن الرابع الهجري ـ الذين رفضوا الحلول بالهندسة المتحركة، باعتبارها غير برهانية. كما أوضحنا ـ في الفصل الثالث ـ أن ابن الهيثم استعمل القطوع المخروطية في ملء عدد من الفجوات الهندسية التي تركها أرشميدس فارغة.

يتضح مما ذكرنا أن ابن الهثيم قد استوعب القطوع المخروطية استيعاباً عميقاً، واستعملها في كثير من أعماله. ويبدو أنه أصبح عنده تصور قوي مدروس لمحتويات المقالة الثامنة المفقودة من كتاب مخروطات أبولونيوس، فقد وَصَلَنا مقالة لابن الهيثم موسومة «تمام كتاب المخروطات»، غير مذكورة في قوائم ابن أبي أصيبعة، وتشتمل على تصور ابن الهيثم لمحتويات المقالة الثامنة المفقودة من كتاب مخروطات أبولونيوس. وقام الهولندي يان بيتر هوخندايك بدراستها، وكتب دراسته هذه كأطروحة للدكتوراة: وحصل على الدكتوراة. ثم حوّل أطروحة الدكتوراة هذه إلى كتاب [١٣] وَسَمَهُ: «تمام كتاب المخروطات لابن الهيثم» = "Ibn al-Haytham's Completion of the Conics" ونشره سنة ١٩٨٥. وكتاب هوخندايك عبارة عن: دراسة وترجمة بالإنجليزية، وتحقيق بالعربية، لمقالة ابن الهيثم: «تمام كتاب المخروطات». ثمة مخطوطة واحدة ـ لهذه المقالة ـ فقط لا غير، موجودة في مانيسا، بتركيا (codex Genel 1706) كما يوجد شريط مصور (ميكروفيلم) لهذه المخطوطة في مكتبة جامعة طهران. ولقد سبق وتحدثنا، في مناسبات عديدة، عن هذه المقالة، لذا نكتفي الآن بتحقيق مقدمة المقالة[١٣]:



(١٣) نحقق صورة مقدمة المقالة الموجودة في الصفحة ٣٠٠ من كتاب هوخندايك [١٣].

« بسم الله الرحمن الرحيم

مقالة للحسن بن الحسين بن الهيثم في تمام كتاب المخروطات

إن أبلونيوس، ذكر في صدر كتاب المخروطات، أنه قسم كتابه إلى ثماني مقالات. وبيّن ما في كل واحدة من المعاني التي استنبطها. وذكر أن المقالة الثامنة إنما هي في مسائل تقع في المخروطات. ولم يُنقل من هذا الكتاب إلى اللغة العربية[1] إلّا سبع مقالات، ولم توجد المقالة الثامنة.

ولما نظرنا في هذا الكتاب، واستقرينا معانيه، وكثر تصفحنا للمقالات السبع، وجدناها قد أَخَلَّت بمعانٍ يجب أن لا يخلو هذا الكتاب منها. فاعتقدنا أن المعاني التي أَخَلَّت بها المقالات السبع، هي المعاني التي في المقالة الثامنة. وإنما أُخِّرها لأنه لم يحتج[2] إلى استعمالها في المعاني التي تضمنتها[3] المقالات السبع. وهذه المعاني[4] التي أشرنا إليها هي معانٍ تقتضيها معانٍ قد تضمنتها المقالات السبع.

فمن ذلك: أنّه بَيَّنَ النِسْبَة التي يَقْسِم بها الخط المماس سَهْمَ القِطْع. وَبَيَّنَ كيف نُخْرِج خطّاً يُماس القطع وَيُحْدِث مع السَهْم زاوية مساوية [لزاوية] معلومة. وهذان المعنيان يقتضيان أن نُبَيِّنَ كيف نُخْرِج خَطّاً يماس القطع وتكون نِسبته إلى ما يَفْصِلُه[5] من السَهْم نِسْبَةً مَعْلومَةً، وأن نُخْرِج خَطّاً يماس القطع ويكون الذي يقع منه فيما بين القطع وبين السهم مثل خط معلوم. ومع ذلك فإن[6] هذه المعاني هي[7] من المعاني التي تتطلع النفوس إلى معرفتها.

---

(١) في الأصل: الغريبة (الكلمة منقوطة بالكامل في الأصل).
(٢) في الأصل: يحتج.
(٣) في الأصل: ضمنها.
(٤) في الأصل: المقالات.
(٥) في الأصل: يفضله (الكلمة منقوطة في الأصل).
(٦) في الأصل: قام.

ومن ذلك قوله: كَيف نُخْرِج خَطّاً يماس القطع، وَيُحْدِث مع القطر الذي يخرج من موضع التماس، زاوية حادة مساوية لزاوية مفروضة؟ وهذا المعنى أيضاً يقتضي أن نخرج خطاً يماس القطع وينتهي إلى السهم، وتكون نسبته إلى القطر الذي يخرج من موضع التماس نسبة معلومة.

ومن ذلك: أنه تكلم في صدر المقالة السابعة عن أقطار القطوع وتفصيلها وتمييزها، وأشار إلى أن لها خواصاً تعرض مع أضلاعها القائمة. ومع ذلك، فإنه يقول في صدر هذه المقالة، إن المعاني التي تليها في هذه المقالة يحتاج إليها حاجة شديدة فيما يقع من المسائل مما يجري ذكره في المقالة الثامنة، تتضمن مسائل تتعلق بالأقطار وخواصها.

ومن ذلك قوله: كيف نخرج من نقطة مفروضة خطاً يماس القطع ويقع عليه على نقطة واحدة؟ وهذا المعنى يقتضي أن نبيّن كيف نخرج من نقطة مفروضة خطاً يقع على القطع على نقطتين، ويكون القسم منه الذي يقع في(٨) داخل القطع مثل خط مفروض، وأن نخرج خطاً يقطع القطع، وتكون نسبة قسمه الخارج إلى قسمه الداخل مثل نسبة مفروضة.

وهذه المعاني التي ذكرناها، وأشرنا اليها، لا يجوز أن يخلو هذا الكتاب منها، وهي معانٍ مستحسنة ليس يقصر حسنها عن حسن ما تتضمنه المقالات السبع، بل فيها ما يزيد على ما نقل من الأشكال حسناً ودربة.

فالأشبه أن تكون هذه المعاني هي(٩) التي تضمنتها المقالة الثامنة، فإنها لم يذكرها قبل المقالة الثامنة لاستغنائه عن استعمالها فيما نقل من المقالات.

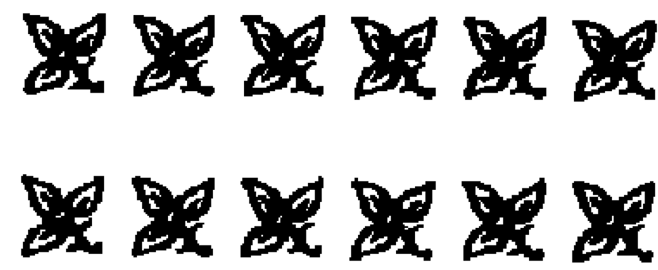
ولما لم يمكن هذا المعنى في اعتقادنا، وقوى في نفوسنا حسن ظننا بصاحب الكتاب، غلبنا حسن الظن، فحكمنا بأن هذه المعاني وما يشبهها هي(١٠) التي تضمنتها المقالة الثامنة.

---

(٧) في الأصل: هن.
(٨) في الأصل: من.
(٩) في الأصل: هن.
(١٠) في الأصل: هن.

ولما استقر حكمنا بذلك، شرعنا في استخراج هذه المعاني وتبيينها وجمعها في مقالة تشتمل عليهـا، لتقـوم مقـام المقـالـة الثـامنـة، وتكون هي التمام لكتاب المخروطات. ونجعل استخراجنا لهذه المعاني **بالتحليل والتركيب والتحديد**[11] لتكون أكمل المقالات بياناً.

وهذا حين نبتدىء بالمقالة، ومن الله نسأل المعونة . . . ». انتهت المقدمة.



(١١) في الأصل: والتجديد (الكلمة منقوطة في الأصل).

الفصل السّابع

مقدّمات بني موسى
وقول ابن الهيثم في أحد أشكالها

الصفحة الأولى، «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص ٢٢٣ب (أو ص٧١ب، الجزء الثاني).

بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر

قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في شكل بني موسى

ان احد الاشكال التي قدمها بنو موسى في كتاب
المخروطات وهو الشكل الاخير من مقدماتهم هو على الصفة
التي وصفوها وذلك انهم جعلوه كليا وهو جزوي
ومع ذلك فقد لحقهم سهو في البرهان عليه ومن اجل ذلك السهو
ظنوا انه كلي وهو شكل يحتاج اليه في بعض براهين الاشكال
المخروطات ومن اجل ذلك وجب ان نشرح صورته ونبين
انه جزوي وانه يصح على بعض الاوضاع ويبطل في بعض الاوضاع
وان الذي يستعمل منه في براهين المخروطات هو من الاوضاع
التي يصح وان الاوضاع التي يبطل ليس يستعمل شيء منها
في كتاب المخروطات وهذا حين نبتدئ بالكلام في الشكل
فنقول ان الشكل الذي ذكره بنو موسى هو على الصفة التي
قدمناها هو مثلثان زاويتان منهما متساويتان وقد
خرج من الزاويتين المتساويتين خطان الى وتريهما و
احاطا مع الوترين بزاويتين متساويتين وصارت
نسبة السطحين اللذين يحيط بكل واحد منهما قسما الوترين
الى مربعي الخطين الخارجين اليهما نسبتين متساويتين
وادعوا ان المثلثين اللذين على هذه الصفة متشابهان
وليس يلزم في هذين المثلثين ان يكونا ابدا متشابهين
ونبين تشابه هذين المثلثين [illegible] فليكن
اولا موضع السهو في برهانهم وهو انهم جعلوا المثلثين مثلثي
ا ب ج د ه ز واخرجوا فيهما خطي ا ر د ح وجعلوا زاويتي ا د
متساويتين وزاويتي ا ر ب د ح ه ايضا متساويتين
وجعلوا نسبة ب ر في ر ج الى مربع ر ا كنسبة ه ح في ح ز

الح و

الصفحة الأولى، «قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في شكل بني موسى»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص ١٤٩ ب (ظهر الورقة 149 ـ الرقم بالعربية المغربية) أو: ص ١٥٢ ب (ظهر الورقة ١٥٢ ـ الرقم بالعربية المشرقية).

مُقَدِّمات بني موسى
وقول ابن الهيثم في أحد أشكالها

نبدأ حديثنا بالتعريف ببني موسى بن شاكر:

هم ثلاثة أشقاء: محمد، وأحمد، والحسن. ولدوا وتوفوا في بغداد في القرن الثالث من الهجرة (ق ٩م).

يقال إن والدهم، موسى بن شاكر، كان في حداثته قاطع طريق، غير أنه تاب وأصبح منجماً (فلكياً؟) عند المأمون. توفي والدهم وهم صغار، فوصّى بهم المأمون إسحق ابن إبراهيم المصعبيّ، وأثبتهم مع يحيى بن أبي منصور في بيت الحكمة.

حملوا مع أبي عبدالله (أبي جعفر؟) محمد بن موسى الخوارزمي، على عاتقهم قيادة وتوجيه البحث العلمي في بيت الحكمة. فقد اهتم الخوارزمي بالجبر، بينما اهتم بنو موسى بالهندسة والميكانيكا والفلك والموسيقى.

كانوا يُمَوِّلون البعثات العلمية، للبحث عن المخطوطات العلمية وشرائها. ويقال إن محمداً (أحمداً؟) كان يترأس إحدى هذه البعثات، وأحضر معه إلى بغداد، ثابت بن قرة، الذي بدأ حياته العلمية الزاهرة مترجماً لدى بني موسى، وتتلمذ على أيديهم، وأصبح واحداً من أبرز وأشهر العلماء العرب.

نقرأ في كتاب «تاريخ الحكماء» لابن القفطي ([٣٢]: ٣١٥-٣١٦) أن بني موسى كانوا «*أبصر الناس بالهندسة وعلم الحيل*»، والمقصود بعلم الحيل هو: علم الميكانيكا والأدوات الميكانيكية. وأيضاً، يقول ابن القفطي: «*فإنهم لا يعرفون إلّا ببني موسى*»، *فلقد كانت أعمالهم تكتب باسم الأشقاء الثلاثة على شكل*: «كتاب... لبني موسى»، فمثلاً: «*كتاب بني موسى في القرسطون*»، «*كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى*».

ويقول ابن خلكان في كتابه «وفيات الأعيان» ([٧]: م٥: ١٦١-١٦٣): «*وكان لهم همم عالية في تحصيل العلوم القديمة وكتب الأوائل، وأتعبوا أنفسهم في شأنها، وأنفذوا إلى*

بلاد الروم من أخرجها لهم، وأحضروا النقلة من الأصقاع الشاسعة والأماكن البعيدة بالبذل السخي، فأظهروا عجائب الحكمة. وكان الغالب عليهم من العلوم: الهندسة، والحيَل، والحركات، والموسيقى، والنجوم وهو الأقل. ولهم في الحيل كتاب عجيب نادر، يشتمل على كل غريبة، ولقد وَقَفْتُ عَلَيْهِ فوجدته من أحسن الكتب وأمتعها».

أسسوا ـ ما يمكننا تسميته ـ مؤسسة للترجمة، «*وأحضروا النقلة من الأصقاع الشاسعة والأماكن البعيدة بالبذل السخي، فأظهروا عجائب الحكمة*»[1].ومن أشهر النقلة (المترجمين) الذين عملوا في مؤسستهم: حنين بن إسحاق أبرز مترجمي الأعمال الطبية، وثابت بن قرة الذي ساهم في ترجمة الأعمال العلمية بعامة والرياضية بخاصة. فأنتجت هذه المؤسسة الكثير من ترجمات الأعمال الإغريقية إلى العربية. ونعلم أن بعض العلوم الإغريقية، المفقودة في اليونانية، لم تصل إلى عالم اليوم إلاّ بالعربية، ذلك بفضل مؤسسة الترجمة المذكورة.

وعلى ذلك، فإن بني موسى هم من أوائل من درس العلوم والرياضيات الإغريقية. ويمكننا اعتبار بعض أعمالهم امتداداً للأعمال الإغريقية، غير أنهم لم يكونوا مُقَلِّدين لتلك الأعمال، بل استقلوا في أبحاثهم، وأنتجوا أعمالاً أصيلة مبتكرة هامة جداً. فهم ـ إذن ـ من أوائل مؤسسي العلوم والرياضيات العربية، وكان لأعمالهم أثر بالغ في تطوير العلوم والرياضيات العربية.

وبالنسبة للهندسة، فلعل الشقيق الأصغر، الحسن، هو أبرز الأشقاء الثلاثة في هذا العلم. يقول ابن القفطي: «*وكان الحسن هو الثالث، منفرداً بالهندسة، وله طبع عجيب فيها، لا يدانيه أحد، عَلِمَ كل ما عَلِم بطبعه، ولم يقرأ من كتب الهندسة إلّا ست مقالات من كتاب أُقليدس في الأصول فقط، وهي أقل من نصف الكتاب، ولكن ذكره كان عجيباً، وتخيّله كان قوياً، حتى حدثته نفسه باستخراج مسائل لم يستخرجها أحد من الأولين، كقسمة الزاوية ثلاثة أقسام متساوية، وطرح خطين بين خطين ذوي توال على نسبة*».

ومع أن أعمالهم كانت تكتب باسم مشترك «بنو موسى»، غير أن بعض القرائن المتوافرة تشير إلى أن الشقيق الأكبر، محمد، كان معنياً بالهندسة والفلك. فابن النديم

---

(١) اورد ابن النديم هذه الجملة، ونقلها عنه القفطي وابن خلكان. وكتبنا «السخي» بدلاً من الكلمة الأصلية «السني».

([٦]: ٣٣١) يذكر في كتابه الفهرست بعض الأعمال المنسوبة لمحمد، منها: «**كتاب حركة الفلك الأولى، مقالة لمحمد**»، «**كتاب الشكل الهندسي الذي بَيَّنَ جالينوس أمره، لمحمد**»، «**كتاب في أوّليّة العالم، لمحمد**». ويذكر ابن النديم والقفطي وابن خلكان أن محمداً توفي في شهر ربيع الأول سنة ٢٥٩هـ (الموافق: الشهر الأول أو الثاني سنة ٨٧٣م).

وبالنسبة للشقيق الثاني، أحمد، فمقدمة المقالة: «**مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم**» توحي باهتمامه بالهندسة، وله مقالة موسومة: «**قول لأحمد بن شاكر في تثليث الزاوية المستقيمة الخطين**». أما أهم أعماله فهو «كتاب الحيل، **لأحمد بن موسى**»، ونفهم من جمال الدباغ ([١٠٣]: م١: ٤٤٣-٤٤٦) أن هناك مخطوطات لهذا الكتاب في برلين والفاتيكان، وأن أحمد هو صاحب الكتاب. وربما كتب كتابه «الحيل» بعد وفاة شقيقيه. وقام أحمد يوسف الحسن بتحقيق «**كتاب الحيل - تصنيف بني موسى بن شاكر**» بالتعاون مع محمدّ علي خياطة ومصطفى تعمُري [١٠٦]، ونشره معهد التراث العلمي العربي - جامعة حلب سنة ١٩٨١.

أما الشقيق الأصغر، الحسن، فكان « **منفرداً بالهندسة**، وله طبع عجيب فيها، لا يدانيه أحد ». وكان معنياً بوضع البراهين الأصيلة المبتكرة. وتشير مقدمة المقالة «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى» إلى أن الحسن وضع علم القطوع الإسطوانية على غرار القطوع المخروطية، كما تشير إلى أنه توفي قبل كتابة تلك المقالة. وله « كتاب الشكل المدّور المستطيل للحسن بن موسى ». أما « الشكل المدّور المستطيل » فهو القطع الناقص (ellipse)، وهذا يعني أنه بالإضافة لاهتمام محمد وأحمد بالقطوع المخروطية فقد كان الحسن أيضاً معنياً بها.

وبسبب علاقة اثنين من بني موسى بتثليث الزاوية، واهتمام العلماء العرب بهذا الموضوع، فإننا نرغب أن نلقي مزيداً من الضوء على موضوع «تثليث الزاوية» الذي تحدثنا عنه في مقدمة كتابنا هذا، حيث ذكرنا أن البيروني قال: «*كما أخرجه الكندي والقدماء بالآلة المتحركة*». ويذكر ابن النديم ([٦]: ٣١٧) أن للكندي: «*كتاب رسالته في قسمة الزاوية بثلاثة أقسام*». ويهمنا هنا معرفة السبّاق في هذا المجال.

ذكرنا أن الحسن توفي قبل أخيه محمد الذي توفي سنة ٢٥٩هـ. وَيُقال إنَّ الكندي توفي حوالي ٢٥٢هـ أو ٢٥٩هـ. وتشير القرائن إلى أن الحسن هو مؤلف تثليث الزاوية الوارد

في «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى». ويتضح أن برهاني الكندي والحسن يستندان إلى الهندسة المتحركة. ونحن نفترض أن البرهانين مختلفان، ذلك بسبب الخصومة والمنافسة المعروفة بين بني موسى والكندي. ولا نعلم بأي تثليث زاوية عربي قبل البرهانين المذكورين، لذا يمكننا الافتراض أن أول برهان عربي لتثليث الزاوية هو ليعقوب بن إسحق الكندي أو للحسن بن موسى بن شاكر.

ومع أن برهان الحسن بن موسى يستند إلى الهندسة المتحركة، إلّا أنه برهان صواب ويخلو من الثغرات. كما أن حركة التحريك فيه تؤدي إلى ما سميناه ـ في عملنا ([١٤]: ج٤، م٣٩: ١٦٩ ـ ١٩٥) ـ بـِ «منحنى بني موسى». ويدعى هذا المنحنى اليوم: منحنى ليماكون لباسكال (Limacon of Pascal) نسبة إلى مكتشفه إيثيان باسكال في القرن السابع عشر. ونرجح أن برهان الحسن هذا قد وضع قبل دراسة بني موسى للقطوع المخروطية، ولو لم يكن ذلك كذلك، لوضع الحسن برهاناً يستند إلى الهندسة الثابتة (قطوع ومخروطية + هندسة مستوية).

ونرجح أن أحمد بن موسى كتب المقالة **«قول لأحمد بن شاكر في تثليث الزاوية المستقيمة الخطين»** بعد تثليث أخيه الحسن للزاوية بفترة من الزمن، وبعد استيعاب بني موسى للقطوع المخروطية. فهذا العمل يستند إلى القطع الزائد. كما نرجح أن هذا العمل هو أول تثليث عربي للزاوية يستند إلى الهندسة الثابتة. ويبدو أن هذا العمل لم يصل إلى علماء القرن الرابع من الهجرة ـ وبالذات الخازن والسجزي ـ الذين قالوا كلاماً مفاده: لم ينجح الإغريق في تثليث الزاوية وأن أول عالِم وضع حلّاً صائباً يستند إلى الهندسة الثابتة البرهانية هو ثابت بن قرة. ويلاحظ أن ابن النديم (ق: ٤هـ) الذي أورد قائمة بأعمال بني موسى ([٦]: ٣٣١) لم يذكر قول أحمد بن موسى بن شاكر في تثليث الزاوية، وهذا أيضاً يوحي أن هذا العمل لم يصل إلى علماء القرن الرابع من الهجرة.

واطلعنا على برهان أحمد بن موسى في عمل يان بيتر هوخندايك ([١٠٤]: ٤١٧ ـ ٤٣٨). كما اطلعنا على برهان ثابت بن قرة في عمل أحمد سليم سعيدان ([٤]: ج١، م٢٨: ٩٩ـ١٣٧). ونحن نرى أن برهان ثابت عبارة عن صياغة أفضل وأوضح للبرهان عَيْنِه الذي وضعه أحمد بن موسى بن شاكر. كما نرى أن ثابت بن قرة ـ المتوفى سنة ٢٨٨هـ / ٩٠١م ـ وضع برهانه بعد أحمد بن موسى، وكأنه أراد أن يوضح برهان أحمد غير الواضح.

وكذلك فإن ثابتاً أورد ـ بعد الانتهاء من حله ـ حلاً موجزاً آخر، نَسَبَهُ لأبي بكر الهروي. وهذا الحل ـ أيضاً ـ يستند إلى الهندسة الثابتة، ويختلف عن برهاني أحمد بن موسى وثابت بن قرة. وهذا يعني أن ثابتاً لم يَدَّعِ أنه السبّاق في هذا المجال.

أما علماء القرن الرابع للهجرة فإنهم تنافسوا في وضع حلول تستند إلى الهندسة الثابتة، ذكرنا أسماء بعضهم في مقدمة كتابنا هذا.

ونعلم من كتب تاريخ الرياضيات اليونانية، مثل: ايفورتوماس[٢] ([٨٤]: م١: ٢٣٥-٢٤٤) وَتوماس هيث[٢] ([٨١]: م١: ٣٤٦-٣٦٣) أن الإغريق استطاعوا تثليث الزاوية بالهندسة المتحركة وبالهندسة الثابتة.

ونجد في النظريات ٣٦ ـ ٤٢ من الكتاب الرابع (المقالة الرابعة) من كتاب [٣٣][٣] «المجموعة الرياضية = Mathematical Collections» لبابوس الاسكندري (أواخر ق٣م، أوائل ق٤م) تثليثاً للزاوية، لإغريقي مجهول، فيه شبه من تثليث الزاوية المنسوب لكل من أحمد بن موسى وثابت بن قرة. ولكن هناك اختلاف بين الحلّين، وبالتأكيد لا يوجد ترجمة هنا. فهناك إجماع في الرأي لدى المتخصصين أن كتاب بابوس الإسكندري المذكور [وبالذات الكتب (المقالات) ١-٧] لم يصل إلى العرب، ولو وصل هذا الكتاب لترجمه بنو موسى بسبب مادته الرياضية الغنية.

أما سبب الشبه في تثليث الزاوية المذكور، فإما أن يكون مجرد مصادفة، أو أن يكون قد وصل العرب جزء من كتاب إغريقي مجهول، غير كتاب بابوس، يشتمل على الحل المذكور.

أما لماذا افترض العلماء العرب من القرن الرابع الهجري أن الإغريق لم ينجحوا في تثليث الزاوية؟ فجوابه واضح، وهو: يرى الخبراء أنه لم يصل أي تثليث زاوية إغريقي صائب إلى العرب، وما وصل إلى العرب هو تثليث أرشميدس للزاوية غير المكتمل فقط. ونكرر هنا كتابة عنوان مقالة ابن الهيثم (١ـأ: ٢٥) = **«رسالة في برهان الشكل الذي قدمه أرشميدس في قسمة الزاوية ثلاثة أقسام ولم يبرهن عليه»**. وكما أوضحنا في الفصل السابق

(٢) ينقل ايفورتوماس التحقيق باليونانية الوارد في [٣٣] ثم يترجمه في الصفحة المقابلة إلى الإنجليزية. أما توماس هيث فيدرس ما يرد في [٣٣] ويكتبه بالانجليزية بتصرف.

(٣) تحقيق باليونانية وترجمة إلى الفرنسية في الصفحة المقابلة.

فإن تثليث أرشميدس للزاوية يحتوي على ثغرة عميقة. لذا اعتبر العرب هذا الحل غير مبرهن، فهو ليس حلاً. فبالنسبة لهؤلاء العرب: لم ينجح الإغريق في تثليث الزاوية.

وننتقل الآن إلى موضوعنا،

بحوزتنا صورة لمقالة بني موسى: «**مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم**»، نجد أصلها في مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، التي تحدثنا عنها في فصل سابق يخص رسالة تربيع الدائرة لابن الهيثم.

وإذا اعتبرنا مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ جزءاً واحداً فأرقام المقالة هي: ٢٢٣ ب - ٢٢٦ ب. أما إذا اعتبرناها مكونة من جزأين فأرقام المقالة هي: ٧١ب - ٧٤ب، الجزء الثاني. ونوعية الخط تجعلنا نجزم أن ناسخها هو ما سميناه - عندما حققنا رسالة تربيع الدائرة لابن الهيثم - بالناسخ الأول. وعلى ذلك نقول: نسخت المقالة: أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ٢٢٣ ب - ٢٢٦ ب (٧١ ب - ٧٤ ب، الجزء الثاني) في القرن الخامس من الهجرة.

تشتمل المقالة على «مقدمة» قيّمة تروي قصة ترجمة كتاب مخروطات أبولونيوس إلى العربية، ثم تسع نظريات (تسعة أشكال) هندسية، ليست قطوعاً مخروطية، لكن هناك حاجة لها «*في بعض براهين أشكال المخروطات*»[(٤)]، ثم خاتمة تشتمل على تعاريف للقطوع المخروطية.

هناك سهو عادي في النظرية التاسعة (الشكل التاسع والأخير) من المقالة، لحق ببني موسى، يمكن أن يحدث لأي عالِم، في أي زمان ومكان. فأرشميدس - عبقري العالَم القديم - بشر، ذكرنا بعض الثغرات في عدد من أعماله. وابن الهيثم - أحد العمالقة - بشر، لحقه سهو في عدد من نظرياته، نتحدث عن واحدة منها في فصل لاحق. وكلنا بشر، نسهو ونخطىء. ومع ذلك فقد أثار السهو - الذي لحق ببني موسى - ضجّة، لا نرى ضرورة لها، نذكر منها الآتي:

— ذكرنا في الفصل السابق أن العالِم - الذي لا نعرف هويته - صاحب مقالة حول تلخيص مقالات أبولونيوس في قطوع المخروطات، قد تهجم بعنف على بني موسى بسبب

---

(٤) ر: «قول ابن الهيثم في شكل بني موسى».

هذا السهو العادي، حيث اتهمهم بقلة المعرفة في الهندسة، فقد قال: «*ثم إنهم وضعوا* أشكالاً، *نسبوها إلى أنها* **مقدمات**، *يُحتاج إليها في فهم هذا الكتاب [أي: كتاب مخروطات أبولونيوس]، وبها عرف خطؤهم وقلة معرفتهم في استخراج الأشكال الهندسية وطرق براهينها. ومن نظر فيما عملوه، تَبَيَّن له فساد ما أوردوه*». ونحن نرى أن الخطأ «السهو» يجب تصحيحه، ولكننا لا نرى ضرورة للتشويه والاتهام الباطل بقلة معرفتهم بالهندسة، ولا يمكننا أن ننكر فضل بني موسى وأثرهم في تطوير العلوم والرياضيات العربية.

— وفي مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ عينها، فإن المقالة التي تأتي مباشرة بعد مقالة بني موسى «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم»، تبدأ هكذا: «*قال أبو الفتح محمد بن عبد الملك الدواني*: قد اطلعت على **سهو** *وقع لبني موسى في البرهان على الشكل الأخير، وهم أنهم ظنوا أن نقطة* ل *من خط* ء ح . . .».

— أما ابن الهيثم فيكتب مقالة كاملة بسبب السهو المذكور، غير أنه لا يتهمهم بقلة المعرفة بالهندسة، بل يقول «لحقهم سهو»، ويعترف بأن الشكل التاسع «*هو شكل يحتاج إليه في بعض براهين أشكال المخروطات، ومن أجل ذلك وجب أن نشرح صورته . . . وان الذي يُسْتَعمل منه في براهين المخروطات هو من* **الأوضاع التي تَصِح**، *وأن* **الأوضاع التي تَبْطُل ليس يُسْتَعمل** *شيء منها في كتاب المخروطات*». وإذا سلَّمنا بالقول: «إن الخطأ ـ السهو ـ يجب تصحيحه»، فهذا هو ما قام بعمله ابن الهيثم، إذ حَلَّلَ المسألة تحليلاً دقيقاً، ووضع الحل الصحيح لكل حالة من الحالات، وأضاف شرطاً إلى الشروط الأصلية بحيث أصبحت الشروط هي ما نسميه اليوم: الشروط الضرورية والكافية (Necessary and suf-ficeint conditions) لتصبح المسألة صحيحة دائماً.

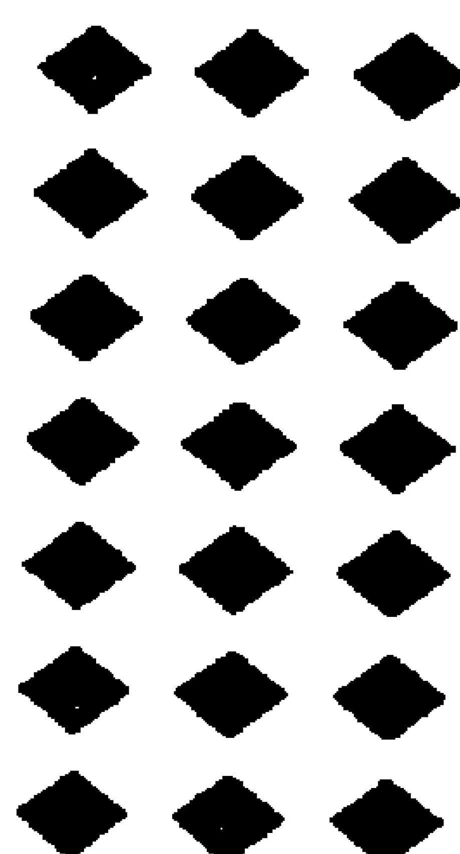
سوف نحقق جزأين من مقالة بني موسى: «مقدمات. . .»:

— نحقق أولاً مقدمة المقالة، ذلك أننا نرى أنها قصة شَيِّقَة تعطي معلومات قيِّمة. ويتضح فيها أن «الحسن» كان قد توفي قبل كتابة هذه المقالة، فهي ـ إذن ـ من كتابة محمد وأحمد.

— ثم نحقق النظرية التاسعة (الشكل التاسع والأخير) من المقالة، ذلك أنها السبب في الضجة المذكورة. وَيُلاحظ أن بني موسى قسموا البرهان إلى صورتين: فالصوررة الأولى

صحيحة، أما الصورة الثانية فهي التي تشتمل على موضع السهو المذكور، وهي التي كانت الدافع لكتابة ابن الهيثم مقالته الموسومة: *«قول في شكل بني موسى»*.

أولاً: نحقق الآن مقدمة مقالة بني موسى المذكورة، ص: ٢٢٣ب ـ ٢٢٤أ:



« بسم الله الرحمن الرحيم

مُقَدِّمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم

إن علم ما يقع في المخروطات من القطوع، وما يعرض فيها من الأشكال والخطوط، في أعلى المراتب من علم الهندسة. وكان القدماء يسمون[1] أشكال قطوع المخروطات: الأشكال العجيبة. ويرون أن من بلغ في علم الهندسة إلى أن يفوز على فهم هذا العلم، فقد بلغ المرتبة العليا من علم الهندسة.

ولم يزل القدماء[2] من طلاب علم الهندسة، يعنون بوجود هذا العلم، ويجهدون في طلبه، ويفندون ما أدركوا منه أولاً أولاً في الكتب، إلى أن انتهى الأمر في ذلك إلى أبلونيوس. فإن هذا الرجل، كان من أهل الإسكندرية، وكان معنياً بهذا العلم، وكان رجلاً مبرزاً في علم الهندسة، مستعلياً فيه. فعمل في ذلك كتاباً في ثماني مقالات، جمع فيها ما تقدمه به من كان قبله من هذا العلم، وأضاف إلى ذلك ما تولى هو استنباطه. ثم إن هذا الكتاب فسد وكبر فيه الخطأ على طول الأيام، بتداول الناس انتساخه بعضهم من بعض. وكان لفساده سببان:

أحدهما السبب العام لجميع ما تتداوله الأيدي من الكتب بالنسخ، بتقصير مَنْ نَسَخَهُ في تصحيح نسخه والمعارضة به، ومن اختلاف الكتب، ودرس ما فيها من قبل أن يجدد نسخها.

والسبب الآخر يخص هذا الكتاب، وما جرى مجراه من الكتب دون غيرها. وذلك لأن هذا الكتاب، كتاب غامض يصعب فهمه، ولا يقوى عليه إلّا القليل من الناس. وسهولة فهم الكتاب مُعين على تصحيحه متى احتاج إلى ذلك فيه. وهو مع هذا كتاب طويل، في تَكْلِفَةِ نَسْخِ مِثْلِهِ وتصحيحه مَشَقَّة.

---

(١) في الأصل: القدما يسمى.

(٢) في الأصل: القدما. (ويقصد هنا علماء الهندسة الذين سبقوا أبولونيوس).

فبهذه الأسباب التي وصفنا، عرض لهذا الكتاب الفساد بعد أبلونيوس، إلى أن نشأ بعسقلان رجل من المهندسين يُقال له أوطوقيوس، وكان مُبرِّزاً في علم الهندسة، وله كتب وضعها تَدُلُّ على قُوَّته. فجمع هذا الرجل لهذا الكتاب - عندما وهم عليه من غلبة الفساد عليه - ما أمكنه من نُسَخِهِ الموجودة في زمانه. فَتَهَيَّأَ له بما جَمَعَ من النُسَخ، وَبِقُوَّتِهِ في علم الهندسة، أنْ أصْلَحَ مِن هذا الكتاب الأربع المقالات[3] [كذا] الأول. إلّا أنه سَلَكَ في ذلك سبيل من لم يلتمس أن يحكي ما أصلح على ما وصفه أبلونيوس سواه[4]، بل جمع وفصل واستعمل الفكر فيما لم يمكنه تصحيحه على حكاية قول أبلونيوس فيه بعينه، حتى استنبط البرهان فيه.

فاقتصر النـاظرون في علم المخروطات بعد أوطوقيوس على قراءة الأربع المقالات [كذا] التي صَحَّحَها فقط. على أن فيما قال جالينوس في ذمه من ذم من مهندسي زمانه في كتاب الماء والهواء والمساكن، ما دل على قلة من يتجنب (؟) به نفسه إلى النظر [في] علم المخروطات من المهندسين في ذلك الزمان، فضلاً عمن كان بعد أوطوقيوس.

فأما أهل زماننا، فإن القليل من مهندسيهم من قَوِيَ على فهم كتاب أُقليدِس في الهندسة، فضلاً عما وراء ذلك. ولقد صار قوم منهم بقلة الفهم إلى العجز عن فهم صدر كتـاب أُقليدِس، فضلاً عما بعده. فأبدلوا مكان قول أُقليدِس هناك قولاً في غاية الجهل والبعد من الصواب. وصار قوم منهم إلى أن وضعوا أشكالاً هندسية، برهنوا بها عند أنفسهم براهـين تخالف ما برهنـه أُقليدِس. زعم بعضهم، فيما برهن، أن مخروط الإسـطوانـة نصفها[5]. وبعض من وصفنا من هذه الطبقات عرف خطأه بعد أن وقع فيه بمُدة، فرجع عنـه. ومضى بعضهم على خطأه، وأقام عليه، وكتبهم موجودة في زماننا، ولذلك تركنا حكاية خطأهم.

---

(٣) الأفضل أن يقول: «المقالات الأربع». ولكننا آثرنا أن نترك «الأربع المقالات» كما وردت في الأصل، وذلك بسبب تكرار ورودها، فلا بد وأنها لغة بني موسى وليست من الناسخ، ونحن نؤثر الاحتفاظ بلغة المؤلف.

(٤) في الأصل: سوا.

(٥) نعلم - في الوقت الحاضر - أن حجم «مخروط الإسطوانة» ثلثها، فحجم الإسطوانة = نق² ط ع (حيث: نق = نصف قطر القاعدة، ع = ارتفاع الاسطوانة)، وحجم المخروط «مخروط الاسطوانة» الذي قاعدته تساوي قاعدة الاسطوانة وارتفاعه ارتفاعها هو: $\frac{1}{3}$ نق² ط ع.

وقد كان وقع إلينا سبع مقالات من الثماني المقالات [كذا] التي وضعها أبلونيوس في المخروطات على ما وضعها عليه. فرمنا ترجمتها وفهمها. فتعذر الأمر في ذلك علينا لغلبة الخطأ الذي كان عرض في هذا الكتاب بالأسباب التي وصفناها. فلبثنا بذلك مدة. وتهيأ للحسن بن موسى، بقوته في علم الهندسة واستعلائه فيه، النظر في علم قِطع الإسطوانة إذا قطعه سطح على غير موازاة لقاعدتها، وكان الخط المحيط بالقطع خطاً تام الإحاطة. فاستنبط علمه وعلم الأعراض الأول التي يعرض فيه من الأقطار والسهام والأوتار. واستنبط علم مساحته. وقدّر أن يجعل ذلك توطئة لعلم قطوع المخروطات والنظر فيها. لأنه رأى أن ذلك أسهل عليه في النظر. وانتبه بالمسلك على الترتيب في هذا العلم. ثم نظر في علم قطع مخروط الإسطوانة إذا كان الخط المحيط به خطا تام الإحاطة أو [؟؟ كلمة مطموسة] قطع الإسطوانة الذي استنبط علمه هو شكل قطع المخروط. واستنبط البرهان على أن لكل قطع يقع في إسطوانة على السبيل الذي وصفنا، مخروط إسطوانة[٦] يقع فيه مثل ذلك القطع، وان لكل قطع مخروط إسطوانه على هذا السبيل إسطوانة ما تقبل مثل ذلك القطع. فوضع الحسن عند ذلك مقالة فيها استنبط من هذا العلم، وتوفي رَحْمَةُ الله عَليه.

ثم تهيأ لأحمد بن موسى الشخوص إلى الشام والتالين بعدها[٧]. فعني بطلب نُسخ لهذا الكتاب رجاء أن يجتمع له منها ما يُمكنه أن يُصححه به، فتعذر عليه. ووقعت إليه، الأربع المقالات [كذا] التي كان أوطوقيوس أصلحها من كتاب أبلونيوس، نسخة واحدة. وكان قد عرض فيه أيضاً الخطأ بعد أوطوقيوس بالأسباب التي وضعناها. فلما وقعت إلى محمد[٨] هذه النسخة، أخذ في تفسير الكتاب، وقصد إلى الأربع المقالات [كذا] الأُول التي أصلحها أوطوقيوس لأنه وجد خطأها أقل من الخطأ في قصر [؟كذا] كتاب أبلونيوس. فعانى في فهمها مشقة وصعوبة إلى أن فرغ منها. وتهيأ انصرافه من الشام إلى العراق. فلما صار إلى العراق، عاد إلى تفسير السبع المقالات [كذا] التي وقعت إلينا من قصر [؟ : كذا] كتاب أبلونيوس. وقد وصفنا الحال التي كان قد صار إليها هذا الكتاب من الفساد بكثرة الخطأ. إلّا أن أحمد قد كانت صارت له بفهمه الأربع المقالات [كذا] التي أصلحها

---

(٦) في الأصل: إسطوانة ها.

(٧) في الأصل: «اليالين يدها» أو «اليالبن وها». ولعله يقصد البلاد التي تلي الشام.

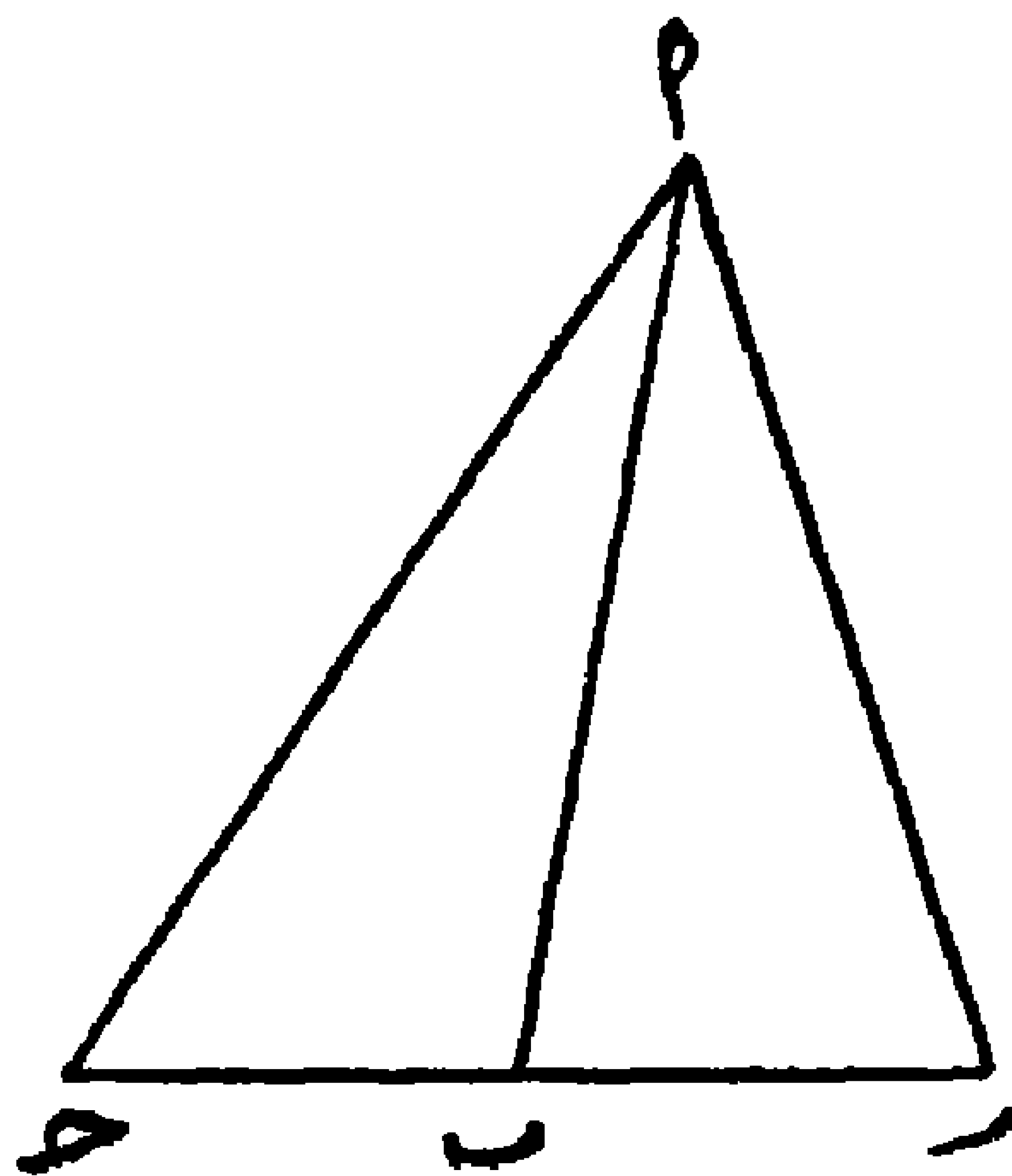
(٨) في الغالب «أحمد»، ونرى أن الناسخ أخطأ وكتب «محمد».

أوطـوقيوس قوة على فهم ما بقي من الكتـاب، ودربة فيه، وفهم لمسالك أبلونيوس التي سلكهـا، والأصول التي وضعها. فأمكنه بذلك فهم الثلاث المقالات [كذا] الباقية من السبع المقالات [كذا] حتى استوعبها. وأحدث في الكتاب شيئاً عظيم المنفعة في تسهيل فهمه على من أراد قراءته، لم يكن فعله أبلونيوس فيما وضع ولا أوطوقيوس فيما أصلح، وهو أنه نظر إلى كل مقدمة يحتاج إليها في برهان شكل من الأشكال، فذكرها في موضع الحاجة اليها. ووصف موضعها من الكتاب.

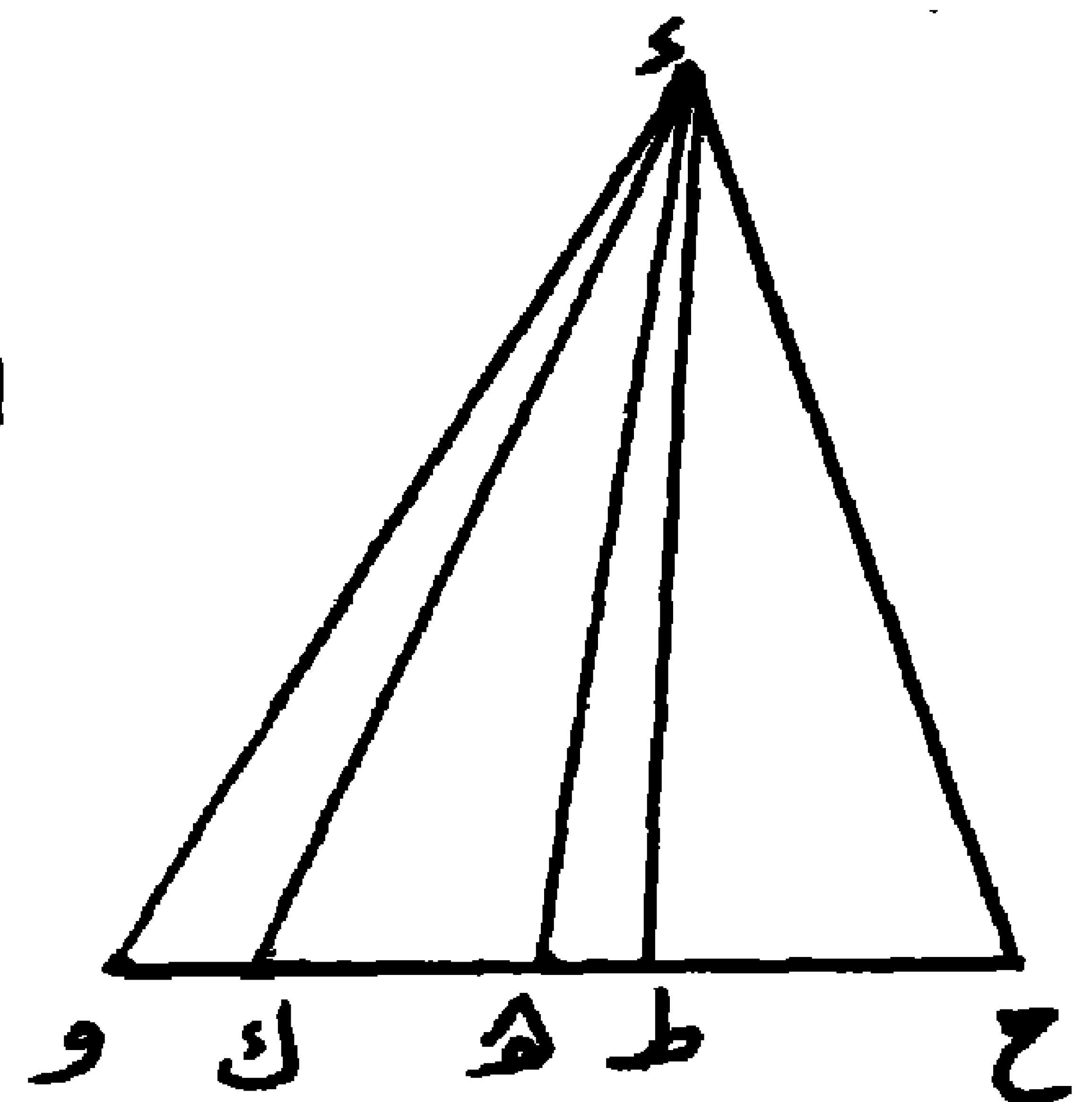
وكان المتولي لترجمة الثلاث المقالات [كذا] الباقية ثابت بن قرة الحرّاني المهندس. ونحن مبتدون [كذا] بعد هذا بأشكال هندسية رأينا أنه يُحتاج إليها في تسهيل فهم هذا الكتاب، ثم متبعوا ظل [؟كذا] بالصدر الذي صدّر به أبلونيوس كتابه، ثم بالأول فالأول من هذه السبع المقالات [كذا] التي تهيأ لنا ترجمتها وشرحها. وقد ذكرنا أن الأربع الأول خرجت على ما أصلحها عليه أوطوقيوس، والثلاث التابعة لها على ما وضعها أبلونيوس». وانتهت هنا المقدمة.

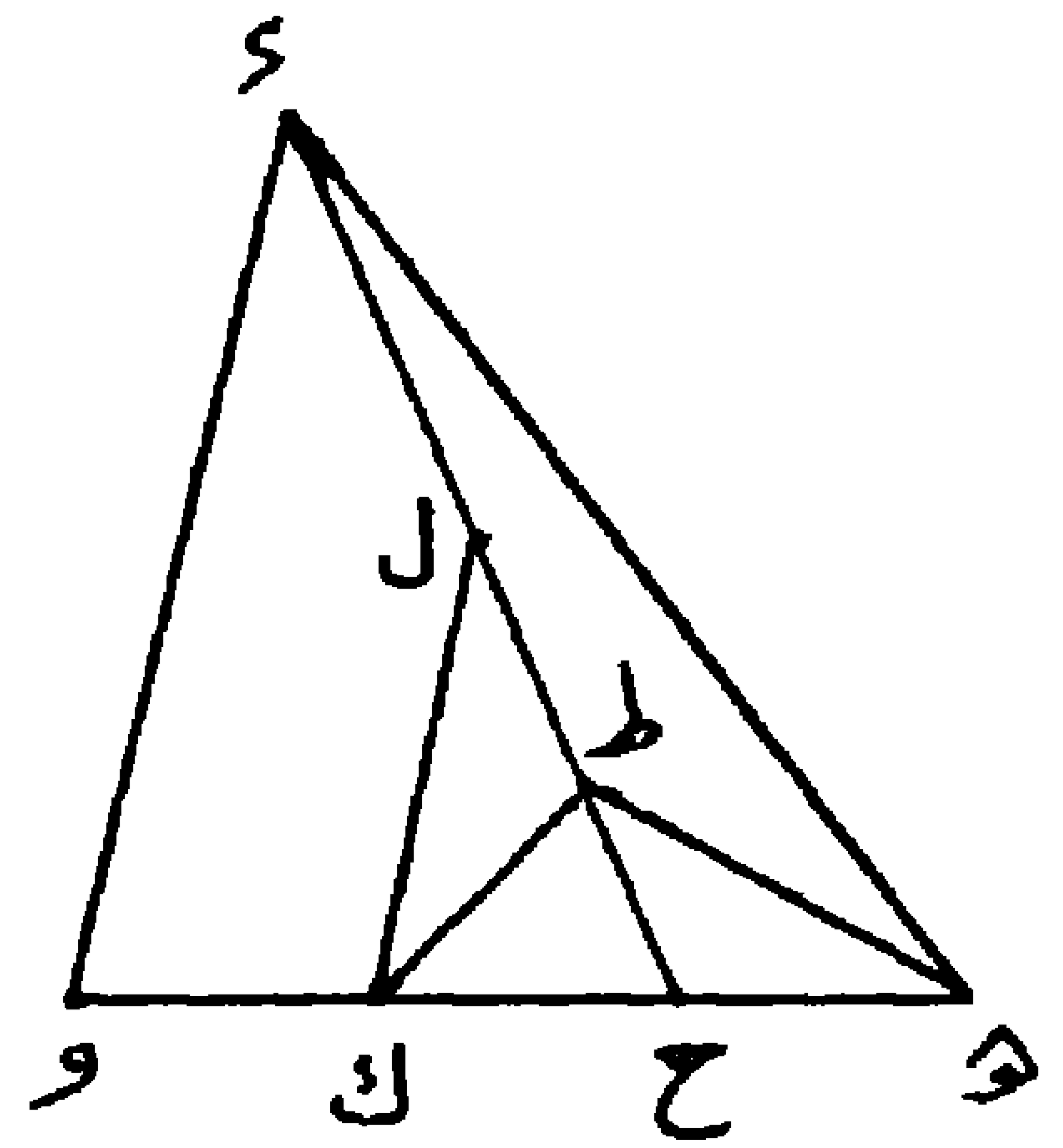
ثانيـاً : نحقق النظرية التاسعة = الشكل التاسع في مقدمات بني موسى، ص: ٢٢٥ب ـ ٢٢٦أ:

«ط [أي : ٩]: إذا كان مثلثان عليهما ا ب حـ ، د هـ و . وأُخـرج من نقطتي ا ، د خطا ا ز ، د ح ، فلقيـا خطي ب حـ ، هـ و على نقطتي ز ، ح . وكانت نسبـة سطـح حـ ز في ز ب إلى مربع ا ز ، كنسبة سطح و ح في ح هـ إلى مربع د ح . وكانت زاويتا ا ز ب ، د ح هـ متساويتين. وكانت أيضاً زاويتا ب ا حـ ، هـ د و متساويتين. فإن مثلثي ا ب حـ ، د هـ و متشابهان.

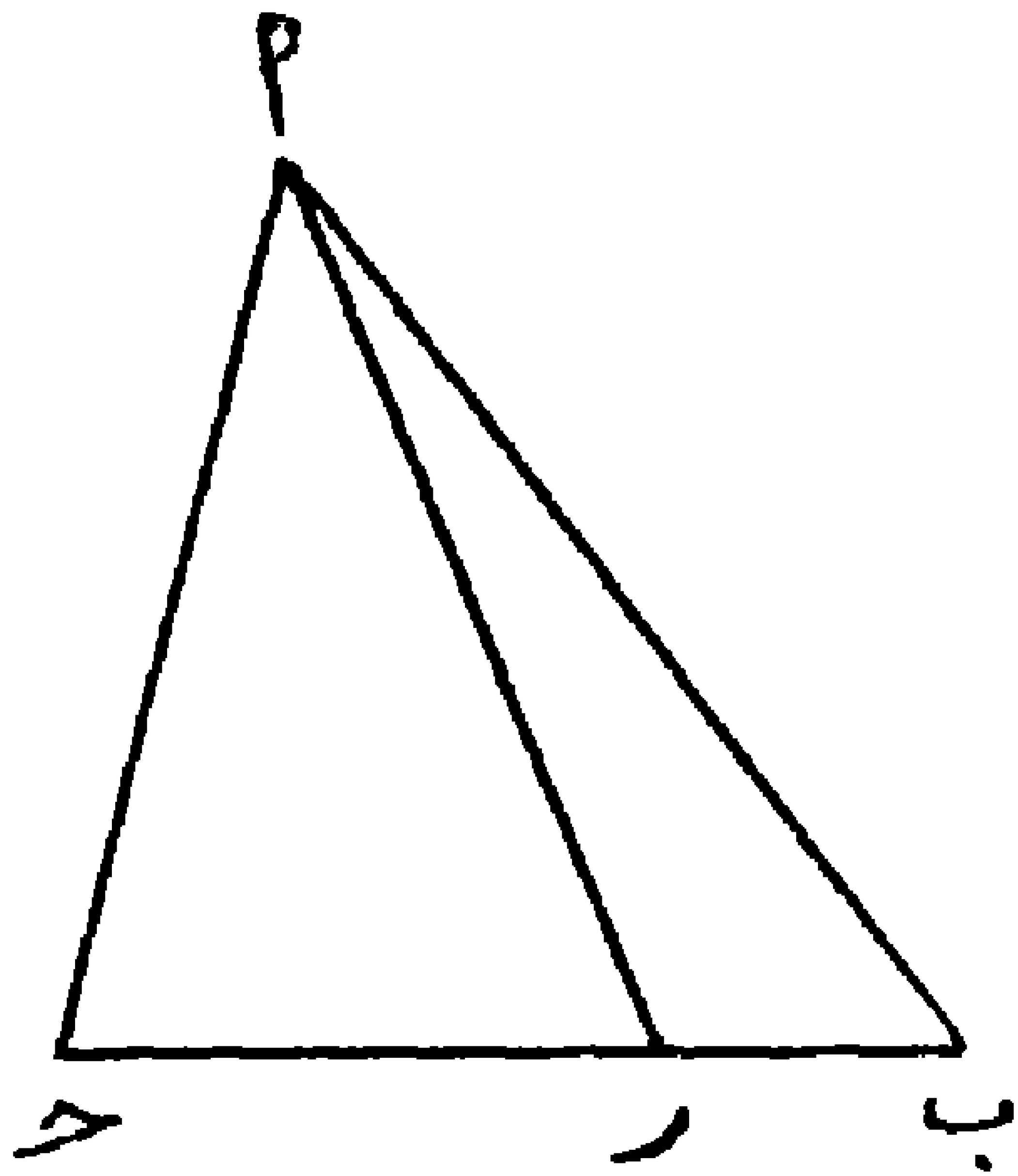


[الصورة الأولى]





[الصورة الثانية]



برهان ذلك :

— انا نجعل **أولاً** - كل واحـدة من نقطتي ر ، ح خارجـة عن المثلث، كمـا في الصورة الأولى . فأقـول : إن زاويـة ر ا ب مثل زاوية ح د هـ . فإن لم تكن كذلك، فلتكن زاوية ر ا ب مثل زاويـة ح د ط ، ولتكن زاويـة ط د ك مثل كل واحـدة من زاويتي ب ا حـ ، هـ د و .

فإن كانت زاويتـا ح د ط ، د ح ط من مثلث د ط ح مساويتين لزاويـتي ر ا ب ، ا ر ب من مثلث ر ب ا ؛ فإن زاوية د ط ح الباقيـة تكون مثل زاويـة ر ب ا الباقيـة، [فمثلثا د ح ط ، ا ر ب متشابهان]، وتكـون زاوية ا ب حـ مثل زاويـة د ط ك . وقـد كانت زاوية ط د ك مثل زاوية ب ا حـ ، فتبقى زاوية د ك ط من مثلث ط د ك مثل زاوية ا حـ ب مـــن مثلث ب حـ ا ، فمثلثا ط د ك ، ا حـ ب متشابهان ؛ [فمثلثا د ح ك ، ا ر حـ متشابهان]<وزاوية ا ر ب مثل زاوية د ح ط> .

فنسبة سطح ك ح في ح ط إلى مربـع د ح كنسبة سطـح حـ ر في ر ب إلى مربع ا ر ، وقد كانت نسبة سطح حـ ر في ر ب إلى مربع ا ر كنسبة سطـح هـ ح في ح و إلى مربع د ح ؛ فنسبة سطح ك ح في ح ط إلى مربع د ح كنسبة سطـح هـ ح في ح و إلى مربع د ح . هذا خلف، لأن سطح و ح في ح هـ غير مسا[وٍ] لسطح ك ح في ح]ط[9] .

فزاوية ر ا ب مثل زاوية ح د هـ . وقد كانت زاويـة ا ر ب مثل زاويـة د ح هـ . فيبقى زاوية ا ب ر مثل زاوية د هـ ح . وتكـون زاويـة ا ب حـ مثل زاوية د هـ و . وقـد كانت زاوية ب ا حـ مثل زاوية هـ د و . فمثلثا ا ب حـ ، د هـ و متشابهان .

— وأيضاً، فإنا نجعل كل واحدة من نقطتي ى ، ح داخل المثلث، كما في الصورة الثانية.

فأقول: إن زاوية ا ب ح مثل زاوية ء ه و . فإن لم تكن كذلك، فلتكن مثل زاوية و ه ط ، فتبقى(١٠) زاوية ب ا ى مثل زاوية ه ط ح ، فمثلثا ب ا ى ، ه ط ح متشابهان(١٠) .

ولتكن زاوية ه ط ك مثل كل واحدة من زاويتي ب ا ح ، ه ء و . فيكون مثلثا ا ب ح ، ه ط ك متشابهين . وزاوية ط ح ه مثل زاوة ا ى ب ، فنسبة سطح ه ح في ح ك إلى مربع ط ح كنسبة سطح ب ى في ى ح إلى مربع ا ى(١١) . وقد كانت نسبة سطح ب ى في ى ح إلى مربع ا ى كنسبة ه ح في ح و إلى مربع ء ح .

وإذا بَدَّلنا، كانت نسبة سطح ه ح في ح ك إلى سطح ه ح في ح و ، كنسبة مربع ط ح إلى مربع ء ح . ولكن نسبة سطح ه ح في ح ك إلى سطح ه ح في ح و ، كنسبة ح ك إلى ح و ؛ فنسبة ح ك إلى ح و كنسبة مربع ط ح إلى مربع ء ح .

---

(٩) الكلام المحصور داخل المعقوفين [. . .] ليس سقطاً، بل إنه ممسوح مسحاً كاملاً بطمسة إصبع أو ما يعادله. ويفترض أن يكون: «وغير مساوٍ لسطح ك ح في ح ط». شرح:

المثلثان ء ح ط ، ا ى ب متشابهان؛ لذا فإن: $\frac{\text{ح ط}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{ب ى}}{\text{ا ى}}$

المثلثان ء ح ك ، ا ى ح متشابهان ؛ لذا فإن: $\frac{\text{ك ح}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{ح ى}}{\text{ا ى}}$

نمزج الفرض والنسب فنحصل على: $\frac{\text{ك ح} \times \text{ح ط}}{(\text{ء ح})^2} = \frac{\text{ح ى} \times \text{ى ب}}{(\text{ا ى})^2} = \frac{\text{ه ح} \times \text{ح و}}{(\text{ء ح})^2}$

أي: ك ح × ح ط = ه ح × ح و ؛ وهذا محال، أو «هذا خلف».

(١٠) الجملة ما بين: «فتبقى . . . متشابهان» وردت في هامش المخطوطة، فتبدو أنها سقط تداركه الناسخ في الهامش، فهي من كلام المؤلف.

(١١) شرح: المثلثان ب ا ى ، ه ط ح متشابهان. وكذلك ، المثلثان ا ب ح ، ه ط ك متشابهان . وعليه فالنسب المذكورة صحيحة. راجع الملاحظة (٩) السابقة الواردة في الحاشية.

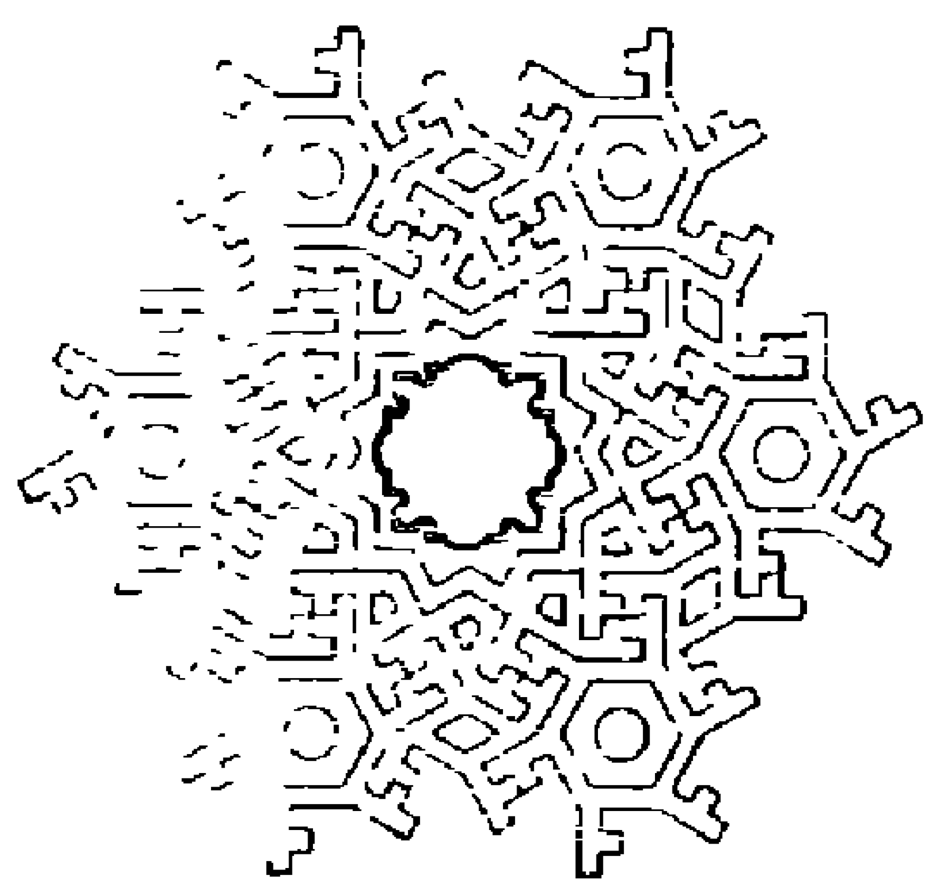
فلتكن نسبة ل ح [١٢] إلى ء ح كنسبة ح ك إلى ح و . فإذا وصلنا خط ل ك كان موازياً لخط ء و . وصارت زاوية ك ل ح مثل زاوية و ء ح .

وزاوية ك ل ح أصغر من زاوية ك ط ح الخارجة عن المثلث؛ فزاوية ك ط ح أعظم من زاوية و ء ح .

وزاوية ح ط هـ - أيضاً - أعظم من زاوية ح ء هـ ، لأنها خارجة عن المثلث؛ فزاوية هـ ط ك أعظم من زاوية هـ ء و . وقد كانت مثله . هذا خلف .

فزاوية ء هـ و مثل زاوية أ ب حـ . وقد كانت زاوية هـ ء و مثل زاوية ب أ حـ . فتبقى زاوية ء و هـ مثل زاوية أ حـ ب . فمثلثا أ ب حـ ، ء هـ و متشابهان .

وذلك ما أردنا أن نبين » .



(١٢) لا يذكر بنو موسى أين تقع النقطة ل . غير أن الرسم يوضح أنهم وضعوا النقطة ل فيما بين النقطتين ط ، ء ، وأكملوا البرهان على هذا الأساس . وهذا هو موضع السهو، وهو موضوع «قول ابن الهيثم في شكل بني موسى» .

ونأتي الآن إلى :

«قول الحسن بن الهيثم في شكل بني موسى»

يعالج ابن الهيثم الصورة الثانية من الشكل التاسع والأخير لمقالة : «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم». ويوضح هذا القول ميل ابن الهيثم ومقدرته على تحليل المسائل إلى جميع حالاتها، ووضع البرهان الصحيح لكل حالة من الحالات.

ولكي نشرح ـ بإيجاز ـ ما عمله ابن الهيثم في قوله المذكور، نكتب نص الصورة الثانية لشكل بني موسى الذي يعنينا :

مثلثان ا ب جـ ، د هـ و : زاوية ا = زاوية د . نخرج خط ا ي من الرأس ا إلى القاعدة ب جـ من الداخل، ونخرج خط د ح من الرأس د إلى القاعدة هـ و من الداخل ، بحيث يكون :

(١) زاوية ا ي ب = زاوية د ح هـ [نقول باختصار : ي = ح].

(٢)
$$\frac{\text{ب ي} \times \text{ي جـ}}{(\text{ا ي})^{2}} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{د ح})^{2}}$$

وقال بنوموسى : إذا توافرت الشروط المذكورة، فإن المثلثين ا ب جـ ، د هـ و متشابهان .

يُوَضِّح ابن الهيثم ، في البداية ، موضع السهو عند بني موسى . ثم يُحَلِّل المسألة تحليلاً دقيقاً موضحاً ـ صواباً ـ أنه من الممكن قسمة المسألة إلى عشرة أقسام ، هي :

القسم الأول: ا = د = ي = ح = قائمة ؛ النتيجة : «تصح» أحياناً ولا تصح أحياناً أخرى.

القسم الثاني: ا = د = قائمة، ي = ح = غير قائمة ؛ النتيجة : «تصح» دائماً.

القسم الثالث: ا = د = ي = ح = منفرجة ؛ النتيجة : «تصح» دائماً.

القسم الرابع: ي = ح = منفرجة > ا = د = منفرجة ؛ النتيجة : «تصح» دائماً.

القسم الخامس: أ = د = منفرجة، ب = ح = قائمة؛ النتيجة: «تصح» دائماً.
القسم السادس: ب = ح = منفرجة < أ = د = منفرجة، النتيجة: «تصح» أحياناً ولا تصح أحياناً أخرى.
القسم السابع: أ = د = ب = ح = حادة؛ النتيجة: «تصح» دائماً.
القسم الثامن: ب = ح = حادة < أ = د = حادة؛ النتيجة: «تصح» دائماً.
القسم التاسع: أ = د = حادة، ب = ح = قائمة؛ النتيجة: «تصح» دائماً.
القسم العاشر: ب = ح = حادة > أ = د = حادة؛ النتيجة: «تصح» أحياناً ولا تصح أحياناً أخرى.

فنظرية بني موسى «تصح» دائماً في سبعة أقسام، هي: ٢، ٣، ٤، ٥، ٧، ٨، ٩. وبالنسبة للأقسام الأخرى: ١، ٦، ١٠ فإن النظرية «*تصح على بعض الأوضاع، وتبطل في بعض الأوضاع*».

وخلال برهانه للقسم الأول، يضيف ابن الهيثم شرطاً واحداً هو:

$$\frac{أب}{دح} = \frac{بح}{هو}$$

يجعل المسألة في هذا القسم «تصح» دائماً، ويقدم البرهان الهندسي على ذلك.

ويقول في نهاية المقالة: «*فإذا زيد في شروط المثلثين، أن تكون نسبة الخط الخارج إلى الخط الخارج، كنسبة القاعدة إلى القاعدة؛ صارت القضية كُلّية، ولم تنتقض في واحد من الأوضاع*». أي: إذا أضفنا الشرط $\frac{أب}{دح} = \frac{بح}{هو}$ فتصبح النظرية صحيحة دائماً.

وحقيقة الأمر أنه، إذا أضفنا الشرط الأخير هذا إلى الشروط التي فرضها بنو موسى، تصبح الشروط ضرورية وكافية (necessary and sufficient conditions) ليكون المثلثان متشابهين في كل الأقسام. ونحن نعيد الآن صياغة نص النظرية، مع إضافة الشرط الأخير، ونثبت صحتها دائماً لكل الأقسام.

مثلثان أ بح، د هو: زاوية أ = زاوية د. خرج خط أب من نقطة الرأس أ إلى القاعدة بح من الداخل، وخرج خط دح من نقطة الرأس د إلى القاعدة هو من

الداخل، بحيث تكون زاوية أ م ب = زاوية ء ح هـ ،

فإن الشروط الضرورية والكافية ليكون المثلثان أ ب حـ ، ء هـ و متشابهين هي :

$$(1) \quad \frac{\text{أ م}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}} \quad ; \quad (2) \quad \frac{\text{ب م} \times \text{م حـ}}{(\text{أ م})^{2}} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{ء ح})^{2}}$$

(أ) إذا كان المثلثان أ ب حـ ، ء هـ و متشابهين، زاوية أ م ب = زاوية ء ح هـ ؛ فإن الشرطين (١)، (٢) صحيحان.

البرهان: بما أن مثلث أ ب حـ يشبه مثلث ء هـ و ، فإن :

زاوية ب = زاوية هـ ، زاوية حـ = زاوية و

وبالفرض : زاوية أ م ب = زاوية ء ح هـ ، وعليه فإن زاوية أ م حـ = زاوية ء ح و .

إذن : مثلث أ م ب يشبه مثلث ء ح هـ ، وكذلك مثلث أ م حـ يشبه مثلث ء ح و .

الآن : $\frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{ء و}}$ ، لأن المثلثين أ ب حـ ، ء هـ و متشابهان.

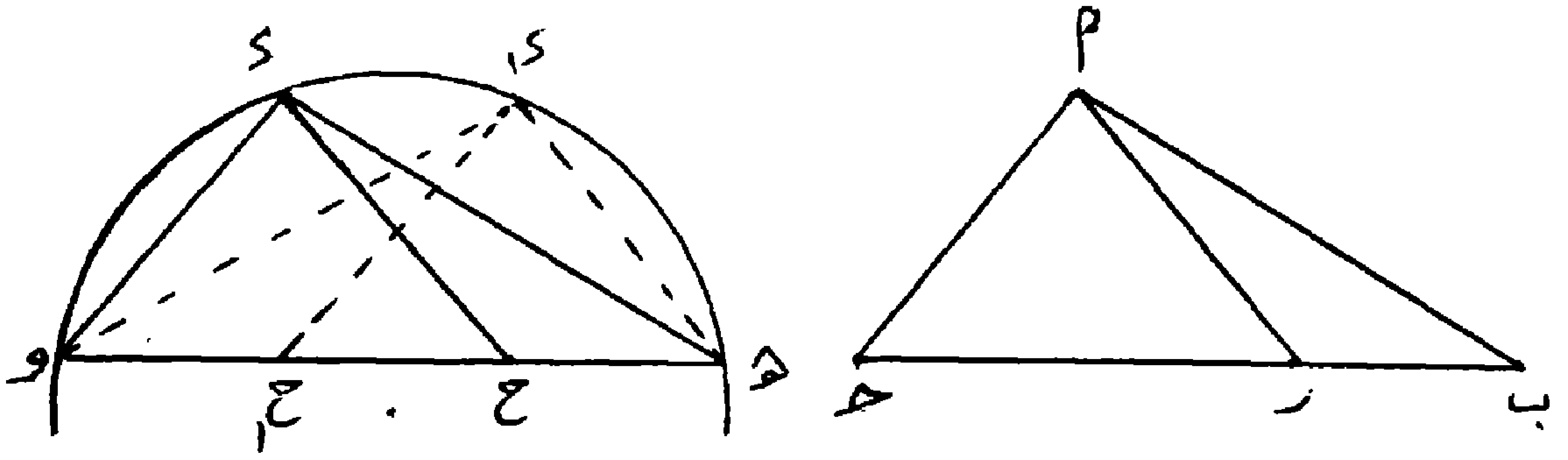
أيضاً : $\frac{\text{أ م}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{ء و}}$ لأن المثلثين أ م حـ ، ء ح و متشابهان.

وعليه فإن $\frac{\text{أ م}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}}$ . . . أي : تحقق الشرط الأول .

وكذلك بسبب تشابه المثلثات المذكورة كل لنظيره، فإن :

$\frac{\text{ب م}}{\text{أ م}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{ء ح}}$ ، $\frac{\text{م حـ}}{\text{أ م}} = \frac{\text{ح و}}{\text{ء ح}}$ ، ونضرب، فنحصل على :

$$\frac{\text{ب م} \times \text{م حـ}}{(\text{أ م})^{2}} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{ء ح})^{2}}$$ . . . أي : تحقق الشرط الثاني .



(ب) عندنا: مثلثان أ ب حـ ، ء هـ و ؛ زاوية أ = زاوية ء ؛ زاوية أ ز ب = زاوية ء ح هـ ؛

$$\frac{\text{أ ز}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}} \quad ; \quad \frac{\text{ب ز} \times \text{ز حـ}}{(\text{أ ز})^{2}} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{ء ح})^{2}} \ .$$

إذا توافرت هذه الشروط فإن المثلثين أ ب حـ ، ء هـ و متشابهان .

البرهان:

$$\frac{\text{أ ز}}{\text{ء ح}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}} \ ، \quad \frac{(\text{ب حـ})^{2}}{(\text{هـ و})^{2}} = \frac{(\text{أ ز})^{2}}{(\text{ء ح})^{2}} = \frac{\text{ب ز} \times \text{ز حـ}}{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}$$

إذن :

$$\frac{\text{ب ز} \times \text{ز حـ}}{(\text{ب حـ})^{2}} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{هـ و})^{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (١)$$

[يحصل ابن الهيثم على (١) ويقول:

إذن : $\frac{\text{ب ز}}{\text{ز حـ}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{هـ و}}$. ونحن نرى أن هذه الخطوة تحتاج إلى تعليق، نذكره بعد الانتهاء من هذا البرهان. ونكمل برهاننا كما يلي] :

$$\frac{(\text{ب حـ})^{2}}{\text{ب ز} \times \text{ز حـ}} = \frac{(\text{هـ و})^{2}}{\text{هـ ح} \times \text{ح و}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (٢)$$

ولكن : $\frac{(\text{بح})^{2}}{\text{بر} \times \text{رح}} = \frac{(\text{بر} + \text{رح})^{2}}{\text{بر} \times \text{رح}} = \frac{\text{بر}}{\text{رح}} + ٢ + \frac{\text{رح}}{\text{بر}}$ ... الطرف الايمن في (٢)

وأيضاً: $\frac{(\text{هو})^{2}}{\text{هع} \times \text{عو}} = \frac{(\text{هع} + \text{عو})^{2}}{\text{هع} \times \text{عو}} = \frac{\text{هع}}{\text{عو}} + ٢ + \frac{\text{عو}}{\text{هع}}$ ... الطرف الايسر في (٢)

إذن : $\frac{\text{بر}}{\text{رح}} + \frac{\text{رح}}{\text{بر}} = \frac{\text{هع}}{\text{عء}} + \frac{\text{عو}}{\text{هع}}$ .... (٣)

ويلاحظ أن $\frac{\text{رح}}{\text{بر}}$ هو المعكوس الضربي للنسبة $\frac{\text{بر}}{\text{رح}}$ ، وأيضاً $\frac{\text{عو}}{\text{هع}}$ معكوس ضربي لـ $\frac{\text{هع}}{\text{عو}}$.

أي ، عندنا الآن : $\text{س} + \frac{١}{\text{س}} = \text{ص} + \frac{١}{\text{ص}}$ ، $\text{س} \neq ٠$، $\text{ص} \neq ٠$.

$\text{س} - \text{ص} = \frac{١}{\text{ص}} - \frac{١}{\text{س}}$ ؛ $\text{س} - \text{ص} = \frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{س ص}}$

$(\text{س ص} - ١)(\text{س} - \text{ص}) =$ صفر .

فإما أن يكون س = ص أو س ص = ١ (أي : $\text{س} = \frac{١}{\text{ص}}$).

وعليه فإما أن يكون $\frac{\text{بر}}{\text{رح}} = \frac{\text{هع}}{\text{عو}}$ [وهي النتيجة التي حصل عليها ابن الهيثم مباشرة بعد حصوله على (١)]

أو يكون $\frac{\text{بر}}{\text{رح}} = \frac{\text{عو}}{\text{هع}}$.

أما كون $\frac{\text{بر}}{\text{رح}} = \frac{\text{عو}}{\text{هع}}$ ، فهذا مرفوض لأنها نسب بين أضلاع غير متناظرة .

فيبقى أن يكون : $\frac{\text{ب ر}}{\text{ر حـ}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{ح و}}$ ، وهذا يعطي :

$\frac{\text{ب ر} + \text{ر حـ}}{\text{ر حـ}} = \frac{\text{هـ ح} + \text{ح و}}{\text{ح و}}$ ، أي : $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ر حـ}} = \frac{\text{هـ و}}{\text{ح و}}$ بالتركيب [تعريف، مقالة (٥)، الأصول].

$\frac{\text{ب ر}}{\text{ب ر} + \text{ر حـ}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{هـ ح} + \text{ح و}}$ ، أي : $\frac{\text{ب ر}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{هـ ح}}{\text{هـ و}}$ [الخطوة الأخيرة مذكورة كنتيجة من النوع الذي يسمى (porism) في نهاية نظرية ١٩ ، مقالة (٦)، الأصول [٩٦]. ويمكننا اثبات ذلك هكـــذا :

$\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ن}}{\text{ك}}$ ؛ س ك = ص ن ؛ س ك + س ن = ص ن + س ن ؛ س (ك + ن)

= (ص + س) ن ؛ $\frac{\text{س}}{\text{ص} + \text{س}} = \frac{\text{ن}}{\text{ك} + \text{ن}}$].

وعليه فإن : $\frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ر حـ}}{\text{ح و}} = \frac{\text{ب ر}}{\text{هـ ح}} = \frac{\text{أ ر}}{\text{ء ح}}$

الآن : $\frac{\text{ب ر}}{\text{هـ ح}} = \frac{\text{أ ر}}{\text{ء ح}}$ ، والزاوية المحصورة أ ر ب = الزاوية المحصورة ء ح هـ ،

إذن : المثلثان أ ر ب ، ء ح هـ متشابهان. (نظرية ٦، مقالة ٦، الأصول [٩٦]).

وكذلك $\frac{\text{ر حـ}}{\text{ح و}} = \frac{\text{أ ر}}{\text{ء ح}}$ ، الزاوية المحصورة أ ر حـ = الزاوية المحصورة ء ح و ،

إذن : المثلثان أ ر حـ ، ء ح و متشابهان [نفس السبب السابق].

فزاويـــة ب = زاويـــة هـ ، وزاويـــة حـ = زاويـــة و ، وبالفـــرض : زاويـــة أ =

زاويــة ء ، فالمثلثان ا ب ح ، ء ه و متشابهان .

انتهى البرهان .

ملاحظة (١): إذا كان الفرض الأصل: زاوية ا ر ب = زاوية ء ح١ و

فتصبح المساواة $\frac{ب ر}{ر ح} = \frac{ح_1 و}{ه ح_1}$ هي المساواة المقبولة، وتؤدي إلى تشابه المثلثين

ا ب ح ، ء١ ه و . وتصبح $\frac{ب ر}{ح ر} = \frac{ه ح_1}{ح_1 و}$ المساواة المرفوضة .

ملاحظة (٢): في المثلثين ا ب ح ، ء ه و

زاوية ا نظيرة زاوية ء ، فالقاعدة ب ح نظيرة القاعدة ه و .

زاويــة ا ر ب نظيرة زاوية ء ح ه ، فالضلع ا ب نظير الضلع ء ه ، ا ح نظــير ء و . فتصبح زاوية ب نظيرة زاوية ه ، وزاوية ح نظيرة الزاوية و .

ا ر نظير ء ح ، المثلث ا ر ب نظــير المثلث ء ح ه ، المثلث ا ر ح نظــير المثلث ء ح و . فالضلع ب ر نظير الضلع ه ح ، والضلع ر ح نظير الضلع ح و .

ملاحظة (٣): ما يسميه ابن الهيثم القسم الأول، هو حالة خاصة من الحالة العامة التي برهنّاها ففي القسم الأول يكون،

زاوية ا = زاوية ء = زاوية ر = زاوية ح = قائمة،

ويحصل ابن الهيثم، في الفقرة البرهانية الأخيرة من برهان ذلك القسم على الآتي:

$$\frac{ب ر \times ر ح}{(ب ح)^2} = \frac{ه ح \times ح و}{(ه و)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \ (١)$$

ويستنتج مباشرة أن $\frac{ب ر}{ر ح} = \frac{ه ح}{ه و}$ . . . . (٢)

ولا يقدم أي تفسير في انتقاله من (١) إلى (٢).

ومن عادة ابن الهيثم الشرح المفصل، وهذا يجعلنا نتساءل، هل كان هناك نظرية كانت مألوفة لدى العلماء القدماء تسمح له بالانتقال من (١) إلى (٢) مباشرة؟ ونعلم أن العرب كتبوا مقالات تخص النسب المؤلفة، لم يطّلع عليها كاتب هذه الصفحات، فهل هناك نظرية بهذا المعنى؟

وننتقل الآن إلى تحقيق المقالة. بحوزتنا شريط مصور لمخطوطة عاطف ١٧١٤/١٦، ص: ١٤٩ب - ١٥٧أ، نسخت ١١٥٨هـ، وأرقام الصفحات التي أوردناها، أرقام عربية مغربية، أي أرقام لاتينية تركية. وثمة أرقام عربية مشرقية للصفحات، هي: ١٥٢ب - ١٦٠أ. وسبب الاختلاف - في أرقام الصفحات - وجود صفحات فارغة في مخطوطة عاطف ١٧١٤ مرقمة بأرقام عربية مشرقية فقط. ويكتب سزكين: «رسالة في شكل بني موسى، عاطف ١٧١٤/١٦، ١٥٢ - ١٦٢، ١١٥٨هـ، س . كراوس س ٤٧٥». ويتضح أن سزكين يكتب أرقام الأوراق المكتوبة بالعربية المشرقية، ويضيف الأوراق ١٦١، ١٦٢ الفارغة.

وفي نشرة حيدر آباد الدكن [٥٤]، نجد في الصفحة الأولى: رسالة شكل بني موسى، للعلامة الفيلسوف الحسن بن الحسن بن الهيثم البصري... الطبعة الأولى، بمطبعة دائرة المعارف العثمانية ببلدة حيدر آباد الدكن... سنة ١٣٥٧هـ. وللعلم، فإن نشرة حيدر آباد الدكن غير محققة وغير مدققة، ومن الواضح لنا أنها مطبوعة بأخطائها الهندسية، وإذا أضفنا إلى ذلك الأخطاء المطبعية، فيتضح أنها طبعة سيئة كثيرة الأخطاء.

واعتمدنا في تحقيق الرسالة (المقالة، القول): مخطوطة عاطف ١٧١٤/١٦ المذكورة بصورة رئيسية. وكعامل مساعد اعتمدنا أيضاً نشرة حيدر آباد. وفي بداية التحقيق، كتبنا - في الحاشية - بعض الأخطاء اللغوية، كي يتعرّف القارىء على نوعية أخطاء الناسخ اللغوية، ثم توقفنا عن ذلك لأننا لا نرى ضرورة لتكريس أخطاء الناسخ. أما الأخطاء الهندسية، فأشرنا إليها في الحاشية.

ونرمز: ع = عاطف، ح = حيدر آباد، ونبدأ التحقيق:

[ع: ١٤٩ ب]، [ح: ٢]

بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر(١)

قول للحسن بن الهيثم في شكل بني موسى

إن أحد الأشكال التي قَدَّمَها بنو موسى لبراهين(٢) كتاب المخروطات، وهو الشكل الأخير من مقدماتهم(٣)، هو على غير الصفة(٤) التي وصفوه بها. وذلك أنهم جعلوه كُلِّياً وهو جزئي(٥). ومع ذلك فقد لحقهم سهو في البرهان عليه. ومن أجل ذلك السهو، ظَنّوا أنه كلّي. وهو شكل يُحْتاج إليه في بعض براهين أشكال(٦) المخروطات. ومن أجل ذلك، وجب أن نشرح صورته، وَنُبَيِّنَ أنَّه جزئي(٥)، وأنه يصح على بعض الأوضاع، وَيَبْطُل في بعض الأوضاع، وأن الذي يُسْتَعْمَل منه في براهين المخروطات هو من الأوضاع التي تصح، وأن الأوضاع التي تبطل ليس يستعمل شيء منها في كتاب المخروطات.

وهذا حين نبتدىء بالكلام في الشكل.

فنقول: إن الشكل الذي ذكره بنو موسى ـ وهو على الصفة التي قدمناها ـ هو:

مثلثان، زاويتان منهما متساويتان، وقد خرج من الزاويتين المتساويتين خطان إلى وتريهما(٧)، وأحاطا(٨) مع الوترين بزاويتين متساويتين، وصارت نسبة السطحين اللذين يحيط بكل واحد منهما قسما الوترين إلى مربعي الخطين الخارجين إليهما نسبتين متساويتين.

---

(١) ح: «العزة لله» بدلاً من «رب يسر».

(٢) ح: ببراهين.

(٣) الإشارة هنا إلى النظرية التاسعة (الشكل التاسع والأخير) في مقالة بني موسى: «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم».

(٤) ع: الصفعة.

(٥) ع: جزوي.

(٦) ع: الأشكال.

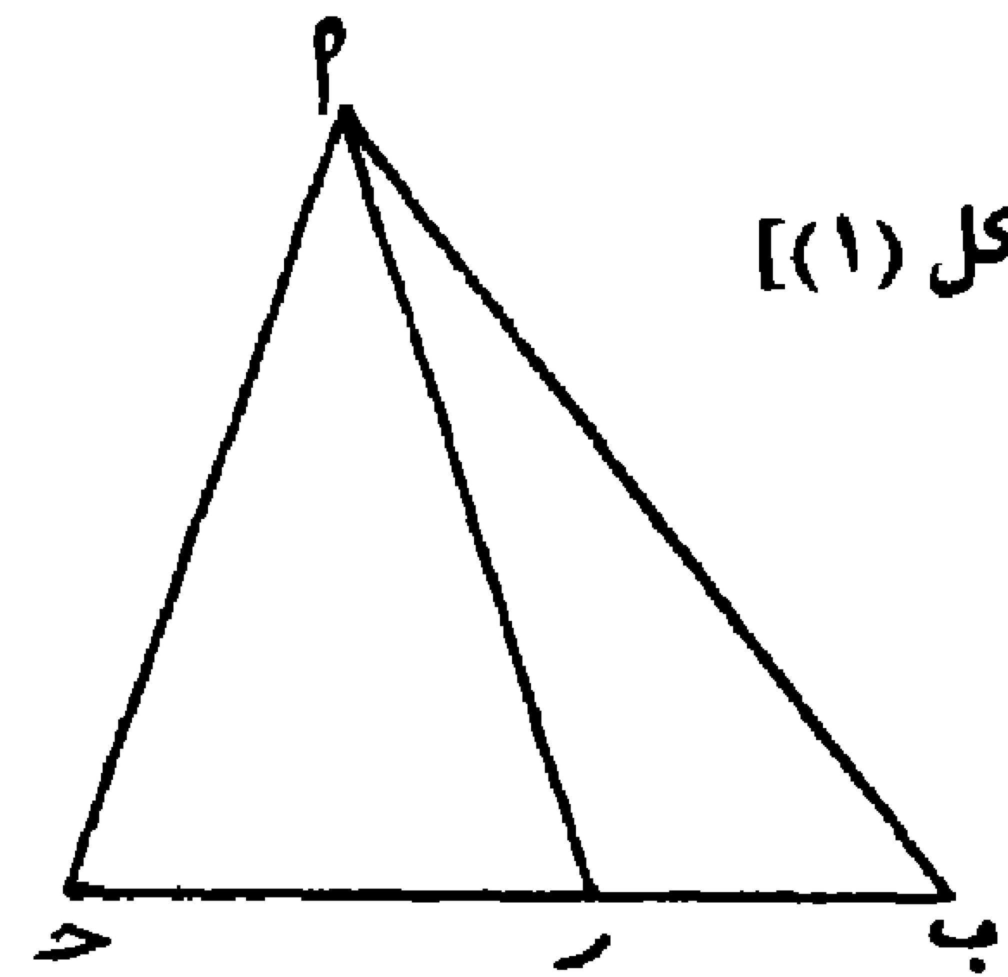
(٧) ع: وترهما.

(٨) ح: وأحاط.

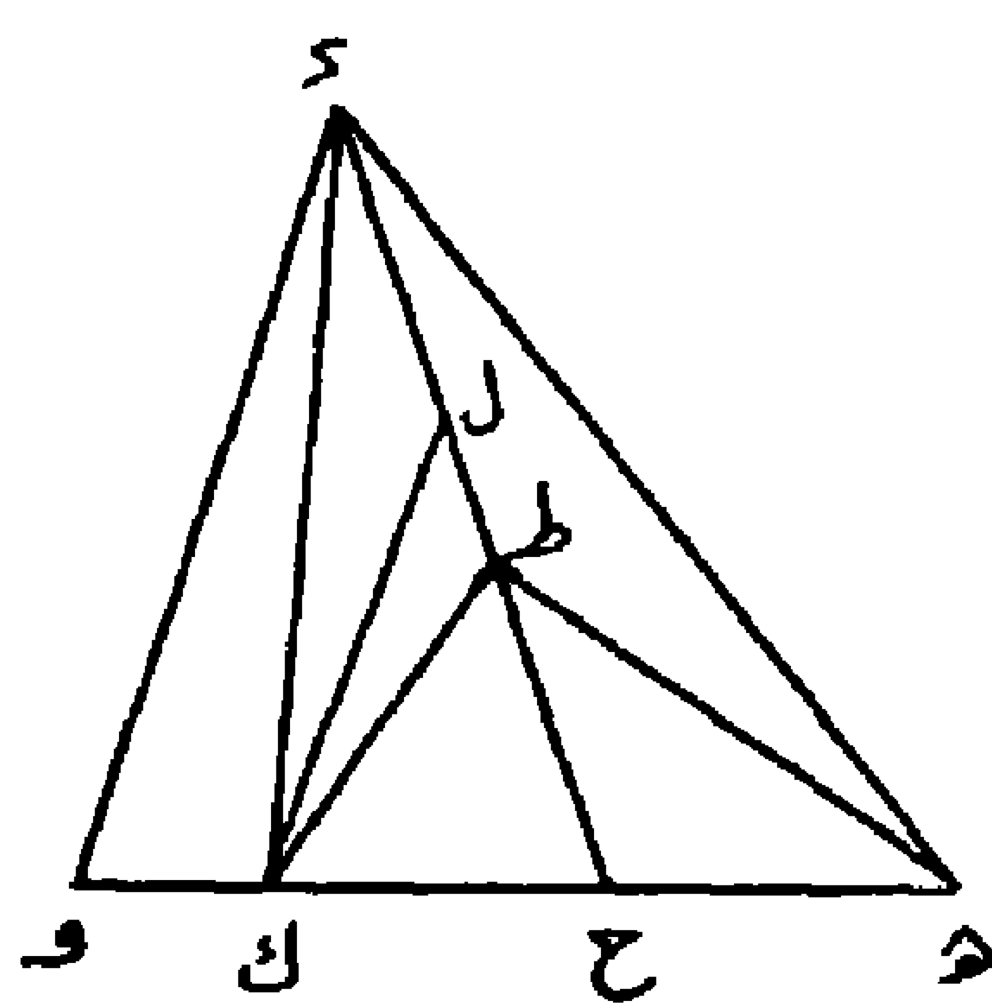
وادّعوا أن المثلثين اللذين على هذه الصفة متشابهان. وليس يلزم في هذين المثلثين [ح: ٣] أن يكونا أبداً متشابهين. ونبيّن تشابه هذين المثلثين ببرهان عرض لهم فيه سهو.

فَلْنُبَيِّنْ أولاً موضع السهو في برهانهم:

وهو أنهم جعلوا المثلثين(٩): مثلثي(١٠) ا ب ح، ء ه و. وأخرجوا فيهما خطي ا ر(١١)، ء ح(١٢). وجعلوا زاويتي ا، ء متساويتين، وزاويتي ا ر ب، ء ح ه أيضاً متساويتين. وجعلوا نسبة ضرب ب ر في ر ح إلى مربع ر ا، كنسبة ضرب ه ح في [ع: ١٥٠أ] ح و إلى مربع ح ء.



[الشكل (١)]



وادّعوا في هذين المثلثين أنهما يكونان أبداً متشابهين إذا كانا على الصفة التي ذكرناها.

وبرهنوا على ذلك بأن قالوا:

فإن لم تكن زاوية ء ه ح مثل زاوية ا ب ر، فإنا نجعل زاوية ح ه ط مثل زاوية ا ب ر، ونجعل زاوية ه ط ك مثل زاوية ب ا ح.

فيكون مثلث ه ط ك شبيهاً بمثلث ب ا ح، ويكون مثلث ه ط ح شبيهاً بمثلث ب ا ر. فتكون نسبة ضرب ه ح في ح ك(١٣) إلى مربع ح ط، كنسبة ضرب ب ر

(٩) نتابع البرهان في الشكل (١).

(١٠) ح: مثلي.

(١١) ع: ر؛ ح: ر. ونكتب «ر» في التحقيق دون الإشارة إلى هذا الأمر ثانية.

(١٢) ح: ء ح.

(١٣) ح: ه ك.

في[14] ب حـ إلى مربـع ب أ[15] ، التي هي نسبة ضـرب هـ ح في ح و [16] إلى مربـع ح ء . فتكون نسبة ضـرب هـ ح في ح و [17] إلى مربـع ء ح [18] ، كنسبة ضرب هـ ح في ح ك إلى مربع ح ط . فتكون نسبة و ح [19] إلى ح ك ، كنسبة مربع ء ح إلى مربع ح ط [20].

ثم قالوا: فنجعل نسبة مربع ء ح إلى مربع ح ط [21] كنسبـة ء ح [22] إلى ح ل . وجعلوا نقطة ل فوق نقطة ط ، أعني فيما بين نقطتي ء ، ط . **وهذا الموضع هو موضع[23] السهو**، لأنه إذا كانت نسبة ء ح إلى ح ل كنسبة مربع ء ح إلى مربـع ح ط ، كان ح ل أصغر من ح ط ، لأن ح ط أصغر من ح ء

ثم وصلوا ل ك ، فكان موازياً لخـط ء و ، لأن نسبـة ء ح إلى ح ل [24] صـارت كنسبة و ح [25] إلى ح ك .

ثم قالوا : فزاويـة ك ل ح مساوية لزاوية و ء ح ، وزاوية ك ل ح أصغر من زاوية ك ط ح ، فزاوية ك ط ح أعظم[26] من زاوية و ء ح . [وَ] لأن زاوية هـ ط ح أعظم مـن

---

(١٤) ع: ب ت .
(١٥) ح: ح أ .
(١٦) ح: ح ء .
(١٧) ح: ح ء ؛ ع: ح ب .
(١٨) ح: ح ط .
(١٩) ح: ء ح ؛ ع: ب ح .
(٢٠) ع: خط . [الكلمة منقوطة . فإذا توهمنا عدم وجود نقطة «الخاء» فيصبح عندنا: حط = ح ط . وهذا يوحي بجهل ناسخ المخطوطة «ع» بالهندسة].
(٢١) ع: ء ح .
(٢٢) ع: ب ح .
(٢٣) ع: موضوع.
(٢٤) ح: ء ل .
(٢٥) ح: ء ح .
(٢٦) ح: أصغر.

زاوية هـ ء ح [ح: ٤] فزاوية [ع: ١٥٠ ب] هـ ط ك أعظم(٢٧) من زاوية هـ ء و ، وقد كانت مساوية لها، وهذا محال.

وهذا المحال، إنما لزم من فرضهم نقطة ل فوق نقطة ط . ونقطة ل ليس تكون إلاّ تحت نقطة ط ، وإذا كانت تحت نقطة ط لم يلزم هذا المحال. وإذا لم يلزم هذا المحال، لم يلزم أن يكون المثلثان متشابهين. فمن أجل هذا السهو حكموا بأن المثلثين يكونان أبداً متشابهين، وليس الأمر كذلك.

وإذ قد تبين هذا السهو؛ فلنقسم هذين المثلثين إلى جميع أقسامهما، وَنُبَيِّنَ أي الأقسام هي التي يلزم أن يكون المثلثان فيه متشابهين، ولا يوجد مثلث آخر يكون له الصفات التي في هذين المثلثين، ويكون غير شبيه بهما. ونُبيِّن أيضاً، أي الأقسام هي التي يكون المثلثان فيه متشابهين، ويوجد مع ذلك مثلث آخر له الصفات التي لهما، وهو غير شبيه بهما.

فنقول: إن المثلثين اللذين بهذه الصفة ينقسمان إلى عدة أقسام. ويلزم في بعض الأقسام أن يكون المثلثان متشابهين، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي فيهما، وهو غير شبيه بهما. ويلزم في بعض الأقسام ان يكون المثلثان متشابهين، ويوجد مثلث آخر له الصفات التي لهذين المثلثين، ويكون غير شبيه بهما. فَلْنُبَيِّنْ(٢٨) جميع أقسام المثلثين.

وهذان المثلثان(٢٩) ينقسمان ـ **أولاً** ـ إلى قسمين:

---

(٢٧) ح: مثل. [هنا نجد في «ح» برهاناً لخطوة يختلف عما ورد في «ع». وما كتبناه في المتن هو تحقيق لما ورد في «ع»، وهذا يتساوق مع برهان بني موسى الأصل. ونكتب الآن النص كما ورد في «ح» ونحققه:
النص كما ورد في «ح»: «لأن زاوية ـ هـ ط ح ـ أعظم من زاوية ـ هـ ء ح ـ[ح: ٤] فزاوية ـ هـ ط ك ـ مثل زاوية ـ هـ ء و ـ فزاوية ـ ك ط ح ـ أصغر من زاوية و ء ح ـ وزاوية ـ و ل ح ـ أصغر من زاوية ـ ك ط ح ـ فزاوية ـ ك ل ح ـ اصغر بكثير من زاوية ـ و ء ح ـ وقد تبين أنها مساوية لها وهذا محال».
تحقيق النص الوارد في «ح»: «ولأن زاوية هـ ط ح أعظم من زاوية هـ ء ح [ح: ٤] وزاوية هـ ط ك مثل زاوية هـ ء و ؛ فزاوية ك ط ح أصغر من زاوية و ء ح . وزاوية ك ل ح أصغر من زاوية ك ط ح ؛ فزاوية ك ل ح أصغر بكثير من زاوية و ء ح ، وقد تبيَّن أنها مساوية لها. وهذا محال». يرجى من القارىء الانتباه إلى التغييرات الطفيفة التي تُغَيِّر المعنى: «لأن ـ ولأن»، «فزاوية ـ وزاوية»، «و ل ح ـ ك ل ح »].

(٢٨) ح: فتبين أن.

(٢٩) ح: سقط: «وهذان المثلثان».

— أحدهما، أن تكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ر ، ح مساويتين للزاويتين اللتين عند نقطتي ﻫ ، ء .

— والثاني، أن تكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ر ، ح غير مساويتين للزاويتين اللتين عند نقطتي ﻫ ، ء (٣٠).

ثم كل واحد من هذين القسمين ينقسم إلى ثلاثة أقسام، وهي : أن تكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ﻫ ، ء (٣٠) قائمتين، أو منفرجتين، أو(٣١) حادتين؛ فتصير الأقسام ستة .

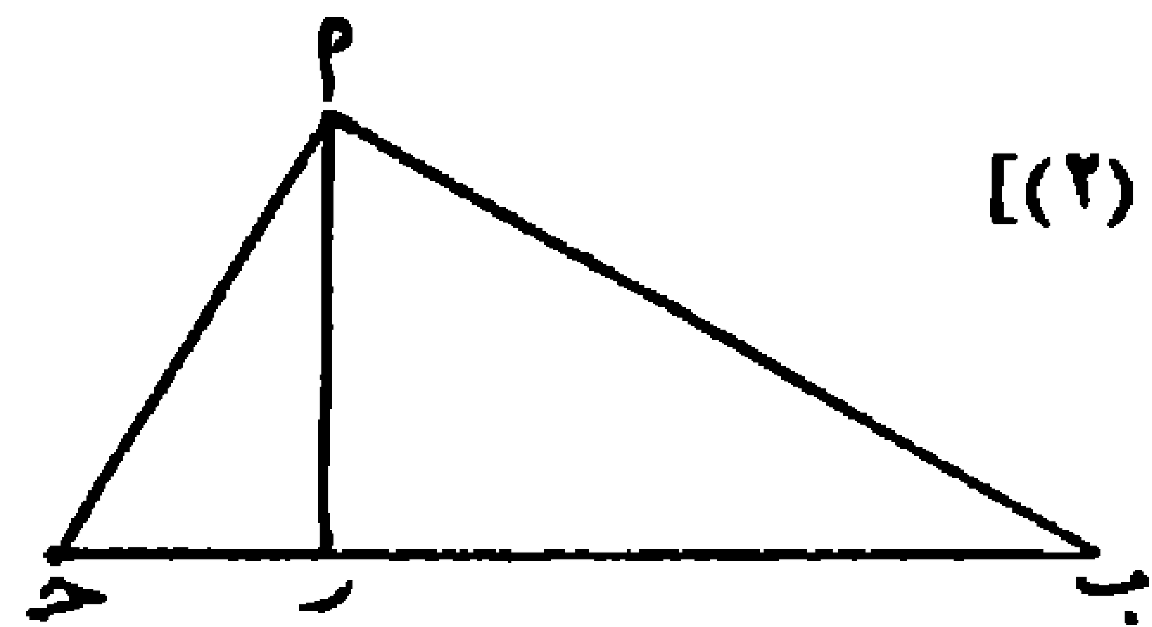
وإذا كانت زاويتا ﻫ ، ء منفرجتين(٣١)، وكانت الزاويتان اللتان عند نقطتي ر ، ح غير مساويتين لهما؛ فإما أن تكونا أعظم منهما، وإما أن تكونا أصغر [ع : ١٥١أ] منهما. وإذا كانتا أصغر، فإما أن تكونا قائمتين أو منفرجتين، فيزيد في الأقسام قسمان.

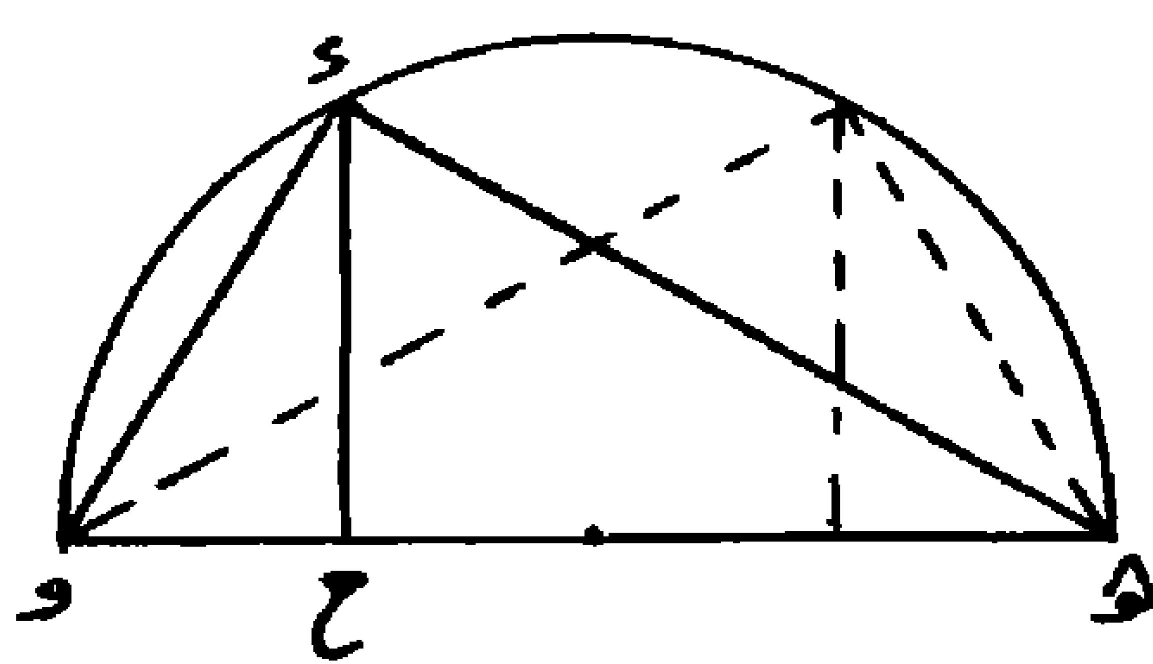
وكذلك، إذا كانت زاويتا ﻫ ، ء (٣٠) حادتين، وكانت [ح : ٥] الزاويتان اللتان عند نقطتي ر ، ح غير مساويتين لهما؛ فإما أن تكونا أعظم، وإما أن تكونا أصغر. وإذا كانتا أعظم، فإما أن تكونا قائمتين، وإما أن تكونا حادتين، فيزيد في الأقسام قسمان آخران.

فتصير الأقسام عشرة. ونحن نشرح حال كل واحد من هذه الأقسام.

— فلتكن(٣٢) **أولاً** : زاويتا ﻫ ، ء (٣٣) قائمتين، وزاويتا ر ، ح قائمتين أيضاً، وتكون نسبة ضرب بر في رحـ (٣٤) إلى مربع ر ﻫ كنسبة ضرب ﻫ ح في ح و إلى مربع ح ء .

[الشكل (٢)]





(٣٠) ح: ﻫ و .
(٣١) ح: سقط: «أوحادتين؛ فتصير الأقسام ستة. وإذا كانت زاويتا ﻫ ، ء منفرجتين».
(٣٢) نتابع البرهان في الشكل (٢).
(٣٣) ح: و .
(٣٤) ح: ر ح .

وقد يوجد مثلثان على هذه الصفة متشابهين، ويوجد مثلثان على هذه الصفة غير متشابهين.

برهان ذلك: انا نعيد مثلث ا ب حـ [٣٥]. ونرسم خطاً كيفما اتفق، وليكن هـ و [٣٦]. وندير عليه نصف دائرة، ولتكن هـ د و. ونجعل زاوية و هـ د مثل زاويـــة حـ ب ا [٣٧]. ونخرج عمود د ح. ونصل و د.

فيكــون مثلث هـ د و شبيهـــاً بمثلث ا ب حـ. وتكون الزاويتان اللتان عند نقطتي ر [٣٨]، ح كل واحدة منهمـا قائمة. ويكون ضـرب هـ ح في ح و [٣٩] مثل مربـــع ح د. ويكون ضرب ب ر في ر حـ [٤٠] مثل مربع ر ا. فيكون هذان المثلثان على الصفة المذكورة.

إلّا أنه قد يوجد مثلثات كثيرة، كل واحد منها له هذه الصفة، وكل واحد منها غير شبيه بمثلث ا ب حـ.

وذلك أن كل نقطة تُفرض على قوس هـ د، وَيُخرج منها عمود على قطر هـ و، وَيُوصل بين طرفي القطر[٤١]؛ فإنه يحدث عنه مثلث غير شبيه بمثلث ا ب حـ، ومع ذلك فإن زاوية رأسه مثل[٤٢] زاوية ا، والزاوية التي على قاعدته مثل زاوية ر. وتكون نسبة ضرب قسمي قاعدته ـ التي هي هـ و ـ إلى مربع العمود كنسبة ضـــرب ب ر [٤٣] في ر حـ [٣٤] إلى مربـــع ر ا [٤٤].

---

(٣٥) ح: ا ب ح.
(٣٦) ح: هـ و د.
(٣٧) ح: ح ب ا.
(٣٨) ح: ب.
(٣٩) ع: ح د.
(٤٠) (ع،ح): ر ح.
(٤١) ع: سقط: القطر.
(٤٢) ح: ر ا شبيه بمثل.
(٤٣) ع: ب د.
(٤٤) ع: ر حـ.

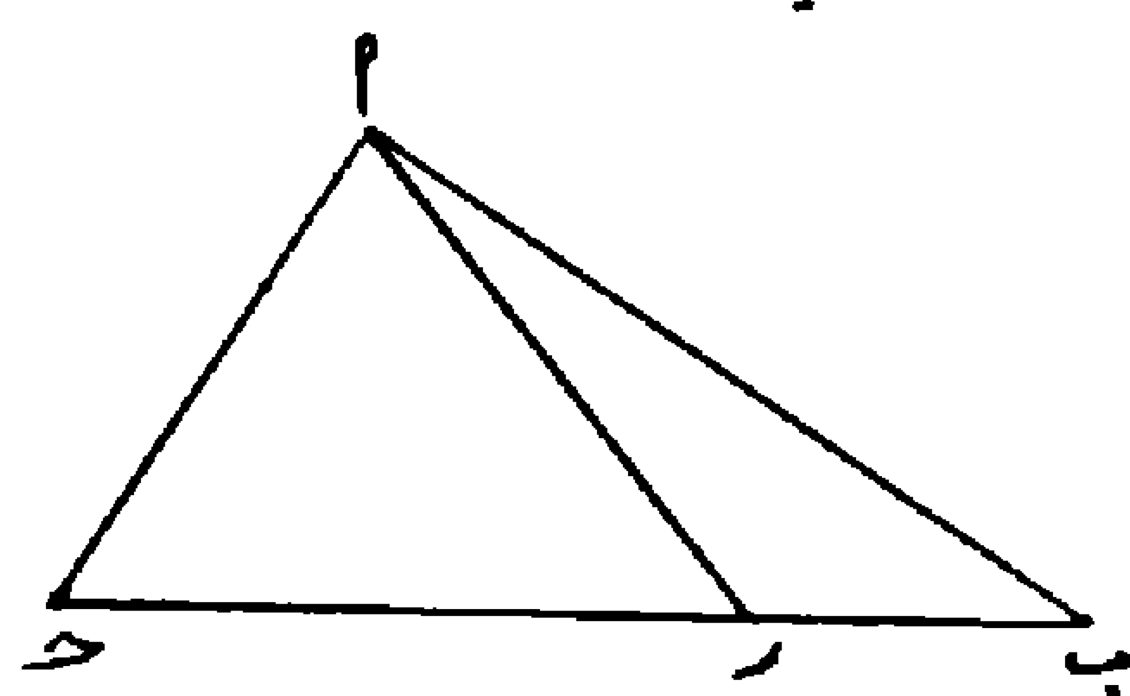
فهذا القسم ليس يلزم أن يكـــون المثلثان فيه أبداً متشابهين، إلاّ إذا زيد في شروطه شرط آخر، وهـــو : أن تكون نسبة ا ر إلى ء ح [45] كنسبة ب حـ إلى هـ و ، لأنــه [ع : ١٥١ ب] يلزم من ذلك[46] أن تكون نسبة مربع ا ر إلى مربع ء ح [47] كنسبة مربـع[48] ب حـ إلى مربع هـ و ؛ فتكون [ح : ٦] نسبة ضرب ب ر في ر حـ [34] إلى مربـــع ب حـ كنسبة ضرب هـ ح في ح و [49] إلى مربع هـ و [50]؛ فتكون نسبة[51] ب ر إلى ر حـ [34] كنسبة هـ ح إلى ح و . فيلزم أن يكـــون مثلث ء هـ ح [52] شبيهاً بمثلث ا ب ر . ويكون مثلث ء و ح شبيهاً بمثلث ا حـ ر .

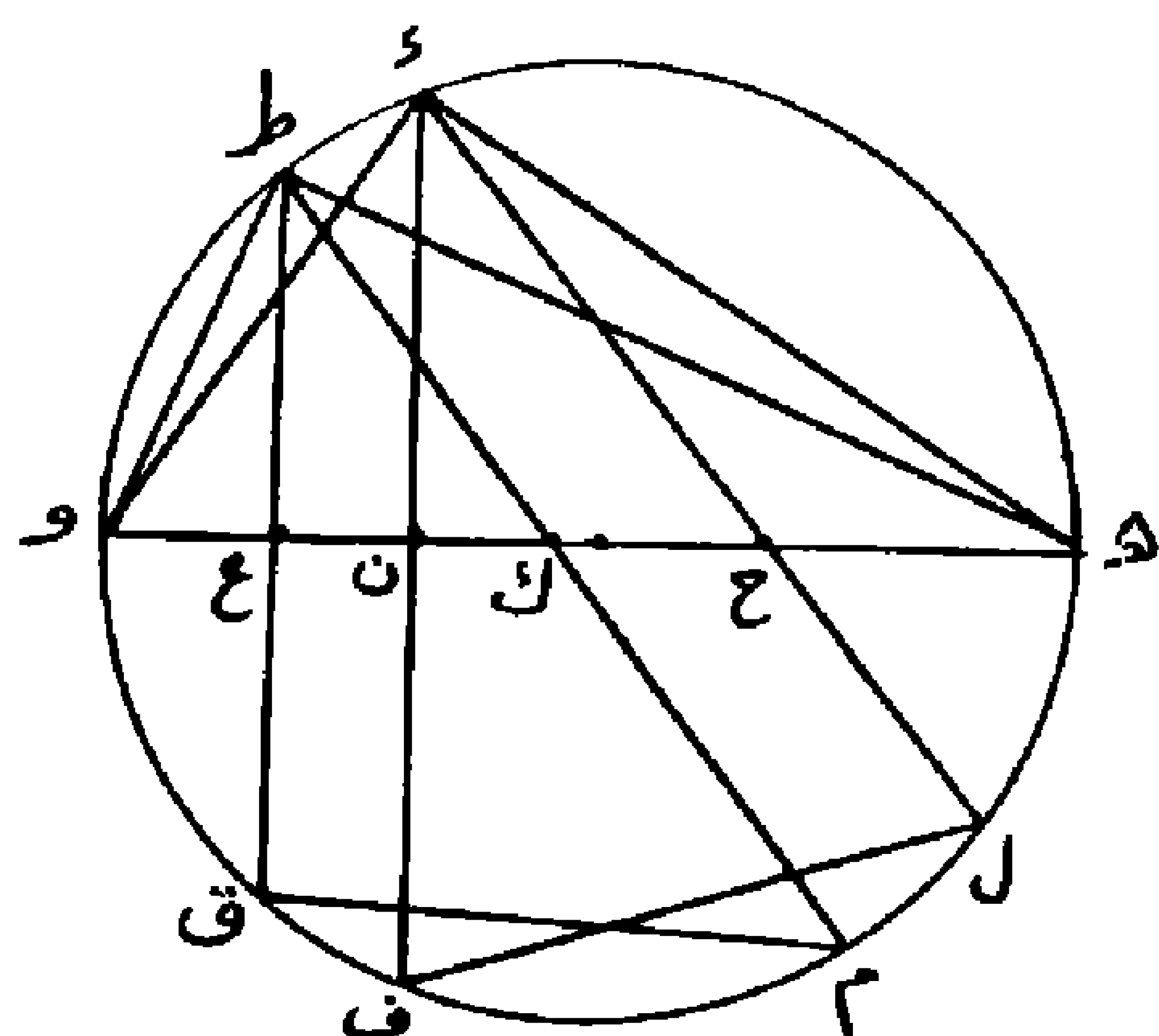
فيكون من أجل ذلك مثلثا ا ب حـ [35]، ء هـ و متشابهين[53].

وإذا لم نزد هذا الشرط لم يلزم ان يكون مثلثا ا ب حـ [35]، ء هـ و متشابهين.

وذلك ما أردنا أن نبين.

— والقسم الثاني هـــو : ان تكون[54] زاويتا ا ، ء قائمتين[54]، وتكون زاويتا ر ، ح متساويتين وغير قائمتين. وهذا القسم يلزم فيه أن يكون المثلثان متشابهين، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهما وهو غير شبيه بهما.





[الشكل (٣)]

---

(٤٥) ع : هـ ح .　　(٤٦) ع : سقط : ذلك.

(٤٧) ح : و هـ .　　(٤٨) ح : سقط : مربع.

(٤٩) ح : ح ء .　　(٥٠) ع : سقط : «إلى مربع هـ و».　　(٥١) ح : سقط : نسبة.

(٥٢) ح : و هـ ح .

(٥٣) نرى أن الجزء الأخير من البرهان يحتاج إلى شرح وقد شرحناه بصورة عامة قبل التحقيق. بما أن الزاويتين ا ، ء قائمتان، وَ ا ر ، ء ح عمودان على القاعدتين، فإن: ب ر × ر حـ = (ا ر)^٢ ؛ هـ ح × ح و = (ء ح)^٢ [نتيجة للنظريــة (٨)، مقالة (٦)، الأصـــول [٩٦]].

(٥٤) ح : سقط : «تكون زاويتا ا ، ء قائمتين»

فلنعد[٥٥] مثلث ا ب حـ [٣٥]. ونرسم خطاً كيفما اتفق، وليكن هـ و [٥٦]. ونعمل عليه نصف دائرة. ونجعل زاوية و هـ د مثل زاوية حـ ب ا. ونصل و د [٥٧]. ونخرج من نقطة د [٥٨] خط د ح حتى تكون زاوية د ح هـ [٥٩] مثل زاوية ب ر ا.

فيكون المثلثان اللذان يحدثان شبيهين بمثلثي ا ب ر، ا ر حـ. فتكون نسبة ضرب ب ر في ر حـ [٣٤] إلى مربع ر ا كنسبة ضرب هـ ح في ح و [٤٩] إلى مربع ح د [٦٠]. فيكون مثلثا ا ب حـ [٣٥]، د هـ و على الصفات المذكورة وهما ـ مع هذا ـ متشابهان.

فأقول: إنه لا يمكن أن يوجد مثلث آخر له هذه الصفات، وهو مع ذلك غير شبيه بمثلث ا ب حـ.

فإن أمكن. فليكن ذلك، فهو ممكن أن يُعمل على خط هـ و مثلثاً شبيهاً بذلك المثلث. فتكون نقطة رأسه على قوس هـ د. فتكون الزاوية النظيرة لزاوية ب غير مساوية لزاوية و هـ د.

فليكن ذلك المثلث، مثلث هـ ط و [٦١]. وليكن خط ط ك هو الذي يحيط مع خط هـ و [٦٢] بزاوية مساوية لزاوية د ح هـ [٦٣]. فيكون ط ك موازياً لخط د ح. وتكون نسبة ضرب هـ ك في ك و [٦٤] إلى مربع ك ط [٦٥] كنسبة [ع: ١٥٢أ] ضرب هـ ح في ح و إلى مربع ح د [٦٦]، إن كان ذلك ممكناً[٦٧].

---

(٥٥) نتابع البرهان في الشكل (٣).

(٥٦) ح: هـ د.

(٥٧) ح: د هـ.

(٥٨) ح: و.

(٥٩) ح: د ح هـ.

(٦٠) ح: ح و.

(٦١) ح: هـ ط د.

(٦٢) ح: هـ د.

(٦٣) ح: د ح ط.

(٦٤) ح: ك د.

(٦٥) ع: د ط.

(٦٦) ع: ح حـ د؛ ح: هـ و.

(٦٧) ع: سقط: ممكناً

ونتمم دائرة هـ ء و . ونخرج خطي [ح: ٧] ء ح [68]، ط ك إلى نقطتي ل ، م . ونخرج عمودي ء د [69]، ط ع ، وننفذهما إلى نقطتي ف ، ق . فينقسمان بنصفين نصفين[70] على نقطتي د ، ع . ونصل ل ف[71]، م ق.

فلأن نسبة ضرب[72] هـ ح في ح و [73] إلى مربع ح ء [74] كنسبة ضرب هـ ك في ك و [75] إلى مربع ك ط ؛ تكون نسبة ل ح إلى ح ء [76] كنسبة م ك [77] إلى ك ط ؛ فتكون نسبة ل ء [78] إلى ء ح [79] كنسبة م ط إلى ط ك [80].

ومثلثا ء ح د [81]، ك ط ع متشابهان؛ فنسبة ح ء [76] إلى ء د كنسبة ك ط إلى ط ع ؛ فنسبة ل ء [78] إلى ء د [82]، كنسبة م ط إلى ط ع . فتكون نسبة ل ء [83] إلى

(٦٨) ح: و ح .

(٦٩) ح: و د .

(٧٠) ع: سقط: نصفين.

(٧١) ع: ل ب .

(٧٢) ح: سقط: ضرب.

(٧٣) ع: ح هـ .

(٧٤) (ح،ع): ح هـ .

(٧٥) (ح،ع): ك هـ .

(٧٦) ح: ح و .

(٧٧) ح: م ل .

(٧٨) ح: ل و .

(٧٩) ح: ح ؛ ع: ك ح .

(٨٠) إن فحوى النظرية ٣٥ ، المقالة الثالثة من كتاب أصول أقليدس (النسخة اليونانية المترجمة إلى الانجليزية) هو : إذا كان ء ل ، هـ و وترين في دائرة هـ ء و ل ، وكانت النقطة ح هي نقطة تقاطع ء ل ، هـ و ؛ فإن : ل ح × ح ء = هـ ح × ح و . ([٩٦]: م١١: ٦٣).

الآن: $\frac{\text{ل ح}}{\text{ح ء}} = \frac{\text{ل ح} \times \text{ح ء}}{(\text{ح ء})^2} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{ح ء})^2} = \frac{\text{هـ ك} \times \text{ك و}}{(\text{ك ط})^2} = \frac{\text{م ك} \times \text{ك ط}}{(\text{ك ط})^2} = \frac{\text{م ك}}{\text{ك ط}}$

وبالتركيب، فإن : $\frac{\text{ل ح} + \text{ح ء}}{\text{ح ء}} = \frac{\text{ل ء}}{\text{ح ء}} = \frac{\text{م ط}}{\text{ك ط}} = \frac{\text{م ك} + \text{ك ط}}{\text{ك ط}}$

(٨١) ح و ح د .

(٨٢) ح: و د .

(٨٣) ح: ف و .

ء ف[٨٤] كنسبة م ط إلى ط ن[٨٥]. وزاويتا ل ء ف[٨٦]، م ط ن متساويتان، فمثلثا ل ء ف[٨٦]، م ط ن متشابهان.

فزاوية ء ل ف[٨٧] مساوية لزاوية ط م ن[٨٨]؛ فقطعة ء ه ف شبيهة بقطعة ط ه ن.

وهذا محال.

وهذا المحال لزم من فرضنا نسبة ه ك في ك و إلى مربع ك ط كنسبة ضرب ه ح[٨٩] في ح و[٩٠] إلى مربع ح ء.

فليس لمثلث ه ط و[٩١] الصفات التي لمثلث ا ب ح[٣٥]. وكذلك نُبَيِّنُ في كل مثلث

---

(٨٤) ح: ء ن ؛ ع: ء م.

(٨٥) ع: ط ف. ونشرح:

حصلنا قبل قليل على: $\frac{\text{ل ء}}{\text{ح ء}} = \frac{\text{م ط}}{\text{ك ط}}$

وعندنا الآن: $\frac{\text{ح ء}}{\text{ء د}} = \frac{\text{ك ط}}{\text{ط ع}}$ ... (من تشابه المثلثين ء ح د ، ك ط ع)

فنضرب النسبتين، ونحصل على: $\frac{\text{ل ء}}{\text{ء د}} = \frac{\text{م ط}}{\text{ط ع}}$

ولكن: ء ف = ٢ ء د ، ط ن = ٢ ط ع.

إذن: $\frac{\text{ل ء}}{\text{ء ف}} = \frac{\text{م ط}}{\text{ط ق}}$

(٨٦) ح: ل و ف.

(٨٧) ح: و ل ف.

(٨٨) ع: ط ن م.

(٨٩) ح: و ح.

(٩٠) ع: ح ف.

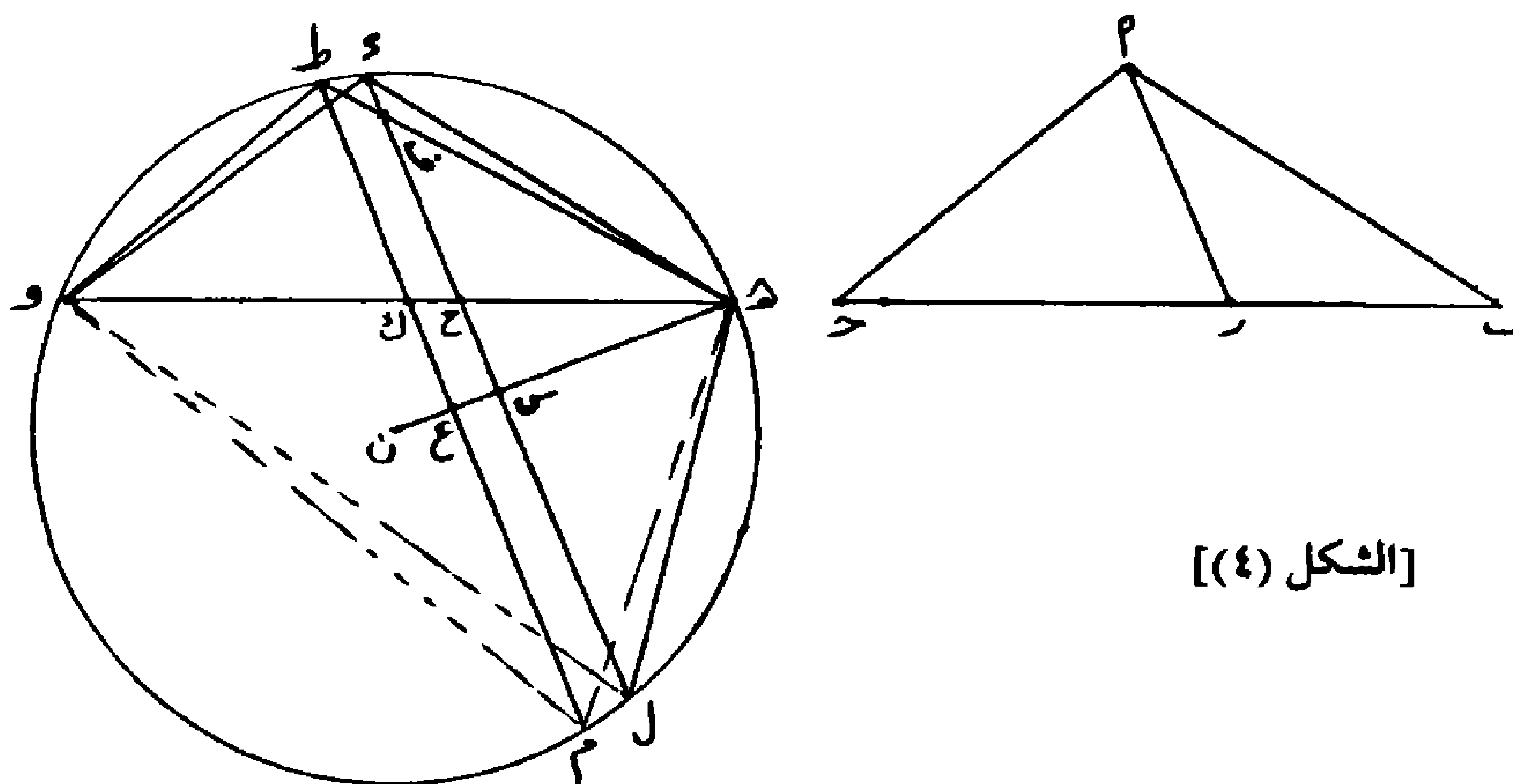
(٩١) ح: ه ح و.

غير شبيه بمثلث ا ب ح [35]. فكل[92] مثلث له الصفات [التي] لمثلث ا ب ح [٤ : ١٥٢ ب] فهو شبيه بمثلث ا ب ح [92].

ويلزم في هذين المثلثين - أيضاً - أن تكون نسبة ا ر إلى ء ح [93] كنسبة ب ح إلى هـ و ، لأن مثلثي ا ب ر ، ا ر ح [94] يكونان شبيهين بمثلثي ء هـ ح [95]، ء ح و .

وذلك ما أردنا أن نبيِّن.

— **والقسم الثالث هو:** أن تكون زاويتا ا ، ء [96] منفرجتين، وتكون زاويتا ر ، ح مساويتين لهما. وهذا القسم يلزم فيه أن يكون المثلثان متشابهين، ولا يوجد، مثلث آخر له الصفات التي لهما ويكون غير شبيه بهما.



[الشكل (٤)]

فلنعد[97] مثلث ا ب ح . ونرسم خطاً كيفما اتفق، وليكن هـ و . ونعمل عليه قطعة

---

(٩٢) ح: سقط: «فكل مثلث له الصفات [التي] لمثلث ا ب ح فهو شبيه بمثلث ا ب ح » أما «الصفات» فتعني الشروط المذكورة في نص النظرية:

$$\frac{\text{ب ر} \times \text{ر ح}}{(\text{ا ر})^{2}} = \frac{\text{هـ ح} \times \text{ح و}}{(\text{ء ح})^{2}}$$

(٩٣) ح: و ح .

(٩٤) ح: و ر ح .

(٩٥) ح: و هـ ح .

(٩٦) ح: و .

(٩٧) نتابع البرهان في الشكل (٤).

دائرة تقبل زاوية مثل زاوية ا . ونجعل زاوية د هـ و مثل زاوية حـ ب ا . ونصل د و [٩٨] . فيكون مثلث د هـ و شبيهاً بمثلث ا ب حـ .

ونخرج خط د ح [٩٩] حتى تصير زاوية د ح هـ مثل زاوية ب ر ا [١٠٠] المساوية لكل واحـــدة من زاويتي [ح : ٨] ا ، د [٩٦] . فتكون نسبة ضـــرب هـ ح في ح و إلى مربـــع ح د [١٠١] كنسبة ضرب ب ر في ر حـ إلى مربع ا ر . فيكون مثلثا ا ب حـ ، د هـ و على الصفات المذكورة، وهمـا مع ذلك متشابهان .

فأقول : إنه لا يمكن أن يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهذين المثلثين وهو مع ذلك غير شبيه بهذين المثلثين.

فإن أمكن، فليكن ذلك. ونعمل على خـط هـ و مثلثاً شبيهاً بذلك المثلث ، تكـون نقطة رأسه على قوس هـ د و [١٠٢] . وتكون الزاوية النظيرة لزاوية ب غير مساويـــة لزاويـــة هـ . فليكن المثلث مثـــل هـ ط و [١٠٣]. وليكن خـــط ط ك هـو الذي يحيط مع خط هـ و بزاوية مساويـــة لزاوية د ح هـ . فيكون ط ك موازيـــاً لخـــط د ح [٩٩]. وتكـــون نسبة ضرب[١٠٤] هـ ك في ك و إلى مربـع ك ط كنسبة ضـــرب هـ ح في ح و إلى مربـــع ح د [١٠١]، إن كان ذلك ممكناً .

ونتمم دائرة هـ د و . ونخرج خطي د ح ، ك ط إلى نقطتي ل ، م . وليكن مركز الدائرة نقطة ن ، ونصـــل ن هـ ، هـ ل [١٠٥].فخط ن هـ يقطـــع خطي د ل [١٠٦]، ط م ، فليقطعهما على نقطتي س ، ع .

---

(٩٨) ع: ر د .
(٩٩) ح: و ح .
(١٠٠) ح: ب ر .
(١٠١) ح: ح و .
(١٠٢) ح: هـ و د ؛ ع: د هـ و .
(١٠٣) ح: هـ ط د .
(١٠٤) ع: ح ب [الحرفان: ح ب بدلاً من كلمة : ضرب].
(١٠٥) ح: سقط: هـ ل .
(١٠٦) ح: و ل .

ولأن زاويــة ء ح هـ [١٠٧] مثل زاويــة و ء هـ [١٠٨]، فيكون ضـــرب و هـ في هـ ح [ع: ١٥٣ أ] مثل مربع هـ ء [١٠٩].

ولأن زاوية ء ح هـ مثل زاوية و ء هـ ، تكون زاوية هـ ح ل مثل الزاوية التي تقع في قطعة هـ ل و [١١٠]. فيكون ضرب و هـ في هـ ح مثل مربع هـ ل [١١١].

فخط هـ ل مثل خط هـ ء [١١٢]. فقوس هـ ل مثل قوس هـ ء [١١٢]. فخط د هـ عمــود على خطي ء ل ، ط م . فـ ء س مثل س ل ، وَط ع مثل ع م .

ولأن نسبة ضرب هـ ح في ح و إلى مربع ح ء [١٠١] كنسبة ضـــرب هـ ك في ك و إلى مربع ك ط ؛ فتكون نسبة ل ح إلى ح ء [١٠١] كنسبة م ك إلى ك ط ؛ فنسبة ل ء [١١٣] إلى ء ح [١١٤] كنسبة [ح: ٩] م ط إلى ط ك . فنسبة[١١٥] س ء إلى ء ح كنسبة ع ط إلى ط ك [١١٥].

---

(١٠٧) ح: و ح هـ ؛ ع: حـ ح هـ .

(١٠٨) ح: و ر هـ .

(١٠٩) ح: الكلام في «ح» مكرر وهو : «ولأن. . . مربع هـ ء ».

شرح : المثلثان ء ح هـ ، و ء هـ متشابهان؛ إذن :

$$\frac{و هـ}{هـ ء} = \frac{هـ ء}{هـ ح}$$

وعليه فإن : $و هـ \times هـ ح = (هـ ء)^2$

(١١٠) ح: ء ل و ؛ ع: هـ ك و .

شرح : زاوية و ء هـ + زاوية هـ ل و = قائمتان = زاوية ء ح هـ + زاوية هـ ح ل .

إذن : زاوية قطعة هـ ل و = زاوية هـ ل و = زاوية هـ م و = زاوية هـ ح ل = زاوية هـ ك م .

(١١١) المثلثان هـ ح ل ، هـ ل و متشابهان؛ إذن :

$$\frac{و هـ}{هـ ل} = \frac{هـ ل}{هـ ح}$$

وعليه فإن : $و هـ \times هـ ح = (هـ ل)^2$.

(١١٢) ح: هـ و .

(١١٣) ح: ل و .

(١١٤) ح: حـ ح .

(١١٥) ح: سقط: «فنسبة س ء إلى ء ح كنسبة ع ط إلى ط ك ».

وخط هـ ط يقطع خـط ء ح [116]، فليقطعه على نقطة ف. فتكون نسبة ع ط إلى ط ك كنسبة س ف إلى ف ح . فتكون نسبة س ف إلى ف ح كنسبـة س ء [117] إلى ء ح [99]. فتكون نسبة س ح [118] إلى ح ف كنسبة س ح إلى ح ء [119]. وهذا محـال. فليس يمكن أن يكون مثلث له الصفات التي في مثلث ا ب حـ غير شبيه بمثلث ا ب حـ .

وذلك ما أردنا [٤ : ١٥٣ب] أن نُبيِّن.

— والقسم الرابع هـو : أن تكون زاويتـا ا ، ء [96] منفرجتين، وتكون زاويتا ر ، ح منفرجتين ـ أيضاً ـ وأعظم من زاويتي ا ، ء [96]. فيكون المثلثان متشابهين، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهما ويكون غير شبيه بهما.

---

(١١٦) ح: و هـ .

(١١٧) ح: س و .

(١١٨) ح: س هـ .

(١١٩) شرح: راجع ملاحظة (٨٠) في الحاشية. أو: نظرية ٣٥، مقالة ٣، الأصول ([٩٦]: م١١ : ٦٣).

وهذا يعطي : $\frac{ل ح}{ح ء} = \frac{م ك}{ك ط}$

وبتركيب النسبة فإن : $\frac{ل ء}{ء ح} = \frac{م ط}{ك ط}$

ومـن ثـم : $\frac{س ء}{ء ح} = \frac{ع ط}{ط ك}$

الآن: مثلث هـ ع ط . س ف يوازي القاعدة ع ط . هـ ح ك قاطع.

إذن : $\frac{ع ط}{ط ك} = \frac{س ف}{ف ح}$

وكذلك نمزج النسب فنحصل على : $\frac{س ف}{ف ح} = \frac{س ء}{ء ح}$

وبتفصيـل النسبة : $\frac{س ح}{ف ح} = \frac{س ف - ف ح}{ف ح} = \frac{س ء - ء ح}{ء ح} = \frac{س ح}{ح ء}$. وهذا محال.

فلنعد[120] مثلث ا ب ح ، والدائرة التي تقدمت. وليكن مثلث د ه و شبيهاً بمثلث ا ب ح ، وصفاتــه كصفاته. وليكن مثلث ه ط و غير شبيــه بمثلث ا ب ح ، وصفاته كصفات[121] مثلثي ا ب ح ، د ه و ، إن كان ذلك ممكناً.

وَنُخرج خطي د ع [93]، ط ك إلى ل ، م . فتكــون نسبـة ل د [78] إلى د ع [93] كنسبة م ط إلى ط ك [122].

ولأن زاوية د ع ه [59] أعظم من زاوية ه د و ، يكــون الخط الذي يخرج من نقطة د ويحيط مع خط ه و بزاوية مساوية لزاوية ه د و يقع من وراء خط د ع ، أعني[123] ممــا يلي نقـطة و ، وإذا خرج على استقامة لقي[124] خط ذ ه وكان عموداً عليه. وكذلك الخط الموازي له الذي يخرج من نقطة ط .

فَيَتَبَيَّنُ مـــن ذلك أن زاويتي د س ذ ، ط ع ذ حادتان ؛ فالعمــود الذي يخـرج من نقطة ذ على خطي د ل ، ط م يكون فوق ذ ه [125]، أعني أنه يقطـع قوس ه د [112] . فليكن ذلك العمـــود، عمود ذ ن ص ي ، فهـو يقطع كل واحـــد من خطي د ل ، ط م بنصفين، فهـو يقطع خط ك ه ، فليقطعه على نقطة ش[126]. ونصل ش ط ، فهو يقطـــع خـــط د ع [127]، فليقطعه على نقطة ف .

فلأن نسبة ل د [113] إلى د ع [93] كنسبة م ط إلى ط ك ، تكـون نسبة ن ط إلى ط ك كنسبة [ح: ١٠] ص د إلى د ع [93]. ونسبـــة ن ط [128] إلى ط ك كنسبة ص ف إلى

---

(١٢٠) نتابع البرهان في الشكل (٥).

(١٢١) يقصـد : $\frac{\text{ه ك} \times \text{ك و}}{(\text{ط ك})^2} = \frac{\text{ب م} \times \text{م ح}}{(\text{ا م})^2} = \frac{\text{ه ع} \times \text{ع و}}{(\text{د ع})^2}$

(١٢٢) شرحنا هذه الخطوة في (٨٠) في الحاشية.

(١٢٣) ح: أعلى أعني ط.

(١٢٤) ح: يقطع.

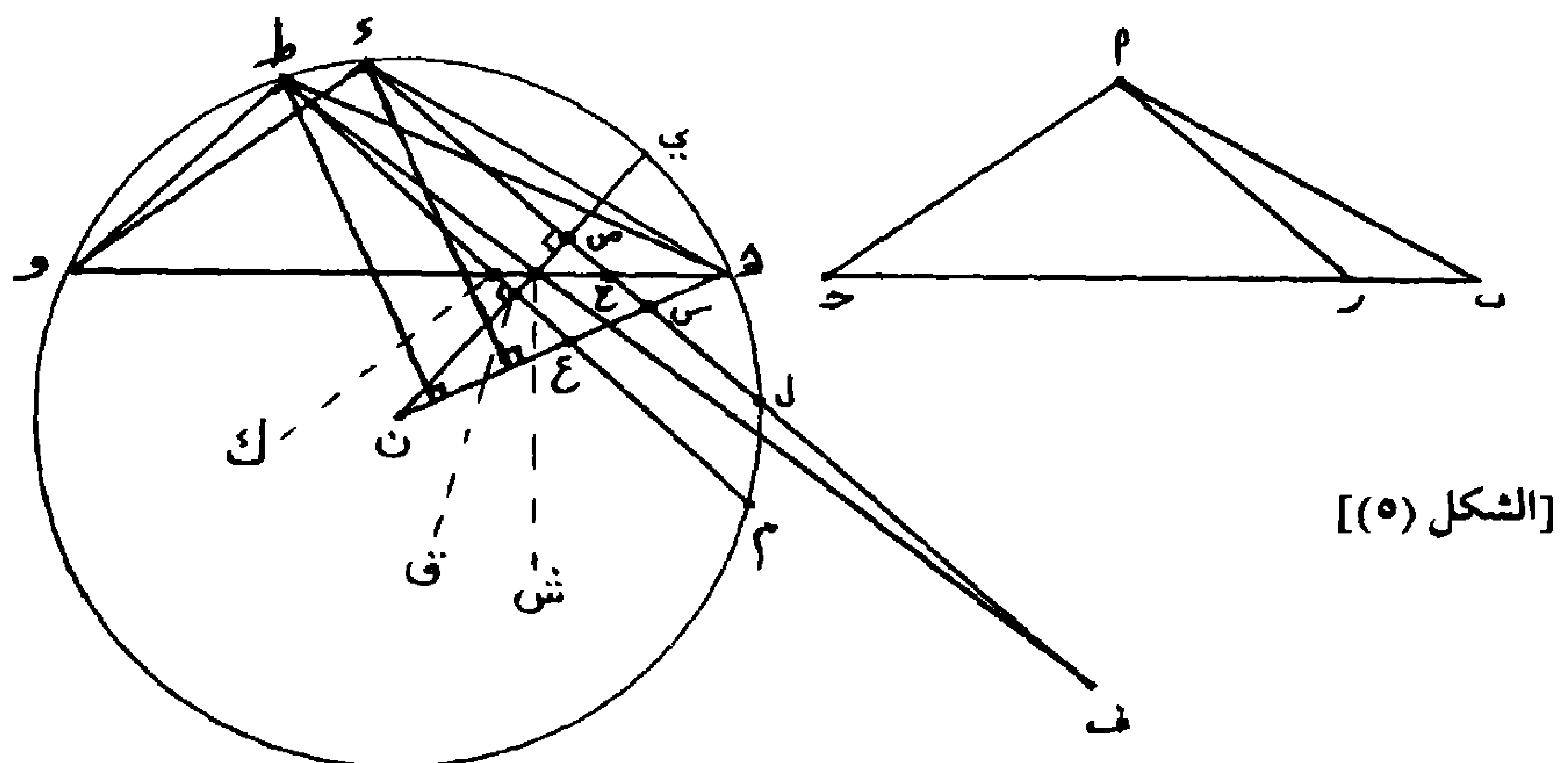
(١٢٥) ع: ل و .

(١٢٦) ح: س . (كتاب حيدر آباد منقوط).

(١٢٧) ح: و ه .

(١٢٨) ع: ق ك.

ف ح [129]؛ فنسبة ص ء إلى ء ح [93] كنسبة ص ف[130] إلى ف ح < فنسبة ص ح إلى ح هـ كنسبة ص ح [ع: ١٥٤ أ] إلى ح ف > [131]. وهذا محال.



[الشكل (٥)]

---

(١٢٩) شرح:

المثلثان ش ص ف، ش ن ط متشابهان، وعليه فإن:

$$\frac{\text{ص ف}}{\text{ش ف}} = \frac{\text{ن ط}}{\text{ش ط}}$$

وكذلك، المثلثان ش ح ف، ش ك ط متشابهان، وعليه فإن:

$$\frac{\text{ف ح}}{\text{ش ف}} = \frac{\text{ك ط}}{\text{ش ط}}$$

ونقسم النسب ونحصل على:

$$\frac{\text{ص ف}}{\text{ف ح}} = \frac{\text{ن ط}}{\text{ك ط}}$$

(١٣٠) ح: ص ح.

(١٣١) ورد الكلام المحصور بين زاويتين < > في مخطوطة عاطف، ولم يرد في كتاب حيدر آباد. ووجوده ليس ضرورياً، بل الأفضل حذفه. وقد كتبناه لأننا نعتمد، في تحقيقنا، بصورة أساسية على مخطوطة عاطف، وهي أفضل بكثير من كتاب حيدر آباد الكثير الأخطاء.

وإن وقعت نقطة ش(١٢٦) فيما(١٣٢) بين نقطتي ح ، ك ، أو(١٣٢) فيما بين نقطتي ك ، و (١٣٣)، أو على نقطة ح ، أو على نقطة ك ، كان المحال أشنع(١٣٤).

فليس يمكن أن يكون مثلث له الصفات التي لمثلث ا ب جـ ويكون غير شبيه بمثلث ا ب جـ .

وذلك ما أردنا أن نُبيّن .

— **والقسم الخامس هو** : أن تكون زاويتا ا ، د (١٣٥) منفرجتين، وتكون زاويتا(١٣٦) ر ، ح قائمتين. فيكون المثلثان متشابهين، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهذين المثلثين ويكون غير شبيه بهما .

ولنعد(١٣٧) مثلث ا ب جـ والدائرة. وليكن مثلث د هـ و شبيهاً بمثلث ا ب جـ ، وصفاته كصفاته. ويكون مثلث هـ ط و غير شبيه بمثلث ا ب جـ ، وصفاته كصفات مثلثي ا ب جـ ، د هـ و ، إن كان ذلك ممكناً.

ونخرج خطي د ح ، ط ك إلى ل ، م . فتكون نسبة ل د (١١٣) إلى د ح (١٣٨) كنسبة م ط إلى ط ك . ونخرج من مركز الدائرة، وهو نقطة ن ، عموداً على خطي د ل ، ط م ، وليكن ن ع س . فيكون ن س موازياً لخط و هـ ، لأن زاويتي ح ، ك قائمتان. [ع : ١٥٤ب] فتكون نسبة س د (١١٧) إلى د ح (٩٣) كنسبة ع ط إلى ط ك . فنسبة س ح

---

(١٣٢) ح: سقط: «فيما بين نقطتي ح ، ك ، أو».
ويلاحظ ان النقطة ش وقعت في الشكل (٥) - الذي رسمناه - فيما بين نقطتي ح ، ك . ويبدو أن هذا الموضع «أشنع» من الموضع الذي وقعت فيه النقطة ش عند ابن الهيثم، كما يتضح من كلامه في نهاية الجملة التي تخص هذا الموضوع.

(١٣٣) ع: ف.

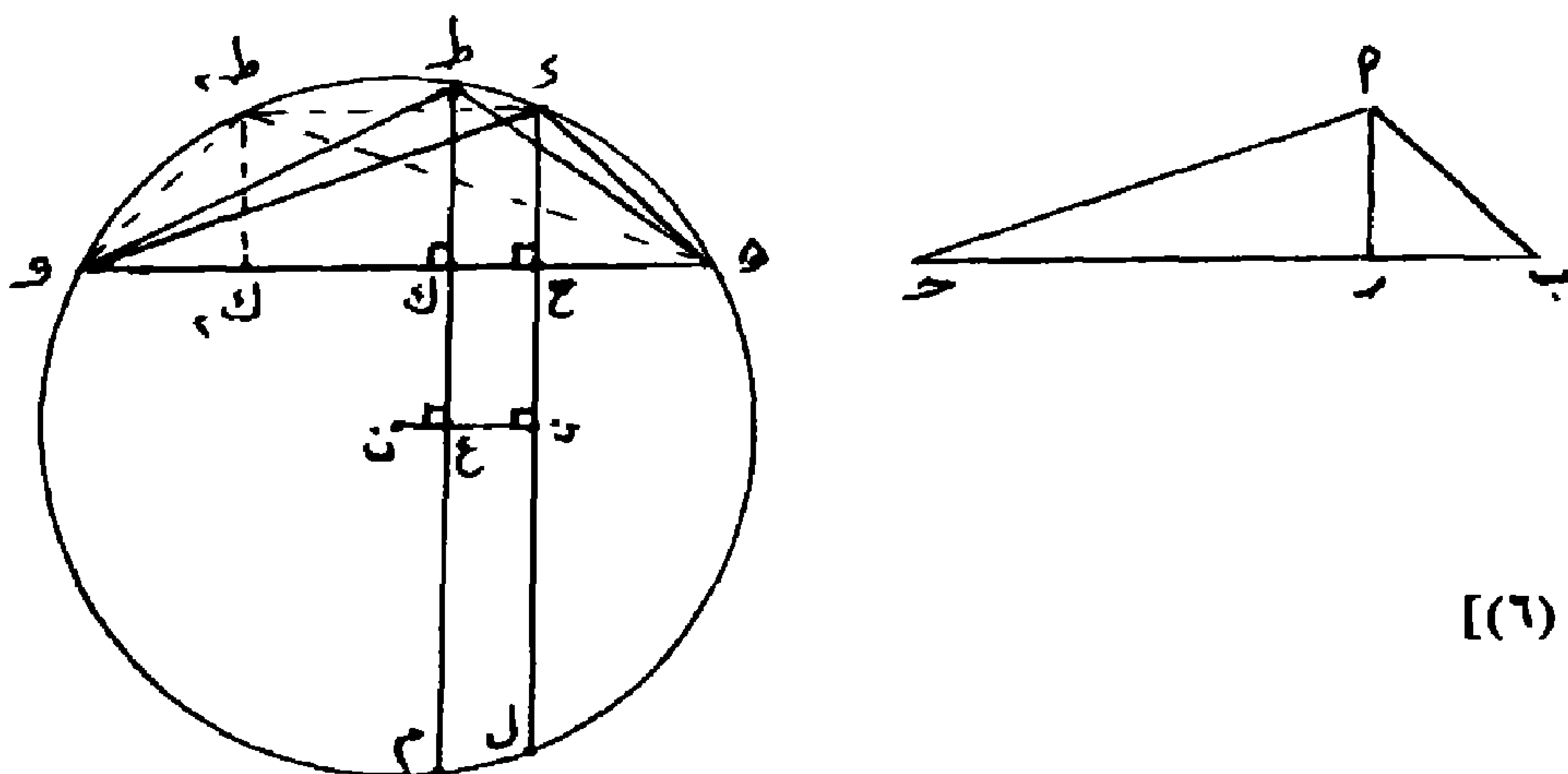
(١٣٤) يبدو لنا أن النقطة ش وقعت، عند ابن الهيثم، فيما بين نقطتي هـ ، ح ، فهو لم يذكر هذه الحالة في الجملة الأخيرة. وهذه الحالة أوضح من غيرها، وتكون النقطة ف داخلية، أي تقع النقطة ف فيما بين نقطتي ش، ط وفيما بين نقطتي د ، ح . أما الأشكال في مخطوطة عاطف وكتاب حيدر آباد فهي أشكال خاطئة ولا يمكن الاستفادة منها. فما نرسمه يستند إلى النص واستعمال العقل.

(١٣٥) ح: ر.

(١٣٦) ع: سقط: زاويتا.

(١٣٧) نتابع البرهان في الشكل (٦).

(١٣٨) ح: ا ح .



[الشكل (٦)]

إلى ح ى [٧٦] كنسبة ع ك إلى ك ط . وَ س ح مثل ع ك ، فَـ ح ى [٧٦] مثل ك ط . وهذا محــال ،

لأن ك ط ، إن كان مساوياً لِ ى ح ، فمثلث ه ط و شبيــه بمثلث ه ى و ، لأن قوس ط و تكون مساوية لقوس ه ى [١٣٩]، فتكون زاويـة ط ه و مساوية لزاوية ه و ى ، وتكون زاوية ط و ه مساوية لزاوية ى ه و ، فيكون مثلث ه ط و شبيهـاً بمثلث ه ى و ، وهو بالفرض غير شبيه به[١٤٠].

وإذا كان مثلث ه ط و غير شبيه بمثلث ه ى و ، فليس خط ط ك مساوياً لخـط ى ح [٩٣]، فليس نسبة ل ح إلى ح ى [٧٦] كنسبة م ك إلى ك ط ، فليس نسبة ضرب ه ك في ك و إلى مربع ك ط كنسبة ضرب ه ح في ح و [١٤١] إلى مربع ح ى [١٤٢]، فليس لمثلث ه ط [ح: ١١] و الصفة التي لمثلثي ا ب حـ ، ى ه و ، فليس يوجـد لمثلثي ا ب حـ ، ى ه و مثلث آخر غير شبيه بهما وله الصفات التي لهما.

وذلك ما أردنا أن نبين.[ع : ١٥٥ أ]

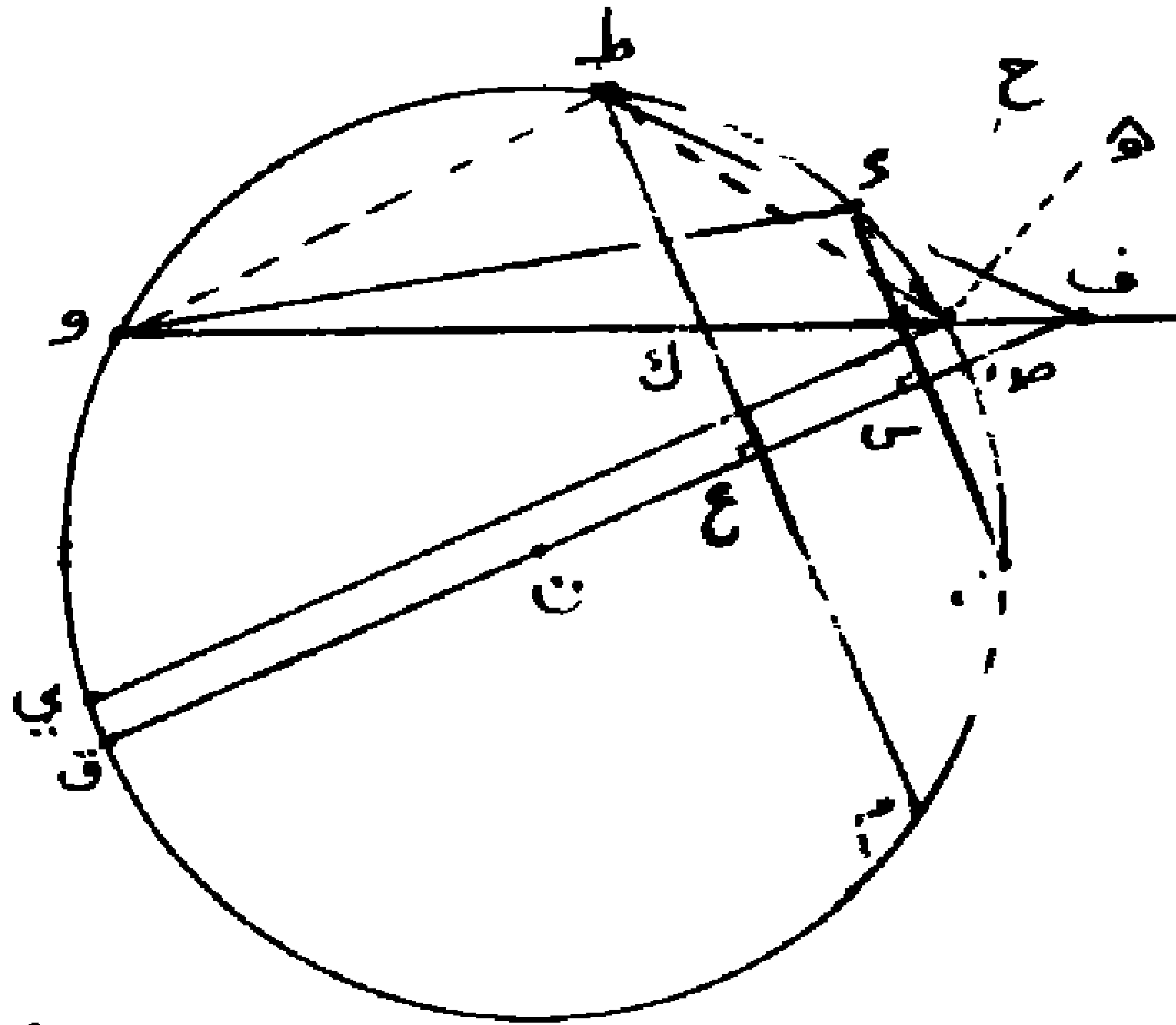
— والقسم السادس هو: أن تكون زاويتا ا ، ى [٩٦] منفرجتين ، وزاويتا ر ، ح أيضــاً

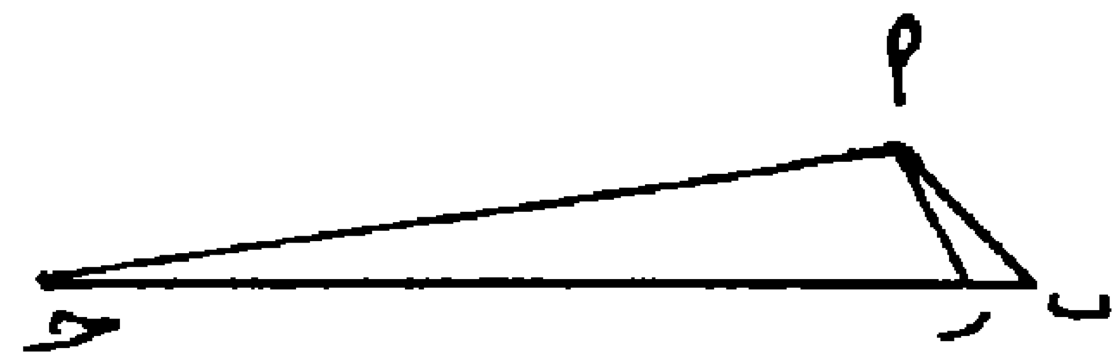
---

(١٣٩) ح: ه و .
(١٤٠) ح: سقط: به.
(١٤١) ع: ح ر .
(١٤٢) ح: ح و ؛ ع: ح حـ .

منفرجتين وأصغر من زاويتي ﺃ ، ﺩ [٩٦]، وتكون نسبة ضرب ﺏ ﺭ في ﺭ ﺣ [١٤٣] إلى مربع ﺭ ﺃ ، كنسبة[١٤٤] ضرب ﻫ ﺣ في ﺣ ﻭ [١٤٥] إلى مربع ﺣ ﺩ [١٤٤].

فأقول : إنه قد يوجد مثلثان على هذه الصفة، متشابهين، ويوجد مع ذلك مثلث آخر له هذه الصفة وهو غير شبيه بالمثلثين المتشابهين.





[الشكل (٧)]

برهان ذلك[١٤٦]: إنا ندير دائرة، ولتكن ﻫ ﺩ ﻭ م . ولنفصل منها قطعة أقل من نصف دائرة، ولتكن قطعة ﻫ ﺩ ﻭ . ونخرج ﻭ ﻫ [١٤٧] على استقامة إلى ف، ونفرض عليه نقـطة كيفما اتفق، ولتكن نقطة ف. ونخرج من نقطة ف خطاً يقطع قطعة ﻫ ﺩ ﻭ على نقطتين، ولتكن النقطتـان في نصف قوس ﻫ ﺩ ﻭ الذي يلي نقطـــة ﻫ ، وليكن خـــط ف ﺩ ط [١٤٨].

وليكن مركز الدائرة نقطة ﺩ . ونصل ﺩ ف ، وليقطـــع الدائرة على نقطـــة ص . ونخرج من نقطتي ﺩ [٩٦]، ط عمـودين على خـــط ﺩ ف ، فليكونــا عمودي ﺩ س [١٤٩]، ط ع ، وننفذهما إلى ل ، م ، فينقسمان[١٥٠] بنصفين نصفــين[١٥١] على نقطتي س ، ع .

---

(١٤٣) ح: ﺭ ﺣ .
(١٤٤) ع: سقط: «كنسبة ضرب ﻫ ﺣ في ﺣ ﻭ . إلى مربع ﺣ ﺩ ».
(١٤٥) ح: ﺣ ف.
(١٤٦) تتابع البرهان في الشكل (٧).
(١٤٧) ح: ﺩ ﻫ .
(١٤٨) ح: ف ﻭ ط .
(١٤٩) ح: ﻭ س .
(١٥٠) يقصد: فينقسم ﺩ ل ، ط م «بنصفين نصفين».
(١٥١) ح: سقط: نصفين.

ونخرج ف د إلى ن . ونخرج هـ ي موازياً لخط ف ق .

فتكون زاوية و هـ ي [152] مثل زاويــة و ف ق. ولأن زاويتي س ، ع قائمتــان ، تكون زاويتــا ف ح س ، ف ك ع حادتين . فتكون زاويتــا ء ح هـ [153]، ط ك هـ [154] منفرجتين .

ولأن زاويــة س قائمة، تكون زاويتا س ف ء [155]، س ء ف[156]، مجموعتـين ، زاوية قائمة. فزاويتا س ف ء [157]، س ء ف[156] يوترهمـا قــوس ص ء و ق، الذي هو نصف دائرة .

وزاوية ي هـ و ـ المساوية لزاوية ق ف و [158] ـ < و> هي التي توترها قوس و ي ، فتبقى زاويتا ح ف ء [159]، ح ء ف[160]، أعني، ء ح و هي الزاويــة التي توترهــا قُسي ص هـ ، هـ ء ، ء و ، ي ق[161].

فزاوية ء ح و تنقص عن الزاوية القائمة بالزاوية التي توترها قوس و ي ، [ع : 155 ب] [فزاوية ء ح هـ تزيد على الزاوية القائمة بالزاوية التي توترها قــوس و ي]. وزاوية[162] هـ ء و [163] تزيــد على الزاويــة القائمـة بالزاوية [ح : 12] التي توترها قوســا[164] ص هـ ، و ق[165]؛ فزاوية هـ ء و أعظم من زاويــة ء ح هـ المنفرجة، بالزاوية التي توترهــا قوس

---

(152) ح: و ح ي .
(153) ح: و ح هـ .
(154) ع: ط ي هـ .
(155) ح: س ف ر .
(156) ح: س و ف.
(157) ع: س ي ء .
(158) ح: ق ف ء .
(159) ح: ح ف و .
(160) ح: ح و ف.
(161) ح: ص ح و ي ن ، ع: ص هـ هـ ء و ي ن [اي : سقط الحرف «ء » فقط].
(162) (ح ، ع): فزاوية.
(163) ح: و ح هـ ؛ ع: ف ح هـ .
(164) ح: قوس.
(165) ع: و ف.

ص هـ ، ق ي[١٦٦] .

وإذ قد تَبيَّن أن زاوية هـ ء و أعظم من زاوية ء ح هـ[١٦٧]، فلنبين أنه قد يوجد مثلثان لهما الصفات المذكورة وهما مع ذلك غير متشابهين :

فنصل هـ ء ، هـ ط ، و ء ، و ط . وليكن مثلث ا ب حـ شبيهاً بمثلث ء هـ و .

فلأن ء س[١٤٩] يوازي ط ع ، تكون نسبة س ء[١١٧] إلى ء ح[٩٩] كنسبة ع ط إلى ط ك ؛ فنسبة ل ء[٧٨] إلى ء ح[٩٩] كنسبة م ط إلى ط ك ؛ فنسبة ل ح إلى ح ء كنسبة م ك إلى ك ط ؛ فنسبة ضرب هـ ح في ح و إلى مربع ح ء[١٠١] كنسبة ضرب هـ ك في ك و إلى مربع ك ط .

فمثلث هـ ط و[٦١] له الصفات التي لمثلثي ا ب حـ ، ء هـ و ، ومع ذلك فهو غير شبيه بهما، لأن ط ك أعظم من ء ح ، لأنهما جميعاً في نصف قوس هـ ء و ؛ فزواياه غير مساوية لزوايا مثلث هـ ء و .

فإذا كانت زاويتا ا ، ء[٩٦] منفرجتين، وكانت زاويتا ر ، ح منفرجتين وأصغر من زاويتي ا ، ء ، وكانت نسبة ضرب ب ر في ر حـ[١٤٣] إلى مربع ر ا كنسبة ضرب هـ ح[١٦٨] في ح و[١٦٩] إلى مربع ح ء[١٧٠]، فإن مثلثي ا ب حـ ، ء هـ و يكونان متشابهين، ويوجد مع ذلك مثلث له هذه الصفات وهو غير شبيه بهما .

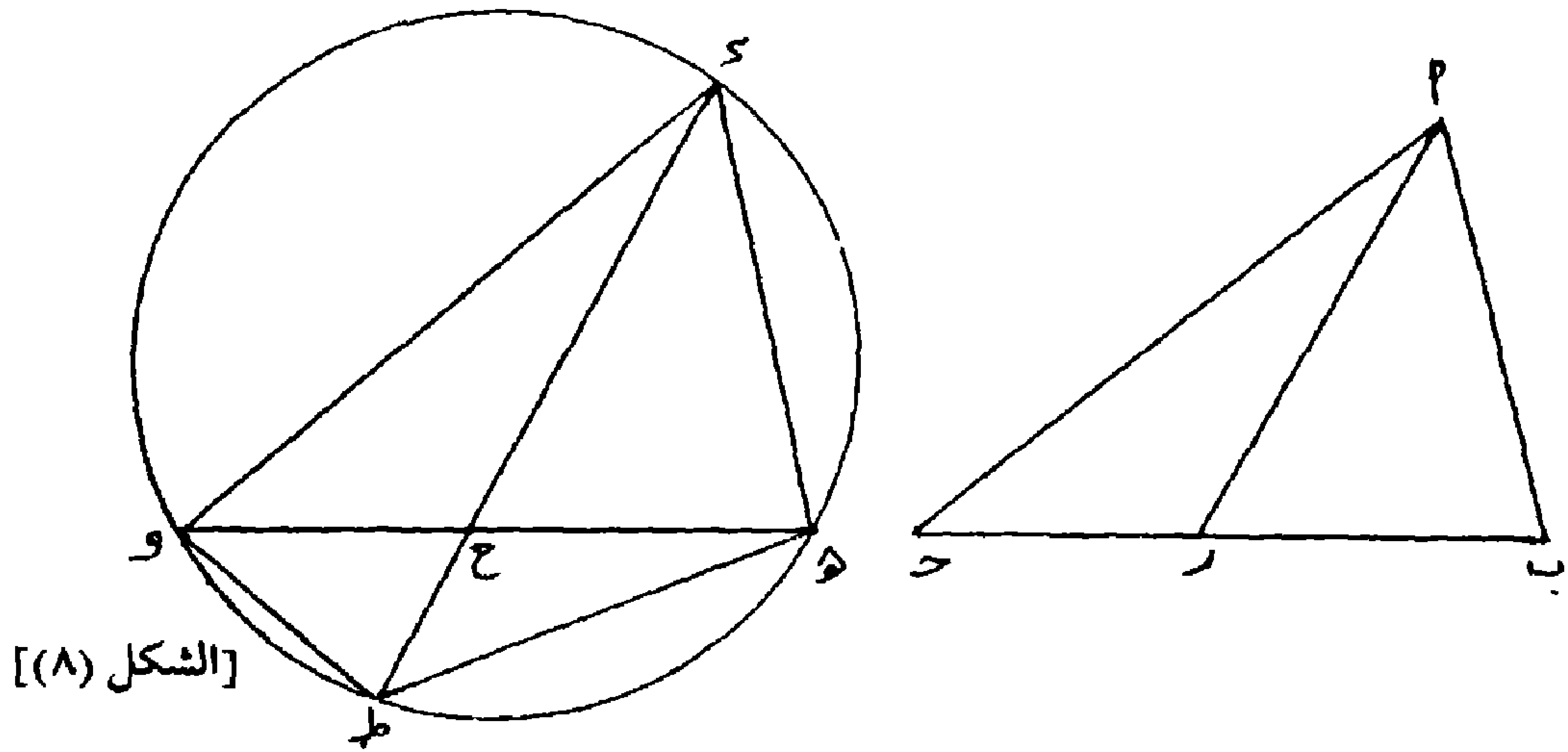
وذلك ما أردنا أن نبين .

— [ع : ١٥٦ أ] **والقسم السابع [هو]**: أن تكون زاويتا ا ، ء[٩٦] حادتين، وتكون زاويتا

---

(١٦٦) ع : و ي .
ملاحظة : يلاحظ، في الفقرة الأخيرة هنا، تغييرات عديدة من طرفنا . فقد رأينا إضافة جملة حصرناها بين معقوفين [. . .]، وقد تكون هذه الجملة قد سقطت من النساخ أو أن ابن الهيثم رأى أنها ليست ضرورية أو سها فلم يكتبها . فبالإضافة إلى التغييرات الهندسية، رأينا أن نكتب أصل التغييرات اللغوية أيضاً، فقد يرى القارىء أن ما أضفناه وَغَيَّرناه، ليس ضرورياً .
(١٦٧) ح : ء ح و .
(١٦٨) ح : ء ح .
(١٦٩) ع : ح ف.
(١٧٠) ح : هـ و .

ر ، ح مساويتين لهما . وهذا القسم يلزم فيه أن يكون المثلثان متشابهين ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهما ويكون غير شبيه بهما .



[الشكل (٨)]

فلنعد[١٧١] مثلث ا ب حـ والدائرة . ونفصل من الدائرة قطعة تقبل زاوية حادة ، مثل زاوية ب ا حـ ، ولتكن قطعة هـ د و[١٧٢] . ونجعل زاوية و هـ د مثل زاوية حـ ب ا . ونصل و د . فيكون مثلث د هـ و شبيهاً بمثلث ا ب حـ .

ونخرج د ح[٩٩] حتى تكون زاوية د ح هـ[١٠٧] مثل زاوية هـ د و[١٧٣] ، ولتكن د ح هـ[١٠٧] .

وإذا كانت [ح : ١٣] نقطة ر في داخل مثلث ا ب حـ[١٧٤] ، فإن نقطة ح تكون في داخل مثلث د هـ و . ونخرج د ح[٩٩] إلى ط . ونصل هـ ط ، و ط .

فتكون زاوية هـ ح ط مثل زاوية هـ ط و . فيلزم من ذلك أن يكون لمثلث هـ ط و ، مثلث واحد شبيه به وله الصفات التي لمثلث هـ ط و ، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لمثلث هـ ط و غير شبيه بهما[١٧٥] .

---

(١٧١) تتابع البرهان في الشكل (٨).

(١٧٢) ح: هـ د ر .

(١٧٣) ح: هـ و ح ؛ ع: هـ د حـ .

(١٧٤) قسم بنو موسى برهان النظرية التي تعنينا إلى صورتين: الصورة الاولى، تكون ر على امتداد ب حـ وخارجة عن المثلث ا ب حـ . والصورة الثانية تكون ر على ب حـ وداخل المثلث.

(١٧٥) الكلام صحيح، بالاستناد إلى ما سماه ابن الهيثم «القسم الثالث»: زاوية هـ ط و = زاوية ط ح هـ = منفرجة .

وإذا[١٧٦] لم يوجد لمثلث ﻫ ط و مثلث آخر له الصفات التي لمثلث ﻫ ط و ، وهو غير شبيه به[١٧٦]، فليس يوجد لمثلثي ﺃ ﺏ ﺣ ، ﺀ ﻫ و مثلث آخر له الصفات التي لهما وهو غير شبيه بهما.

فمثلثا ﺃ ﺏ ﺣ ، و ﻫ ﺀ متشابهان ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهذين المثلثين وهو غير شبيه بهما.

وذلك ما أردنا أن نُبيّن .

— [ع: ١٥٦ ب] **والقسم الثامن**[١٧٧] هو: أن تكون زاويتا ﺃ ، ﺀ [٩٦] حادتين، وتكون زاويتا ﺏ ، ﺡ أصغر منها. وهذا القسم يلزم فيه أن يكون المثلثان متشابهين، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهما، ويكون غير شبيه بهما.

وذلك: إنا إذا جعلنا مثلث ﺀ ﻫ و شبيهاً بمثلث ﺃ ﺏ ﺣ ، وأخرجنا خط ﺀ ﺡ [١٧٨] إلى ط ، وتممنا مثلث ﻫ ط و ، كانت[١٧٩] زاوية ﻫ ﺡ ط أعظم من زاوية ﻫ ط و . فيلـزم أن يكون لمثلث ﻫ ط و [١٧٩]، مثلث شبيه به وله الصفات التي لمثلث ﻫ ط و ، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي لهما وهو غير شبيه بهما.

فيلزم[١٨٠] أن لا يوجد لمثلثي ﺃ ﺏ ﺣ ، ﺀ ﻫ و مثلث آخر له الصفات التي لهما وهو غير شبيه بهما[١٨٠].

وذلك ما أردنا أن نُبيّن .

---

(١٧٦) ع: سقط: «وإذا لم يوجد لمثلث ﻫ ط و مثلث آخر له الصفات التي لمثلث ﻫ ط و ، وهو غير شبيه به».
(١٧٧) تتابع البرهان في الشكل (٨) السابق: والواضح أن برهاني القسمين السابع والثامن متشابهان. كما أن المؤلف يستند في برهانه إلى «القسم الرابع»، ذلك أن شروط هذا القسم تنطبق على المثلث ﻫ ط و .
(١٧٨) ح: ﺏ ﺡ .
(١٧٩) ع: سقط: «كانت زاوية ﻫ ﺡ ط أعظم من زاوية ﻫ ط و . فيلزم أن يكون لمثلث ﻫ ط و ».
(١٨٠) ح: سقط: «فيلزم أن لا يوجد لمثلثي ﺃ ﺏ ﺣ ، ﺩ ﻫ و مثلث آخر له الصفات التي لهما وهو غير شبيه بهما».

— **والقسم التاسع**(١٨١) هو: [أن تكون زاويتا ا ، ء حادتين، وَ](١٨٢) تكون زاويتا ر ، ح (١٨٣) قائمتين. فإذا أخرج ء ح ، وتمم مثلث ه ط و ، يتبينّ(١٨٤) كما تَبَينّ في القسم الخامس(١٨٥) أن المثلث ه ط و يوجد مثلث شبيه به وله الصفات التي له، ولا يوجد مثلث آخر له الصفات التي له وهو غير شبيه به.

فيلزم أن لا يوجد لمثلثي ا ب حـ ، ء ه و مثلث آخر له الصفات التي لهما وهو غير شبيه بهما.

— **والقسم العاشر**(١٨٦) هو: أن تكون زاويتا ا ، ء (٩٦) حادتين، وتكون زاويتا ر ، ح حادتين وأعظم من زاويتي ا ، ء (٩٦). فيلزم من ذلك أن تكون زاوية ه ح ط أصغر من زاوية ه ط [و](١٨٧).

فيتبين(١٨٨)، كما تبينّ في القسم السادس، أنه قد يمكن أن يوجد [ح: ١٤] لمثلث ه ط و ، مثلث شبيه به، وله الصفات التي له. ويوجد مثلث آخر له الصفات التي لمثلث ه ط و ، وهو غير شبيه به.

فيلزم من ذلك أن يكون مثلثا ا ب حـ ، ء ه و متشابهين، ويوجد مثلث آخر له الصفات التي لهذين المثلثين، وهو غير شبيه بهما.

---

(١٨١) نتابع البرهان في الشكل (٨) السابق. ويلاحظ هنا أن الكلام يشبه ما ورد في القسم الثامن. كما أن المؤلف يُحوِّل المسألة إلى القسم الخامس؛ إذ إن شروطه تنطبق على المثلث ه ط و .

(١٨٢) سقطت الكلمات «أن تكون زاويتا ا ، ء حادتين، وَ» في كل من مخطوطة عاطف وكتاب حيدر آباد. ونحن نرى أن الكلمات التي أضفناها ضرورية، فإما أن تكون قد سقطت من النساخ أو أن يكون ابن الهيثم قد سها فلم يكتبها. ونستبعد أن يكون المؤلف قد رأى أنها ليست ضرورية، ذلك أنه كتب ما يماثل هذه الكلمات في كل الأقسام الأخرى.

(١٨٣) ح: ر ح ه .

(١٨٤) ح: وتبينّ؛ ع: ونبين.

(١٨٥) ح: القسم الثالث. [وهذا خطأ].

(١٨٦) نتابع البرهان في ا لشكل (٨). ويلاحظ هنا أن الكلام يشبه ما ورد في القسمين الثامن والتاسع. كما أن المؤلف يُحوِّل المسألة إلى القسم السادس؛ إذ إن شروطه تنطبق على المثلث ه ط و .

(١٨٧) (ح، ع): ه ط . [أي ان الحرف الهندسي «و» سقط في كل من مخطوطة عاطف وكتاب حيدر آباد. فهل سقط هذا الحرف سهواً من المؤلف، أم أسقطه النساخ؟].

(١٨٨) ح: فتبين؛ ع: فنبين.

فالأقسام التي ينقسم اليها هذا الشكل هي عشرة أقسام: سبعة منها[١٨٩] يصح فيها الحكم الذي ذكره بنو موسى، وثلاثة منها لا يلزم فيها ذلك الحكم.

والأقسام التي يصح فيها الحكم، الذي ذكره بنو موسى، يلزم فيها أن تكون: نسبة قاعدة المثلث إلى قاعدة المثلث؛ كنسبة الخط الخارج الى قاعدة أحدهما، إلى الخط الخارج إلى قاعدة الآخر[١٩٠].

وذلك أن المثلثين، إذا كانا متشابهين، كانت زواياهما متساوية. فنفرض أن يكون كل واحد من المثلثين اللّذيْن ينقسم بهما أحد المثلثين الكبيرين، شبيهاً بنظيره من المثلث الآخر الكبير. فيلزم أن تكون نسبة قسمي قاعدة أحد المثلثين أحدهما إلى الآخر، كنسبة قسمي قاعدة المثلث الآخر أحدهما إلى الآخر.

فيلزم أن تكون نسبة قاعدة أحد المثلثين الكبيرين إلى الخط الخارج اليها[١٩١]، كنسبة قاعدة المثلث الآخر الكبير إلى الخط الخارج إليها[١٩١]. فيلزم أن تكون نسبة الخط الخارج إلى الخط الخارج، كنسبة القاعدة إلى القاعدة.

فإذا زيد في شروط المثلثين أن تكون نسبة الخط الخارج إلى الخط الخارج، كنسبة القاعدة إلى القاعدة؛ صارت القضية كُلّية، ولم تنتقض في واحد من الأوضاع.

وجميع ما يستعمـل في كتاب المخروطات من أقسام هذا الشكل، هو من الأقسام الصحيحة التي بَيَّناها، وليس يُسْتَعْمَل في المخروطات شيء من الأقسام المنتقضة.

فقد تبينً من جميع ما بينّاه، أن القضية التي حكم بها بنو موسى، في هذين المثلثين

---

(١٨٩) ح: سقط: منها.

(١٩٠) هذه الفقرة تعني:

$$\frac{\text{ب ح}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{أ ر}}{\text{د ع}} \quad \text{، أي :} \quad \frac{\text{القاعدة (١)}}{\text{القاعدة (٢)}} = \frac{\text{الخط الخارج إلى القاعدة (١)}}{\text{الخط الخارج إلى القاعدة (٢)}} .$$

(١٩١) (ح، ع): إليهما.

ليست قضية كلية، أعني أنها تصح في بعض أقسام هذين المثلثين، وتبطل في بعض أقسامها[١٩٢].

{ أعني أنه ليس كل مثلثين لهما الصفات التي ذكروها، يكونا أبداً متشابهين، بل يكونا في بعض أوضاعهما غير متشابهين. وقد بينا أيضاً السهو الذي عرض لهم في برهان[١٩٣] هذا الشكل. وذلك ما قصدنا بالتنبيه [إليه] في هذه المقالة.

تم القول في شكل بني موسى. والحمد لله رب العالمين }.



(١٩٢) هنا ينتهي ما ورد في كتاب حيدر آباد من المقالة، وينهيها بقوله: «تمت هذه الرسالة بعون الله ومنته». أما الفقرة التالية المحصورة بين حاصرتين { ... } فوردت في مخطوطة عاطف ولم ترد في كتاب حيدر آباد.

(١٩٣) ع: زمان: [وكما ذكرنا فالفقرة الأخيرة هذه لم ترد في كتاب حيدر آباد].

Banū Mūsā's Slip-up And Ibn Al-Haytham's Treatise On It

Banū Mūsā wrote a treatise called: "Lemmas for the Book of Conics", Ms. Aya Sofya 4832, pp 223^b – 226^b [or: Aya Sofya 4832, part II, pp 71^b – 74^b], copied in the 5th century Hijra. It contains a very interesting introduction and nine proposition that are of help to understand the Conics of Apollonius.

The introduction tells the story of translating Apollonius' conics into Arabic. The revision of Eutocius of the first four books of the conics were translated for Banū Mūsā by Hilāl Al-Himsī, and the other three books (V, VI, VII) were translated into Arabic for Banū Mūsā, in their original form, by Thābit Ibn Qurra.

Banū Mūsā made a little mistake [a slip-up] in the proof of prop.(9). It is a slip-up that can happen to any scholar, any time, any where. After all, the great Archimedes left many holes in his proofs that were filled by others later on, and in particular Ibn Al-Haytham filled many of these holes. Also, in this book, we mention that Al-Sirrī Al-Baghdādī corrected two slip-ups by Ibn Al-Haytham. Yet several Arab scholars got interested in correcting Banū Mūsā's slip-up, and one Arab scholar went as far as to say that Banū Mūsā's knowledge of geometray is very little and they cannot produce original geometrical proofs. We translate the enunciation of prop.(9).

Prop. (9): "If there are two triangles ABG, DEU. From the two points A,D, two lines AZ, DH are drawn and they meet the two lines [i.e. bases] BG, EU at two points Z,H. and if the ratio of the rectangle $GZ \times ZB$ to $(AZ)^2$ is as the ratio of the rectangle $UH \times HE$ to $(DH)^2$, and if the two angles AZB, DHE are equal, and also if the two angles BAG, EDU are equal, then the two triangles ABG, DEU are similar".

They divided the proof into two parts. One part has Z,H "outside the triangles", and the proof here is correct. The other part has Z,H "inside the trianlges", and here they slipped.

We edited both the introduction and prop.(9) of Banū Mūsā's mentioned treatise. We also edited Ibn Al-Haytham's treatise: "On Banū Mūsā's Proposition" using 'Atif 1714/16, pp 149^b – 157^a, copied 1158 H. [Sizgen writes: Atif 1714/16 (ff 152-162)], and we may mention that Hayder 'Abād's version is worthless, as it is full of *very many* linguistic and geometric mistakes.

Ibn Al-Haytham took the second case of Banū Mūsā's proof and showed the slip-up step. He then analyzed the problem mentioning that there are ten cases. He proved that in seven cases, the problem is correct all

the time, and he mentioned that these are the cases that are helpful in understanding the conics of Apollonius. He also showed that in the other three cases, the problem is not always correct, and mentioned that these three cases are not needed for the conics of Apollonius.

To summarize the ten cases, we write A = D instead of angle BAG = angle EDU, and we write Z = H instead of angle AZB = angle DHE.

Case I: A = D = Z = H = right angle. Not always true
Case II: A = D = right angle, Z = H = not right angle. Always true.
Case III: A = D = Z = H = obtuse angle. Always true.
Case IV: Z = H = obtuse angle > A = D = obtuse angle. Always true
Case V: A = D = obtuse angle, Z = H = right angle. Always true.
Case VI: Z = H = obtuse angle < A = D = obtuse angle. Not always true.
Case VII: A = D = Z = H = acute angle. Always true.
Case VIII: Z = H = acute angle < A = D = acute angle. Always true
Case IX: A = D = acute angle, Z = H = right angle. Always true
Case X: Z = H = acute angle > A = D = acute angle. Not always true

After proving that the problem is not always true for case I, he added the condition AZ/DH = BG/EU and proved that case I is now always true.

At the end of his treatise, he said that, in general, if we add the condition AZ/DH = BG/EU to the original problem, then it becomes true all the time for all ten cases. But he did not prove his last statement.

We added the mentioned condition to the original conditions of the problem and proved that the conditions become "necessary and sufficient" for the problem to be always true. Our proof is very much based on Ibn Al-Haytham's proof of case I. Consequently, his last statement is correct. We think, most probably he proved the general case, with the addition of the mentioned condition, but for some reason he did not write it and was satisfied with what he showed in the first case.

الفصل الثامن

تسميع الدائرة

بسم الله الرحمن الرحيم

رسالة ابي الجود محمد بن الليث الى الاستاذ
الفاضل ابي محمد عبد الله بن علي الحاسب في
الدلاله على طريقي الاستاذ ابي سهل القوهي
المهندس وشيخه ابي حامد الصغاني وطريقه
التي سلكها في عمل المسبع المتساوي الاضلاع
في الدايره

وصل كتاب الاستاذ مولاي ادام الله توفيقه مطويا على
الرسالتين اللتين عملهما الاستاذ المبرز ابو سهل القوهي وشيخنا
ابو حامد الصغاني ايدهما الله في استخراج وتسبيع الدايره
فحملناه من بغداد فشكرت فضله في انفاذهما الي والله
يحسن عن اودايه جزاه وانا مبين كيف توكل منهما في عمله
وطريقه التي سلكها فيه وتفردت بها في استنباطه وحال
الشكل العارض فيما عمله شيخنا ابو حامد ايده الله لغلط لعله
وقع من نقل الوراق ليقف الاستاذ ادام الله عزه من رسالتي
هذه على الطرق التي فيه ومقدار معرفه صاحب كل منها
فاقول ان كلي المهندسين المذكورين قصد الشكل الذي قدمه
ارشميدس في رسالته في عمل المسبع تعليقا من غير ان
عمله او برهن عليه في تلك الرسالة اللهم الا ان يكون قد

قد صح

الصفحة الأولى، «رسالة أبي الجود محمد بن الليث إلى الاستاذ الفاضل أبي محمد عبدالله بن علي الحاسب في الدلالة على طريقي الأستاذ أبي سهل القوهي المهندس وشيخه أبي حامد الصغاني وطريقه التي سلكها في عمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدايرة»، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص ٣٧ب. يقول السجزي (الناسخ الأول للمقالة) في العنوان: «وشيخه أبي حامد الصغاني»، كما يقول أبو الجود في المتن: «وشيخنا المهندس أبو حامد الصغاني... شيخنا أبو حامد»، وهذا يشير إلى أن أبا حامد الصغاني، كان أستاذاً لأبي الجود محمد بن الليث.

٤٦ / ب

والعلامة الثانية ان نخرج هز موازيا لـ آد العمود حتى
يكون مثل الخط الواصل من آج وذلك ايضا عسر بعيد ∴
ولم ابعث الرساله بهذا العمل للمقاله التي كنت وسمته من
قبل والله الموفق للصواب بمنه
تم والحمد لله وكتب من نسخه بخط احمد بن محمد
بن عبدالجليل السجزي ووافق الفراغ بكشك
همذان في د يب ز ثمد وصلى الله على نبيه محمد واله

الصفحة الأخيرة، «رسالة أبي الجود محمد بن الليث إلى الأستاذ الفاضل أبي محمد عبدالله بن علي الحاسب في الدلالة على طريقي الأستاذ أبي سهل القوهي المهندس وشيخه أبي حامد الصغاني وطريقه التي سلكها في عمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدايرة»، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص٤٦ب. يلاحظ أن رقم الورقة ٤٦ مكتوب بالعربية المغربية وبالعربية المشرقية القديمة. ونقرأ في الأسطر الثلاثة الأخيرة: «تم والحمد لله، وَكُتِبَ من نسخة بخط أحمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي، ووافق الفراغ بكشك همذان في د يب ز ثمد وصلى الله على نبيه محمد وآله»، أي: نسخت هذه النسخة عن نسخة بخط السجزي [وهذا يضيف إلى قيمة المقالة] في: د يب ز ثمد = الساعة الرابعة / اليوم الثاني عشر / الشهر السابع / السنة ٥٤٤هـ. وَنَسْخ السجزي [العالم القدير في علم الهندسة] لهذه المقالة يوحي وربما يؤكد احترام السجزي لعمل أبي الجود في تسبيع الدائرة بالرغم من خصامهما السابق حول هذا الموضوع.

الصفحة الأولى، «كتاب عمل المسبع في الدائرة لأبي الجود محمد بن الليث أرسله إلى أبي الحسن أحمد بن محمد بن اسحق الغادي وهو على الوجهين اللذين تفرد بهما». مخطوطة القاهرة، ٤١ رياضة م، ص١١٧ب. هنا يدافع أبو الجود عن نفسه ويقول في السطر ١٧ وما بعده: «وعلمت أن بعض المهندسين [يقصد: السجزي] نسب هذا العمل جزافاً إلى أبي سهل الكوهي... ثم عمل بعد ذلك أبو سهل الكوهي رسالة في هذا الشكل [أي: المسبع] بعد ما عملته بسنين غير قليلة...».

١١٨

الصفحة الثانية، «كتاب عمل المسبع في الدائرة لأبي الجود محمد بن الليث أرسله إلى أبي الحسن أحمد بن محمد بن اسحق الغادي وهو على الوجهين اللذين تفرد بهما». مخطوطة القاهرة، ٤١ رياضة م، ص ١١٨أ. يقول أبـو الجـود في أعلى الصفحة: «وَدَلَّت رسالته [أي: رسالة الكوهي] هذه على أني أَبْدَعْت فيما عَمِلْت وَتَفَرَّدْت بالطريق التي سلكت والجميع إليه سبقت».

كتاب احمد بن عبد الجليل السجزي في عمل المسبع وقسمة الزاوية المستقيمة
الخطين بثلثة اقسام متساوية

قال انا اتعجب ممن يتعاطى صناعة الهندسة وانه مع اقتباسه من القدما
الافاضل يظن بهم العجز والتقصير وخاصة اذا كان مبتدئا ومتعلما مع قلة
المعرفة بها بحيث يقع في وهمه انه متهاون باهون السعي اشيا يعتقد باستعلا
الماخذ قريبة عن الافهام وقد بعد ذلك عن فهم المرتاضين في هذه الصناعة المتبحرين
فيها فليت شعري باية قوة وحدس ودربة وغوص يحسن الظن في وجود كثير
من مقدمات من يقرأ بعض كتاب المدخل اعني كتاب اوقليدس في الاصول
وليس له دربة ولا رياضة ويستنقص المبرزين في هذه الصناعة وما الذي يوجب
الظن في عجز ارشميدس الفاضل مع تقدمه في الهندسة على سائر المهندسين
فانه بلغ في الهندسة غاية سماه اليونانيون المهندس وهو ارشميدس ولم يسم
احد من المتقدمين ولا من المتاخرين باسمه لفضله في صناعة الهندسة وانه كان
في غاية الاجتهاد في استخراج الاشيا النافعة وبقوته تمم الادوات والالات
الحيلية وانه بنى مقدمات المسبع وسلك طريق الصواب فيه وبقوته ادرك
المسبع وقد ادرك ابدا المعاني بقوته وبعنايته واجتهاده بالاشيا
التعاليمية هذا مع فضله وتقدمه ومرتبته في صناعة الهندسة ينسبه هذا
البائس الضال الى التقصير ويومي الى اوائل مقدماته الردية الفاسدة
البعيدة من طريق الصواب التي لا يمكن ان يوقف على عمل المسبع بها
والتمويه الذي موه على نفسه وظن انه تمويه على احد اللهم الا على من لا يحسن
شيئا من الهندسة ولا من مدخلها ثم مع هذا ينسب ارشميدس الى اشيا
يقع لمن له ادنى فهم فضلا عن المهندسين ويزعم ان المقدمة التي بها ارشميدس
اصعب من المطلب ويستقبح طريقته وينسبه الى التقليد فنعم ما فعل ارشميدس
بما حصل من البرهان على مقدمات المسبع وما سطره في كتابه لئلا ينتفع
من لا يستحقه مثل هذا المحروم وانا ايضا بعد اقتباسي من علم ارشميدس
ومن مقدمات ابلونيوس وخاصة من المحدثين من العلا بن سهل
كنت ضنينا بهذا الشكل الشريف الغريب وعلى ما نبهنا الى باهون السعي

الصفحة الأولى، «كتاب أحمد بن [محمد] بن عبدالجليل السجزي في عمل المسبع وقسمة الزاوية المستقيمة الخطين ثلثة [أي: ثلاثة] أقسام متساوية»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص٨٠ب.

السادسة من الاصول وبطريق التحليل والتركيب حتى كان السؤال مبهما فتتبع
صاحب المسئلة لانه اتى برهانه من الاولى وربما ظن انه لا يتهيا لنا عمل ذلك [illegible]
بطريقين من الاولى احدهما مثلث ابج معلوم وخط د معلوم نريد ان نخرج
في المثلث خطا موازيا للقاعدة بج يكون الخط المخرج مع قسمي ضلعي المثلث [illegible]
مساويا لخط د فلنخرج بج
على استقامتها [illegible]
ونضيف الى نقطة ا من خط اج
زاوية مساوية لنصف زاوية
اجب وهي زاوية جاه ونخرج
[illegible] زاوية مساوية لنصف زاوية زبح وهي زاوية طلبا ونجعل
بح مساويا لخط د ونخرج [illegible] اقول ان مجموع [illegible]
مساو لخط د برهان ذلك ان نخرج
ان يوازي طب فزاوية لب المساوية
لزاوية زبح ضعف زاوية بلم فزاوية بلم
مساوية لزاوية بلم فخط لم مثل خط مب
[illegible] وايضا زاوية احب ضعف زاوية جاه فزاوية حاه مساوية لزاوية ام فخط
ام مساو لخط [illegible] وكذلك كل مساو لخط [illegible]
[illegible]
[illegible]
وبرهانه على طريق اخر على سبيل التوسيع وان كان عند صاحب
المسئلة غير مقبول اذ هو يتتبع الاشكال التي لا يتهيا له معرفتها فعنده
[illegible] المعنى مذموم وفي المعنى الذي يحل امثال كتابي في المسبع
ويكتب اسمه على عنوانه وظاهر قوته في عمل المسبع اذ اخليت في صدره
كتابي في المسبع ركاكته في هذه الصناعة وهو المعروف بمحمد بن ليث الذي
[illegible] كتابي في المسبع بعد معرفته في الهندسة واضاف
[illegible] الى فوائدنا [illegible] على استقامته [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

«جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل [السجزي] عن مسائل هندسية سئل عنه أهل خراسان»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص ١١٤ب. نجد في السطرين ٢٣، ٢٤ قول السجزي: «وظاهر قوته في عمل المسبع إذ أخليت في صدر كتابي في المسبع ركاكته في هذه الصناعة [أي: الهندسة] وهو المعروف بمحمد بن [الـ] ليث».

الصفحة الأولى، «كتاب كشف تمويه أبي الجود في أمر ما قدمه من المقدمتين لعمل المسبع بزعمه لأبي عبدالله محمد بن أحمد الشني»، مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م، ص١٢٩ ب.

بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر

مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في عمل المسبع في الدائرة

إن من أعز الأشكال الهندسية التي يتحدى بها المهندسون
ويفتخرون بالبرهان عليها ويظهرون بها تفوق من وصل إليها هو عمل
المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة وقد ظفر بذلك بعض
المتقدمين وبعض المتأخرين إلا أنه ظهر فيه بعض الخلل
أما الذي عمله من المتقدمين فهو أرشميدس فإنه قدم
في استخراج ضلع المسبع إلا أنه سلم مقدمة فعلها أصلا ثم
ولم يقدم البينة وقد بينا الخلل في المقدمة التي استعملها أرشميدس
في قول مفرد في هذا القول وأما المتأخرون فالذي وقع إلينا
هو قولان أحدهما ابن فيه مقدمة أرشميدس ثم بني العمل عليها والقول
الآخر هو قول لأبي سهل ويجن بن رستم الكوهي وهو أنه
استخرج ضلع المسبع بخط قسمه بثلاثة أقسام على نسبة مفروضة
وهو الخط الذي به تتم مقدمة أرشميدس ولم يجد لأحد
من المتقدمين ولا من المتأخرين قولا مشروحا يستوعب
جميع الوجوه التي يتم بها عمل المسبع ولما كان ذلك كذلك أنعمنا
النظر في عمل المسبع وبينا جميع الوجوه التي بها يتم عمل المسبع
وعللناها بالتحليل والتركيب وهذا حين نبتدئ بالقول
في ذلك فنقول إنا نريد أن نعمل في دائرة معلومة شكلا مسبعا
متساوي الأضلاع والزوايا يحيط به الدائرة فلتكن الدائرة
هي التي عليها ا ب ج د ونريد أن نعمل فيها مسبعا متساوي الأضلاع
والزوايا يحيط به الدائرة فنعمل على طريق التحليل فنفرض أنه
ذلك قد تم وهو مسبع ا ه ب ز ج ونصل خطوط ج ه ج د
ب ز ج فيحدث في الدائرة أربع مثلثات يحيط بها الدائرة
وكل واحد من زواياها يوترها قوس أو قوس من القسي

الأول مثلث ا ب ج
الثاني مثلث ب ج
الثالث مثلث ه ج
الرابع مثلث ز ج

المتساوية

الصفحة الأولى، «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في عمل المسبع في الدائرة»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص ٢٠٠ب.

الصفحة الأولى، «رسالة في استخراج ضلع المسبع لأبي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي»، مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضة م، ص٢٢٢ ب. هناك مقدمتان لهذه الرسالة، وتبدأ الرسالة بالمقدمة الطويلة، بينما كُتِبَت المقدمة القصيرة في الهامش.

الصفحة الأولى، «كتاب عمل الدائرة المقسومة بسبعة أقسام متساوية لأرشميدس، ترجمة أبي الحسن ثابت بن قرة الحرّاني، وهو مقالة واحدة وثمانية عشر شكلاً»، مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م، ص ١٠٥ب. الجدير بالذكر أن بناء أرشميدس للمسبع يأتي في الشكلين [النظريتين] ١٧، ١٨. يقول الحاج مصطفى صدقي ـ ناسخ المقالة بل *محررها* [ذلك أنه حققها وغيّر ترتيب نظرياتها] ـ في الثلث الأول من الصفحة: «أقول... إني لما أردت أن استنسخ هذا الكتاب فما ظفرت إلا بنسخة سقيمة *مختلة* لجهل ناسخها وقصور فهمه، فبذلت جهدي بقدر استطاعتي في *تحقيق مسائلها وتركيب تحليلاتها وترتيب أشكالها* بعبارة سهلة قريبة المأخذ *وأوردت فيها بعض براهين المتأخرين* والله الموفق والمعين».

الصفحة الأخيرة، «كتاب عمل الدائرة المقسومة بسبعة أقسام متساوية لأرشميدس، ترجمة أبي الحسن ثابت بن قرة الحرّاني وهو مقالة وثمانية عشر شكلاً»، مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م، ص ١١٠أ. نقرأ في نهاية المقالة مايلي: «وقد كان الفراغ من *إصلاح وتحرير* هذه النسخة الشريفة بقلم *مصححها* الفقير إليه سبحانه وتعالى *الحاج مصطفى* صدقي بن صالح عفى الله عنه وعن جميع المسلمين في يوم الأحد السابع من جمادي الأولى لسنة ثلث [أي: ثلاث] وخمسين وماية وألف»، فالناسخ الحاج مصطفى صدقي قد أصلح وحرّر المقالة، وهذا يؤكد أن هذا الناسخ كان عارفاً بعلم الهندسة.

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب تثليث الزاوية وتسبيع الدائرة لمحمد بدر الدين بن اسعد الله [illegible]
[illegible] انه في الشكل السادس عشر من المقالة الرابعة من الاصول اشارة
الى معنى آخر اعني الحيلة بتثليث الزاوية بثلثة اقسام متساوية الذي
نقول اقليدس في هذا الشكل ضمنا بعمل ذي خمسة عشر ضلعا في الدائرة
لان الزاوية التي يوترها ضلع ذي خمسة عشر ضلعا عند المركز ثلث الزاوية
التي يوترها ضلع المخمس عند المركز لان الزاوية التي يوترها ضلع المخمس
خمس اربع زوايا قائمة والتي يوترها ضلع ذي خمسة عشر ضلعا هي ثلث
خمس اربع زوايا قائمة اعني ثلث الزاوية التي يوترها ضلع المخمس عند
المركز ولم يبرهن اقليدس على هذا برهانا في موضع من كتابه حتى سعى
كثير من مهندسي الاسلام وغيرهم الى حل هذه المسئلة لكن لم يحلها
احد منهم ببرهان هندسي بل انما حلها ارشميدس بقواعد مخروطية
منسوبة الى ابولونيوس اليوناني وبعضهم بالحيل الهندسية كبني موسى
وابن الهيثم وانا ابرهن عليه ايضا بمثل هذه الحيل الهندسية فان نريد
ان نقسم زاوية مستقيمة الخطين بثلثة اقسام متساوية فلتكن الزاوية
ا ب ج ونجعل ج مركزا وندير ببعد ج ب دائرة ب ل ه و ونضع طرف
المسطرة على نقطة ج والاخر على خط ا ب ونحركها حتى يكون الخط
الواقع بين خط ا ب وبين نقطة [illegible] تحت المسطرة من محيط
دائرة ب د ه كنقطة د مساويا للخط الواقع بين نقطة د وبين
نقطة ب فاذا وجدنا ذلك نحرك المسطرة
وصلنا ج د ز و د ب فيكون زاوية
ب د ج الخارجة من مثلث ب د ز مساوية
لمجموع زاويتي د ب ز د ز ب بشكل لب
من اولى الاصول لكن زاويتا د ب ز د ز ب
متساويتين بشكل ه من اوليها فزاوية ب د ج اعني
زاوية ج ب د ضعف زاوية ز ب د ونصف زاوية د ب ج بشكل [illegible]
من اولى الاصول فيكون كل واحدة من زاويتي د ب ح ج ب ح مساوية

لزاوية

الصفحة الأولى، «كتاب تثليث الزاوية وتسبيع الدائرة لمحمد بدر الدين بن أسعد الإسلامبولي»، مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م، ص ٦٥ب.

نصفه ومن نصفه الباقي نصفه وفعل ذلك دائماً فانه سينتهي الى مقدار اصغر من
المقدار الاصغر فالمقدار الاعظم هاهنا هو مجموع فضلات المدورات التي على المجسم
المكافي على نظايرها التي فيها وهي التي تقسمت نصفين نصفين والمقدار الاصغر هو جسم
مقدين قليدس انه اذا فصل من الاعظم اكثر من نصفه وما بقي اكثر من نصفه وفعل ذلك
دائما فانه سينتهي الى مقدار اصغر من الاصغر والبرهان على ذلك وهذا واحد واذا
كان الامر على ما وصفنا فكان الاولى ان يقول اذا كان مقداران مختلفان فصل من اعظمهما
ما ليس باقل من نصفه وما بقي ما ليس باقل من نصفه وفعل ذلك دائماً فانه سينتهي الى
مقدار اصغر من المقدار الاصغر حتى يكون البرهان عاماً والله ولي التوفيق .

تمت الرسالة والحمد لله وحده

بسم الله الرحمن الرحيم ثقتي بالله سبحانه ١٦٥

رسالة الشيخ الفاضل ابي سهل ويجن بن رستم القوهي

في نسبة ما يقع بين ثلثة خطوط من خط واحد

اما احد الاشكال الغامضة التي لم يظهر في زمان احد من الملوك وظهر في زمان
مولانا الملك السيد الاجل شاهانشاه شرف الدولة وزين الملة اطال الله بقاءه وادام
سلطانه اخراج خط مستقيم من نقطة معلومة الى ثلثة خطوط معلومة الوضع
حتى يكون نسبة احد القسمين اللذين تقع فيما بين اثنين منها الى القسم الاخر معلومة فلتكن
الخطوط الثلثة ا ب ج د ه ز فان كانت هذه الخطوط متوازية والنسبة المعلومة
كنسبة العمود الذي تقع من ه على ج د الى العمود الذي يقع بين ج د ا ب يكون المسألة
سيالة لان كل خروج من كل نقطة تكون هذه النسبة ولا تتغير بتغير الخروج وتغير
النقطة من موضع الى موضع على وجه من الوجوه وان كانت النسبة المعلومة
غير نسبة العمود الذي ذكرناه الى العمود الاخر كان من المحال ان
تقع بين هذه الخطوط الثلثة وهي متوازية خطوط على تلك النسبة
وهذا شرط هو ابين ما يحتاج الى برهان وشرح اكثر من ذلك

«رسالة الشيخ الفاضل أبي سهل ويجن بن رستم القوهي في نسبة ما يقع بين ثلاثة خطوط من خط واحد»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ١٦٥أ. الإهداء لـ «الملك السيد الأجل شاهانشاه شرف الدولة وزين الملة».

بسم الله الرحمن الرحيم

[illegible] للمولى
المرحوم محمد بن احمد الشني برد الله مضجعه . قد كان جرى في
مجلس الفقيه الجليل مولانا اطال الله بقاه وادام عزك سيدي ومولاي
ومعتمدي ذكر مسئلة طريفة في معرفة مساحة المثلث من جهة اضلاعه
واعتمدني ادام الله تاييده باستخراجها واقامة البرهان عليها فوصلت
الى ذلك بشكل قدمته لتسهيل السبيل الى البرهان على المعنى الذي
قصدته فاردت ان اوقفك ادام الله عزك سيدي ومولاي ومعتمدي
على ما كان مني في ذلك فعلقت في هذا الجزء ما حضرني في ذلك
وانفذته اليك وارجو ان يقع موقع الرضا لديك والسلام عليك
اذا اردنا مساحة كل مثلث مختلف الاضلاع من جهة اضلاعه
فانا ناخذ ضلعين من مختلفين اي ضلعين كانا ونضرب نصف
مجموعهما في مثله ونسقط مما اجتمع مربع نصف الضلع الثالث و
نحفظ ما بقي ثم نضرب نصف الفضل بين الضلعين الاولين
في مثله ونسقط المجتمع من مربع نصف الضلع الثالث فما بقي نضربه
فيما حفظناه فما كان ناخذ جذره فهو مساحة ذلك المثلث مثاله
اذا كان مثلث ا ب ج قائم الزاوية وهي زاوية ب ومختلف الاضلاع
ونصف ا ج على نقطة د ووصل د ب وعلم على خط ا د نقطة ه
كيف ما اتفقت واخرج ه ز ع موازيا لخط ب ج ووصل ه ب
فاني اقول ان نسبة السطح الذي يحيط به ب ج ز ع الى اربعة امثال
سطح مثلث ه ب د كنسبة اربعة امثال سطح مثلث ه ب د الى السطح
الذي يحيط به ا ب ه ز برهان ذلك انا نخرج بين خطي ا ب ب ج خطا
مناسبا لهما وليكن خط ط ك ونقيم عليه عمود مثل ط ك على زاوية
قائمة ونصل ط ل ونخرج عمود ك م فبين انه يقسم خط ط ل بنصفين
ونخرج بين خطي ه ز ز ع خطا مناسبا لهما وليكن خط ه س
موازيا لط ك ونخرج س ع موازيا لك ل فمن البين ان مثلث ك م ل
يشبه مثلث ه س ع فنسبة ك ل الى ه ع كنسبة ك م الى س ع

الصفحة الأولى، «كتاب مساحة كل مثلث مختلف الأضلاع من جهة أضلاعه للمولى المرحوم محمد بن أحمد الشني»، مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م، ص ١٤٨ب. يلاحظ في بداية المقالة قول الشني: «قد كان جرى في مجلس الفقيه *الجليل* مولانا أطال الله بقاه وأدام عزك سيدي ومولاي ومعتمدي. . . واعتمدني أدام الله تأييده. . . فأردت أن أوقفك أدام الله عزك سيدي ومولاي ومعتمدي. . .». نحن نرى أن الشني يشير هنا إلى الملك *الجليل* عضد الدولة.

تسبيع الدائرة

لابن الهيثم مقالة موسومة : «مقالة في عمل المسبع» نرمز لها بالرمز [هـ : ٢] (هيثم : ٢)، نجـدهـا في مخطوطـة وحيدة نُسخت سنـة ١١٥٨هـ، هي : مخطوطـة عاطف ١٩/١٧١٤، ص : ٢٠٠ ب ـ ٢١٠أ. أرقام الصفحات المذكورة هنا، مكتوبة بالأرقام العـربية المغـربية (أي: لاتينية تركية)، وثمـة أرقـام أخـرى عربية مشرقية مكتـوبة على المخطوطة، هي: ص : ٢٠٤ ب ـ ٢١٤ أ. وسبب الاختلاف وجود صفحات فارغة مرقمة بالعـربية المشرقية، ليست مرقمة بالعربية المغربية. ويكتب فؤاد سزكين ([١٢]: م ٥: ٣٦٧): عاطـف ١٩/١٧١٤، أوراق: ٢٠٤ ـ ٢١٦، ١١٥٨ هـ ، س . كراوس س. /٤٧٨. [الورقتان ٢١٥، ٢١٦ فارغتان].

لقـد حقق رشـدي راشـد المخـطوطة المذكورة (عاطف ١٩/١٧١٤) [٦٣] سنة ١٩٧٩. وبعد الموازنة بين تحقيقه وصورة للمخطوطة بحوزتنا، لاحظنا بعض الأخطاء في التحقيق، وعموماً فالتحقيق مقبول. وفي نفس العمل [٦٣] حقق رشدي راشد مقالة ابن الهيثم [هـ : ١] = «قول في استخراج مقدمة ضلع المسبع».

ونشر عادل أنبوبا [٦٩]، سنة ١٩٧٧، مقالة عامة تخص ملابسات قضية تسبيع الدائرة، ذكر فيها: أبو الجود محمد بن الليث[١]، وأبو سعيد أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي[٢]، وأبو سهل ويجن بن رستم القوهي[٣]، وأبو حامد أحمد بن محمد بن الحسين

١. أبو الجود محمد بن الليث: لا ذكر له في كتب ابن النديم والقفطي وابن أبي أصيبعة المعروفة. ومع أن صارتون يقول إنه عاصر البيروني، ولكننا نعلم أنه كتب إحدى مقالاته بخصوص المسبع سنة ٣٥٨هـ (أي: بدأ التأليف قبل سنة ٣٥٨هـ)، بينما ولد البيروني سنة ٣٦٢هـ. ذكره سزكين ([١٢]: م٥: ٣٥٣ ـ ٣٥٥).

٢. أبو سعيد أحمد بن عبد الجليل السجزي: لا ذكر له في كتب ابن النديم والقفطي وابن أبي أصيبعة المعروفة. ذكره سزكين ([١٢]: م٥: ٣٢٩ ـ ٣٣٤). قمنا بدراسة وتحقيق مقالته «كتاب مساحة الأكر بالأكر» أوردنا فيها ترجمة له، راجع: علي اسحق عبد اللطيف [١٦].

٣. أبـو سهـل ويجن بن رستم القوهي (الكوهي): له ترجمة في كتب ابن النديم والقفطي المعروفة. كما ذكره: صارتون ([٩]: م١ ـ ٦٦٥)، وسزكين ([١٢]: م٥: ٣١٤ ـ ٣٢١). ونرجح أنه ولد وألّف أعمالا قيّمة قبل أبي الجود، والسجزي، وابن سهل، والشني، ذلك لوجود ترجمة له في الفهرست لابن النديم، ولأن أبا الجود والشني قالا إنه شيخ عصره في الهندسة.

الصغاني[٤]، وأبو سعد العلاء بن سهل[٥]، وأبو عبدالله محمد بن أحمد الشني[٦]، وينتمي جميعهم الى النصف الثاني من القرن الرابع للهجرة. هذا ولم يحقق أنبوباً أية مخطوطة في مقالته هذه.

كما نشر يان بيتر هوخنـدايك [٧٠] سنة ١٩٨٤ مقالة طويلة بالإنجليزية تخص ملابسات المسبع، حقق فيها وترجم إلى الإنجليزية عمل أرشميدس والسجزي، وذكر فيها أعمال العلماء الستة المذكورة أسماؤهم في الفقرة السابقة، وأضاف ذكر أعمال ابن الهيثم، وَكمال الدين موسى بن يونس، وَنصر بن عبدالله العزيزي.

بحوزتنا مخطوطات عديدة لبعض العلماء المذكورة أسماؤهم، تخص مسألة تسبيع الدائرة. وبدأنا دراسة حول الموضوع، استغرقت ستة أشهر، توقفنا عندها، لأننا شعرنا أن الموضوع شيّق، ويستحق أن يكون كتاباً طويلاً، ونحتاج إلى مخطوطات أخرى لاستكمال الموضوع. ونكتب هنا موجزاً لهذه القضية الشّيقة:

ثمة دائرة قطرها ٤٠ سم مقسومة إلى سبعة أقسام متساوية، محفورة قرب مدخل بروبيليا في أبيداوروس باليونان (Propylea in Epidauros, Greece). وهـذا يشير إلى اهتمام الإغريق بمسألة تسبيع الدائرة، ونجاحهم في ذلك بطرق (طريقة) **عملية لا نظرية**، فمن المعروف أن الإغريق لم يفلحوا في تسبيع الدائرة نظرياً. وأشار هيرون (ق ١ م) في كتابه «الميتريكا» - الذي حققه وترجمه إلى الإنجليزية إيفريت بروينز (E. Bruins) ([٣٠]: ج٣: ٢٣٠) - إلى أن ضلع المسبع المنتظم ($ض_٧$) يساوي، على وجه التقريب، نصف ضلع المثلث المتساوي الأضلاع ($\frac{١}{٢}$ $ض_٣$) المحاط بنفس الدائرة. ولقد أثبت[٧] أبو الجود،

---

٤. أبو حامد أحمد بن محمد بن الحسين الصغاني (الصاغاني): له ترجمة في إخبار العلماء لابن القفطي. ذكره سزكين ([١٢]: م٥: ٣١١). ونرجح أنه ولد قبل أبي الجود، والسجزي، وابن سهل، والشني. وتوحي المخطوطات أنه كان استاذاً لأبي الجود.

٥. أبو سعد العلاء بن سهل: مع أننا نعلم الأن أنه كان عالماً قديراً في الهندسة، لكننا لا نجد ذكراً له في كتب ابن النديم والقفطي وابن أبي أصيبعة. ذكره سزكين ([١٢]: م٥: ٣٤٢).

٦. أبـو عبدالله محمد بن أحمد الشني: لا ذكر له في كتب ابن النديم والقفطي وابن أبي أصيبعة. ذكره سزكين ([١٢]: م٥: ٣٥٢). وقدمنا ترجمة موجزة له في بحثنا: «معادلة هيرون عبر العصور» [٢٢]، كما قدمنا ترجمة مطولة له في بحثنا: «مساحة المثلث بدلالة أضلاعه عند الشني» الذي قدمناه في المؤتمر السنوي الثالث عشر حول تاريخ العلوم العربية (سنة ١٩٨٩)، معهد التراث العلمي العربي، جامعة حلب.

٧. كان أبو الجود، عندما ولد البيروني، عالما له وزنه في الهندسة. وطلب البيروني من أبي الجود الإجابة على أربعة أسئلة. والسؤال الثاني هو: **«ما البرهان على استحالة قول القائل إن وتر سبع كل دائرة مساو لنصف وتر ثلثها؟»**. ويبدو أن البيروني كان عنده احترام وتقدير لأعمال أبي الجود.

إجابة على سؤال للبيروني، أن (ض٧) لا يساوي (١/٢ ض٣) . وللعلم فإن نسبة الخطأ بين القيمتين هي في حدود ٢,٠٪ فقط. ونجد جواب أبي الجود في مقالة موسومة: «**جواب الشيخ الفاضل أبي الجود محمد بن الليث، أيده الله، عما سأله عنه الأخ الفاضل أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني**»، مخطوطة لايدن، شرقيات ١٦٨/٤، ص: ٤٥أ ـ ٥٤أ.

شجع الأمراء (الملوك) البويهيون، وبالذات عضد الدولة (عهده: ٣٣٨/٩٤٩ ـ ٣٧٢/٩٨٢): العلم والعلماء، وطالبوا علماء الهندسة بالعمل المؤلف الأصيل ووضع حلول للمسائل الصعبة التي استعصت على القدماء، وأهدى علماء الهندسة كثيراً من رسائلهم الى البويهيين، منها رسائل في تسبيع الدائرة، وتثليث الزاوية، وعمل مخمس داخل مربع، ومساحة المثلث بدلالة أضلاعه، وغيرها. فتكريماً للبويهيين ـ الذين شجعوا العلم ـ نقتبس الفقرات التالية:

— نأخذ مخطوطة مكتبة باريس الوطنية، رقم ٤٨٢١، ص: ٢٩ ب ـ ٣٣ ب، نُسخت سنة ٥٤٤هـ. (Paris Bibliothèque Nationale, Fonds Arabe 4821, $29^{b} - 33^{b}$) حيث نجد: «*بسم الله الرحمن الرحيم. رسالة أبي سهل ويجن بن رستم القوهي في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم. بعد فراغنا من عمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة، نبدأ باستخراج شكل أحسن وأبعد وأغمض وأصعب استخراجاً من عمل المسبع*[8] *تقرباً الى الملك شرف الدولة*[9]. *وهو عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم. واتفق بدولته وإقباله لعبده ويجن بن رستم، وذلك بحسن نظره وجميل رأيه لكافّة الناظرين في هذا العلم، وأرجو أن يقع موقعاً بحسب مقداره وبعده. نريد أن نعمل في مربع ا ب حـ د مخمساً متساوي الأضلاع وليس بمتساوي الزوايا، وتكون الزوايا الخمس على أضلاع المربع كما في الصورة. فعلى التحليل ننزل...*». ويلاحظ أن المخمس هنا غير منتظم. ويستعمل القوهي طريق التحليل والتركيب والقطوع المخروطية والأصول الهندسية، أي: يستعمل الهندسة الثابتة لحل هذه المسألة الصعبة. وللعلم، بحوزتنا أربع مخطوطات أخرى لهذه الرسالة، هي: أيا صوفيا ٤٨٣٠، وأيا صوفيا ٤٨٣٢، وظاهرية

---

٨. أما كون المخمس احسن، وعمله «أصعب استخراجاً من عمل المسبع» فهي وجهة نظر.

٩. شرف الدولة (ت: ٣٧٩هـ):ابن عضد الدولة. لُقِّب «زين الملة» سنة ٣٧٦هـ وحَكم بغداد.

٥٦٤٨، والقاهرة ٤٠ رياضة م، تبدأ بالكلمات: «*نريد أن نعمل في مربع ا ب ح د مخمساً* . . .» ولا ترد فيها المقدمة «الإهداء» المذكورة هنا الواردة في مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١.

— ونأخذ مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠ :

(١) ص ١٦٥أ: «*بسم الله الرحمن الرحيم. ثقتي بالله سبحانه. رسالة الشيخ الفاضل أبي سهل ويجن بن رستم القوهي في نسبة ما يقع بين ثلاثة خطوط من خط واحد. أما أحد الأشكال* الغامضة التي لم تظهر في زمان أحد *من الملوك، وظهر في زمان مولانا الملك السيد الأجل*[١٠] *شاهانشاه [كذا] شرف* الدولة[١١] *وزين الملة، أطال الله بقاه، وأدام سلطانه، إخراج خط مستقيم من نقطة معلومة إلى ثلاثة خطوط معلومة الوضع حتى تكون نسبة أحد القسمين اللّذيْن يقع فيما بين اثنين منها إلى القسم الآخر معلومة*».

(٢) ص ١٨٢ أ : «*بسم الله الرحمن الرحيم. استعنت بالله سبحانه. رسالة أبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في قسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية*. قد كان جرى بحضرة سيدنا الأستاذ الجليل[١٢]، *أطال الله بقاه، وأدام تأييده ونعمته وقدرته* ودولته، *ذكر ما عمله القدماء من قسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية. وأَمَرَ أدام الله تأييده ـ بذكر رأينا فيه*، فامتثلت مرسومه *أعلى الله أمره، في إثبات ما اتفق استخراجه*، بيمن دولته، وسعادة جده، *واقبال أيامه*، وأرجو أن يقع بحيث يرتضيه. *والله المسهل والموفق له. وهذا ذكر رأينا في قسمة الزاوية* . . .».

— ونأخذ مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/٢٣، ص ١٤٨ ب، نسخها مصطفى صدقي سنة ١١٥٣هـ: «*بسم الله الرحمن الرحيم، كتاب مساحة كل مثلث مختلف الأضلاع من جهة أضلاعه، للمولى المرحوم محمد بن أحمد الشني، برد الله*

---

١٠. بعد الاطلاع على العديد من المخطوطات وتحليلنا لكلماتها، توصلنا إلى ما يلي: كان علماء الهندسة يلقبون الملك عضد الدولة «الجليل» وابنه شرف الدولة «الأجل».

١١. لا بد من وجود علاقة بين كلمة «دولته» التي يستعملها القوهي ـ وكلمة «الدولة» المستعملة في ألقاب البويهيين. ونعلم: «ركن الدولة» هو والد «عضد الدولة» وَجَدّ «شرف الدولة». كما أن «عماد الدولة» هو شقيق «ركن الدولة»، وَ «صمصام الدولة» شقيق «شرف الدولة».

مضجعه. *قال:* قد كان جرى - في مجلس الفقيه الجليل[١٢] مولانا، *أطال الله بقاه، وأدام عزّه، سيدي ومولاي ومعتمدي، ذكر مسألة ظريفة في معرفة مساحة المثلث من جهة أضلاعه.* واعتمدني - *أدام الله تأييده* - لاستخراجها، *وإقامة البرهان عليها*، فوصلت إلى *ذلك بشكل قدّمته لتسهيل السبل إلى البرهان على المعنى الذي قصدته.* فأردت أن أوقفك *- أدام الله عزك، سيدي ومولاي ومعتمدي - على ما كان مني في ذلك*، فعلقت في هذا الجزء *ما حضرني في ذلك، وأنفذته إليك، وأرجو أن يقع موقع الرّضاء لديك، والسّلام عليك - إذا أردنا مساحة كل مثلث* . . . .».

— ونأخذ مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص : ٢٣ ب - ٢٩ أ، وهي [ص] = **«رسالة أحمد بن محمد بن الحسين الصغاني إلى الملك الجليل عضد الدولة بن أبي علي ركن الدولة»**. يقول الصغاني في مقدمة الرسالة: «**وقد كان استخراج وتر السبع معتاصاً** *على المهندسين، فإن أرشميدس* **وضع مقدمة إذا حصلت هي يحصل** *بحصولها وتر المسبع*. **وعلى هذا السبيل جرت هذه المسألة إلى زماننا هذا**، *فَتَأتّى استخراج هذه المسألة لأحمد بن محمد ابن الحسين الصغاني* **بالهندسة الثابتة**، *وتمت له* **بدولة** *الملك* **الجليل** *المنصور* **عضد الدولة**، *أطال الله بقاه*، **وسعادة جده** *وأيامه . . . وقد كنت أنفذت هذه المسألة وقت مقامي بالري إلى خزانته* **المعمورة بسعادة جده** *ويمن طائره*. والآن *فقد عبرتها صورة أخرى بيّنت كيفية رجوع المسألة إلى* **المقدمة**، *ثم رددتها إلى التركيب*». ويلاحظ، فإن «رجوع المسألة إلى المقدمة» تعني إرجاع المسألة إلى مقدمة (نظرية، مسألة) أرشميدس غير المبرهنة، والتي بنى عليها برهانه في إيجاد ضلع المسبع (أي: التي «*إذا* **حصلت هي**، *يحصل بحصولها وتر المسبع*») وكذلك، يُلاحظ أن «وعلى هذا السبيل جرت هذه المسألة إلى زماننا هذا» تعني أن مسألة المسبع بقيت دون حل إلى النصف الثاني من القرن الرابع الهجري.

ونرغب الآن أن نحقق مقدمة مقالة القوهي (الأولى) في تسبيع الدائرة، ونرمز لها بالرمز [ق: ١].

١٢. نعتقد أن «*سيدنا الاستاذ الجليل*» في هذه الفقرة وَ «*الفقيه الجليل مولانا*» في الفقرة التالية، هو الملك الجليل عضد الدولة. فالكلمات: دولته، أمَرَ. . . بذكر رأينا فيه، سعادة جده، معتمدي، واعتمدني. . . لاستخراجها، كلها تشير إلى ملك. كما أن تشابه كلمات الفقرتين يوحي أنهما تشيران إلى نفس الملك. كما نرجو الانتباه إلى «سعادة جده» في فقرة الصغاني التالية.

[ق : ١] : «**رسالة في استخراج ضلع المسبع لأبي سهل ويجن بن رستم القوهي**»، واعتمدنا في تحقيق مقدمة هذه الرسالة المخطوطات الثلاث التالية:

(١) أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص : ١٤٥ ب ـ ١٤٧ ب، نسخت في القرن الخامس الهجري.

(٢) القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م/٢٦، ص: ٢٢٢ ب ـ ٢٢٥أ، نسخت سنة ١١٥٩هـ . نسخها الحاج مصطفى صدقي (العارف بالهندسة).

(٣) ظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص : ٢١٥ ب ـ ٢١٩ ب، نسخت ١٣٠٥ هـ ، ونرجح أنها نسخت عن مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضة م/٢٦ المذكورة في (٢) هنا.

والجدير بالذكر أن كلا من المخطوطتين (١) و (٢) تشتمل على مقدمتين، إحداهما طويلة والأخرى قصيرة. ففي صفحة ١٤٦ أ من المخطوطة الأقدم أيا صوفيا ٤٨٣٢، نجد الرسالة تبدأ في أعلى الصفحة ـ بشكل عادي ـ بالمقدمة القصيرة المختصرة!؟) ثم نجد شطباً للمقدمة بعلامة ضرب (أي، بعلامة: ×)، وتبدأ بعدها الرسالة الهندسية؛ فهي صفحة عادية عدا شطب المقدمة في أعلى الصفحة. ونجد في الصفحة المقابلة ١٤٥ ب نص المقدمة الطويلة، مكتوبة في جزء من الصفحة، مع فراغ تام لبقية الصفحة، وهذا الأمر غير عادي، إذ إن جُل صفحات المخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢ كاملة، فإذا انتهى الناسخ من مقالة ما في مكان ما من الصفحة، فإنه يبدأ مقالة أخرى مباشرة في نفس الصفحة، وهذا يوحي أن المقدمة القصيرة هي المقدمة الأصلية، وأن المقدمة الطويلة أضيفت لاحقاً وليست المقدمة الأصلية. أما في مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضة م/٢٦، فإن المقدمة القصيرة مكتوبة في الهامش، كما تبدأ الرسالة بالمقدمة الطويلة. ويبدو أن ناسخ المخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ قد آثر أن لا ينسخ المقدمة القصيرة. ونحقق الآن المقدمة القصيرة:



«بسم الله الرحمن الرحيم العزة لله[١٣]

رسالة أبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في استخراج ضلع المسبع[١٣]

قد أظهر الله وله الحمد ـ في عصر مولانا الملك عضد الدولة ـ من فنون العلم والأدب وضروب البحث والطلب، ما لم يزل مستبهماً لا ينفتح، ومستعجماً لا ينشرح، وأبياً لا يدل ولا يصحب، وبعيداً لا يدنو ولا يقرب. كما ظهر ـ ببركة دولته ـ كثير من علم دقيق الأشكال الهندسية، فمنها ضلع المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة، وقد جاهده المذكورون من أفاضل المهندسين، سيما أرشميدس، ولم يحظ واحد منهم بطائل. وتداوله نظر عبده، فوجده وهو متقرب إليه بتسهيل السبيل إليه وإيراد الدليل عليه. تم الصدر[١٤]».

ونحقق الآن المقدمة الطويلة، ونرمز: ص = أيا صوفيا ٤٨٣٢، ق = القاهرة ٤٠ رياضة م، ظ = الظاهرية ٥٦٤٨:

«بسم الله الرحمن الرحيم وما توفيقي إلّا بالله[١٥]

رسالة أبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في استخراج ضلع المسبع[١٦]

قال: قد أظهر الله وله الحمد ـ في عصر مولانا الملك الجليل المؤيد المنصور عضد الدولة أطال الله بقاه، وأدام تأييده وعلوه وتمكينه وقدرته وسلطانه ـ من فنون العلم والأدب، وضروب البحث والطلب، ما لم يزل مستبهماً لا ينفتح، ومستعجماً لا ينشرح، وأبياً لا يدل ولا يصحب، وبعيداً لا يدنو ولا يقرب. كما ظهر ـ ببركة دولته ويمن نقيبته ـ كثير من دقيق الأشكال الهندسية، بعد تعذّرها على المبرّزين وتعسّرها على المتقدّمين منهم، فانثنوا عن حلّها خائبين، وولّوا عن فكّها هاربين، قد تعرّوا فيها من حولهم وقوتهم، ويقادوا لديها من بأسهم ونجدتهم، هذا مع استفراغهم لجهدهم في استخراجها، واستنفاذهم لوسعهم في استنباطها، ثقة منهم بما وعدتهم به أمانتهم، من بقاء علم الهندسة على وجه الدهر، ونمائه

---

١٣. لم ترد كلمات هذا السطر في هامش مخطوطة القاهرة، ولكننا نجد فيها: «*ورد في بعض النسخ صدر الكتاب هكذا*»

١٤. وردت نهاية المقدمة القصيرة في مخطوطة القاهرة هكذا: «*تم نسخ الصدر*».

١٥. لم ترد الكلمات «*وما توفيقي إلّا بالله*» في مخطوطتي (ق، ظ)، وهذا الأمر ليس سقطاً، بل يعود إلى الناسخ.

١٦. كتبنا عنوان الرسالة كما ورد في المخطوطة (ص)، ذلك لأنها الأقدم (ق: ٥ هـ). وقد ورد العنوان في مخطوطتي (ق، ظ) هكذا: «**رسالة في استخراج ضلع المسبع لأبي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي، رحمهم الله تعالى**».

مع نفاذ العمر، وابقائه ذكراً جميلًا لا يبلى وذخراً جزيلًا لا يفنى. ومن حسن عائدته على العلوم التعليمية خاصة: كالعدد، والألحان، والنجوم، والأوزان، وما جاراها وناسبها وسايرها وقاربها؛ بل على العلوم النظرية عامة، إذ كان مثالًا لا يحتذى في الحق.

وأما ما يقتفى في الصدق، فإن أصله مستقر، وقياسه مطرد مستمر، لا يلحقه طعن، ولا يناله وهن، ولا يعترض عليه فسح ولا نقض، ولا يبدله إلحاد ولا رفض؛ فهو منقطع القرين صحة، وعديم النظر عزة.

وأسهل هذه المطالب علم ضلع المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة. وقد جاهده قرايح المذكورين من أفاضل المهندسين، سيّما أرشميدس، ولم يحظ واحد منهم بطائل منه، وتداوله نظر عبد مولانا الملك الجليل المؤيد المنصور عضد الدولة ـ أطال الله بقاه، وأدام سلطانه، وأيد نصره ـ فوجده وهو متقرب إليه بتسهيل السبيل إليه وإيراد الدليل عليه، وراح حسن موقفه منه إن شاء الله[17]، وهو حسبي ونعم المعين[18]، تم الصدر والحمد لله[19].»

بعد الاطلاع على كثير من أعمال القوهي المخطوطة، التي بحوزتنا، وكذلك أعماله المطبوعة، فإننا نستنتج أنه لم يكن من عادة القوهي أن يكتب مقدمات طويلة، أو أن يقول كلاماً لاذعاً بحق المبرزين القدماء. فمثلا، إننا نستبعد أن يقول عن المبرزين المتقدمين إنهم «*انثنوا عن حلها خائبين وولّوا عن فكها هاربين*...». كما نستبعد أن يقول القوهي «*وأسهل هذه المطالب علم ضلع المسبع*....» فالقوهي أدرى من غيره باستعصاء هذه المسألة الصعبة على أرشميدس ـ عبقري العالم القديم ـ وعلى فطاحل علماء الهندسة العرب المتقدمين، أمثال: ثابت بن قرة الذي ترجم عمل أرشميدس بخصوص المسبع. أما قول القوهي: إن مسألة المخمس «*أصعب استخراجاً من عمل المسبع*» فهي وجهة نظر، إذ إن مسألة المخمس صعبة جداً أيضاً. فإذا أضفنا إلى هذه الأمور، الطريقة التي وردت فيها المقدمة الطويلة في المخطوطة (ص) الأقدم، فإننا نرجح أن المقدمة القصيرة هي كلام القوهي الأصلي، وأن المقدمة الطويلة هي تفخيم قام بعمله ـ لسبب ما ـ أحد الفصحاء.

كان الرأي السائد عند العرب أن أرشميدس عبقري، ويذهب البحث فيما لم يستطع عمله أرشميدس هدراً. فمثلاً: بعد انتهاء معركة المسبع بفترة من الزمن، وضع القوهي

١٧. ق، ظـ: إن شاء الله تعالى ١٨. ق، ظـ: ونعم الوكيل

١٩. ق، ظـ: لا يوجد: «تم الصدر والحمد لله»، ولا يعتبر هذا الأمر سقطاً، فهذه الكلمات ـ في الغالب ـ صادرة عن الناسخ وليس المؤلف.

حلاً آخر لمسألة المسبع، أهداه إلى شرف الدولة، قال[20] فيه: «**أما أصحاب التعاليم**[21] **فكلهم قائلون بفضل أرشميدس، ومقدموه على غيرهم من قدمائهم،** *لما رأوه من استنباطاته للأشياء الحسنة البعيدة، والأشكال المستعصية الغامضة من العلوم البرهانية النفيسة. وذلك ظاهر من كتبه الموجودة، مثل: كتاب مراكز الأثقال، وكتاب الكرة والاسطوانة، وغيرهما من الكتب التي كل واحد منها في الغاية التي ليس وراءها نهاية.* **ولذلك ظنوا أن ما صعب عليه استخراجه ولم يكمل < له > إتمامه أنه لا سبيل لأحد عليه، ولا طريق لغيره إليه،** *كما ظنّوا بعمل ضلع المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة، لما ظهر من كتابه الذي عمله في ذلك، وهو كتاب لطيف، إنه لم يتمم قصده ولا أكمل غرضه في استخراجه من طريق واحدة، فكيف من طرق كثيرة كما تمم الله لعبد مولانا أبي الفوارس ابن عضد الدولة وخادمه ويجن بن رستم*».

إن عمل أرشميدس بخصوص المسبع مفقود باليونانية، كما أن ترجمة ثابت بن قرة لهذا العمل مفقودةأيضاً. والذي وصلنا هو تحرير الحاج مصطفى صدقي ـ الناسخ العارف بالهندسة ـ لترجمة ثابت المذكورة.

بحوزتنا صورة للمخطوطة اليتيمة التي وصلتنا لتحرير مصطفى صدقي ـ المذكور ـ الذي نجده في مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/١٥، ص: ١٠٥ ب ـ ١١٠أ، نسخت سنة ١١٥٣هـ. وقد جاء في نهاية المخطوطة ما يلي: «*وقد كان الفراغ من إصلاح وتحرير هذه النسخة الشريفة بقلم مصححها الفقير إليه سبحانه وتعالى الحاج مصطفى صدقي بن صالح ـ عفى الله عنه وعن جميع المسلمين ـ في يوم الأحد السابع من جمادي الأولى لسنة ثلاث وخمسين ومـاية وألف*». أما بداية المخطوطة فهو: «*بسم الله الرحمن الرحيم. كتاب عمل الدائرة المقسومة بسبعة أقسام متساوية لأرشميدس.* ***ترجمة أبي الحسن ثابت بن قرّه الحرّاني.*** *وهو مقالة واحدة، وثمانية عشر شكلاً. أقول، بعد حمد الله والصلوة على نبيه ومجتباه وعلى آله وأصحابه وأحباه: إني لما أردت أن استنسخ هذا الكتاب،* ***فما ظفرت إلّا بنسخة سقيمة مختلة، لجهل ناسخها وقصور فهمه. فبذلت جهدي بقدر***

---

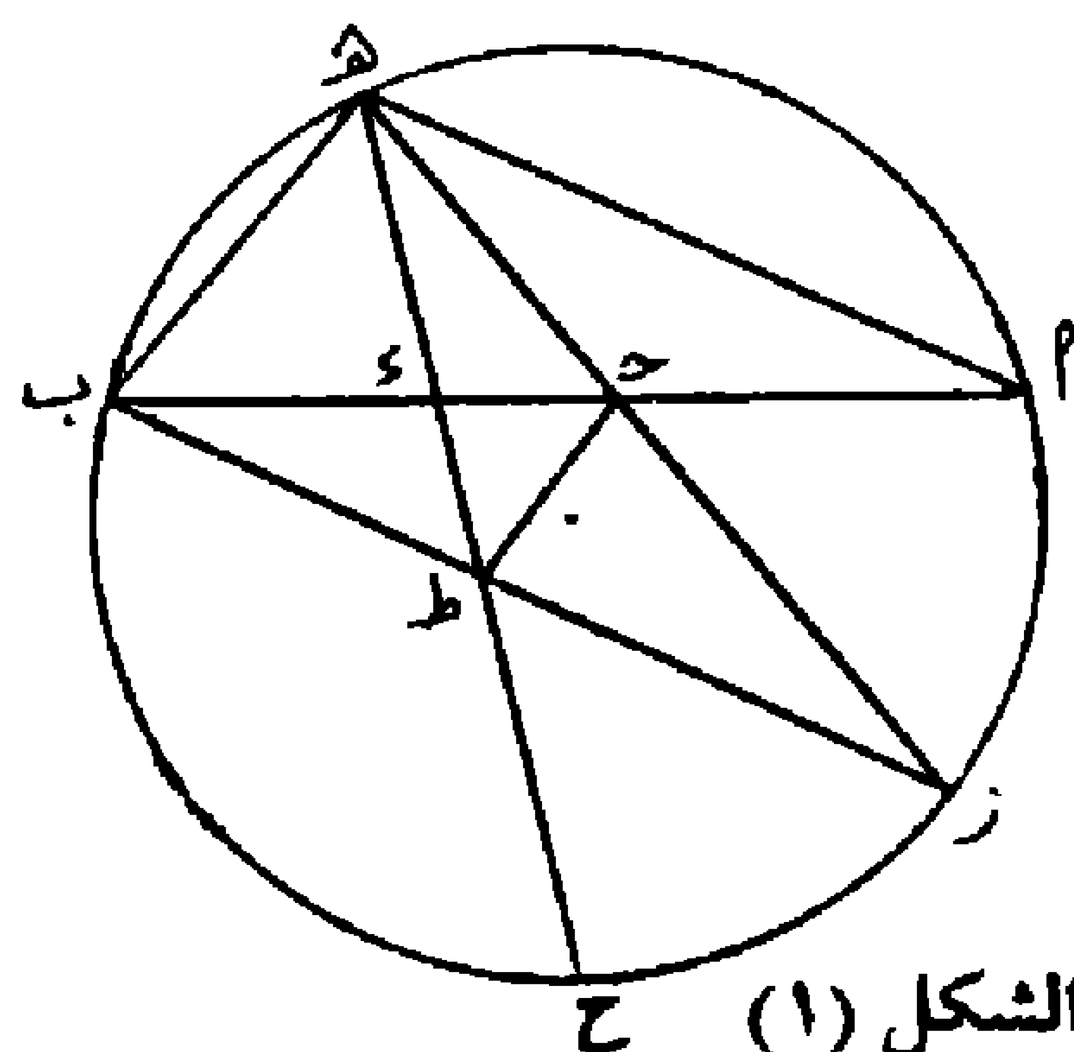
٢٠. نتكلم هنا عن مقالة القوهي الثانية حول المسبع، وهي: «رسالة في عمل ضلع المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة»، ونرمز لها [ق:٢]، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص: ١ب ـ ٨أ.

٢١. أصحاب التعاليم = علماء العلوم والرياضيات، والمقصود هنا: علماء الهندسة.

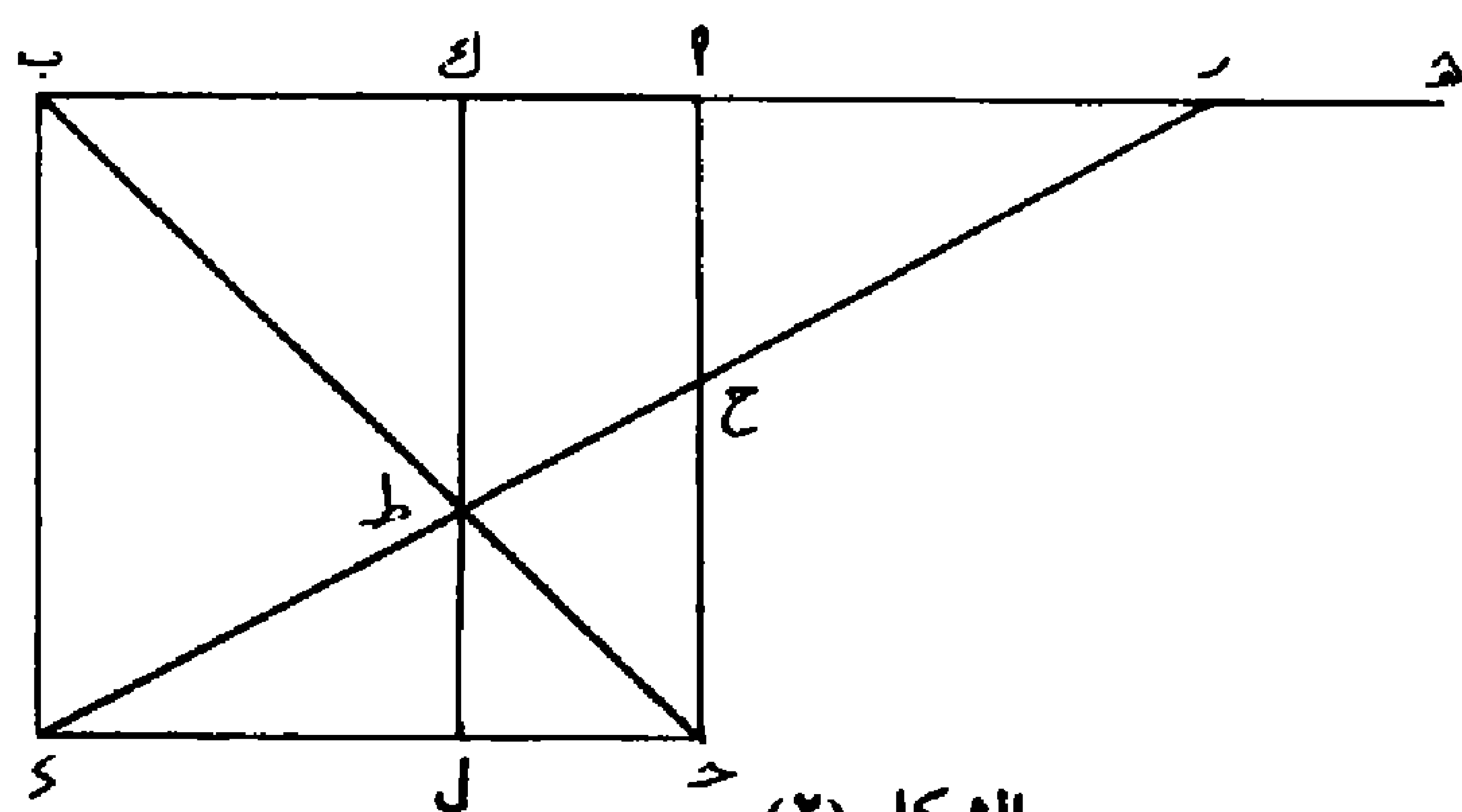
استطاعتي في تحقيق مسائلها، وتركيب تحليلاتها، وترتيب أشكالها[٢٢]، *بعبارة سهلة قريبة المأخذ. وأوردت فيها بعض براهين المتأخرين*[٢٣]، *والله الموفق والمعين. الأشكال: نخط ا ب .....».*

ويأتي عمل أرشميدس بخصوص المسبع في النظريتين (الشكلين) الأخيرتين (١٧ وَ ١٨) من المقالة المذكورة. ويأتي تركيب مقدمة المسبع في النظرية السابعة عشرة، أما تركيب المسبع فيأتي في النظرية الثامنة عشرة. ويلاحظ أننا لا نجد تحليلاً أو تحديداً لهذا العمل، بل نجد تركيباً[٢٤] فقط. أما موجز تصورنا لما قام بعمله أرشميدس فهو ما يلي:

قام أرشميدس برسم دائرة تحيط بمثلث ا ب هـ، زاوية ا = $\frac{١}{٧}$ (١٨٠°)، زاوية ب = $\frac{٢}{٧}$ (١٨٠°)، زاوية هـ = $\frac{٤}{٧}$ (١٨٠°). ثم قسم الزاوية هـ إلى قسمين بالخط هـ ع بأصول أقليدِس الهندسية. ثم قسم كل من قسمي هـ إلى قسمين، أيضاً، بالأصول الهندسية، ورسم هـ ز منصفاً للزاوية ا هـ ع. وكان واضحاً له أن بإمكانه قسمة الزاوية ا ب هـ إلى قسمين. وهذا يعني أنه قسم الدائرة إلى سبعة أقسام متساوية. ولاحظ أن هـ ز، هـ ع يقطعان ا ب على النقطتين حـ، ء. ولا بد وأنه عمل بعض الأعمال الأخرى، كأن وصل ز ب مثلاً، وحَلّل المسألة، واتضح له ـ أثناء التحليل ـ أنه يحتاج ليضع برهاناً صائباً (أي: لتركيب المسألة)، أن يقسم ا ب بالنقطتين حـ، ء إلى ثلاثة



الشكل (١)



الشكل (٢)

٢٢. كتب مصطفى صدقي نوعين من الأرقام في الهامش، مما يوحي أن أحدهما الترتيب الأصلي للمقالة والآخر ترتيبه الجديد لنظريات المقالة.

٢٣. أورد مصطفى صدقي بعض البراهين الهندسية لأبي علي الحبوبي (ق: ٤هـ/١٠م) وأبي عبدالله الشني المذكور آنفاً.

٢٤. عموماً، بالامكان الاستغناء عن التحليل والتحديد، والاكتفاء بالتركيب. فإننا ـ عادة ـ نحلّل المسألة (نتصيد الحل) ونحدد شروط حلها على ورقة مسودة، ثم نركبها (أي: نعمل العمل والبرهان) في البحث الرسمي.

أقسام شريطة أن يكون :

ا د × حـ د = (د ب)^٢ ، حـ ب × د ب = (ا حـ)^٢ . . . . (★) (شكل (١))،

إذن قسمة الخط ا ب مــــع الشرط (★) هو تحديد المسألة .

ثم افـترض أنـه قسم الخط ا ب بالشرط (★) المذكور، وَرَكَّب البرهان دون ذكر التحليل. وهذا هو ما احتوته النظرية الثامنة عشرة (شكل (١)).

ثم عاد إلى الخط ا ب ليقسمه بالشرط المذكور في (★) . ورسم مربعاً ا ب د حـ على ا ب . وأخرج ا ب على استقامة إلى هـ دون نهاية . ووصل ب حـ . ولاحظ أنــه إذا رسم خط د ط ع ن ، ورسم ك ط ل موازياً للخط ا حـ ، فإنــه يحصل على مجموعــة مثلثات متشابهة، وكذلك فإنه يحصل على خط ب ك ا ن مقسوم الى ثلاثة أقسام بطريقة تشبه قسمة الخط ا حـ د ب في النظرية (١٨) المذكورة آنفاً. وأيضاً، فإن الخط د ط ع ن مقسوم إلى ثلاثة أقسام بنفس الطريقة (شكل (٢)).

ثم حَلَّلَ ما عنــده من مثلثات متشابهة [مثـــلا : ا ع ن ، ب د ن ، ط ل د ، ع حـ د ، كلها مثلثات مشابهة] كي يساعده هذا الأمر في الحصول على الشرط (★) الذي يصبح، بالنسبة لقسمة الخط ب ك ا ن ، هكذا :

ن ك × ا ك = (ك ب)^٢ ، ا ب × ك ب = (ن ا)^٢ . . . (★ ★)

أما بالنسبة للخط د ط ع ن فالشرط السابق يصبح هكذا (شكل (٢)) :

ن ط × ع ط = (ط د)^٢، ع د × ط د = (ن ع)^٢ . . . (★ ★ ★).

ولاحظ أن تشابه المثلثات المذكورة لا يعطيه ما يريده لأن تَغَيُّر وضع الخط د ن يُغَيِّر شكل المثلثات المذكورة. فهو يريد إذن وضعاً معيناً للخط د ن حتى يحصل على الشرط (★ ★). وبعـد التحليل، حدد شرطاً جديداً كي يحصل على الشرط الأول (★ ★)، والشرط الجديد هو أن يكون المثلثان ن ا ع ، حـ ط د متساويين بالمساحة. ثم كتب رسمياً، تركيب العمل والبرهان، دون كتابة التحليل؛ وهذا هو ما احتوته النظرية (١٧) وهي ما يسمى «مقدمة أرشميدس غير المبرهنة».

ويلاحظ أننا سوف نكرر لاحقاً ذكر ما نسميه الآن: مربع أرشميدس ا حـ د ب = ا ب د حـ = ا ب حـ د (شكـل (٢))، وخط أرشميدس ا حـ د ب (شكل (١)) أو خط أرشميدس د ط ع ن (شكل (٢))، وكذلك مثلثا أرشميدس ن ا ع ، حـ ط د المتساويان بالمساحة (شكل (٢)).

ويهمنا هنا تركيب العمل، لذا فإننا نكتبه كما ورد في مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م/١٥، ص ١٠٩ب:

«يز [أي: ١٧]: لنفرض مربعاً عليه ا ب حـ ء . ونخرج ضلع ا ب على استقامته من جهة ا إلى هـ . ونصل قطر ب حـ . ونضع طرف المسطرة على نقطة ء ، وطرفها الآخر على خط هـ ا بحيث يقطع هـ ا على نقطة ز ، ويكون مثلث ز ا ح مساوياً لمثلث حـ ط ء . ونخرج من نقطة ط خط ك ط ل موازياً لـ ا حـ فأقول : . . . . .». ثم ركب البرهان، وهو أمر سهل بعد التحليل وتحديد الشرط المذكور، وذلك باستعمال المثلثات المذكورة.

وبداية بناء المسبع هو «تركيب العمل» هذا، فبعد هذا التركيب فإنه برهن، صواباً، بقية النظرية (١٧) ثم يصبح برهان النظرية (١٨) صواباً أيضاً. فعندنا، إذن، عمارة جميلة (برهان النظريتين ١٧ ، ١٨) تستند إلى أساس غير سليم (تركيب عمل غير برهاني)؛ فهي، لا تصلح أن تكون عمارة سكنية (أي : فإننا، إذن، لم نَبْنِ المسبع ولم نعمل شيئاً).

ويلاحظ ، في تركيب العمل، أنه لا يصل بين نقطتين ثابتتين ز ، ء ، بل يضع المسطرة على النقطة ء ، ويحرك المسطرة حتى يحصل على مثلثين ز ا ح ، حـ ط ء متساويين بالمساحة، فيعين النقطة ز ، ثم يصل ء ز ، فقد حصل، إذن، على النقطة ز - غير الثابتة - بالتحريك، ويكون بذلك قد افترض «دون برهان» أن المثلثين ز ا ح ، حـ ط ء متساويين بالمساحة. أما أرشميدس، فهو «سيد العارفين» بأن ما قام بعمله عبارة عن هندسة متحركة عملية غير برهانية .

واحتار علماء الهندسة العرب في أمر الفجوة العميقة التي وقع فيها أرشميدس العظيم، وحاول بعضهم إيجاد العذر له، كما ذكر بعضهم الفجوة دون تعليق. فمثلا :

لقد ذكرنا أن ابن الهيثم قال في [هـ : ١]: *«إن أرشميدس بنى ضلع المسبع على المربع الذي قدمه، ولم يبيّن كيف نعمل المربع على الصفة التي شرطها . وإنما لم يبيّن ذلك، لأن عمل المربع على الصفة التي شرطها، إنما يكون بقطوع المخروطات، ولم يكن ذكر في كتابه - الذي يذكر المسبع في آخره - شيئاً من قطوع المخروطات، فلم يَرَ أن يخلط بالكتاب ما ليس من جنسه، فأخذ المربع مقسماً [أي: افترضه دون برهان] وبنى عليه ضلع المسبع»*.

كما ذكرنا أن الصغاني قال في [ص]: *«فإن أرشميدس وضع مقدمة، إذا حصلت هي، يحصل بحصولها وتر المسبع»*.

أما أبو الجود ـ الشاب ـ فتجرأ وقال بوضوح : لقد أخطأ أرشميدس. وقدم خطأً آخر ـ غير المربع والخط والمثلثين الذين قام بتقديمهم أرشميدس ـ ذاكراً، صواباً، أن قسمته بنسبة معينة تعطي الحل الصواب. وبذلك يكون قد بيَّن أن البحث فيها لم يستطع عمله أرشميدس لا يذهب هدراً. وعند تركيب البرهان، سهى واستعمل نسبة أخرى، فجاء برهانه خاطئاً. وهذا الحل ـ الذي نسميه [حـ : ١] ـ مفقود الآن، وربما أتلفه أبو الجود نفسه، بعد أن أدرك خطأه وبعد تهجم بعض علماء الهندسة عليه.

والواضح أن مسألة المسبع كانت إحدى المسائل التي طالب عضد الدولة علماء الهندسة بحلِّها. لذا كان هناك نوع من السباق (المعركة الحامية) بين علماء الهندسة لحل هذه المسألة.

وعزَّ الأمر على مشايخ الهندسة، أمثال : القوهي وَالصغاني، أن يقترب الشاب ـ قليل الخبرة والدربة في الهندسة ـ أبو الجود من الحل. ولكنهم شعروا بنوع من الراحة بسبب تركيبه الخاطىء للبرهان.

أما السجزي، الشاب الذي كان ذا خبرة ودربة في الهندسة أكثر من الشاب أبي الجود، فقد اغتاظ كثيراً من أبي الجود الذي كان متقدماً عليه في سباق المسبع. ولشدة غيظه، أخذ كلام أبي الجود بحق أرشميدس ستاراً وعذراً ليتهجم عليه هجوماً عنيفاً محاولاً تلقينه درساً في علم هندسة القطوع المخروطية.

ويتضح أن السجزي فشل في قسمة الخط الذي طالب به أبو الجود، فأرسل إلى أبي سعد العلاء بن سهل وطالبه بقسمة خط أبي الجود بالنسبة المطلوبة، دون أن يذكر له صلة أبي الجود بهذ الخط ودون أن يذكر له أن قسمة هذا الخط، بهذه النسبة، يؤدي إلى حل مسألة المسبع. والواضح أن العلاء بن سهل قد نجح في قسمة الخط المطلوب بالقطوع المخروطية وأرسله إلى السجزي، فأخذ السجزي هذا الحل وبنى عليه المسبع في مقالة مفقودة نسميها [س : ١] لم يذكر فيها فضل العلاء بن سهل. ولكن يبدو أيضاً أن السجزي قد خشي من بقية المهندسين، أو خجل من نفسه، فكتب مقالة ثانية، نسميها [س : ٢]، وصلنا منها عدة

نسخ، ذكر فيها اسم العلاء بن سهل، وتهجم فيها على أبي الجود دون أن يذكره بالاسم، ولكنه ذكره بالاسم في مقالة لاحقة، هي: **«جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل [السجزي] عن مسائل هندسية سئل عنه أهل خراسان»**، بحوزتنا صورة لهذه المخطوطة: مخطوطة رشيد أفندي (استانبول) رقم ١١٩١، ص: ١١٠ ب - ١٢٣ب. ويقول السجزي في الصفحة ١١٤ ب: *«وظاهر قوته في عمل المسبع، إذ حكيت في صدر كتابي في المسبع ركاكته في هذه الصناعة [أي: الهندسة]، وهو المعروف بمحمد بن الليث [أي: أبو الجود محمد بن الليث] الذي أخذ...»*.

أما أبو الجود فيبدو أنه استطاع لاحقاً أن يصحح خطأه، أو أنه حصل - بطريقة ما - على حل العلاء بن سهل، فاستعمله في وضع حل صائب نسميه [حـ: ٢]. ويتضح خلال الفقرات التالية أن الشني كان مقتنعاً أن أبا الجود حصل على حل العلاء بن سهل وبنى عليه المسبع.

ونرغب الآن أن نذكر بعض الملابسات المذكورة آنفاً بلغة الشني. إن تحليلنا لمخطوطات الشني التي وصلتنا - وبحوزتنا صور لها جميعاً - توحي لنا أن الشني كان طفلا خلال مسابقة (معركة) المسبع. وكتب الشني، بعد معركة المسبع بمدة لا تقل عن عشرين سنة، مقالة حول بعض ملابسات قضية المسبع، هي:

[ش] = «كتاب كشف تمويه أبي الجود في أمر ما قدمه من المقدمتين لعمل المسبع بزعمه. لأبي عبدالله محمد بن أحمد الشني». وتأتي هذه المقالة كاملة في: مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/٢٠، ص: ١٢٩ب - ١٣٤ب، نسخها مصطفى صدقي سنة ١١٥٣هـ. وثمة أجزاء من هذه المقالة في: مخطوطة بيروت، المكتبة الشرقية، جامعة القديس يوسف، رقم ٢٢٣، ص: ١٦ - ١٩ (تعادل الصفحات ١٢٩ ب، ١٣٠ أ، ولغاية السطر الثامن من الصفحة ١٣٠ ب في مخطوطة القاهرة). وكذلك: مخطوطة كيمبردج: Cambridge University Library Ts. Ar 4164: (تعادل الصفحة ١٣٢ ب ولغاية السطر الثاني من الصفحة ١٣٣ أ في مخطوطة القاهرة. والموجود من مخطوطة كيمبردج عبارة عن أربع صفحات مطموسة غير مقروءة).

يقول الشني في [ش]: *«كما أن موقع علم الهندسة، من بين العلوم، في أعلى المرتبة. فإن المبرزين فيه في أقل العدّة، وإن كان من يدّعيه لا يحصى للكثرة. فقد قيل إن العلماء*

في هذه الصناعة، أعني علم الهندسة، ثلاثة: أُقليدِس، وأرشميدس، ومانالاوس. أما أُقليدِس فإنـه كان أول من جمع الأصـول الهنـدسية...، وأما أرشميدس فإنه بلغ من اجتهـاده في هذا العلم واستخـراج غوامضـه... غاية سمّـاه اليونانيون المهندس، ولم يستحق هذا الاسم أحد من المتقدمين والمتأخرين غيره لفضله كان وتقدمه، وإنّه بنى شكلا وقـدمـه لعمـل المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة، فلما لم يَتَأَتَّ له إتمامه من الأصول الهندسية، تركه على حالته، وبيّن أنه إنْ حصل فبحصوله عمل المسبع، اقتداء بأقليدس حيث لم يتهيأ له، بالأصول التي جمعها، وجود وتر المسبع في الدائرة، أو وجود ثُلث كل زاوية مستقيمة الخطين، الذي بوجوده يوجد وتر المسبع في الدائرة، ترك ذكر ذلك ولم يقدم له قولًا، وحاشاه عجز عن ذلك هو ولا أرشميدس، أو قلّد كل واحد منهما في شيء...». لقد اعتمدنا في تحقيق هذه الفقرة الصفحة ١٢٩ب (مخطوطة القاهرة). ثم يعطي الشني عمل أرشميدس الذي تحدثنا عنه آنفاً، وينتقل بعدها الى الأعمال العربية بخصوص المسبع.

ويقول الشني في الصفحة ١٣٠ ب [ش]: «ثم كان هذا الشكل [أي: المسبع] على حالته [أي: على الحالة التي تركه عليها أرشميدس] حتى تهيأ لأبي سهل ويجن بن وستم [كـذا] الكوهي، وأبي حامد أحمد بن محمد بن الحسين الصغاني، لكل منهما استخراجه بالقطوع المخروطية، وهما ممن يُعْتَرَف لهما بالتقدم والمهارة والتبريز في هذه الصناعة، وخاصة أبو سهل الكوهي وقد كان شيخ عصره وبحذاقته ومهارته، أعرض عن ذكر هذا المربع والمثلثـين المتسـاويـين[٢٥]، وتخطاه إلى ما له ونسبته[٢٦] شكل، وهو: قسمة الخط بثلاثة أقسام، وضرب مجموع القسمين الأول والثاني في الأول مثل مربع القسم الثالث، وضرب مجموع القسمين الثاني والثالث في الثاني مثل مربع القسم الأول، فحلله بقطعين متقاطعين من قطوع المخروطات: زائد ومكافىء، ثم ركبه، وبنى عليه المسبع».

ويكمل الشني قوله: «وأما أبو حامد، فإنه قد قصد الشكل [أي: شكل أرشميدس] أعني هذا المربع والمثلثين المتساويين. فحلله بثلاثة قطوع زائد، قطعان منها متقابلان، وآخر

---

٢٥. يقصد أن القوهي: أعرض عن ذكر مربع أرشميدس ا ب حـ ء ومثلثي أرشميدس ن ا ع، حـ ط ء المذكورة آنفاً.

٢٦. في الأصل، فإن كلمة «ونسبته» غير منقوطة، فربما تكون «ويسببه».

مقاطع لأحدهما، ثم ركّبه وبنى عليه المسبع. وكل ما ذكرته . . . فإن سياق ذلك كله إلى أبي الجود محمد بن الليث، فإنه كان بلغ من جرأته وظلمه، مع اليسير من بضاعته في علمه، أنه كان نسب أرشميدس فيما قدمه من هذا الشكل إلى التقليد، إعجاباً منه بفهمه البليد، وادعى لنفسه عمل المسبع بمقدمات يسيرة من كتاب الأصول، قريبة المأخذ والتحصيل، أولها هذه: إذا . . . .». هنا ينقل الشني مقدمات أبي الجود عن السجزي [س: ٢]، ويَبِّنَ، كما بَيَّنَ السجزي في [س: ٢] أن مقدمات أبي الجود لا تؤدي إلى الحل الصواب.

بعد أن بَيَّنَ الشني بأن رسالة أبي الجود [جـ: ١] لا تؤدي إلى الحل الصحيح، قال في الصفحة ١٣١أ [ش]: *«ثم وقعت هذه الرسالة [أي: رسالة أبي الجود [جـ: ١]] إلى أبي سعيد أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي، فتبيّن له فساد قوله، والمغالطة في عمله. ورام أبو سعيد السجزي أن يقسم الخط على النسبة التي أمر بها أبو الجود في عمل المسبع، فتعذر ذلك عليه. ثم كتب إلى أبي سعد العلاء بن سهل المهندس، وسأله فيه عن قسمة الخط على النسبة المذكورة. فَتَهَيّأ للعلاء بن سهل تحليل الخط الى تلك النسبة، بقطعين متقابلين من قطوع المخروطات: زائد ومكافىء، فحلّله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي. فلما وصل إليه، ركبه أبو سعيد السجزي، وبنى عليه المسبع، وادّعاه لنفسه، وهذا تركيبه: . . .»*. هنا قدم الشني طريقة السجزي في الحل المذكورة في [س: ٢].

بعد أن قدّم الشني طريقة السجزي في الحل، قال في الصفحة ١٣١ ب [ش]: *«ثم وقع بعد ذلك ما عمله العلاء بن سهل في قسمة الخط على هذه النسبة [أي: النسبة التي أمر بها أبو الجود] إلى أبي الجود، فغيّر فيه أدنى شيء، وهو أنه أعرض عن ذكر النسبة أصلاً، وتخطاه إلى ما له عمله، وعلم أن . . . وبيّن أن . . . ولم يُخرج فيه خط ح م، ثم بنى عليه المسبع، وادّعاه لنفسه. كما ادّعى لنفسه ما عمله أبو سهل [أي: القوهي] في قسمة الخط الذي احتاج إليه لعمل المسبع الذي تقدم ذكره، وذلك أن العلاء بن سهل ذكر فيما كتب به إلى أبي سعيد السجزي مجيباً عما سأله عن قسمة الخط الذي تقدم ذكره. . . .»*.

يبدو لنا أن الشني كان ظالماً في حق أبي الجود، فقد أَخذ كثيراً من كلامه غير اللائق عن السجزي [س: ٢] الذي كان في سباق مع أبي الجود لحل مسألة المسبع ويتبادل معه الكلام غير اللائق والاتهام بالانتحال. لقد تعمّد الشني ـ لسبب ما ـ التهجم على أبي الجود، لذا فإننا نرى أن قوله: *«فغيّر فيه أدنى شيء، وهو أنه أعرض عن ذكر النسبة أصلا،*

وتخطاه . . . . » يشير إلى نوع من الاستقلالية في عمل أبي الجود ومحاولة من الشني في التقليل من قيمة هذه الاستقلالية. كما أننا لا نقتنع بقول الشني: «*وادّعى لنفسه ما عمله أبو سهل [القوهي]*»، فبحوزتنا صورة لرسالة أبي الجود: «**كتاب عمل المسبع في الدائرة لأبي الجود محمد بن الليث أرسَلَه إلى أبي الحسن أحمد بن محمد بن إسحق الغادي وهو على الوجهين اللذين تفرد بهما**»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/١٨، ص: ١١٧ب ـ ١٢٠أ، نسخها مصطفى صدقي «*في يوم الأربعاء العاشر من جمادى الأولى لسنة ثلاث وخمسين ومائة وألف*» (٣/آب (أغسطس)/١٧٤٠م)، وفي الصفحتين ١١٧ب، ١١٨أ يقول أبو الجود: «*وعلمت أن بعض المهندسين [يقصد: السجزي] نسب هذا العمل جزافاً إلى أبي سهل الكوهي، ثم غير بعضه وانتحله لنفسه، كما بلغني*، **من غير أن نازعته قط هِمَّتُهُ إلى استنباط مثله**، *أو غادرته شهواته البهيمية للتفكر في [الـ] شكل*. ثم عمل بعد ذلك *أبـو سهـل الكوهي رسالة في هذا الشكل*، **بعد ما عملته بسنين غير قليلة**، *واعتمد فيه مقدمات أرشميدس في رسالة له [يقصد: أرشميدس] رام فيها استخراج وتر السبع، وقلّد [أي: أرشميدس قلّد]* **شكـلا لم يبرهن عليه، ولا أشار في بعض الكتب إليه، وهو مربـع** *ا ب حـ د*[٢٧] . . . **فأضرب أبو سهل الكوهي عن ذكر المربع وقسم بقطعين من قطوع المخروطات خطاً على قسم** *د هـ ز ح*[٢٨] *ونسبتها، وأخرج وتر السبع*، **ودلّت رسالته هذه على أني أبدعت فيما عملت، وتَفَرَّدْتُ بالطريق التي سلكت، والجميع إليه سَبَقْت. ثم عمل بعد ذلك** *أبو حامد الصغاني رسالة في هذا الشكل، فقصد فيها هذا المربع، وأخرج خط د هـ ز ح* على الشريطة المذكورة بعينها، واستعان في ذلك بثلاثة قطوع زائدة[٢٩]» .

وكما ذكرنا، فقد أخذ الشني كثيراً عن مقالة السجزي [س: ٢] = «**كتاب عمل المسبع في الدائرة وقسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية لأحمد بن محمد بن**

---

٢٧ . هنـا، يكمـل أبو الجود تركيب عمل أرشميدس المذكور في النظرية (١٧)، التي حررها مصطفى صدقي المذكورة سابقاً، مع تغير طفيف في مواقع الأحرف الهندسية.

٢٨ . هنـا د هـ ز ح تعادل في النظرية (١٧) الخـط د ط ح ز . ويقصد أن القوهي قسم خـط أرشميدس د ط ح ز على النسبة المطلوبة دون استعمال المربع والمثلثين.

٢٩ . أي: قصد أبو حامد مربع أرشميدس المذكور، «وأخرج خط د هـ ز ح على الشريطة المذكورة بعينها» تعادل: قسمة الخط د ط ح ز آنفة الذكر على الشرط (★★★)، «واستعان في ذلك بثلاثة قطوع زائدة» تعني: استعمل الهندسة الثابتة البرهانية بدلا من الهندسة المتحركة غير البرهانية التي استعملها ارشميدس. فبرهان الصغاني صواب هندسياً.

عبد الجليل السجزي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/١٧، ص: ١١٣ ب ـ ١١٦أ، نسخها مصطفى صدقي *«في يوم الثلاثاء التاسع من جمادى الأولى لسنة ثلاث وخمسين ومائة وألف»* (٢ / آب (أغسطس) / ١٧٤٠).

بالاضافة إلى مخطوطة القاهرة المذكورة لمقالة السجزي [س: ٢]، بحوزتنا مخطوطة أخرى: رشيد أفندي (استانبول) ١١٩١، ص: ٨٠ ب ـ ٨٣أ. ويبدأ العنوان في هذه المخطوطة باسم السجزي، أي: **«كتاب أحمد بن [محمد] بن عبد الجليل السجزي في عمل المسبع. . . .»**.

وتهجم السجزي على أبي الجود في [س: ٢] ـ دون أن يذكره بالاسم ـ تهجماً عنيفاً، ربما لأن أبا الجود كان متقدماً عليه في سباق المسبع. كما أفاض السجزي في مدح أرشميدس. والغريب في الأمر أن شوي C. Schoy [١٧]، الذي ترجم مقاله السجزي [س: ٢] إلى الألمانية سنة ١٩٢٦، قد أساء فهم كلام السجزي، الواضح الجلي، معتقداً أن السجزي قد تهجم على أرشميدس. وقد نقل سزكين ([١٢]، م ٥: ٣٣٠) كلام شوي الخاطىء هذا. واعتمدنا المخطوطتين المذكورتين في تحقيق المقتطفات القليلة من مقالة السجزي [س: ٢] التي نوردها فيما يلي:

«أنا أتعجب ممن يتعاطى صناعة الهندسة، وإنه [يقصد أبا الجود] مع اقتباسه من القدماء الأفاضل، يظن بهم العجز والتقصير، وخاصة إذا كان مبتدئاً ومتعلماً، مع قلة المعرفة بها. . . فليت شعري بأية قوة وحدس ودربة وغَوْص، يحسن الظن في وجود المسبع. . . وليس له [يقصد أبا الجود] دربة ولا رياضة، ويستنقص المبرزين في هذه الصناعة. وما الذي يوجب الظن في عجز أرشميدس الفاضل مع تقدمه في الهندسة على سائر المهندسين، فإنه بلغ في الهندسة غاية سمّاه اليونانيون المهندس، وهو أرشميدس، ولم يُسَمّ أحد من المتقدمين ولا من المتأخرين باسمه لفضله في صناعة الهندسة، وإنه كان في غاية الاجتهاد. . . هذا مع فضله [يقصد أرشميدس] وتقدمه ومرتبته في صناعة الهندسة، ينسبه هذا البائس الضال[٣٠] إلى التقصير، ويومىء إلى أوائل مقدماته الردية الفاسدة[٣١] البعيدة من طريق الصواب. . . ويزعم [أي: يزعم أبو الجود] أن المقدمة التي أتى بها

٣٠. أي: هذا البائس الضال (الذي هو أبو الجود) ينسب أرشميدس بالتقصير.

٣١. أي: مقدمات أبي الجود الرديئة الفاسدة البعيدة عن طريق الصواب.

أرشميدس أصعب من المطلب[٣٢]*، ويستقبح طريقته، وينسبه إلى التقليد، فنعم ما فعل أرشميدس بما حصل من البرهان على مقدمات المسبّع*[٣٣]*، وما سطره في كتابه لئلا ينتفع من لا يستحق مثل هذا المحروم*[٣٤]*. وأنا أيضاً بعد اقتباسي من علم أرشميدس ومن مقدمات أبلونيوس وخاصة من المحدثين مثل العلاء بن سهل، كنت ضنيناً بهذا الشكل الشريف الغريب. . . والآن أشرح [أي: السجزي يشرح] الحال في ذلك، وأقدم قول هذا المموّه [أي: أبو الجود] على نفسه، لتكون تأديباً للمبتدئين، وأبيّن فساد قوله والمغالطة في عمله، ثم أردفه بمقدمات المسّبع، وأتبعه بعمل المسبّع، وأختم الكتاب بقسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية. . . وهذا ابتداء كتابه وترتيب مقدماته*[٣٥]*. قال [أي: قال أبو الجود]: قد قلّد أرشميدس ـ في خلال مقدمات كثيرة قدمها لقسمة الدائرة بسبعة أقسام متساوية ـ مقدمة لم يُبيِّن عملها ولم يبرهن عليها، ولعلّها أصعب عملا وأبعد برهاناً مّما له قدمها وهي هذه، قال: لنخرج قطر مربع ا ب حـ ء *[٣٦]*. . . وإنما أراد أرشميدس بما قلّده من ذلك أن نخرج عمود. . . ولعل قسمة ا ب كذلك*[٣٧]* أصعب من قسمة الدائرة بسبعة أقسام متساوية. . . . »*.

يقتبس عادل انبوبا ([٦٩]: ٨٦) كثيراً من هجوم السجزي على أبي الجود، ثم يقول: «*ولا نجد في رسائل أبي الجود رداً صريحاً أو دفاعاً مقنعاً فهو مذنب في حق أرشميدس ولعله مذنب في حق الأمانة*». إذن يتفق أنبوبا مع السجزي في أن أبا الجود مذنب في حق أرشميدس. ونعقب على ذلك: لا نرى داعٍ في أن يرد أبو الجود على شتائم السجزي غير

---

٣٢. إننا نتفق مع أبي الجود أن وضع برهان صائب للمقدمة أصعب من بناء المسبع.

٣٣. نحن نختلف في الرأي مع السجزي في قوله: «*فنعم ما فعل أرشميدس بما حصل من البرهان على مقدمات المسبع*» لأن برهان أرشميدس يستند إلى الهندسة المتحركة غير البرهانية.

٣٤. إن العذر الذي أورده السجزي لفشل أرشميدس، وهو «*لئلا ينتفع من لا يستحق مثل هذا المحروم*» هو عذر يقدمه ـ عادة ـ الفاشلون، فعندما يفشل الإنسان في عمل شيء ما، فإنه يقول: أنا لم أفعل كذا حتى لا يستفيد منه أمثال هذا المحروم. أما «هذا المحروم» في جملة السجزي فهو «أبو الجود».

٣٥. أي: ابتداء كتاب أبي الجود وترتيب مقدماته.

٣٦. هنا يذكر محتوى النظرية (١٧) آنفة الذكر.

٣٧. أي: قسمة خط أرشميدس ا ب على شرطه المذكور آنفاً. هذا ونحن نتفق مع أبي الجود بأن قسمة الخط ا ب على الشرط المذكور آنفاً «أصعب من قسمة الدائرة بسبعة أقسام متساوية».

الضرورية. كما أننا لا نرى ذنباً اقترفه أبو الجود. فما الذنب في زعم أبي الجود: «*إن المقدمة التي أتى بها أرشميدس أصعب من المطلب*»؟ وما هو الذنب في قوله: «*قد قلّد أرشميدس... مقدمة لم يُبيّن عملها ولم يبرهن عليها*»؟ أما زعمه أن «*المقدمة... أصعب من المطلب*» فهي وجهة نظر، وأما قوله: «*لم يبيّن عملها ولم يبرهن عليها*» فهي حقيقة، فأين الذنب؟! إن جرأة أبي الجود في قول كلمة حق ليست ذنباً، وإيضاحه أن بالإمكان عمل ما لم يَسْتَطِع عمله أرشميدس العظيم ليس ذنباً أيضاً. فقد كان أبو الجود شاباً صغيراً ذا أفكار خلاقة، فابتكاره خطاً ـ غير خط أرشميدس ـ مع مطالبته بقسمته بنسبة معينة تعطي الحل الصواب ـ نذكره بإيجاز لاحقاً ـ هو عمل خلّاق حقاً. ومع أن أبا الجود قد أخطأ في شبابه في بعض المسائل الأولية، إلّا أنه استطاع أن يضع حلولا صائبة لمسائل استعصت على القدماء وعلى شيوخ عصره في الهندسة، فلقد مدحه عمر الخيام[٣٨] وذكر أنه نجح في وضع حل صائب لمعادلة تكعيبية، هي: $س^{٣} + ١٣\frac{١}{٢} س + ٥ = ١٠ س^{٢}$ بعد محاولات غير ناجحة قام بها القوهي (شيخ عصره في الهندسة) وغيره من شيوخ الهندسة في ذلك العصر. وذكرنا أن البيروني طلب منه وضع حلول لبعض المسائل لاقتناعه بمقدرته.

كما أنه لا يوجد لدينا ما يدعونا للشك في قول أبي الجود إنه سبق الجميع «والجميع إليه سبقت» في وضع حل صائب لمسألة المسبع سنة ٣٥٨هـ/٩٦٩م.

بحوزتنا صورة لمخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص: ٣٧ ب ـ ٤٦أ. وهي رسالة موسومة: «**رسالة أبي الجود محمد بن الليث إلى الأستاذ الفاضل أبي محمد عبدالله بن علي الحاسب في الدلالة على طريقي الأستاذ أبي سهل القوهي المهندس، وشيخه أبي حامد الصغاني، وطريقه التي سلكها في عمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة**»، يقول أبو الجود فيها: «*فعلمت أني إذا قسمت خطاً مستقيماً مفروضاً بقسمين، ضرب جميعه في أحد القسمين مثل مربع خط نسبته إلى القسم الآخر كنسبة جميع الخط إلى مجموعه والقسم الآخر، كنت قد حصلت مثلثاً متساوي الساقين يكون جميع زواياه سبعة أمثال الزاوية الصغرى منها. وحصل لي بذلك لما بينته من قبل عمل المسبع المتساوي الأضلاع، لأني ركبت زاويته الصغرى على محيطها، ففصلت بضلعها منه سُبْعَهُ. فتركت*

---

٣٨. راجع D. S. Kasīr ([٨٨]: ٩٣، ١٥٧)، مصاحب H. Moṣāḥib ([٨٩]؛ فيبكي، F. Woepcke ([٩٠]: ٣٤). نجد في ([٩٠]: ٣٤) «أبو الجود أو الشني»، أما ([٨٨]: ١٥٧) فأبو الجود الذي حل المعادلة التكعيبية وليس الشني.

ذكر التحليل تجنباً للتطويل وتجنباً للتثقيل. وفرضت خط أ ب ورمت قسمته بقسمين على النسبة المذكورة، أعني ضرب أ ب في أ حـ < قسمته > مثل مربع خط نسبته إلى القسم الآخر كنسبة أ ب الى مجموعه والقسم الآخر. فلم يمكني ذلك إلّا بقطعين من قطوع المخروطات متقاطعين: زائد ومكافٍ. فقسمتها بها، وعملت المثلث الذي حللته إلى ذلك، وفصلت به من محيط الدائرة سُبْعَهُ. وعملت الرسالة المنسوبة إلي فيه في سنة ثمان وخمسين وثلاثمائة للهجرة باسم الشيخ الجليل أبي الحسين عبيدالله بن أحمد، أطال الله بقاه. وكنت عرضت في تلك السنة على الاستاذ [أي: الاستاذ الحاسب] سيدي، أدام الله عزه، سواد هذه الرسالة... وإن قسمة الخط المفروض بقسمين، كما عملت، أقرب من قسمته ثلاثة أقسام كما عملاه [أي: كما عمل القوهي والصغاني]. وإن القياس الذي استعملته من عمل المثلث المتساوي الساقين، وكل من زاويتيه اللتين على القاعدة ثلاثة أمثال الزاوية الباقية مُطرد في سائر المضلعات التي أضلاع كل منها فرد... ومعلوم أيضاً أن القطع المكافىء أقرب من القطع الزائد. وقد استعمل شيخنا أبو حامد[39]، أيده الله، بدله زائدين، فعمله لذلك ولما سواه أبعد. وأنا معترف بتقدم الاستاذ أبي سهل [القوهي]، أدام الله سلامته، وتبريزه عليَّ، وعلى أمثالي وبأنه شيخ[40] عصره في صناعة الهندسة، وبقوة شيخنا أبي حامد [الصغاني] أيده الله على التسبيع وغيره من الأشكال الغريبة فلقد تَمَهَّرَ بها وتَدَرَّبَ فيها».

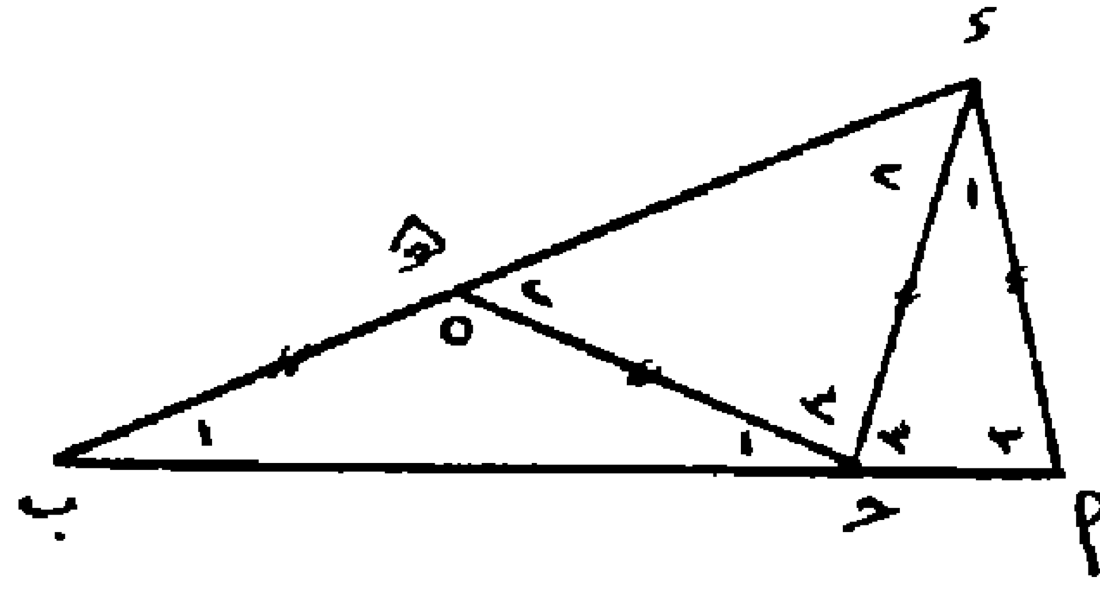
يتضح من كلام أبي الجود أنه وضع حلا صائباً لمسألة المسبع سنة ٣٥٨هـ، وذلك على شكل كتاب (رسالة) قدمه إلى أبي الحسين عبيدالله بن أحمد، ويؤكد ذلك بقوله إنه عرض مسودة الحل «*سواد هذه الرسالة*» على الأستاذ الفاضل أبي محمد عبدالله بن علي الحاسب. وللعلم، لم يصل إلينا أي حل صائب لمسألة المسبع يسبق تاريخ عمله سنة ٣٥٨هـ.

أما حل أبي الجود الصائب [جـ: ٢] فإما أن يكون حلاً مستقلاً ومن قريحته جملة وتفصيلا كما يدّعي هو، أو يكون حلاً مشتركاً بينه وبين العلاء بن سهل كما ادعى الشني.

---

٣٩. يبدو أن أبا الجود كان تلميذاً للاستاذ أبي حامد الصغاني، فقد كرّر أبو الجود قوله: «شيخنا أبو حامد [الصغاني]»

٤٠. في الأصل نسيج.



الشكل (٣)

أما هيكل حل أبي الجود [حـ: ٢] : فهو: بعد تحليل طويل، يجد أنه بحاجة إلى خط أ ب ، ومثلث أ ب ء بالصفات التالية :

(١) يَقْسِم الخط أ ب على النقطة حـ بقسمين أ حـ ، ب حـ مُستَعيناً بقطعين مخروطين متقاطعين زائد ومكافىء، على أن يُقْسَم الخط على النسبة :

أ ب × أ حـ = ك ^٢^ (ضرب جميع الخط في أحد القسمين مثل مربع خط ما، ك مثلا).

$\frac{ك}{ب حـ} = \frac{أ ب}{أ ب + ب حـ}$ (الخط ك نسبته إلى القسم الآخر كنسبة جميع الخط إلى مجموع جميع الخط مع القسم الآخر).

وهذا يعادل النسبة : $\frac{\sqrt{أ ب \times أ حـ}}{ب حـ} = \frac{أ ب}{أ ب + ب حـ}$ .... (▽)

وهذا هو خط أبي الجود أ ب الذي أمر بقسمته على حـ حسب النسبة المعينة (▽).

(٢) بعد قسمة الخط أ ب على النسبة التي طالب بها (▽) مستعيناً بتقاطع قطعين مخروطيين، زائد ومكافىء، يمكنه تركيب المثلث أ ب ء بحيث يكون أ ب = ب ء ، أ ء = ك .

(٣) يرسم نقطة هـ على ب ء بحيث يكون ب هـ = أ ء ، كما يمكن إثبات أن :

أ ء = ء حـ = حـ هـ = ب هـ

(٤) بعد أن يثبت أن أ ء = ء حـ = حـ هـ = ب هـ ، يمكنه إثبات أن :

زاوية أ = زاوية ء = ثلاثة أضعاف زاوية ب = $\frac{٣}{٧}$ × (١٨٠°)،
وبالتالي فإن الزاوية ب تساوي سبع قائمتين = $\frac{١}{٧}$ × (١٨٠°)

(٥) يمكن تثليث الزاوية ء بسهولة، فالزاوية أ ء حـ = الزاوية بـ = $\frac{١}{٧}$ (١٨٠°)،

ثم تقسم الزاوية بـ ء حـ إلى قسمين ـ حسب الأصول الهندسية ـ كل واحد منها سبع قائمتين.

وكذلك تقسم الزاوية أ إلى ثلاثة أقسام متساوية. وبذلك تكون الدائرة التي تحيط بالمثلث أ بـ ء قد قسمت إلى سبعة أقسام متساوية.

ثمة حلّان آخران مطابقان لحل أبي الجود [جـ : ٢] المذكور، أحدهما حل السجزي [س: ٢] وهو حل يمكننا اعتباره حلّاً مشتركاً بين أبي الجود والعلاء بن سهل والسجزي، والآخر حل القوهي [ق: ٣] = **«مقالة لأبي سهل القوهي أيضاً في تثليث الزاوية وعمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة»**[٤١]، ومن المحتمل أن يكون حل القوهي هذا حلّاً مشتركاً بين أبي الجود والعلاء بن سهل والقوهي.

لقد اجتمع القوهي والسجزي في شيراز للرصد الفلكي في صفر ٣٥٩هـ/كانون أول (ديسمبر) ٩٦٩م. وربما تبادلا الحديث عن الهندسة. ومن الممكن أن يكون القوهي قد أطْلَعَ السجـزي على طريقته في تثليث الزاوية، إذ إن تثليث الزاوية للسجزي الوارد في [س: ٢] يطابق تثليث القـوهي للزاوية الوارد في [ق: ٣]، كذلك من الممكن أن يكون السجزي قد أطلع القوهي على الخط الذي أمر به أبو الجود وقسمه العلاء بن سهل على النسبـة التي أمر بها أبو الجود. ونرجح أن الحلين [س: ٢]، [ق: ٣] قد وضعا بعد هذا الاجتماع، وإذا كان ترجيحنا هذا صحيحاً، فهذا يؤكد أن أبا الجود قد سبق الجميع في وضع حل صائب للمسبّع سنة ٩٦٩/٣٥٨.

أما إشارة أبي الجود لِحَلَّي القوهي والصغاني، فهي بخصوص حل القوهي[ق: ١][٤٢] وحل الصغاني [ص] الذي وضعه في ١٢/١٠/٣٦٠هـ (٨/٨/٩٧١م). أما حل القوهي

---

٤١ . نجد مقالة القوهي [ق: ٣] في: مخطوطة اكسفورد، مكتبة بودليان، ثيرستون ٣، نسخت سنة ٦٧٥هـ، ومخطوطة أخرى نسخت عنها في القرن السابع عشر، هي: مخطوطة اكسفورد، مكتبة بودليان، مارش ٧٢٠.

Oxford, Bodleian Library, Thurston 3, Pages: 130b-131a, 675 H.

Oxford, Bodleian Library, March 720, Pages: 264b - 266a, 17th century.

(٤٢) في تقديرنا، فقد وضع القوهي حله [ق: ١] في حدود ٣٦٠هـ/٩٧١م أو بعدها بسنين قليلة، وقد قال أبو الجود: «بعد ما عملته [٩٦٩/٣٥٨] بسنين غير قليلة».

[ق:٢] فجاء بعد سنين طويلة من مسابقة حل المسبع. لقد قسم القوهي في [ق:١] والصغاني في [ص] الخط ا بح إلى ثلاثة أقسام بنقطتين. ولقد قال أبو الجود: «*إن قسمة الخط المفروض بقسمين، كما عملت، أقرب من قسمته ثلاثة أقسام كما عملاه*» فهذا الأمر وجهة نظر معقولة، وليس لنا تعليق آخر هنا.

أما قول أبي الجود: «*ومعلوم أيضاً أن القطع المكافىء أقرب من القطع الزائد*» فهذا الأمر أيضاً وجهة نظر، ولكننا هنا نتفق معه في الرأي، ونعتقد أن معظم الرياضيين ـ وليس بالضرورة كلهم ـ يتفقون معنا في وجهة النظر هذه.

كما يرى أبو الجود أن مثلثه ($\frac{١}{٧}$ × ١٨٠°، $\frac{٣}{٧}$ × ١٨٠°، $\frac{٣}{٧}$ × ١٨٠°) أفضل من مثلثات غيره، لأنه: «*مطرد في سائر المضلعات التي أضلاع كل منها فرد*»، وهذا الأمر وجهة نظر معقولة أيضاً.

لقد ركزنا ـ حتى الآن ـ على قصة مسابقة بناء المسبع وملابسات تبادل الشتائم والاتهامات بالانتحال، ولم نُركِّز على الناحية الرياضية الهندسية وذلك لضيق المكان، فهناك حوالي عشرين مقالة لها علاقة بالمسبع، وكلها تستحق التحقيق والدراسة لتكون كتاباً طويلاً شاملاً، لعلنا نقوم بكتابته، في وقت لاحق، إن شاء الله.

كتب ابن الهيثم مقالتين حول المسبع، ذكرهما ابن أبي أصيبعة ضمن القائمة (جـ)، أي: كُتِبَتا ـ في الغالب ـ في وقت ما بعد نهاية جمادى الآخرة ٤١٩هـ (١٠٢٨م) وقبل نهاية سنة ٤٢٩هـ (١٠٣٨م). أي: بعد مرور حوالي ستين سنة أو يزيد على مسابقة المسبع المذكورة. ولكن، قبل أن نتكلم عن مقالتي ابن الهيثم، نريد أن نذكر بعض خواص القطعين المخروطين، الزائد والمكافىء، كما استعملها العرب، وذلك كمساعدة للقارىء الذي لا يعرف هذه القطوع إلّا بالطرق الحديثة. ونشير إلى أرقام النظريات كما جاءت في كتاب مخروطات أبولونيوس الذي استعمله العرب: ج. ل. هايبرج J. L. Heiberg [٩١].

الوتر: قطعة من خط مستقيم تصل بين نقطتين على محيط القطع.

القطر (قطر القطع): الخط الذي ينصف (يمر بمنتصف) جميع الأوتار المتوازية في القطع والتي توازي خط ما مفروض ثابت ل .

نقطة الرأس (رأس القطع): نقطة تقاطع القطر والقطع. [يلاحظ أن كل نقطة على القطع

فهي رأس قطع بالنسبة لقطر ما، لأننا إذا أخذنا مماساً لنقطة على القطع (محيط القطع) ورسمنا جميع الأوتار الموازية لهذا المماس، فالخط الذي ينصف هذه الأوتار يمر بالنقطة وهو«قطر» وهي «رأس». ويلاحظ أيضاً أن هذا التعريف يختلف عن تعريف الوقت الحاضر. ففي عصرنا هذا، فإن نقطة الرأس هي نقطة تقاطع **المحور** (وليس أي قطر) مع القطع].

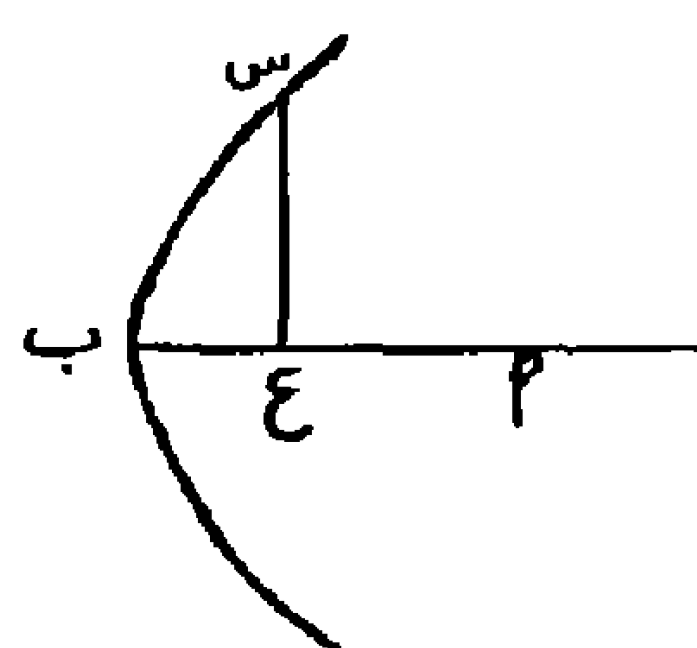
خطوط الترتيب : أنصاف الأوتار ـ التي توازي خط ما مفروض ثابت ل ـ بالنسبة للقطر.
[ويلاحظ أن خطوط الترتيب توازي المماس على نقطة الرأس (نقطة تقاطع القطر والقطع). والزاوية المحصورة بين خطوط الترتيب والقطر هي **«زاوية خطوط الترتيب»**، فاذا كانت زاوية خطوط الترتيب قائمة كان **القطر «محوراً»**].

يلاحظ أن **أقطار** القطع المكافىء هي **المحور** وكل الخطوط التي توازي المحور [**نظرية** ٤٦، المقالة الأولى].

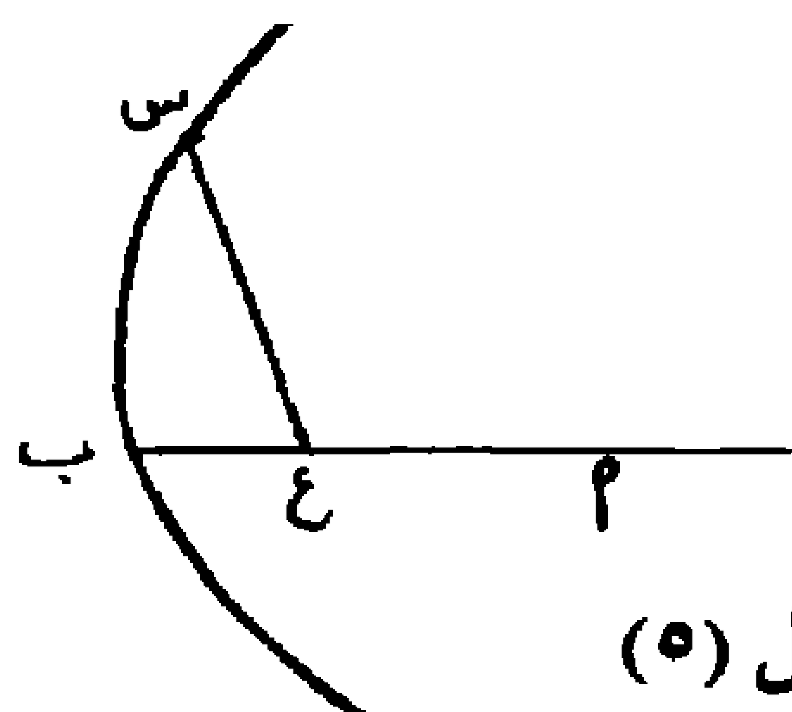
إذا كان ا ب قطراً للقطع المكافىء س ب، والنقطة ب رأس القطع بالنسبة للقطر ا ب، وليكن س ع خط ترتيب بالنسبة **للقطر** ا ب :
فإن (س ع)^{٢} = ب ع × ر [٤٣]، حيث ر قطعة مستقيم تعتمد على اختيار القطر ا ب وليس على س .

وللاختصار، نقدم الرموز الآتية :

[م : ١] = مكافىء أول = الخاصة : (س ع)^{٢} = ب ع × ر، حيث القطر ا ب هو المحور (شكل ٤).
[م : ٢] = مكافىء ثان = الخاصة : (س ع)^{٢} = ب ع × ر، حيث القطر ا ب ليس محوراً (شكل ٥).



الشكل (٤)



الشكل (٥)

٤٣ . إذا كان القطر هو محور السينات، ورأس القطع المكافىء هو نقطة الأصل (٠، ٠)، فإن المعادلة في الوقت الحاضر هي ص^{٢} = ر × س، وهي الحالة الخاصة [م : ١] المذكورة في المتن.

في الوقت الحاضر، فإن القطع الزائد مكوّن من فرعين متقابلين، ومركز القطع هو النقطة الواقعة في منتصف المسافة بين رأسي القطع. أما عند العرب القدامى، فالقطع الزائد عبارة عن فرع واحد فقط من الفرعين، والفرع الآخر هو القطع الزائد المقابل.

لكل قطع زائد، يوجد نقطة واحدة فقط تسمى «مركز القطع»، وهي نقطة تقاطع كل أقطار القطع. والقطعان الزائدان المتقابلان لهما نفس المركز.

ليكن: ا ب قطر القطع الزائد، ب رأس القطع بالنسبة للقطر ا ب ، حـ مركز القطع، لتكن د نقطة على امتداد ب حـ بحيث يكون ب حـ = د حـ . إذا كان س ع خط ترتيب بالنسبة للقطر ا ب . فان $(س ع)^2 \div (ع ب \times ع د) = و \div ب د$ ، حيث و قطعة مستقيم تعتمد على اختيار القطر ا ب وليس على س . واذا كان و = ب د بالنسبة لقطر ما، فان و = ب د بالنسبة لكل قطر (نظرية ٢٣ ، المقالة السابعة) ويصبح القطع الزائد $(س ع)^2 = ع ب \times ع د$ [٤٤].

وللاختصار، نقدم الرموز الآتية :

[ز:١] = زائد أول = الخاصة : $(س ع)^2 = ع ب \times ع د$ ،حيث القطر ا ب هو المحور (شكل ٦).

[ز:٢] = زائد ثان = الخاصة : $(س ع)^2 = ع ب \times ع د$ ،حيث القطر ا ب ليس محوراً (شكل ٧).

تقول النظرية ١٢ في المقالة الثانية، الآتي: إذا كانت النقطتان س ، ص على القطع الزائد، وكان ك م ، ك د خطا التقارب (asymptotes) للقطع الزائد ، وكان س ف يوازي ص د ، كذلك كان س ي يوازي ص م في الشكل (٨) ، فإن س ي × س ف = ص م × ص د . ونرمز :

[ز:٣] = زائد ثالث = الحالة الخاصة للنظرية ١٢ من المقالة الثانية، حيث خطا التقارب ك م ، ك د متعامدان، وحيث معادلة القطع الزائد من النوع المذكور في [ز:١] ، [ز:٢]، كما في الشكل (٩).

---

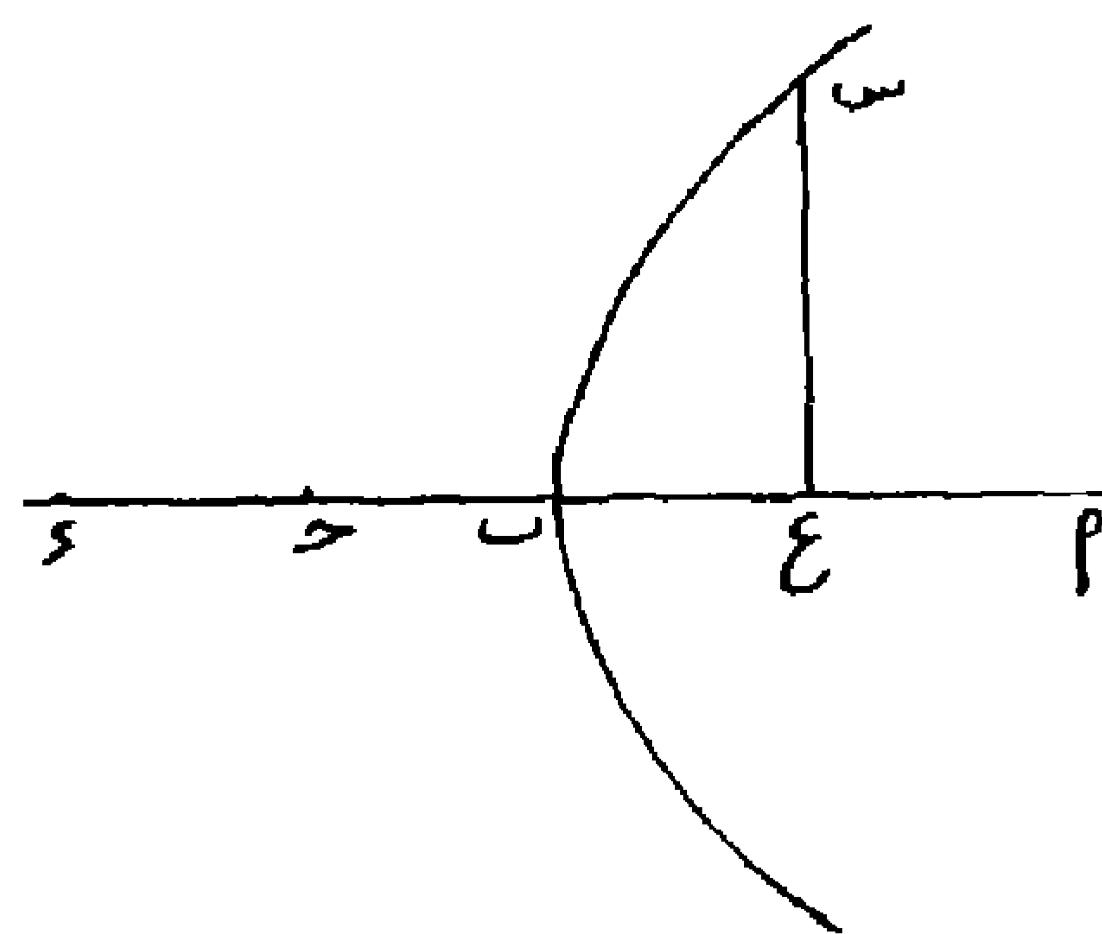
٤٤ . اذا كان القطر هو محور السينات، ورأس القطع الزائد نقطة الأصل (٠ ، ٠)، وكان و = د ب ؛ فإن معادلة القطع الزائد: $ص^2 = س (س + و)$.

[ز: ٤] = زائد رابع = الحالــة الخاصة للنظرية ١٢ من المقالة الثانية ، حيث الزاوية بين خطي التقارب تساوي ١٣٥°، الزاوية ص ك د = ٩٠°، ص م // س ي // ف ك ، س ف // ص د // م ك . كما في الشكل (١٠). والعالم الوحيد الذي استعمل هذه الخاصة [ز: ٤] هو ابن الهيثم.

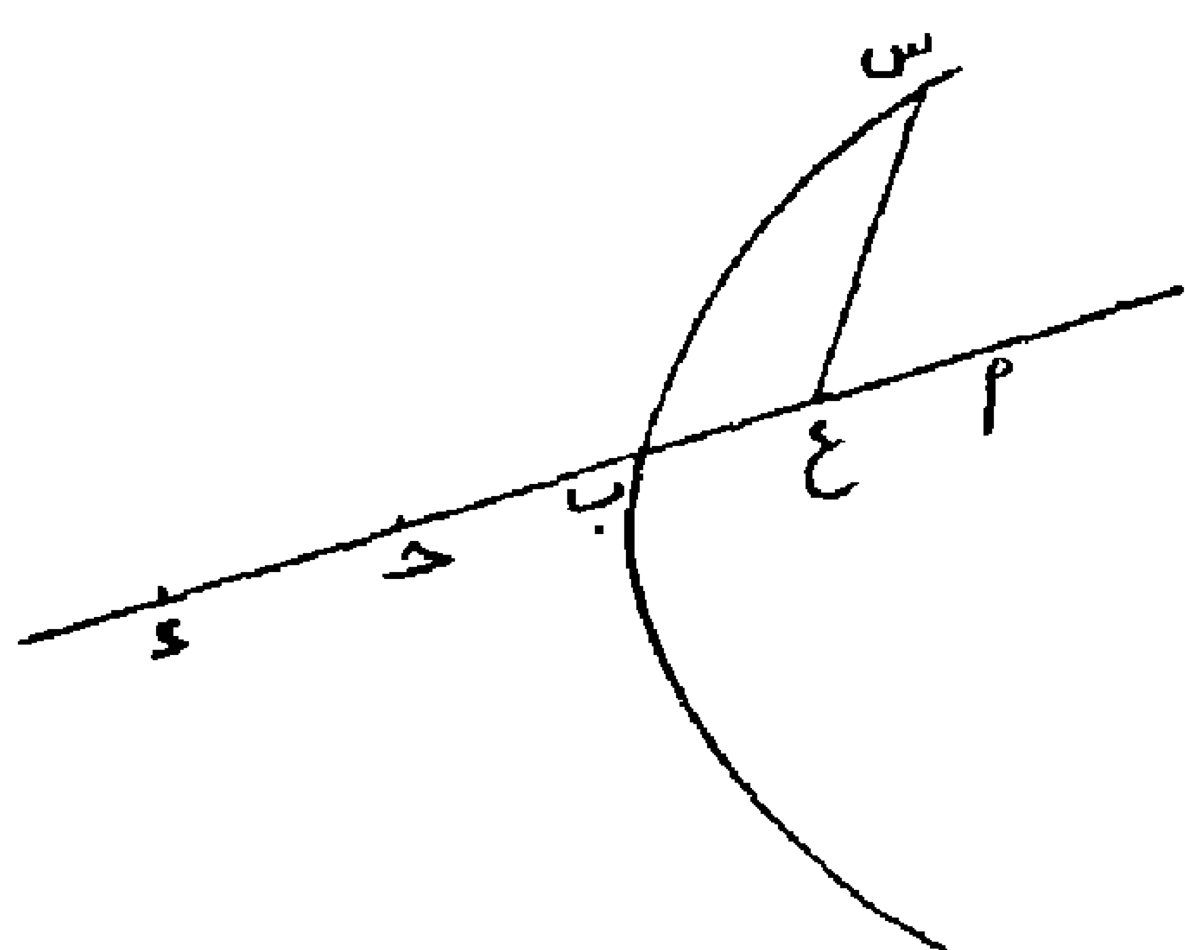
[ز: ٥] = زائد خامس = النظرية ١١ من المقالة الثانية تقول: إذا كانت النقطتان س ، ص على القطــع الزائد، وكان ف ك ، ك م خطـا التقارب، وإذا كـان الخـط س ع ء يوازي الخط ص ك ويتقاطع مع خط التقارب ف ك على النقطة ع ، فإن س ع × س ء = (ص ك)^٢، كما في الشكل (١١).

[ز: ٦] = زائد سادس = النظرية الثامنة من المقالة الثانية تقــول : إذا كان أ و ، ب و خطي التقارب للقطع الزائد المار بالنقطتين س ، ع وكان ب ع س أ خطاً مستقيماً، فإن ب ع = أ س ، كما في الشكل (١٢).

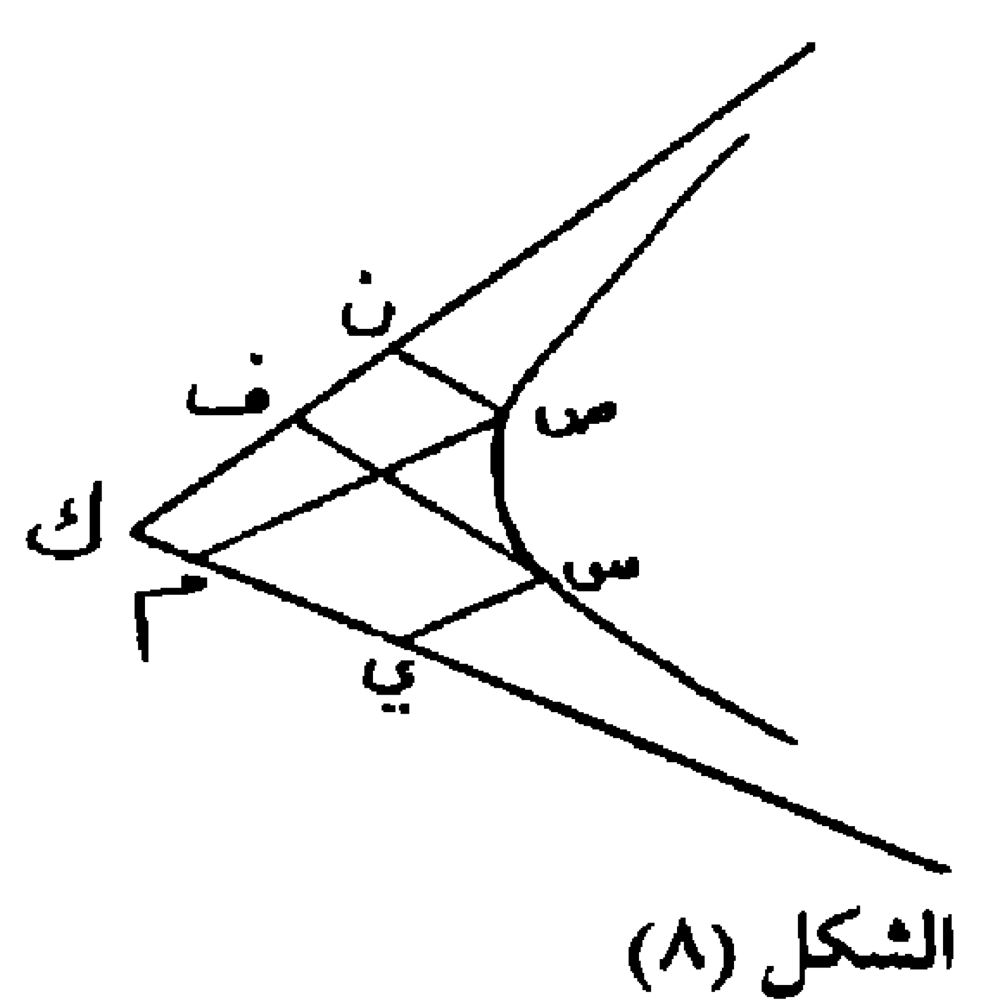
[ز: ٧] = زائد سابع = إذا كانت النقطتان س ، ع على القطعين الزائدين المتقابلين، وكان الخط س ع ماراً بالمركز المشترك حـ ، فإن س حـ = ع حـ (هذه نتيجة لتعريف والنظريتين ١٦ ، ١٧ من المقالة الأولى). انظر الشكل (١٣).



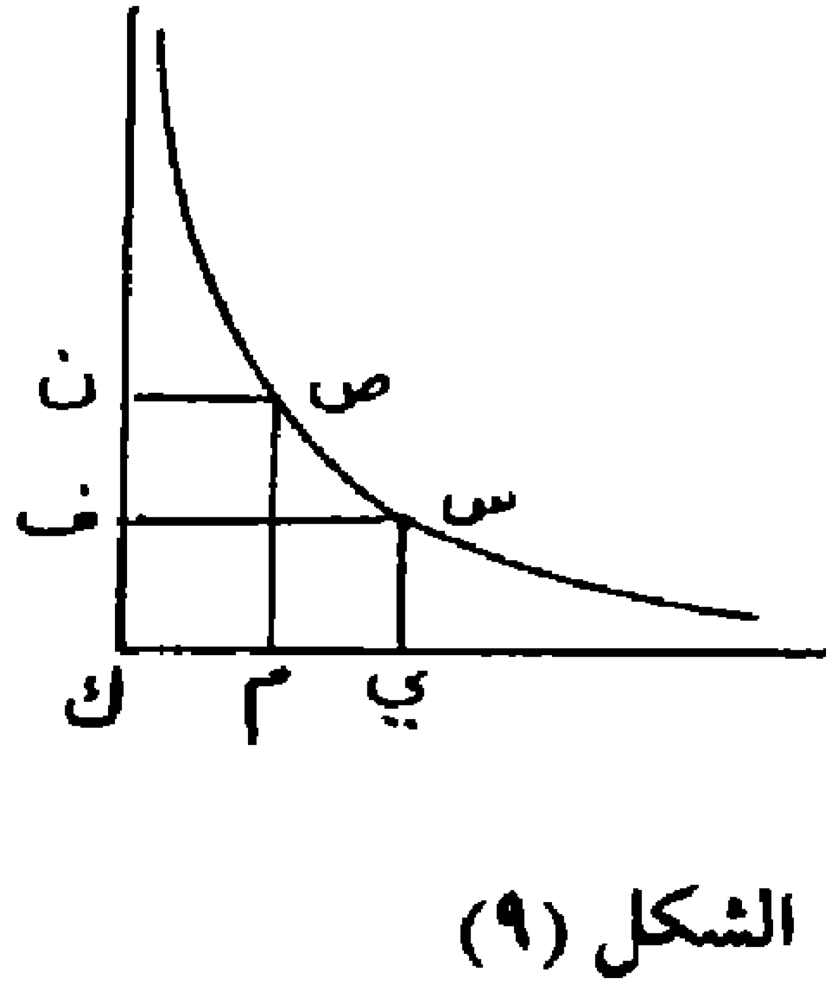
الشكل (٦)



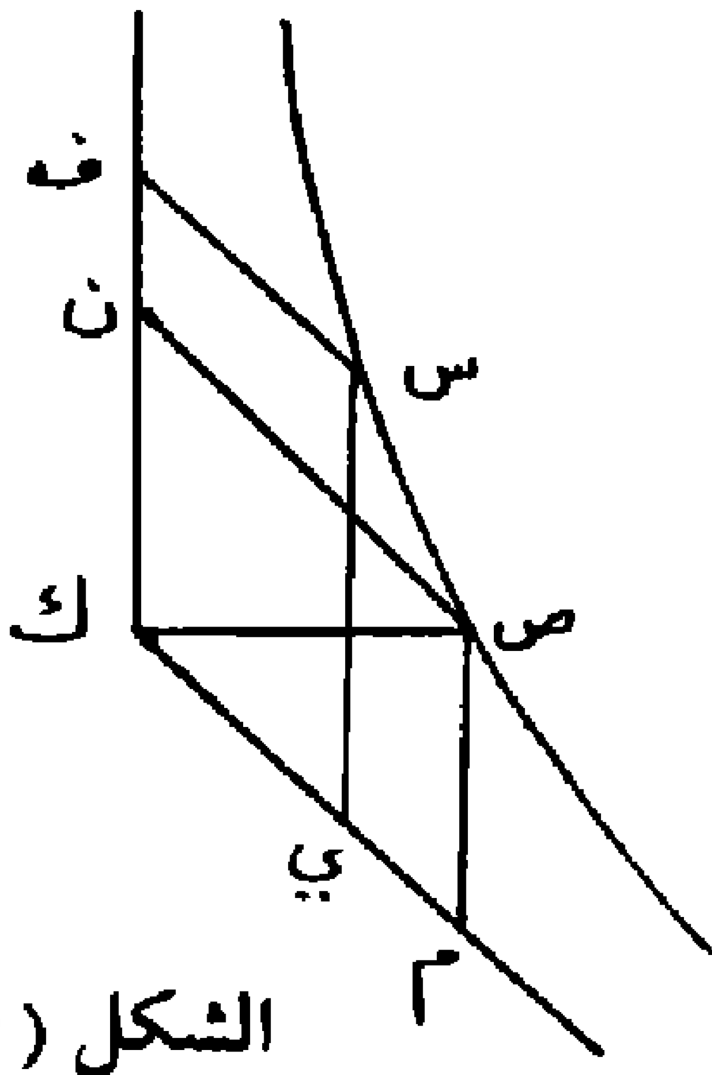
الشكل (٧)



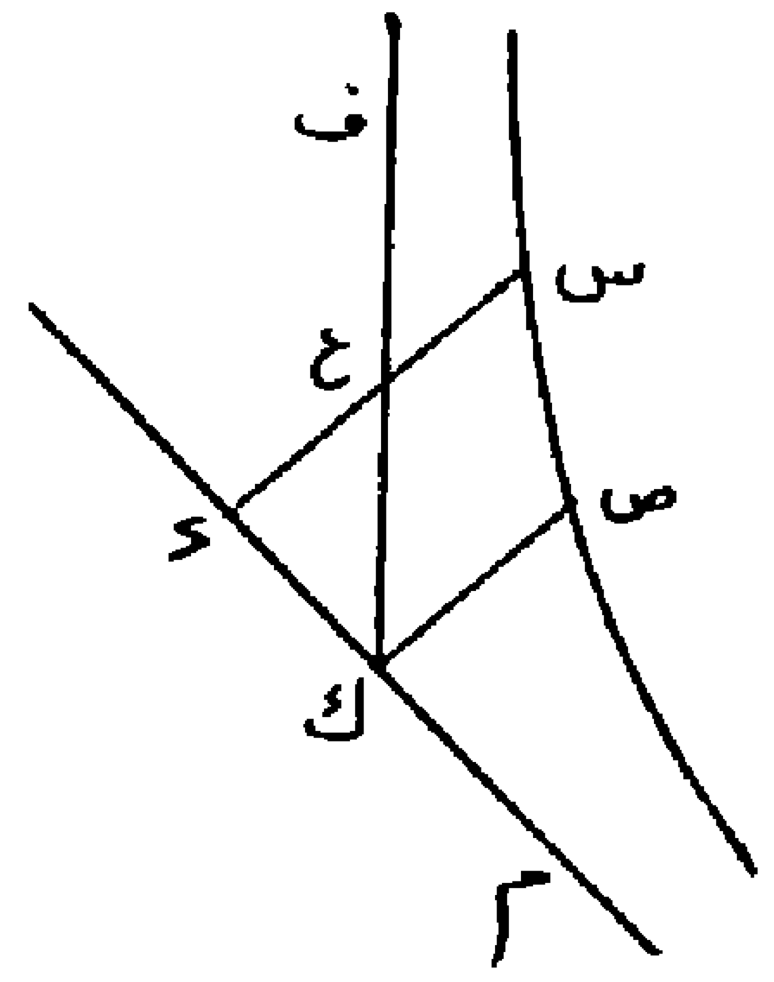
الشكل (٨)



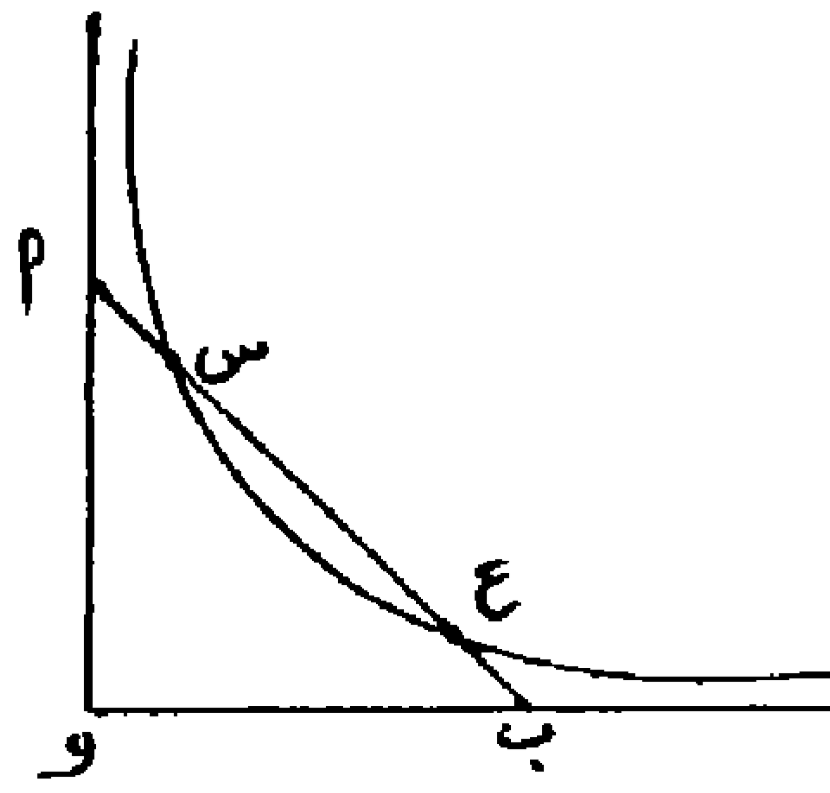
الشكل (٩)



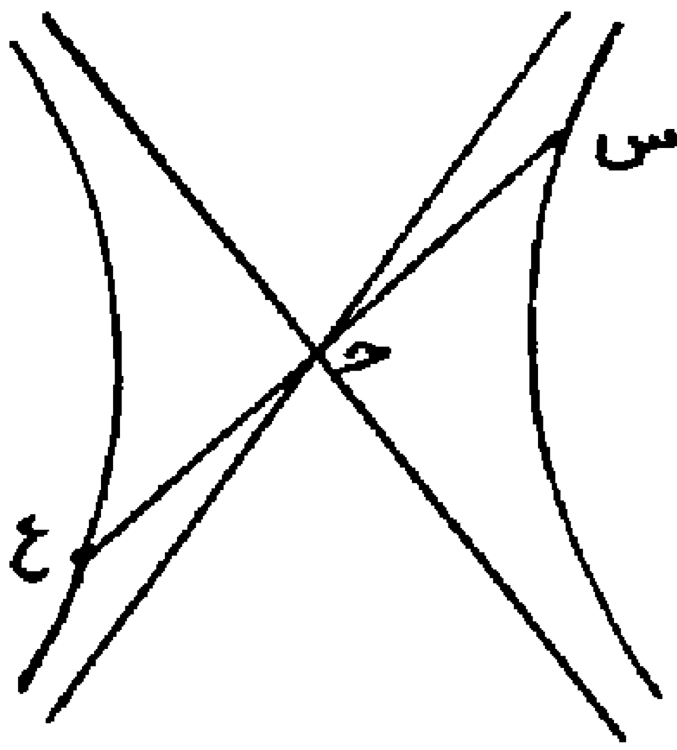
الشكل (١٠)



الشكل (١١)



الشكل (١٢)



الشكل (١٣)

نحقق الآن بداية مخطوطة عاطف ١٧١٤/١٩، ص ٢٠٠ ب :

«بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر وتمم بالخير
مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في عمل المسبع في الدائرة

إن أحد الأشكال الهندسية التي يتحدى[٤٥] بها المهندسون، ويفتخر بها المبرّزون، وتظهر بها قوة من وصل إليها: هو عمل المسبّع المتساوي الأضلاع في الدائرة. وقد ظفر بذلك بعض المتقدمين وبعض المتأخرين، إلّا أنه ظفر فيه بعض الدَّخَل. أما الذي عمله من المتقدمين فهو أرشميدس، فإن له قولا في استخراج ضلع المسبّع، إلّا أنه يسلّم مقدّمة استعملها في استخراجه ولم يقدم البَيِّنَة[٤٦]. وقد بيَّنا نحن المقدمة التي استعملها أرشميدس في قول مفرد غير هذا القول. وأما المتأخرون، فالذي وقع إلينا لهم هو قولان: أحدهما بُيِّنَ فيه مقدمة أرشميدس ثم بُنِيَ العمل عليها، والقول الآخر هو قول لأبي سهل ويجن[٤٧] بن

---

٤٥. في الأصل: يتحدا ٤٦. في الأصل: المبينة ٤٧: في الأصل: والحسين

رستم الكـوهي، وهـو أنـه استخـرج ضلع المسبـع بخط قَسَمَـهُ بثلاثة أقسام على نسبة مخصوصة، وهو الخط الذي به تتم مقدمة أرشميدس .

ولم نجد لأحد من المتقدمين ولا من المتأخرين قولا مشروحاً يستوعب جميع الوجوه التي يتم بها عمل المسّبع . ولما كان ذلك كذلك، أنعمنا النظر في عمل المسبع، وَبَيَّنا جميع الوجوه التي يتم بها عمل المسّبع، وعملناه بالتحليل والتركيب .

وهذا حين نبتدىء بالقول في ذلك، فنقول : إنا نريد أن نعمل في دائرة معلومة شكلا مسبعاً متساوي الأضلاع والزوايا، تحيط به الدائرة. فلتكن الدائرة هي التي عليها ا ب حـ ، ونـريد أن نعمـل فيها مسبعاً متساوي الأضلاع والزوايا تحيط به الدائرة. فعلى طريق التحليل، نفرض أن ذلك قد تم، وهو مسبع ا د هـ ب حـ ز ح ، ونصل خطوط . . . . . »

يشـير ابن الهيثم إلى أن أرشميدس قد بنى المسبع باستعمال مُقَدِّمَة دون أن يقدم «البَيِّنة» عليها (أي : دون أن يبرهنها). ويقول إنه كتب مقالة ([هـ : ١]) برهن فيها مقدّمة أرشميدس غير المبرهنة، ونعلم أنه برهنها باستعمال مربع وخط ومثلثي أرشميدس المشار اليهم آنفاً .

يقول ابن الهيثم إنه اطلع على نوعين من البراهين للمتأخرين، أحدهما برهان لمقدمة أرشميدس، أي : برهـان باستعـال مربع وخط وربما أيضاً مثلثي أرشميدس. والبرهان الآخر للقوهي الذي أعرض فيه عن استعمال مربع ومثلثي أرشيمدس ولكنه قدم البرهان على قسمة خط أرشميدس على الشرط الذي قدمه أرشميدس، فهو يشير إلى [ق: ١].

وهنـا نتسـاءل، ألم يطلع ابن الهيثم على مسابقة المسبّع التي اشترك فيها أبو الجود والسجزي والعلاء بن سهل والقوهي والصغاني؟! ألم يطلع على الخط الذي طالب أبو الجود بقسمته بنسبة معينة؟! ألم يطلع على الحلول الثلاثة المتطابقة التي استندت إلى خط أبي الجود والتي ليس لها علاقة بمقدمة أرشيمدس؟! ألم يطلع على مقالة الشني التي وضعت[٤٨] في

٤٨ . بعد تحليلنا لمخطوطات الشني وغيرها من المخطوطات، توصلنا إلى القول: نرجح أن الشني قد كتب كتابه حول المسبع [ش] بعد وفاة الصغاني (ت: ٣٧٩/٩٨٩) والقوهي (لا نعلم سنة وفاته). ونعلم أن القوهي قد كان على رأس عمله في الرصد بطلب من الملك البويهي شرف الدولة سنة ٣٧٨/٩٨٨ . أي : كتب الشني كتابه [ش] بعد سنة ٣٧٨/٩٨٨ بسنين عديدة ربما كثيرة. كما أن تحليلنا المذكور يجعلنا نرجح أن الشني ولد حوالي ٣٤٥هـ وتوفي حوالي ٤١٠هـ . ونتذكر: ولد ابن الهيثم سنة ٣٥٤/٩٦٥ وتوفي حوالي ٤٣٢/١٠٤٠ (١٠٤١).

وقت كان فيه ابن الهيثم شاباً وعالماً مرموقاً؟! إننا نتساءل لأنه قال إن المسبع «*أحد الأشكال الهندسية التي يتحدّى بها المهندسون، ويفتخر بها المبّرزون*»، وكذلك لأنه قال: «*ولم نجد لأحد من المتقدمين ولا من المتأخرين قولا مشروحاً يستوعب جميع الوجوه التي يتم بها عمل المسبّع*». إن جملته الأخيرة توحي أنه كان على معرفة بأعمال المتأخرين، فلماذا لم يُشر إليهما؟! لماذا أشار فقط إلى أرشميدس ـ شيخ الهندسة في القدم ـ وإلى القوهي ـ شيخ عصره في الهندسة ـ من المتأخرين؟!! هل كان يتعالى على المتأخرين؟!

إن عمل ابن الهيثم في [هـ : ٢] «*يستوعب جميع الوجوه التي يتم بها عمل المسبّع*»، فهو يحلّل المسألة تحليلاً وافياً دقيقاً ليتعرّف جميع الوجوه «التي يتم بها عمل المسبع». وقد أوضح، صواباً، أنه يوجد أربعة مثلثات ـ فقط لا غير ـ «يتم بها عمل المسبع». فإذا رمزنا: أ = $\frac{١}{٧}$ × ١٨٠°، فالمثلثات الأربعة كما أوردها هي :

(١) مثلث زواياه: أ، ٣ أ، ٣ أ . . . . النوع الأول[49]

(٢) مثلث زواياه: ٢ أ، ٣ أ، ٢ أ . . . . النوع الثاني.

(٣) مثلث زواياه: أ، ٥ أ، أ . . . . النوع الثالث.

(٤) مثلث زواياه: أ، ٤ أ، ٢ أ (أي: أ، ٢أ، ٤أ). . . النوع الرابع.

أما في الوقت الحاضر، فنحن ننظر إلى الوجوه الأربعة على أنها وجه واحد عام، يَتَمَثَّل في إيجاد الزاوية أ = $\frac{١}{٧}$ × ١٨٠° .

لقد وضع ابن الهيثم في مقالته [هـ : ٢] أربعة حلول استعمل في كل واحد منها أحد المثلثات الأربعة المذكورة على النحو التالي:

الأول : مثلث (أ، ٣أ، ٣أ): قَسَمَ خط ا ه د ح ثلاثة أقسام بحيث يكون :
(ه ح)^{٢} = ا ح × د ح = ا د × ه د .

الثاني : مثلث (٢ أ، ٣ أ، ٢ أ): قَسَمَ خط ح د ب ه ثلاثة أقسام بحيث يكون :
ح ب × د ب = د ح × ح ه = (ب ه)^{٢}.

---

٤٩. نجد في هامش المخطوطة عاطف ١٧١٤/١٩، ص ٢٠١أ الآتي: «نوع أول ١، ٣، ٣؛ نوع ثان ٢، ٣، ٢؛ نوع ثالث ١، ٥، ١؛ نوع رابع ١، ٤، ٢».

الثالث : مثلث (أ، ٥أ، أ): قَسَمَ خــط حـ ى هـ بـ ثلاثة أقسام بحيث يكــون : حـ بـ × حـ ى = (هـ بـ)^٢، ى بـ × ى هـ = (حـ ى)^٢.

الرابع : مثلث (أ، ٤أ، ٢أ) : قَسَمَ خــط أ حـ ى بـ ثلاثة أقسام بحيث يكون : أ ى × حـ ى = (ى بـ)^٢، حـ بـ × ى بـ = (أ حـ)^٢.

فإذا أضفنـا، إلى الحلول الأربعـة الأخـيرة، الحـل الذي قدمه ابن الهيثم لمقدمة أرشميدس وبناء المسبع في [هـ : ١] يصبح عندنا خمسة حلول مختلفة لبناء المسبع وضعها ابن الهيثم وتختلف عن الحلول السبعة الأخرى التي نعلم بوجودها.

ثمة حلّان في [هـ: ١]، الأول هو الحل الذي قدمه ابن الهيثم لمقدمة المسبع باستعمال مربع وخط ومثلثي أرشميدس، ونرمز لهذا الحل بالرمز ([هـ: ١]: ١). ونرمز للحل الثاني بالرمز ([هـ: ١]: ٢)، وهذا الحل يطابق حل ابن الهيثم الرابع الموجود في [هـ: ٢] والذي نرمز له ([هـ: ٢]: ٤). أي: ([هـ: ١]: ٢) = ([هـ: ٢]: ٤). كما نرمز لحلول ابن الهيثم الثلاثة الأخرى الموجودة في [هـ: ٢] بالرموز: ([هـ: ٢]: ١)، ([هـ: ٢]: ٢)، ([هـ: ٢]: ٣).

لأبي الجود حل صائب ثانٍ غير الذي حكيناه، نجده في كتابه الذي أرسله إلى أبي الحسن أحمد بن محمد بن إسحق الغادي (مخطوطة القاهرة ٤١ رياضة م/١٨) الذي تكلمنا عنـه سابقـاً، وكذلك نجده في مقالة موسومة: «**تركيب لتحليل مقدمة المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة**» نجدها في مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/١٦، ص : ١١١ ب - ١١٢ ب، نسخها مصطفى صدقي «في يوم الاثنين الثاني والعشرين من جمادي الأولى لسنـة ثلاث وخمسين وماية وألف» (١٥/آب (أغسطس)/١٧٤٠)، والواضح أن مصطفى صدقي قد كتب اسم المؤلف ثم شطبه، ولكننا نرجح أن المقالة لأبي الجود، ونرمز لهذا الحل [حـ : ٣].

ثمة حل صائب لنصر بن عبدالله العزيزي، نجده في مقالة له موسومة: «**رسالة نصر ابن عبـدالله في استخـراج وتـر المسبـع المتساوي الأضلاع**»، مخطوطة أكسفورد، مكتبة بودليان، ثيرستون ٣، ص : ١٣١ أ - ١٣١ب، نسخت سنة ٦٧٥هـ/١٢٧٦ (١٢٧٧)م؛ وكـذلـك نجـدها في مخطوطة أكسفورد، مكتبة بودليان، مارش ٧٢٠، ص : ٢٦٦ أ - ٢٦٧ب، وهي نسخـة عن سابقتها، نسخت في القرن السابع عشر الميلادي، هذا ولا

نعرف متى وضع هذا الحل، لأننا لا نعرف شيئاً عن نصر بن عبدالله العزيزي. ونرمز لهذا الحل [ن].

ثمة حل صائب آخر لأبي المعلى كمال الدين موسى بن يونس (ت: ١٢٤٢)، نجده في مقالة له موسومة: **«رسالة في البرهان على اتخاذ المقدمة التي أهمله أرشميدس في كتابه في تسبيع الدائرة وكيفية ذلك»**. نجد هذه المقالة في أربع مخطوطات، هي: مخطوطة مانيسا (تركيا)، جنيل ١٧٠٦، ص: ١٨٤ ب ـ ١٨٦أ، نسخت ٦٩٩/١٢٩٩ (١٣٠٠)؛ مخطوطة استانبول، سراي توبكابي، أحمد الثالث ٣١٤١ (رقم قديم ٣٣٤٢)؛ اكسفورد، مكتبة بودليان، ثيرستون ٣، ص: ١٢٨ ب ـ ١٢٩أ، نسخت ٦٧٥/١٢٧٦؛ اكسفورد، مكتبة بودليان، مارش، ٧٢٠، ص: ٢٥٧ أ ـ ٢٥٨ب، وهي نسخة عن سابقتها، نسخت في القرن السابع عشر الميلادي. ونرمز لهذا الحل بالرمز [ك].

ويلاحظ أن الحلول: [ص]، [حـ:٣]، ([هـ:١]:١)، [ك]، **هي حلول لمقدمة أرشميدس غير المبرهنة**. ويُسْتعمل في [ص]، ([هـ:١]:١)، [ك] مربع أرشميدس ا ب ء حـ وخطه ء ط ح ز ومثلثيه المتساويين بالمساحة △ ز ا ح = △ حـ ط ء. أما في [حـ:٣] فيستعمل مربع أرشميدس ا ب ء حـ وخطه ء ط ح ز ولكنه لا يبرهن مساواة مثلثي أرشميدس. وفي الجملة فالحلول الأربعة مختلفة تماماً عن بعضها البعض وصلتها الوحيدة هي كونها جميعاً حلولاً لمقدمة أرشميدس.

كما يلاحظ أن الحلول: [ق:١]، [ق:٢]، ([هـ:١]:٢) = ([هـ:٢]:٤)، **هي حلول أعرضت عن مربع ومثلثي أرشميدس، ولكنها استعملت خط أرشميدس ا حـ ء ب وشرطه**: ا ء × حـ ء = (ء ب)^2، حـ ب × ء ب = (ا حـ)^2. وهي ثلاثة حلول مختلفة تماماً.

ونكرر ما قلناه سابقاً: إن الحلول الثلاثة: [حـ:٢]، [س:٢]، [ق:٣] هي حلول متطابقة، فهي إذن حل واحد. ويستعمل هذا الحل الخط الذي أمر به أبو الجود ا حـ ب وعلى شرط أبي الجود (نسبته المعينة): أي، النسبة (▽):

$$\sqrt{\frac{ا ب \times ا حـ}{ب حـ}} = \frac{ا ب}{ا ب + ب حـ}$$

. وهذا الحل مستقل تماماً عن أرشميدس، كما أنه **الحل الصائب الوحيد** الذي يقسم الخط ا ب إلى قسمين بنقطة واحدة فقط. أما

الحلول الأحد عشر الأخرى فإنها جميعاً تقسم الخط بنقطتين إلى ثلاثة أقسام.

أما نصر بن عبدالله العزيزي، فيبدأ بمثلث أ ب جـ من النوع (أ، ٣أ، ٣أ) ويمد الخط أ ب على استقامة فيحصل على خط أ ب د هـ مقسوماً بالنقطتين ب، د إلى ثلاثة أقسام، كما يحصل على مثلث أ جـ هـ من النوع (أ، ٥أ، أ). أما الشرط (النسبة) الذي يحتاجه لقسمة الخط أ ب د هـ فهو: أ هـ × د هـ = (أ ب)^{2}، أ د × ب د = (د هـ)^{2}. وإذا أخذنا بعين الإعتبار اختلاف الأحرف الهندسية، فإننا نجد أن هذا المثلث (أ، ٥أ، أ) والخط أ ب د هـ والشرط المذكور هم بالضبط المثلث والخط والشرط الوارد في حل ابن الهيثم الثالث ([هـ: ٢]: ٣). ومع ذلك فإن حل نصر بن عبدالله العزيزي يختلف عن حل ابن الهيثم الثالث ([هـ: ٢]: ٣)، ولعل أهم اختلاف بين الحلّين هو استعمال قطوع مخروطية مختلفة (راجع القائمة التالية).

ونكتب الآن بإيجاز خواص الحلول الإثني عشر الصائبة المختلفة التي وصلتنا في القائمة التالية:

الرقم	رمز الحل	الخطوط والشروط المستعملة	نوع المثلث	القطوع المخروطية المستعملة
(١)	[حـ: ٢] [س ٢] [ق: ٣]	ثلاثة حلول متطابقة، فهي حل واحد. خط وشرط أبي الجود (اشترك في وضع الحل: العلاء بن سهل)	أ، ٣أ، ٣أ	[م: ١]، [ز: ٣].
(٢)	[ص]	خط ومربع ومثلثا أرشميدس	أ، ٢أ، ٤أ	[ز: ٥]، [ز: ٦]، [ز: ٧].
(٣)	([هـ: ١]. ١)	خط ومربع ومثلثا أرشميدس	أ، ٢أ، ٤أ	[م. ١]، [م. ٢].
(٤)	[ك]	خط ومربع ومثلثا أرشميدس	أ، ٢أ، ٤أ	[ز: ١]، [ز: ٣].
(٥)	[جـ: ٣]	خط ومربع أرشميدس بدون مثلثيه.	أ، ٢أ، ٤أ	[م: ١]، [ز: ٣].
(٦)	[ق ١]	خط وشرط أرشميدس بدون مربعه ومثلثيه	أ، ٢أ، ٤أ	[م ١]، [ز: ١].
(٧)	[ق: ٢]	خط وشرط أرشميدس بدون مربعه ومثلثيه	أ، ٢أ، ٤أ	[ز: ٢]، [ز: ٥].
(٨)	([هـ: ٢]: ٤)	خط وشرط أرشميدس بدون مربعه ومثلثيه	أ، ٢أ، ٤أ	[م: ١]، [ز: ٤].
(٩)	([هـ. ٢] ١)	خط وشرط ابن الهيثم الأول.	أ، ٣أ، ٣أ	[ز: ٣]، [ز: ٤].
(١٠)	([هـ. ٢]: ٢)	خط وشرط ابن الهيثم الثاني.	٢أ، ٣أ، ٢أ	[ز: ٣]، [ز: ٤].
(١١)	([هـ: ٢]: ٣)	خط وشرط ابن الهيثم الثالث.	أ، ٥أ، أ	[م: ١]، [ز: ٤].
(١٢)	[ن]	خط نصر بن عبدالله وشرطه (يعادل خط ابن الهيثم الثالث وشرطه).	أ، ٥أ، أ	[ز: ١]، [ز: ٥].

وكما ذكرنا فإن الموضوع يستحق أن يكون كتاباً كبيراً. ولا يتسع المقام لتحقيق أو حتى شرح البراهين المذكورة آنفاً. **لذا آثرنا أن نحقق برهاناً واحداً فقط، واخترنا البرهان الأول ([هـ: ٢]: ١) في: «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في عمل المسبع في الدائرة»،** مخطوطة عاطف ١٧١٤/١٩، ص: ٢٠١ ب - ٢٠٣أ (يبدأ الحل في السطر الثاني من

الصفحة ٢٠١ ب وينتهي في آخر سطر من الصفحة ٢٠٣أ، أي أن هذا البرهان وحده يتكون من أربع صفحات كاملة. أما المقالة بكاملها فتتكون من إحدى وعشرين صفحة كاملة: ٢٠٠ ب ـ ٢١٠ أ). ونتابع البرهان مع الشكل (١٤).

يبدأ ابن الهيثم مقالته [هـ : ٢] بالمقدمة التي حققناها، ثم يحلل المسبع ويجد أنه بإمكانه بناء المسبع باستعمال أي مثلث من أربعة مثلثات ذكرناها آنفاً، ثم يبدأ برهانه الأول هكذا:

«ونبتدىء بالمثلث المتساوي الساقين الذي كل واحدة من زواياه التي على القاعدة ثلاثة أمثال الزاوية الباقية. ونريد أن نستخرج المسبع بهذا المثلث.

فعلى طريق التحليل[٥٠]: نفرض أنّا قد وجدنا مثلثاً على هذه الصفة. وليكن مثلث ا ب حـ. ونجعل زاوية حـ ب د مثل زاوية ب ا حـ، فيكون مثلث ب حـ د[٥١] شبيهاً بمثلث ا ب حـ، وتكون[٥٢] زاوية ب د حـ مثل زاوية ا ب حـ، وزاوية ا ب حـ مثل زاوية ا حـ ب؛ فزاوية ب د حـ مثل زاوية ب حـ د. فخط ب د مثل خط ب حـ.

ولأن مثلث حـ ب د شبيه بمثلث ا ب حـ تكون[٥٢] نسبة ا حـ إلى حـ ب كنسبة ب حـ إلى حـ د؛ فضرب ا حـ في حـ د مثل مربع ب حـ.

ونجعل زاوية د ب هـ مثل زاوية ب ا حـ؛ فيكون مثلثا ا ب د، د ب هـ متشابهين. وتكون زاوية ب هـ د مثل زاوية ا ب د. وزاوية ا ب د جزآن من سبعة؛ فزاوية ب هـ حـ جزآن من سبعة، وزاوية حـ ب هـ جزآن من سبعة؛ فخط هـ حـ مثل خط حـ ب.

---

٥٠ يرجى متابعة التحليل في الشكل (١٤).

٥١. تكون الرسومات، في معظم الأحيان، مغلوطة، وهذا الأمر يعود إلى جهل الناسخ. ولكن المؤلف يكتب برهانه آخذاً بعين الاعتبار أن الرسم جزء لا يتجزأ من البرهان. مثلا: لا يقول المؤلف أين تقع النقطة د ولكنه يرسمها ـ في مقالته الأصلية ـ على الخط ا حـ. وبالنسبة لمحقق المخطوطات الهندسية فواجبه أن يتحسس طريقه ـ ذهاباً وإياباً ـ إلى أن يعرف ما أراده المؤلف، لأنه لا يستطيع أن يعتمد على رسومات الناسخ الخاطئة وغير الواضحة.

٥٢. يستخدم الناسخ الأفعال: «يكون، يقع، . . .» في المخطوطة كلها، سواء كان مرفوعها مذكراً أو مؤنثاً، وهو استخدام صحيح، ولا نجد كلمة «تكون» في المخطوطة قطعاً، ولكننا آثرنا أن نكتب في تحقيقنا: «تكون الزاوية، ويكون الخط، . . .» دون التنبيه الى الأصل في الحواشي.

ولأن مثلث ء ب هـ شبيه بمثلث أ ب ء[٥٣] ، يكون ضرب أ ء في ء هـ مثل مربع ء ب . وَ ء ب مثل ب حـ ؛ فضـــرب أ ء في ء هـ مثل ضرب أ حـ في حـ ء . وَ ب حـ مثل حـ هـ ؛ فضرب أ ء في ء هـ مثل مربع حـ هـ ، وضرب أ حـ في حـ ء مثل مربع حـ هـ .

فنعمل على خط هـ حـ مربعاً قائم الزوايا، وليكن حـ هـ ح ر . ونخرج خطي حـ ر ، هـ ح على استقامة إلى ط وَإلى ل . ونتوهـــم القطع الزائـد الذي لا يقع عليه خطا هـ حـ ، حـ ط يمر بنقطة ح ، وليكن قِطع ح ك . ونخرج من نقطة ء خطاً موازيـاً لخـط حـ ط ؛

فهو يلقى هذا القطع، فلْيُلْقِله على نقطة ك . وهذا الخط يقطع خـط ر ح ، فليلقه على نقطة ن .

ونفصل ح ف[٥٤] مثل ح هـ . ونصل خطي ف ر ، ح حـ . فخـــط ح حـ يقطـــع خـط ء ن ، فليقطعه على نقطة م . فيكون حـ ء مثل ء م ، وَ ء هـ مثـــل ح ن . ونخرج ك ط موزايـــاً لِـ ء حـ .

[الشكل (١٤)]

فلأن خطي هـ حـ ، حـ ط لا يقعان على قطع ح ك ، يكون ضرب ك ء في ء حـ مثل ضرب ح هـ في هـ حـ[٥٥] الذي هو مربع حـ هـ . ولكن[٥٦] ضرب أ حـ في حـ ء مثل مربع

٥٣. في الأصل: أ ب جـ .

٥٤. في الأصل : حـ ف .

٥٥. «فلأن خطي هـ حـ ، حـ ط لا يقعان على قطع ح ك » تعني: بما أن الخطين هـ حـ ، حـ ط خطا التقارب (asymptotes) للقطع الزائد ح ك . وحسب [ز: ٣] فإن ك ء × ك ط = ح هـ × ح ر . ولكن ك ط = ء حـ ، ح ر = هـ حـ ، لذا فإن قول ابن الهيثم صواب.

٥٦. في الأصل : وليكن

حـ هـ ؛ فخط ك ء مثل خط أ حـ ، وَحـ ء مثل ء م ، فيبقى ك م مثل أ ء .

وضرب أ ء في ء هـ مثل مربع هـ حـ ؛ فضرب ك م [٥٧] في د ع [٥٨] مثل مربع هـ حـ. ونسبة د ع إلى ع م [٥٩] كنسبة ر ع إلى ع حـ [٦٠] ؛ فنسبة ضرب ك م في د ع إلى ضرب ك م في م ع كنسبة ر ع إلى ع حـ التي هي نسبة مربع ر ع إلى ضرب ر ع في ع حـ ، أعني ضرب ع ف [٦١] في ف ر [٦٢] . وضرب ك م في د ع مثل مربع ر ع ؛ فضرب ك م في م ع مثل ضرب ع ف في ف ر [٦٣] .

ونخرج ك ل موازياً لـ م ع ، فيكون ضرب م ك في ك ل مثل ضرب ع ف في ف ر ؛ فالقطع الزائد الذي لا يقع عليه خطّا حـ ع ، ع ل [٦٤] يمر بنقطتي ر ، ك ، وليكن قطع ر ك [٦٥] .

فإذا كان مربع هـ ر معلوم القدر والوضع ، كان قطعا ر ك ، ع ك [٦٤] معلومي الوضع ، وكانت نقطة ك معلومة ، وكانت نقطة ء معلومة ، وهي التي تعمل المسألة .

فلنركب [٦٦] هذا التحليل : فلنفرض خطاً معلوماً كيفما اتّفق ، وليكن هـ حـ . ونعمل عليه مربعاً ، وليكن هـ ع ر حـ . ونصل حـ ع . ونخرج هـ ع ، حـ ر على استقامة . ونفصل ع ف [٦٧] مثل ع هـ . ونصل ف ر [٦٨] . ونجيز على نقطة ع القطع الزائد الذي لا يقع عليه خطّا هـ حـ ، حـ ر ، وليكن قطع ع ك . ونجيز على نقطة ر القطع الزائد الذي لا يقع عليه خطا حـ ع [٦٩] ، ع ف فهذا القطع يقطع قطع ع ك ، لأن هذا القطع يقرب أبداً من خط ع ل إذا أخرج ع ل على استقامة . وقطع ع ك يبعد أبداً عن خط ع ل إذا أخرج ع ل على استقامة .

فليتقاطع القطعان على نقطة ك . ونخرج ك ء موازياً لـ حـ ر ، وَك ط موازياً لـ حـ هـ ، وَك ل موازياً لـ م ع . ونجعل حـ أ مثل ء ك . ونجعل أ مركزاً ، وندير ببعد

---

٥٧. في الأصل : ك ع . ٥٨. في الأصل : ر ع ٥٩. في الأصل : حـ م .
٦٠. من الأصل : ع ك . ٦١. في الأصل : ع ء ٦٢. في الأصل : ء ر ٦٣. في الأصل : و ر
٦٤. في الأصل : حـ ل .

٦٥. حـ ع ، ع ل خطا التقارب للقطع الزائد ر ك . فحسب [ز : ٤] يكون : م ك × ك ل = ر حـ × ف ر .
ولكن ر حـ = ع ف ، لذا فإن م ك × ك ل = ع ف × ف ر .
٦٦. يرجى متابعة التركيب في الشكل (١٤).
٦٧. في الأصل : ع ر ٦٨. في الأصل : و ر ٦٩. في الأصل : ر ع

ﺃ ﺣ دائرة، ولتكن دائرة ﺣ ﺑ ﺭ ع [٧٠]. ونخرج ﺣ ﺑ مثل ﺣ ﻫ . ونصل ﺃ ﺑ ، ﺑ ﺩ ، ﺑ ﻫ .

فلأن ﺃ ﺣ مثل ﻙ ﺩ ، يكون ضرب ﺃ ﺣ في ﺣ ﺩ مثل ضرب ﻙ ﺩ في ﺩ ﺣ ، الذي هو مثل ضرب ﺩ ﻙ في ﻙ ﻁ ، الذي هو مثل ضرب ﺭ ﺡ في ﺡ ﻫ ، الذي مثل مربع ﺣ ﻫ ؛ فضرب ﺃ ﺣ في ﺣ ﺩ مثل مربع ﺣ ﻫ ، أعني مربع ﺣ ﺑ .

فلأن ﻙ ﺩ مثل ﺣ ﺃ وَ ﺣ ﺩ مثل ﺩ ﻡ ، يكون ﺃ ﺩ مثل ﻙ ﻡ . ولأن ضرب ﻡ ﻙ في ﻙ ﻝ مثل ضرب ﺣ ﺭ في ﺭ ﻑ، يكون ضرب ﻙ ﻡ في ﻡ ﺡ مثل ضرب ﺭ ﺣ في ﺣ ﺡ .

ونسبة ﻡ ﺡ إلى ﺡ ﺫ كنسبة ﺣ ﺡ إلى ﺡ ﺭ ، فنسبة ضرب ﻙ ﻡ في ﻡ ﺡ إلى ضرب ﻙ ﻡ في ﺡ ﺫ كنسبة ضرب ﺣ ﺡ في ﺡ ﺭ إلى مربع ﺡ ﺭ ، التي هي نسبة ضرب ﻑ ﺭ في ﺭ ﺡ إلى مربع ﺭ ﺣ . وضرب ﻙ ﻡ في ﻡ ﺡ مثل ضرب ﻑ ﺭ في ﺭ ﺣ ؛ فضرب ﻙ ﻡ في ﺡ ﺫ مثل مربع ﺭ ﺣ ، الذي هو مربع ﺣ ﻫ .

وَ ﺫ ﺡ مثل ﺩ ﻫ وِ ﻙ ﻡ مثل ﺃ ﺩ ، فضرب ﺃ ﺩ في ﺩ ﻫ مثل مربع ﺣ ﻫ أعني مربع ﺣ ﺑ [٧١]. ولأن ضرب ﺃ ﺣ في ﺣ ﺩ [٧٢] مثل مربع ﺣ ﺑ ، يكون مثلث ﺣ ﺑ ﺩ شبيهاً بمثلث ﺃ ﺑ ﺣ ؛ فزاوية ﺑ ﺩ ﺣ مثل زاوية ﺃ ﺑ ﺣ ، وزاوية ﺣ ﺑ ﺩ مثل زاوية ﺑ ﺃ ﺣ . وزاوية ﺃ ﺑ ﺣ مثل زاوية ﺃ ﺣ ﺑ ،فزاوية ﺑ ﺩ ﺣ مثل زاوية ﺑ ﺣ ﺩ ، فخط ﺑ ﺩ مثل خط ﺑ ﺣ ، فضرب ﺃ ﺩ في ﺩ ﻫ مثل مربع ﺩ ﺑ ، فزاوية ﺑ ﻫ ﺩ مثل زاوية ﺃ ﺑ ﺩ . وزاوية ﺩ ﺑ ﻫ مثل زاوية ﺑ ﺃ ﺩ ،فزاوية ﺩ ﺑ ﻫ [٧٣] مثل زاوية ﺣ ﺑ ﺩ .

ولأن مثلث ﺃ ﺑ ﺣ شبيه بمثلث ﺣ ﺑ ﺩ ، تكون نسبة ﺃ ﺑ إلى ﺑ ﺣ [٧٤] كنسبة ﺑ ﺩ إلى ﺩ ﺣ . وَ ﺑ ﺣ مثل ﺑ ﺩ ، وَ ﺑ ﺩ مثل ﻫ ﺣ ؛ فنسبة ﺃ ﺑ إلى ﺑ ﺩ كنسبة ﻫ ﺣ إلى ﺣ ﺩ .

٧٠: في الأصل : ﺣ ﺭ ع .

٧١. في الأصل : ﺣ ﺭ (إن طريقة كتابة الحرف «ر» تختلف عن طريقته في كتابة هذا الحرف في بقية المخطوطة ويقترب من الحرف «ب» إلى حد ما. ولما كان المؤلف بحاجة إلى «ﺣ ﺑ» في الخطوات التالية، رجحنا أن المؤلف كتب في مقالته الأصلية «ﺣ ﺑ»، علماً بأن ﺣ ﺑ = ﺣ ﻫ = ﺣ ﺭ).

٧٢. في الأصل : ﺣ ﻫ ٧٣. في الأصل الهاء مطموسة ٧٤. في الأصل: ﺑ ﻫ (الهاء غير واضحة).

ونسبة هـ ح إلى ح ء كنسبة أ ح إلى ح هـ وكنسبة أ هـ الباقي إلى هـ ء الباقي[٧٥] . *فنسبة أ ب إلى ب ء كنسبة أ هـ إلى هـ ء ؛ فزاويتا أ ب هـ ، هـ ب ء متساويتان . فالزوايا الثلاث التي عند نقطة ب متساوية .*

فاذا فُصِلَ من زاوية أ ح ب زاوية مثل زاوية ح ب ء ، وَقُسِمَت الزاوية الباقية بنصفين؛ كما كانت الزوايا الثلاث [التي عند نقطة ح] مثل الزوايا الثلاث التي عند نقطة ب ؛ فتصير زوايا مثلث أ ب ح مقسومة بسبع زوايا متساوية . فإذا عمل في الدائرة مثلث شبيه بمثلث أ ب ح ، وقسمت زاويتا قاعدته بزوايا كل واحدة منها مساوية لكل واحدة من الزوايا التي عند نقطة ب ، وأخرجت الخطوط التي تقسم الزاويتين [ب ، ح] إلى محيط الدائرة ، [يصير محيط الدائرة] سبعة أقسام متساوية ، فإذا أوترت القِسِي بالخطوط المستقيمة ، حدث في الدائرة شكل ذو سبعة أضلاع متساوية ومتساوي الزوايا . فبهذه الطريقة يمكن أن يعمل في الدائرة مسبع متساوي الأضلاع والزوايا . وذلك ما أردنا أن نعمل» . هنا ينتهي البرهان الأول ([هـ : ٢] : ١) .

قبل أن ننهي هذا الفصل ، نرغب أن نذكر بعض الملاحظات :

١) إن أهم شيء في براهين المسبع هو استعمال القطوع المخروطية بمقدرة ومهارة .

٢) ثمة عدة مقالات لعلماء عرب حول ما يسمى «البركار التام» لرسم الدوائر العظام والقطوع المخروطية ، فالقوهي ، مثلا ، كتب مقالة «البركار التام» لرسم القطوع المخروطية بدقة . ولا نعتقد أنهم استعملوا هذا البركار لرسم القطوع المخروطية في مقالاتهم ، بل استعملوه في الأمور العملية التي تتطلبها الحياة .

---

٧٥ . الجملة : «ونسبة هـ ح إلى ح ء كنسبة أ ح إلى ح هـ وكنسبة أ هـ الباقي إلى هـ ء الباقي» تعني :

$$\frac{\text{هـ ح}}{\text{ح ء}} = \frac{\text{أ ح}}{\text{ح هـ}} = \frac{\text{أ ح} - \text{هـ ح}}{\text{ح هـ} - \text{ح ء}} = \frac{\text{أ هـ}}{\text{هـ ء}} .$$

وهذا الكلام صواب ويستند إلى النظرية (١٩) من المقالة الخامسة من كتاب أصول أقليدس [٩٢] . ولقد استعمل ابن الهيثم في مقالاته العبارة الصواب الآتية :

$$\frac{\text{هـ ح}}{\text{ح ء}} = \frac{\text{أ ح}}{\text{ح هـ}} = \frac{\text{أ ح} + \text{هـ ح}}{\text{ح هـ} + \text{ح ء}}$$

والعبارة الأخيرة هذه هي نتيجة للنظرية (١٩) المذكورة .

٣) كان السجزي أحد أقدر النساخ في عصره. وبالرغم من خصامه مع أبي الجود حول المسبع، لكنه نسخ العديد من أعمال خصمه هذا. ولعل هذا الأمر يوحي أن خصامه مع أبي الجود حول المسبع كان خصاماً مؤقتاً، وأنه كان ـ في حقيقة الأمر ـ مقتنعاً بأهمية أعمال أبي الجود. ومن أشهر ما وصل إلينا من نسخ السجزي مخطوطة باريس ٢٤٥٧.

ونأخذ المقالة: «رسالة أبي الجود محمد بن الليث إلى الأستاذ الفاضل أبي محمد عبدالله بن علي الحاسب في الدلالة على طريقي الأستاذ أبي سهل القوهي المهندس وشيخه أبي حامد الصغاني وطريقه التي سلكها في عمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة»، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص: ٣٧ب ـ ٤٦أ. فنلاحظ في العنوان: «وشيخه أبي حامد الصغاني»، كما تتكرر الكلمات: «شيخنا أبو حامد» في متن المقالة، وهذا يؤكد أن أبا حامد الصغاني كان أستاذاً لأبي الجود محمد بن الليث.

أما نهاية المقالة المذكورة «رسالة أبي الجود.....» فهي: «تم والحمد لله، وَكُتِبَ من نسخة بخط أحمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي، ووافق الفراغ بكشك همذان في د يب ز ثمد وصلى الله على نبيِّه محمّد وآله». أي: نُسِخَت هذه المخطوطة عن نسخة بخط السجزي، وانتهى نسخها في: الساعة الرابعة/ اليوم الثاني عشر/ الشهر السابع/ السنة ٥٤٤هـ. أما كون السجزي قد نسخ هذه المقالة في السابق، فهذا يضيف إلى أهميتها كما يؤكد أن السجزي لم ينسخ مقالات هندسية لأبي الجود فحسب، بل نسخ له مقالات في موضوع المسبع عينه، وهذا يوحي وربما يؤكد احترام السجزي لعمل أبي الجود بن الليث في تسبيع الدائرة بالرغم من خصامهما السابق حول هذا الموضوع.

٤) يبدو لنا أن رشدي راشد قد أساء فهم تحليل ابن الهيثم للبرهان ([هـ: ١]؛ ١) واعتبره تحليلا خاطئاً، وقد ذكر ذلك في الجزء الفرنسي من مقالته حول المسبع [٩٣]، بينما نرى أن التحليل صائب. وكذلك هناك بعض الأخطاء في تحقيقه للمقالة [هـ: ٢].

٥) ذكرنا أن يان بيتر هوخندايك (J. P. Hogendijk) كتب بحثاً طويلاً حول المسبع بالإنجليزية [٧٠] حقق فيه عمل أرشميدس ومقالة السجزي [س: ٢]. والواضح أن هوخندايك قد أساء فهم إحدى جمل السجزي، واعتَقَدَ أنها جملة رياضية هندسية، واضطر لإضافة بعض الكلمات إلى كلام السجزي الأصلي حتى تصبح الجملة جملة

هندسية سليمة. ولكننا نرى أن الجملة المذكورة ليست جملة رياضية، بل تكملة لتهجم السجزي على أبي الجود. فالإثنان علماء هندسة، وجاء هجومه هذه المرة على أبي الجود بلغة هندسية. وليس غريباً أن يَتَهَجّم إنسان على آخر بلغة مهنته. ونعلم أن للجاحظ مقالة موسومة: «رسالة التربيع والتدوير». [٧٦] ونكتب هنا الجملة كما وردت في تحقيق هوخندايك (هنا السجزي يوضح ما عمله أبو الجود):

«*فأعطى في الشكل الرابع النسبة واستعمل في عمل المسبع نسبة أخرى خلاف ما قدمه في مقدمته/ وظن أنه يمكن عمل ذلك بمقدمة الشكل الرابع ولا يتهيأ عمل ذلك إلا بالقطوع المخروطية/ [ذلك العمل] الذي لا يعرفه [لأنه لا يعرف] المخروط في الهندسة ولا قطوعه/ فبهذه المقدمات*....».

يلاحظ: إذا حذفنا ما أضافه هوخندايك ([ذلك العمل]، [لأنه لا يعرف]) فتصبح الجملة الأخيرة الأصلية: «*ولا يتهيأ عمل ذلك إلا بالقطوع المخروطية، الذي لا يعرفه المخروط في الهندسة ولا قطوعه*»، [بإمكاننا أن نكتب «يعرفها» بدلا من «يعرفه»]. الواضح هنا أن السجزي ينعت أبا الجود بأنه «مخروط» لا يعرف قطوعه المخروطية، أو أن أبا الجود «مخروط» لا يعرف القطوع المخروطية. وفي كلا الحالتين فهو ينعته بأنه «مخروط».

لقد أرسلنا ملاحظتنا هذه إلى هوخندايك وجاء جوابه هكذا:

"Your interpretation of the passage in Al-Sijzī that I did not understand is splendid. This should deffinitely be published somewhere".

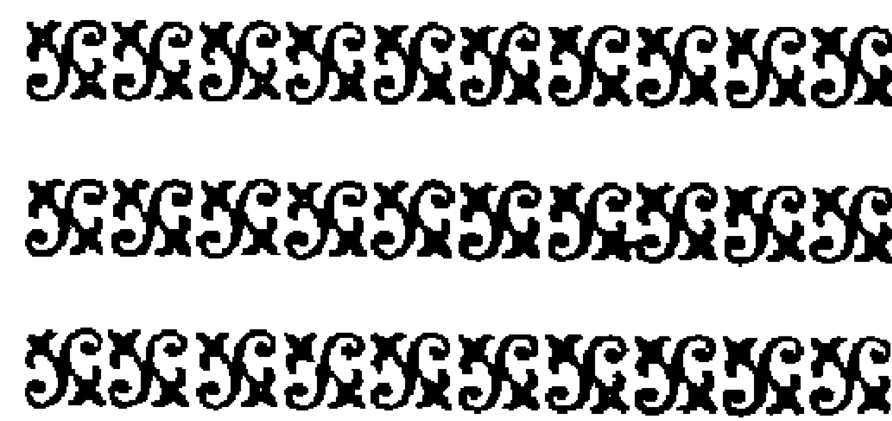
«إن تفسيرك لجملة السجزي ـ التي لم أفهمها ـ تفسير رائع، وهذا [الأمر] يجب نشره ـ بكل تأكيد ـ في مكان ما»

إننا نحيي الدكتور يان بيتر هوخندايك على روحه الطيبة، إذ إنه يؤثر أن تنشر كلمة الحق ولو على نفسه.

---

٧٦. يقول حنّا الفاخوري ([٩٤]: ٥٦٩) عن «رسالة التربيع والتدوير» للجاحظ: «هي رسالة كتبها الجاحظ في هجاء أحمد بن عبد الوهاب، فنعته بالعرض والضخامة دون الطول، وفصّل لذلك شكل التربيع والتدوير الذي سُمّيت به الرسالة». كذلك يستعمل بعض الأمريكيين ـ في الوقت الحاضر ـ القول: «إنه مربع = He is a square» كنوع من الإهانة.

٦) هنـاك مقـالتان في مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، نسخهما مصطفى صدقي. **«كتـاب تثليث الـزاويـة وتسبيـع الـدائـرة لمحمـد بدر الـدين بن أسعـد الاسلامبولي»**، ص : ٦٥ ب ـ ٦٦ب، والثانية : **«كتاب عمل المسبع وغيره من ذوات الأضلاع الكثيرة في الدائرة لمحمد بدر الدين بن أسعد الاسلامبولي»**، ص: ٦٧ ب ـ ٦٨ب. والاسم «الاسلامبولي» يشير إلى انتماء المؤلف لمدينة «إسلامبول» وهو الاسم الـذي أطلق على مدينـة استنـابول سنة ١٤٥٧م[٧٧]، ونستنتج من ذلك أن المؤلف «الاسلامبولي» عاش في وقت ما بعد ١٤٥٧م. ويستعمل المؤلف الهندسة المتحركة غير البرهانية لاثبات ما يريد، وهذا يؤكد تدَنّي مستوى الهندسة في زمن الاسلامبولي.



٧٧. أطلق محمـد الثاني الذي فتـح مدينة استانبول في ٢٠ جمادى الأول ٢٩/٨٥٧ مايو (أيار) ١٤٥٣ ـ اسم «إسلامبول» على المدينة. راجع المرجع ([٩٥]: م٤: ٢٢٤).

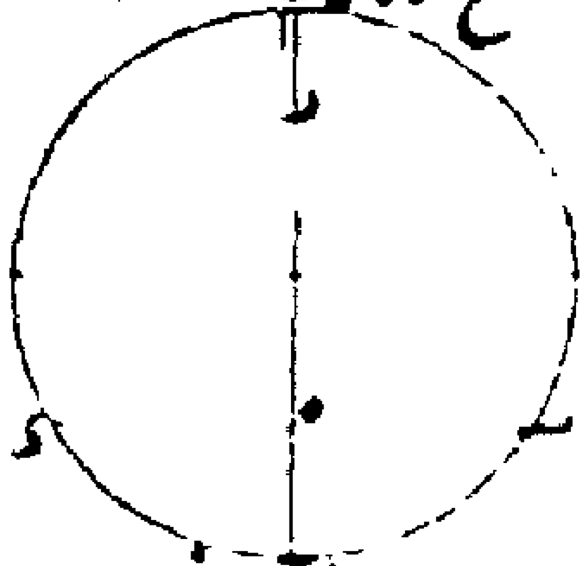
الفصل التاسع

حجم الكرة والمجسم المكافئ وبعض المساحات

. لمقطعه قطر اه عند ه على قوايم وكان فضل آه على ه د معلوما نقول فالقطر معلوم و
القسمان معلومان والمنفصل من ه آ ه ز معلوم فلان آه في ه د اعني آه في ه ز مثل مربع ه
المعلوم يكون آه في ه ز معلوما وكان آز معلوما فكل واحد من آه ه ز اعني ه د معلوم و
جميع آه معلوم وذلك ما اردناه

تم المعروضات وفرغ المصنف منه
على سابغ نعمه وسابغ عظمته تقدر
ه وفرغ الكاتب في سلخ جمدى الاخر
رب العالمين

ح ه ح وخمس والحمد لله
استحقاقه وافاضته
سنة ٧٤٩ والحمد لله

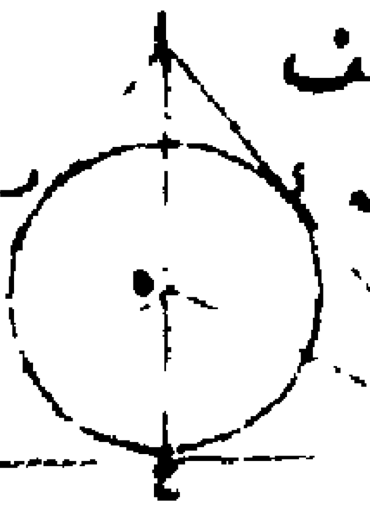


كتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية
لبني موسى محمد والحسن واحمد ثمنية عشر شكلا

صدر الكتاب الطول اول للامتدادات الى تحد الاشكال وهو ما امتد على استقامة في
الجهتين جميعا فانه لا يكون منه الا طول فقط فاذا امتد السطح اعتراضا في غير جهة الطول
فذلك الامتداد هو العرض وليس العرض كما يظن كثير من الناس انه الخط الذي يحيط بالسطح في غير
جهة الطول ولو كان كذلك لما كان السطح ذا طول وعرض فقط ولكان العرض طولا ايضا لان العرض
عندهم خط وللخط طول وقد احكم ذلك اوقليدس حيث قال الخط طول فقط والسطح طول وعرض فقط
واما السمك فهو امتداد في غير جهتي الطول والعرض والذين يظنون ايضا ان السمك خط وبان
خطاهم في ذلك سوا ومن الاقدار الثلثة يحد عظم كل جسم وانبساط كل سطح والعلة في تقديرنا لها
انما هي بالقياس الى الواحد المسطح الى الواحد المجسم والواحد المسطح الذي به نماس السطح هو سطح
طوله واحد وعرضه واحد وزاوياه قايمة والواحد المجسم الذي به نماس المجسم هو جسم طوله واحد وعرضه
واحد وسمكه واحد وقيام بعض سطوحه على بعض على زوايا قايمة فان المقدار الذي به يقدر السطوح
والاجسام يحتاج ان يلتئم بعضه الى بعض عند التضعيف التئاما لا يتولد في خلله شيا الا في ويحتاج
مع ذلك الى ان يكون بمنزلة ما اتى عليه التقدير ما لم تأت عليه سهلا ولا شي ابلغ في تسهيل ذلك التمييز
من ان يكون حكم الواحد الذي به يقدر في افراده وفي تضاعيفه حكما واحدا ليكون المونه في تمييز ما قدر
ما لم يقدر في جميع الاحوال واحد وليس هذا موجود في شي من الاشكال الا في المربع فانه اذا ضوعف انما
تتغير كميته ويكون تربيعه باقيا واعظم الاشكال المربعة احاطه هو القايم الزوايا فهذا هو العلة في جعل
ذلك معيارا دون غيره الاشكال كل مضلع محيط بدايرة فسطح نصف قطر تلك الداير في نصف
جميع اضلاع ذلك المضلع هو مساحته فليخط شكل ا ب ح د بدايرة ه ح ز التي مركزها ه و نصف
قطرها ه ح ونصل ه ا ه ب ه د فظاهر ان ه ح عمود لمثلث ه ب د وان سطح ه ح في نصف
ب د هو مساحة مثلث ه ب د وكذلك الحكم في مثلثي ه ا ب ا ه د فاذن نصف قطر

ان الخطاء

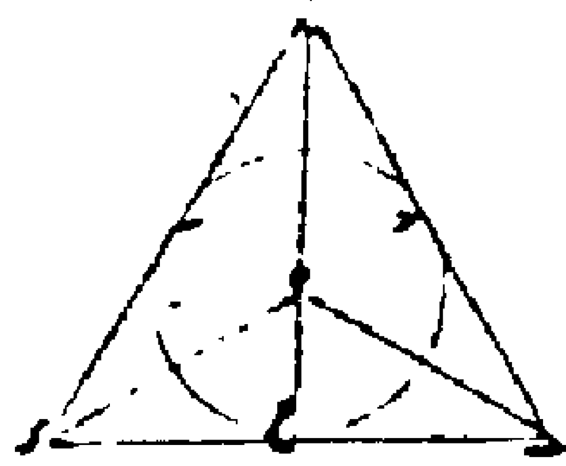
عليه ص



الصفحة الأولى: «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد والحسن وأحمد، ثمانية عشر شكلا»، مخطوطة أيا صوفيا ٢٧٣٠، ص١٧٧أ.

بسم الله الرحمن الرحيم

كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد والحسن وأحمد
وثمانية عشر شكلا اصل الكتاب بالطول اول الاقدار التي يحد بها الاشكال وهو ما
امتد على استقامة في الجهتين جميعا فانه لا يكون منه الا طول فقط فاذا امتد السطح
اعترضا في غير جهة الطول فذلك الامتداد وهو العرض والخلاف بين العرض والطول كثير لان
الخط الذي يحيط بالسطح في غير جهة الطول ولو كان كذلك لما كان السطح ذا طول وعرض
فقط ولكان العرض طولا ايضا لان العرض عندهم خط والخط طول وقد حكم بذلك اقليدس حيث
قال الخط طول فقط والسطح طول وعرض فقط واما السمك فهو امتداد في غير جهتي الطول
والعرض والذين يظنون ان العرض خط يظنون ايضا ان السمك خط وبابه خطأهم في ذلك
سواء وهذه الاقدار الثلاثة يحد عظم كل جسم وانما العمل في تقدير كمياتها انما
تبين بالقياس الى الواحد للسطح والواحد للجسم والواحد للسطح الذي به يقاس السطح
هو سطح طوله واحد وعرضه واحد وزواياه قائمة والواحد للجسم الذي به يقاس
الجسم هو جسم طوله واحد وعرضه واحد وسمكه واحد وقيام بعض سطوحه
على بعض على زوايا قائمة فان للقدر الذي به يقدر السطوح والاجسام يحتاج
الى ان يلتئم بعضه الى بعض عند التضعيف التئاما لا يترك في خلله شيئا الا اتى عليه
ويحتاج مع ذلك الى ان يكون مميزا ما اتى عليه التقدير مما لم يات عليه تمييزا لا
شيء ابلغ في سهولة ذلك التمييز من ان يكون حكم الواحد الذي به يقدر في ازاده
وفي تضعيفه حكما واحدا ليكون اللزوم في تمييز ما قدر مما لم يقدر في جميع الاحوال
واحدة وليس هذا بموجود في شيء من الاشكال الا في المربع فانه اذا ضوعف
انما تتغير كميته ويكون تربيعه باقيا واعظم الاشكال المربعة احاطة هو
القائم الزوايا فهذا هو العلة في جعل ذلك معيارا دون غيره من الاشكال
كل مضلع يحيط بدائرة فسطح نصف قطر تلك الدائرة في نصف جميع اضلاع
ذلك المضلع هو مساحته فليحط شكل ا ب ج بدائرة د ه ز التي مركزها ه
ونصف قطرها ه ج ونصل ه ا ه ب ه ج وظاهر ان
ه ج عمود لمثلث ه ب ج وان سطح ه ج في نصف
ب ج هو مساحة مثلث ه ب ج وكذلك الحكم
في مثلثي ا ه ب ا ه ج فاذن نصف قطر الدائرة
في نصف جميع الاضلاع هو مساحة مثلث ا ب ج و
علم من مثل ذلك ان كل جسم يحيط بكرة فان نصف



الصفحة الأولى، «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد والحسن وأحمد، وثمانية عشر شكلاً». مخطوطة حاجي بشير آغا، ص ١٦٢ب.

بسم الله الرحمن الرحيم

... ثابت بن قرة الحراني رحمة الله عليه

... الأعداد المتوالية هي التي ليس فيما بينها عدد آخر والأعداد الأفراد المتوالية هي التي
ليس بينها عدد فرد آخر وكذلك الأعداد الأزواج المتوالية هي التي ليس فيما بينها عدد زوج
آخر والأعداد المربعة المتوالية هي التي ليس فيما بينها عدد مربع آخر وأقول قولاً مجملاً
أن المتوالية من كل الأشياء هي التي ليس فيما بينها من ذلك الصنف شيء آخر
كل عددين مربعين متواليين فإن فضل ما بينهما عدد فرد فليكن عددان مربعان
عليهما اب ج وليكن فضل ما بينهما اد فأقول ان اد عدد فرد برهان ذلك انا
فأقول ضلع اب عدد ه و وضلع ج عدد ز ونفصل من ه و مثل ز وهو و ح
ان ه ح هو واحد فان لم يكن كذلك فهو أكثر من واحد ... فضل ما بين عددين فليكن
منه ح ط وليكن مربع عدد و ط عدد ... وعدد و ط أكثر من ز
وأصغر من عدد ه و فعدد ... أكثر من ج وأصغر من عدد اب ...
فعدد ... أكثر من عدد ... وأصغر من اب وهو عدد مربع ففيما بين
عددي اب ج المربعين عدد مربع وقد كانا متواليين هذا خلف فخ ه هو واحد و
مربع عدد ه و مساو للمربعين الكائنين من ه ح ح و مع الجميع من ضرب ه ح في
ح و مرتين فأما المربع الكائن من و ح فهو ج لأن و ح مثل ز وأما مربع ه و فهو اب
وفضل ما بينهما اد فالذي يكون من ضرب ه ح في ح و مرتين مع المربع الكائن من ه ح
مساو لعدد اد والذي يكون من ضرب ه ح في ح و عددا والذي يكون من ضرب ه ح
في ح و مرتين عدد زوج والمربع الكائن من ه ح واحد وإذا زيد على الزوج واحد
كان الجميع من ذلك فردا فالذي يكون من ضرب ه ح في ح و مرتين مع المربع الكائن من
ه ح عدد فرد وهو مساو لعدد اد وذلك ما أردنا أن نبين وقد تبين مما قلنا أن ... كان
ج ولهذا كان اد ثلاثة ... كل ثلاثة أعداد مربعة متوالية فإن فضل ما بين أبعدها

الصفحة الأولى، «كتاب في مساحة قطع المخروط الذي يسمى المكافىء لثابت بن قرة الحرّاني»، مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضةم، ص ١٦٥ب.

الصفحة الأولى، «كتاب في مساحة القطع المكافىء لإبراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحرّاني»، مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضة م، ص١٨٢ب. يلاحظ في الهامش: «كان أبو إسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت عمل هذا الكتاب قديماً ثم ذكر أنه ضاع منه فعمل كتاباً آخر وذكر هذه النسخة في صدر المقالة التي أعادها».

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

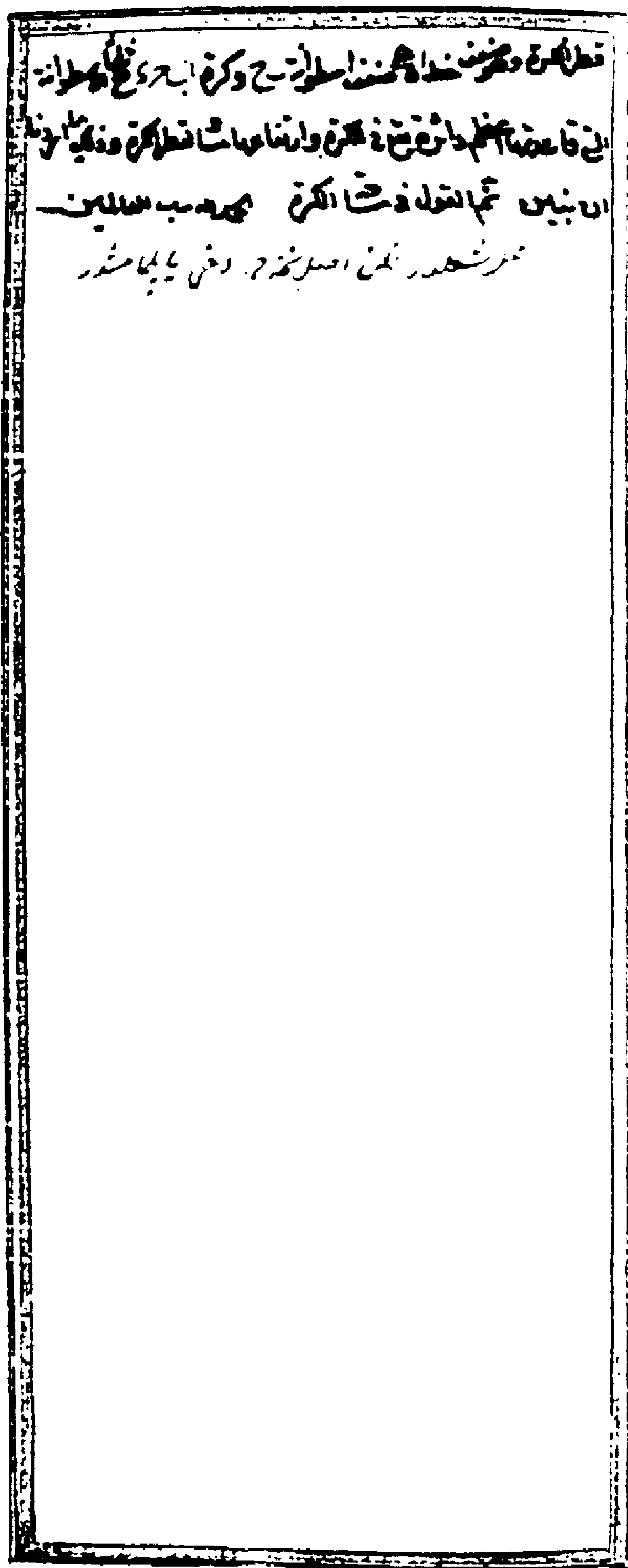
رسالة في استخراج الجسم المكافي لابي سهل ويجن بن وستم القوهى رحمهم الله قال لما كان العلم بمساحة الاجسام والاشكال والمقادير ينسب بعضها الى بعض قبل العلم بمراكز اثقالها وكان ذلك كالمقدمة لها اذ لا يجوز وجود مراكز الاثقال الا بعد معرفة المساحة احتجنا الى علم المساحة اولا من كتاب ارشميدس في الكرة والاسطوانة وغيره من الكتب المؤلفة في هذا المعنى فبعد فراغنا من النظر في ذلك بدأنا بتأليف كتابنا في مراكز الاثقال ودققنا الفكر فيه بغاية الوسع والطاقة حتى وجدنا مراكز اثقال عدة اشيا من ذوات الثقل لم يجدها قبلنا احد من القدما المبرزين في الهندسة فضلا عمن دونهم من المتاخرين ولا سمعنا ايضا بوجودها الى وقتنا هذا كوجودنا مركز ثقل قطعة من كرة مفروضة او من مجسم قطع ناقص فلما وجدناه طمعنا في وجود مراكز اثقال اجسام اخر لم يوجد مراكز اثقالها فيما قبل كمركز ثقل المجسم المكافى ولم يكن بد في وجود مركز ثقله من معرفة مساحته حسب ما تقدمنا فعلنا ناليس يوجد كتاب الف في هذا الباب غير كتاب ابي الحسن ثابت بن قرة وهو كتاب معروف مشهور عند المهندسين لكنه كبير طويل يبلغ اشكاله الى قريب من اربعين شكلا عدديات وخطوطيات وغير ذلك وجميعها مقدمات لشكل واحد وهو كيف نعلم مساحة مجسم القطع المكافى ولما نظرنا فيه استصعب فهمه علينا جدا وكان كتاب ارشميدس في الكرة والاسطوانة

ب ع

الصفحة الأولى. «رسالة في استخراج المجسم المكافىء لأبي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ ـ عام، ص ١٦٦ب. نحن نرى أن هذه النسخة منسوخة عن مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضية م، ص ١٨٧ب ـ ١٩٠ب.

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين
قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة الكرة
ان كثيرا من المعاني الهندسية قد يوصل اليها من عدة مقاصد وتقوم
البراهين عليها من عدة مسالك ولهذا لم يزل اصحاب التعاليم يتكلم الواحد
منهم في المعنى الذي قد تكلم فيه غيره ويتوصل الى الغرض قد سبق
اليه من تقدمه اذا وجد طريقا الى الكلام عليه لم يطرقه غيره ولم يسلكه
احد ممن تقدمه وقد تكلم عدة من اصحاب التعاليم في مساحة
الكرة ويوصلون الى اقامة البرهان على كمية مساحتها وسلك
واحد ممن يتكلم فيها طريقا غير الطريق الذي سلكه غيره ووقع
الينا كلامهم في هذا المعنى ووقفنا على براهينهم فكرنا في
مساحة الكرة هل يمكن ان يوصل اليها من غير الوجوه التي وصل
بها من تكلم فيها فلما امعنا النظر في ذلك عن لنا مسلك
يوصل الى مساحة الكرة اوجز واخصر من جميع المسالك التي سلكها
من تقدمنا واوضح مع ذلك برهانا واظهر بيانا فساغ لنا
من اجل ذلك ان نتكلم على مساحة الكرة وان كان قد سبق الى الكلام
عليها عدة من اصحاب هذه الصناعة ونحن نقدم لذلك مقدمة
عددية قريبة المأخذ يسهل بها فهم ما نقصد له وهي انه
اذا كانت اعداد متوالية مبتدئة من الواحد تزيد واحدا
واحدا ثم اخذ ثلث اعظمها وثلث الواحد وجمعا وضرب
ذلك المجموع في اعظم الاعداد ثم اضيف الى العدد الاعظم
نصف الواحد وضرب ذلك في الذي اجتمع من الضرب الاول
كان المجتمع هو مجموع مربعات تلك الاعداد وقد بينا هذه
المقدمة بالبرهان المحقق في كتابنا في مساحة المجسم المكافي ونحن
نستأنف البرهان عليها في هذا القول لئلا يكون هذا القول
محتاجا الى غيره فليكن اعداد ا ب ج د ه اعدادا متوالية
مبتدئة

الصفحة الأولى، «قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة الكرة»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص ٢١١ب.



الصفحة الأخيرة، «قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة الكرة»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص٢١٨أ. يلاحظ هنا رقم الورقة بالعربية المغربية 218 ، بينما الرقم بالعربية المشرقية ٢٢٣ . كما يلاحظ أن السطر الأخير لا ينتمي إلى المقالة وأنه أضيف في وقت لاحق بلغة ليست عربية .

نصف الكرة ما صغر من مثلي اسطوانة سح
وقد كان تبين انه ليس باعظم من مثلي اسطوانة
سح واذا كان نصف الكرة ليس
باعظم من مثلي اسطوانة سح ولا باصغر
منها فهو مثلا اسطوانة سح مع
الذي يحيط بنصف الكرة والاسطوانة
التي قاعدتها الدائرة التي نصف قطرها
ط هو ك وارتفاعها خط اه الذي
هو نصف القطر وهو ضعف خط اه فهي
ضعف اسطوانة سح فكل
اسطوانة مثلا الاسطوانة التي
قاعدتها اعظم دائرة تقع في الكرة
وارتفاعها مساو لقطر الكرة
فذلك ما اردنا ان نبين
تمت القراءة وصح

الصفحـة الأخـيرة، «قـول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مسـاحـة الكـرة»، مخطوطة لينتغراد (سانت بيترزبورغ) ٨٩، ص ٧٦ب. يلاحظ أن المخطوطة تكاد تكون غير منقوطة وبعض الكلمات متصلة.

حجم الكرة والمجسم المكافىء وبعض المساحات

يبدأ أرشميدس مقالته الأولى من كتابه :

«في الكرة والإسطوانة[1] : "On The Sphere And Cylinder" بمقدمة ، يقول فيها :

« من أرشميدس إلى دوثيسيوس ، تحية . . . » . ويذكر في بداية هذه المقدمة أنه كان قد أرسل إلى دوثيسيوس في مناسبة أخرى ، برهانه لإثبات أن : مساحة قطعة من القطع المكافىء تساوي أربعة أثلاث مساحة المثلث الذي يشترك معها في القاعدة والارتفاع . ثم يذكر أنه وضع براهين لحقائق ونظريات هندسية جديدة وأنه أوردها في كتابه هذا [أي : الكرة والإسطوانة] ، نذكر منها : مساحة سطح الكرة يساوي أربعة أضعاف مساحة دائرة عظمى[2] من دوائر الكرة، وكذلك فإن : حجم الإسطوانة يساوي $\frac{3}{2}$ حجم الكرة التي قطرها يساوي ارتفاع الاسطوانة ومساحة أعظم دائرة[2] في الكرة يساوي قاعدة الإسطوانة . أما التعبير بالإنجليزية لـ : « $\frac{3}{2}$ حجم الكرة » فهو : "is itself half as large again as the sphere" وهذا ترجمة حرفية عن اليونانية، وهو يقصد : «(نصف + واحد) من الكرة». وكذلك يقول : «*فهذه الخواص . . . بَقِيت مجهولة لهؤلاء الذين كانوا يعملون في حقل الهندسة قبل زماني هذا*» =

"Now these properties... remained unknown to those who were before my time engaged in the study of geometry".

إذن ، أرشميدس يقول:إنه هو أول عالِم وضع براهين للمعادلات المذكورة آنفاً .

---

(١) راجع : «كتب العالم الغربي العظمى» ([٩٦]: م١١ : ٣٩٩ - ٤٤٦).
"Great Books of the Western World" Vol. 11, pp. 399-446.

(٢) ثمة ما لا نهاية من الدوائر العظام في الكرة، والدائرة العظمى (أو: أعظم دائرة) هي الدائرة التي مركزها هو مركز الكرة وقطرها هو أحد أقطار الكرة. ويلاحظ أن علماء الهندسة الإغريق والعرب كانوا يقولون «الدائرة» ويقصدون - في الغالب - مساحة الدائرة، وأحياناً يقصدون محيط الدائرة، والمفروض أن يفهم القارىء من سياق الكلام، ما هو المقصود. وينطبق ما قلناه في ملاحظتنا الأخيرة هذه على الكرة وغيرها من الأشكال الهندسية المجسمة والمسطحة (المستوية)، فعند قولهم: «الكرة» فهم يقصدون - في الغالب - حجم الكرة، وأحياناً يقصدون سطح الكرة.

وكذلك يقول أرشميدس في مقدمته المذكورة: إن يودوكسوس (Eudoxus) هو أول عالم وضع برهاناً للمعادلة: حجم المخروط يساوي ثلث حجم الإسطوانة التي تشترك مع المخروط في الإرتفاع والقاعدة.

ويقدم أرشميدس مجموعة من النظريات، من الممكن اعتبارها مقدمات للنظريتين ٣٣، ٣٤ في كتابه «الكرة والإسطوانة». والنظريتان ٣٣، ٣٤ هما:

(٣٣) *«[مساحة] سطح الكرة يساوي أربعة أضعاف [مساحة] أعظم[٢] دائرة فيها»*.

(٣٤) *«[حجم] الكرة يساوي أربعة أضعاف [حجم] المخروط الذي له قاعدة تساوي أعظم دائرة في الكرة، وارتفاعه يساوي نصف قطر الكرة»*.

وهاتان المعادلتان صواب، فإذا كان نق = نصف قطر الدائرة العظمى = نصف قطر الكرة، فإن ٤ نق^{٢} ط (حيث: ط = π) هو بالفعل سطح الكرة كما نعرفه اليوم. وإذا أخذنا معادلة يودوكسوس: حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ الاسطوانة = $\frac{١}{٣}$ نق^{٢} ع ط، فإن النظرية ٣٤ تقول: إن حجم الكرة يساوي ٤ ($\frac{١}{٣}$ نق^{٢} ع ط) = ٤ ($\frac{١}{٣}$ نق^{٢} نق ط) = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} ط، وهذه هي معادلة حجم الكرة كما نعرفها اليوم.

ونحن نرى أن عمل المعادلات المذكورة هنا هو إنجاز هائل بالنسبة لذلك الزمن، فتحية منا لأرشميدس ويودوكسوس.

ويبدأ أرشميدس كتابه: «في الكونويد وَالسفيرويد[٣] = "On Conoids and Spheroids" بمقدمة يقول في بدايتها: *«من أرشميدس إلى دوثيسيوس، تحية: أرسل إليك في هذا الكتاب براهين لبقية النظريات التي لم أرسلها في السابق، وأيضاً براهين لبعض ما اكتشفته [استخرجته][٤] مؤخراً، مع أنني حاولت مراراً اكتشافها [استخراجها]، في السابق وفشلت في الوصول إليها [في استخراجها]، ذلك لأنه واجهتني بعض الصعوبات في اكتشافها [استخراجها] وهذا هو سبب عدم نشر نص النظريات في السابق. ولكنني لاحقاً، وبعد أن قمت بعمل دراسة مركّزة بعناية فائقة، اكتشفت [استخرجت] ما فشلت فيه [في اكتشافه (في استخراجه)] في السابق»*.

---

(٣) راجع: «كتب العالم الغربي العظمى» ([٩٦]: م١١: ٤٥٢ - ٤٨١)

(٤) استعمل علماء الهندسة العرب كلمة «استخرجته» بدلاً من «اكتشفته».

وبعد هذه الكلمات، يوضح أرشميدس ـ في مقدمته ـ ما يعنيه بالكلمات : كونويد = Conoid ، والسفيرويد = Spheroid . وما يعنيه بكلمــة « كونويد » هو حجم المجسم المكـافىء الناشىء عن دوران (قطعة من) القطع المكافىء، وكذلك حجم المجسم الزائد الناشىء عن دوران (قطعة من) القطع الزائد. أما ما يعنيه بكلمة «سفيرويد» فهو حجم المجسم الناشىء عن دوران القطع الناقص حول محوره الرئيسي (major axis) وكذلك حجم المجسم الناشىء عن دوران القطع الناقص حول محوره الثانوي (minor axis) .

ويبرهن أرشميدس في كتابه : «في الكونويد وَ السفيرويد» عشرين نظرية ، من الممكن اعتبار معظمها مقدمات للنظريات اللاحقــة . ويقول في نص النظريتين ٢١ ، ٢٢ : « إن *[حجم] قطعـة المجسم المكافىء تساوي* $\frac{٣}{٢}$ *[حجم] المخروط ، أو قطعة من المخروط ، الذي يشترك معه في القاعدة والمحور»* أما نص النظريتين ٢١ ، ٢٢ ـ معاً ـ بالإنجليزية فهو:

"Any segment of a paraboloid of revolution is half as large again as the cone or segment of a cone which has the same base and the same axis".

إذن : $\frac{٣}{٢}$ تعني = half as large again as ، ودليل ذلك :

يقول خــــلال العمل : *«ليكن [حجم] المخـروط سه يسـاوي* $\frac{٣}{٢}$ *([حجم] المخروط أو قطعة المخـــروط ٲ ب ح) . فيكون [حجـم] المخـروط سه يساوي نصف [حجم] الإسطوانة أو جزء الإسطوانة ه ح . وسوف نبرهن أن حجم قطعة المجسم المكافىء تساوي سه »*[٥]، ونكتب بالإنجليزية :

"Suppose X to be a cone equal to 3/2 (cone or segment of cone ABC). The cone X is therefore equal to half the cylinder or frustum of cylinder EC. We shall prove that the volume of the segment of the paraboloid is equal to X".

وهـذا يعني أن حجم قطعة المجسم المكافىء يساوي نصف حجم الإسطوانة التي تشترك مع المجسم المكافىء بالقاعدة والارتفاع. وهذا الكلام صواب .

هذا ونعلم أن كتـاب أرشميدس : «الكرة والإسطوانة» قد وصل العرب. ففي مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١ ، ص: ١ ب ـ ٨أ، وهي : «رسالة في عمل المسبع

---

(٥) حسب معادلة يودوكسوس : فإذا كان المخروط والإسطوانة يشتركان بالقاعدة والارتفاع ، فإن : حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ حجم الإسطوانة . وتنطبق معادلة يودوكسوس على المخروط ٲ ب ح والإسطوانة ه ح المذكورين . إذن حجم المخروط سه يساوي $\frac{١}{٣}$ ($\frac{٣}{٢}$) = $\frac{١}{٢}$ الإسطوانة ه ح = حجم المجسم المكافىء المطلوب .

المتساوي الأضلاع في الدائرة» يقول القوهي : *«أما أصحاب التعاليم فكلهم قائلون بفضل أرشميدس، ومقدموه على غيره من قدمائهم، لما رأوا من استنباطاته للأشياء الحسنة البعيدة، والأشكال المستعصية الغامضة من العلوم البرهانية النفيسة . وذلك ظاهر في كتبه الموجودة، مثل: كتاب مراكز الأثقال، وكتاب الكرة والإسطوانة»* .

إذن كان العرب على معرفة بأن : *«[حجم] الكرة يساوي أربعة أضعاف [حجم] المخروط الذي له قاعدة تساوي أعظم دائرة في الكرة، وارتفاعه يساوي نصف قطر الكرة»* .

أما بالنسبة لكتاب أرشميدس: «**في الكونويد وَ السفيرويد**» فنرجح ترجيحاً قوياً، يكاد يصل الى اليقين، أنه **لم يصل إلى العرب**، إذ إننا لا نجد ذكراً لهذا الكتاب في الأعمال العربية، كما أن مقالات ثابت بن قرة والقوهي وابن الهيثم في إيجاد حجم المجسم المكافىء توحي أن عمل أرشميدس بهذا الخصوص (حجم المجسم المكافىء = نصف الاسطوانة التي تشترك معه في القاعدة والارتفاع) لم يصل إلى العرب . ونتحدث عن المقالات المذكورة لاحقاً في هذا الفصل.

قبل أن نتكلم عن أعمال العرب بخصوص موضوع هذا الفصل، نذكر أن العرب قد استعملوا كلمة «مساحة = تكسير» لمساحة الأشكال المستوية (المسطحة، البسيطة) ولحجم الأشكال المجسمة. فعند قولهم: مساحة المجسم المكافىء ومساحة الكرة، فهم يقصدون: حجم المجسم المكافىء وحجم الكرة. وكذلك فإن تكسير الدائرة تعني مساحة الدائرة.

تكلمنا ـ في مقدمة كتابنا هذا ـ عن كتاب بني موسى الموسوم: «**معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية**». وذكرنا أن الكتاب العربي الأصل مفقود، ولم يصل إلينا منه سوى عدة نسخ غير سليمة مترجمة إلى اللاتينية، حققها مارشال كلاجيت [٣١]. كما ذكرنا أن الطوسي قام بتحرير الكتاب بعد أربعة قرون من تأليفه، وقد وصلنا نسخ عديدة من تحرير الطوسي للكتاب.

وقامت دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن بنشر تحرير الطوسي لكتاب بني موسى ضمن نشرهم [٦٥] «مجموعة رسائل الطوسي» سنة ١٩٤٠، بيد أن هذه النشرة ملأى بالأخطاء، مما يدل على أنها نشرة غير محققة وغير مدققة. ويذكر فؤاد سزكين [(١٢]:

م٥: ٢٥٢] أن جمال الدباغ قد ترجم تحرير الطوسي للكتاب إلى الروسية سنة ١٩٦٥. ونعتمد فيما نقتبسه من كتاب بني موسى الذي حرره الطوسي على المخطوطات الآتية: (١) مخطوطة حاجي بشير آغا (استانبول) ٤٤٠، ص: ١٦٢ ب ـ ١٧٢أ، (٢) مخطوطة عزت أفندي (استنابول) ٢٠٣٤، ص: ٤ ب ـ ١٥أ، (٣) مخطوطة أيا صوفيا ٢٧٦٠، ص: ١٧٧أ ـ ١٨٣ب. (٤) مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ٢٦ ب ـ ٣٣ ب، (٥) كتاب حيدر آباد الدكن المطبوع [٦٥].

لقد حذف الطوسي المقدمة غير الهندسية التي كتبها بنو موسى لإيضاح الأسباب التي دعتهم إلى تأليف كتابهم المذكور. ولكن بالاطلاع على تحقيق مارشال كلاجيت [٣١] فإننا نستنتج من مقدمة الكتاب ومادته أنه لا بد وأن بني موسى قد اطلعوا على عملي أرشميدس: الكرة والإسطوانة، وتكسير (مساحة) الدائرة، فقد وضعوا براهين جديدة أصيلة من تأليفهم لعدة حقائق هندسية كان قد عملها أرشميدس قبلهم في عمليه المذكورين (الكرة والاسطوانة، وتكسير الدائرة)، منها: مساحة الدائرة، ومساحة سطح الكرة، وحجم الكرة، ونعلم أيضاً أن ثابت بن قرة ـ الذي عاصر بني موسى وعمل مترجماً عندهم ـ قد ترجم كتاب أرشميدس: «الكرة والإسطوانة» وهذا الأمر يدعم وجهة نظرنا أن بني موسى قد اطلعوا على كتاب «الكرة والإسطوانة» لأرشميدس.

أورد بنو موسى نص النظرية الرابعة هكذا (ونترجم من كتاب مارشال كلاجيت، [٣١]): «*حاصل ضرب نصف قطر أي دائرة في نصف محيطها هو مساحة سطحها*». أما الطوسي فكتب نص النظرية الرابعة ـ في تحريره لكتابهم ـ هكذا: «*كل دائرة فسطح نصف قطرها في نصف محيطها هو مساحتها*». أما أرشميدس فكتب في مقالته: «تكسير الدائرة = "Measurement of a Circle"» (٦): «*إن مساحة الدائرة تساوي [مساحة] مثلث قائم الزاوية حيث أحد ضلعيه حول الزاوية القائمة يساوي نصف القطر، والآخر [يساوي] محيط الدائرة*». ويلاحظ أن نص بني موسى لهذه الحقيقة الهندسية هو عبارة عن تحوير لنص

---

(٦) راجع: «كُتُب العالم الغربي العظمى» ([٩٦]: م١١: ٤٤٧ ـ ٤٥١)، لقد آثرنا أن نترجم النص الوارد في هذا الكتاب، لأنه أقرب إلى نص أرشميدس الأصلي. وللعلم فقد حرر الطوسي مقالة أرشميدس هذه، وَوَسَمَها: «مقالة في تكسير الدائرة»، كما أورد نصاً لمساحة الدائرة، على لسان أرشميدس ـ بعد التحرير ـ هكذا: «*[مساحة] كل دائرة تساوي [مساحة] مثلث قائم الزاوية، وأحد ضلعيه المجاورين للزاوية القائمة يساوي قطر الدائرة، والضلع الآخر يساوي محيط الدائرة*» [٦٥].

أرشميدس، علماً بأن البرهانين مختلفان. فنص بني موسى عبارة عن: مساحة الدائرة = أ ب، بينما نص أرشميدس عبارة عن: مساحة الدائرة = $\frac{1}{2}$ (أ × ٢ ب)، حيث أ = نصف القطر، ب = نصف المحيط.

أما المعادلة المألوفة لدينا الآن: **مساحة الدائرة = نق² ط** (ط = π = نسبة المحيط إلى القطر) **فقد وردت لأول مرة في التاريخ** خلال برهان النظرية الثالثة عشرة في **كتاب بني موسى** المذكور، حيث قالوا (ونترجم من كتاب مارشال كلاجيت [٣١]): «*حاصل ضرب مربع نصف أ ب في المقدار الذي إذا ضُرِبَ فيه القطر حصل المحيط، يساوي مساحة الدائرة أ ب حـ، لأن الخط أ ب هو القطر*». أما الطوسي فكتب هذه العبارة - في تحريره لكتاب بني موسى - خلال برهان النظرية الثالثة عشرة هكذا: «*فمربع م س في المقدار الذي إذا ضُرِبَ فيه القطر حصل المحيط، أعني سطح الدائرة ك ص ي*» (هنا: م س = نصف قطر الدائرة ك ص ي). ويلاحظ تعبيرهم الجميل للعدد الحقيقي غير القياسي غير الإنشائي: «*المقدار الذي إذا ضُرِبَ فيه القطر حصل المحيط*» = ط = π.

كما أورد بنو موسى نص النظرية الرابعة عشرة هكذا (ونترجم من كتاب كلاجيت [٣١]): «*مساحة سطح نصف الكرة هو ضعف مساحة الدائرة العظمى التي تقع فيها*».
أما الطوسي فكتب نص النظرية الرابعة عشرة - في تحريره لكتاب بني موسى - هكذا: «*سطح نصف الكرة المستديرة ضعف سطح الدائرة العظيمة التي هي قاعدته*». وهذا تحوير طفيف عن نص أرشميدس لهذه الحقيقة الهندسية، علماً بأن البرهانين مختلفان.

أمـا النـظرية الخـامسـة عشرة، فكتب بنو موسى نصها هكذا (ونترجم من كتاب كلاجيت [٣١]): «*حاصل ضرب نصف قطر كل كرة في ثلث مساحة سطحها هو حجم الكرة*». أما الطوسي فكتب نص النظرية الخامسة عشرة - في تحريره لكتابهم - هكذا: «*كل كرة فإن الحاصل من ضرب نصف قطرها في ثلث السطح المحيط بها مساوٍ لعظمها*». هنا يلاحظ **اختلاف جوهري** في نص هذه النظرية عما أورده أرشميدس، علماً بأن البرهانين مختلفان وصحيحان. لكن برهان بني موسى يستند إلى ثلاث نظريات فقط: الرابعة والثالثة عشرة والرابعة عشرة. بينما برهان أرشميدس أطول بكثير لأنه يستند إلى نظريات عديدة حتى يصل إلى حجم الكرة.

أما ثابت بن قرة فألف: «كتاب في مساحة قطع المخروط الذي يسمى المكافي».

واطّلعنا عليه في: (١) مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ٢٦ ب ـ ٣٥ب، نسخت في القرن الخامس الهجري. (٢) مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م/١٨، ص: ١٦٥ ب ـ ١٨١أ، نُسِخَتْ: «*في ليلة يُسفر صباحها عن نهار الجمعة الغراء ثاني عشر ذي القعدة لسنة تسع وخمسين ومابة بعد الألف، بقلم أضعف الضعفاء صدقي الحاج مصطفى بن صالح*» أي نسخها مصطفى صدقي سنة ١١٥٩هـ. (٣) مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٣٥أ ـ ١٥٨أ، نسخت ١٣٠٥هـ.

والواضح أن مخطوطة الظاهرية قد نسخت عن مخطوطة القاهرة، علماً بأن ناسخ الظاهرية ترك فراغاً لرسم الأشكال ولكنه تكاسل ولم يرسمها. أما مخطوطتا أيا صوفيا والقاهرة فكاملتان مع الرسوم. وكتاب ثابت هذا طويل جداً ومعقد ويشتمل على حوالي خمس وثلاثين[7] نظرية في العدديات والخطوطيات والمتواليات كلّها مقدمات لنظرية واحدة، هي: «*القطع المكافىء لا نهاية له، ومساحة كل واحدة من قِطَعِهِ مساوية لثلثي مساحة السطح المتوازي الأضلاع الذي قاعدته كقاعدته وارتفاعه كارتفاعه*». أي مساحة قطعة من القطع المكافىء = $\frac{٢}{٣}$ المستطيل الذي يشترك مع قطعة القطع المكافىء بالقاعدة والارتفاع. هنا قاعدة القطعة متعامدة مع محورها.

ويقول كارل بروكلمان ([٣٦]: م٤: ١٧٥) إن لثابت بن قرة كتاباً موسوماً: «**في مساحة المجسمات المكافية**»، مخطوطة باريس ٢٤٥٧/٢٤ (نسخها السجزي المذكور آنفاً في القرن الرابع الهجري)[8]. والمفروض أن هذا الكتاب طويل جداً، ومعقد ويشتمل على حوالي أربعين نظرية من العدديات والخطوطيات كلها مقدمات لنظرية واحدة وهي حجم المجسم المكافىء. هذا ولم يسعفنا الحظ بالاطلاع على هذا الكتاب، ذلك لعدم توفر صورة عنه لدينا.

أما ابراهيم بن سنان ـ حفيد ثابت بن قرة ـ فله «كتاب في مساحة القطع المكافىء»،

---

(٧) نجد في نهاية مخطوطة أيا صوفيا الكلمات: «تم كتاب ثابت بن قرة الحرّاني في مساحة القطع المكافىء وهي ٣٥ شكلا [أي: ٣٥ نظرية]...». أما في مخطوطتي القاهرة والظاهرية فيقسم المقالة إلى عشرين نظرية، من الممكن اعتبار بعضها أكثر في نظرية واحدة.

(٨) يقول كارل بروكلمان إن مخطوطة باريس ٢٤٥٧ قد نسخت عن مخطوطة بخط السجزي، بينما يقول سزكين إن هذه المخطوطة منسوخة بخط السجزي نفسه، ونحن نؤيد رواية فؤاد سزكين.

اطلعنا عليه في: (١) مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ٧٦ ـ ٧٩أ، نسخت في القرن الخامس الهجري. (٢) مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م/١٩، ص: ١٨٢ ب ـ ١٨٦ب، نُسِخَت *«في ليلة يُسفِر صباحها عن نهار الأحد رابع عشر ذي القعدة لسنة تسع وخمسين ومابة بعد الألف بقلم الفقير الحاج مصطفى صدقي غفر الله له ولوالديه ولجميع المسلمين»*. (٣) مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ ـ عام، ص: ١٥٩ أ ـ ١٦٥ب، نسخت سنة ١٣٠٥هـ.

ونحن نرى أن مخطوطة الظاهرية قد نسخت عن مخطوطة القاهرة، علماً بأن ناسخ الظاهرية قد ترك فراغاً لرسم الأشكال الهندسية ولكنه ـ لسبب ما ـ لم يرسمها. أما مخطوطتا أيا صوفيا والقاهرة فكاملتان مع رسم الأشكال الهندسية. ومما يسترعي الانتباه وجود الجملة الأتية: *«كان أبو إسحٰق إبراهيم بن سنان بن ثابت عمل هذا* **الكتاب قديماً**، *ثم ذكر أنه ضاع منه، فعمل كتاباً آخر،* **وذكر هذه النسخة** *في صدر المقالة التي أعادها»*، وقد وردت هذه الجملة في نهاية الصفحة ٧٨ب بعد الكلمات *«وذلك ما أردنا أن نبيّن»* في مخطوطة أيا صوفيا. أما في مخطوطتي القاهرة والظاهرية فوردت هذه الجملة في بداية المقالة وعلى الهامش من الصفحة. وذكرنا أن أحمد سليم سعيدان نشر كتاباً وَسَمَه: «رسائل ابن سنان»[٣٨]، كما نشرت جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن كتاباً وسمته: «رسائل ابن سنان» [٣٧] أيضاً. وكلا الكتابين يشتملان على بعض رسائل إبراهيم بن سنان بما في ذلك **«كتاب إبراهيم بن سنان بن ثابت في مساحة القطع المخروط المكافىء»**. وفي كلا الكتابين، فإن كتاب ابن سنان **«في مساحة القطع المخروط المكافىء»** مأخوذ عن مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨ المشهورة، ص: ١٣٢ ب ـ ١٣٤ب. وقد استرعى انتباهنا بداية (صدر) هذه المقالة، وهو: *«قد كنت عملت كتاباً في مساحة هذا القطع، قديماً، وغيَّرت في شكل منه شيئاً. ثم ضاعت النسخة المصلحة، والنسخة القديمة. فاحتجت إلى إعادة ما استخرجته من ذلك، في هذا الكتاب فإن وقعت نسخة تخالف ألفاظها هذه الألفاظ، في شيء منها معنى يخالف بعض معاني هذه النسخة، فهو إحدى النسختين اللتين ذكرتها»*. إذن، وصلنا مقالتين مختلفتين بعض الشيء لإبراهيم بن سنان في مساحة القطع المكافىء.

ونحن نرى أن مقالة [مقالتي] إبراهيم بن سنان في مساحة القطع المكافىء **خطوة إلى الأمام** إذا وازنَّاها مع مقالة جَدِّهِ ثابت بن قرة في مساحة القطع المكافىء. ويكفي أن ننظر

إلى عدد الصفحـات في مخطوطتي القاهرة، فنجد أن صفحات مقالة ثابت: ١٦٥ ب ـ ١٨١أ، بينما صفحات مقالة ابن سنان: ١٨٢ ب ـ ١٨٦ب، علماً بأن مصطفى صدقي قد نسخ المقالتين الواحدة تلو الأخرى، في نفس المخطوطة، مع تساوي طول وعرض وعدد الأسـطر. (الصفحتـان: ١٨١ب، ١٨٢أ فارغتـان). أي أن مقـالة ثابت حوالي أربعة أضعاف مقالة ابن سنان. كما أن مقالة إبراهيم بن سنان سهلة الفهم غير معقدة وتشتمل على أربع نظريات، نظريتان فقط كمقدمة لنظرية تعادل[٩] النظرية التي حصل عليها جده ثابت، وأضاف نظرية رابعة لم يحصل عليها جده.

كذلك، فنحن نرى أن برهان ابن سنان هو خطوة إلى الأمام إذا وازنّاه مع برهان أرشميدس في مساحة القطع المكافىء. فبرهان أرشميدس هو آخر نظرية (النظرية ٢٤) في كتابه: **«تربيع القطع المكافىء** = "Quadrature of The Parabola" ([٩٦]: م١١: ٥٢٧ ـ ٥٣٧) فقد احتاج أرشميدس إلى برهنة نظريات كثيرة كمقدمات لبرهانه النظرية الأخيرة في كتابه المذكور.

ونأتي لأبي سهل ويجن بن رستم القوهي، فله: «رسالة في استخراج مساحة المجسم المكافىء»، أطلعنا عليها في:

(١) مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١٢٥ ب ـ ١٢٩ أ، نسخت في القرن الخامس الهجري.

(٢) مخطوطة القاهرة، ٤٠ رياضة م، ص: ١٨٧ ب ـ ١٩٠ب، نسخها صدقي ليلة الإثنين ١٥/١١/١١٥٩هـ.

(٣) مخطوطة الظاهرية، ٥٦٤٨ عام، ص: ١٦٦ أ ـ ١٧١ ب، نسخت سنة ١٣٠٥هـ.

والواضح أن مخطوطة الظاهرية منسوخة عن مخطوطة القاهرة. والمخطوطات الثلاث هذه متطابقة تماماً عدا أخطاء النساخ. وثمة مخطوطة أخرى لنفس الرسالة تشتمل على نفس المحتـوى ولكنها تختلف عن المخطوطات الثلاث المذكورة في بعض الألفاظ فقط، هي: مخطوطة بانكي بور (المشهورة) ٢٤٦٨/٣٤، ص: ١٩١ب ـ ١٩٣ب، نسخها تقي الدين

---

(٩) حصل أرشميدس وابن سنان على: مساحة قطعة القطع المكافىء = $\frac{٤}{٣}$ مساحة المثلث المُشْتَرِك مع القطع المكافىء بالقاعدة والارتفاع. بينما حصل ثابت على $\frac{٢}{٣}$ مساحة المستطيل.

النعماني، وقد نشرتها جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن سنة ١٣٦٧/١٩٤٧، كما حققها عبد المجيد نصير ([٩٧]: م ٢٩: ١٨٧ - ٢٠٨) في مجلة معهد المخطوطات العربية سنة ١٤٠٥/١٩٨٥. وما نحققه هنا من هذه الرسالة، نقتبسه عن المخطوطات الثلاث الأولى غير المحققة، وبإمكان القارىء موازنة ما نقتبسه مع تحقيق عبد المجيد نصير ليتعرف على نوعية اختلاف الألفاظ بين مخطوطة بانكي بور والمخطوطات الثلاث الأولى.

يقول القوهي في مقدمة هذه الرسالة:

«لما كان العلم بمساحة الأجسام والأشكال والمقادير ينسب بعضها إلى بعض قبل العلم بمراكز أثقالها، وكان ذلك كالمقدمة لها، إذ لا يجوز وجود مراكز الأثقال إلّا بعد معرفة المساحة [أوّلاً]، احتجنا إلى علم المساحة أوّلا من كتاب أرشميدس في الكرة والإسطوانة وغيره من الكتب المؤلفة في هذا المعنى. فبعد فراغنا من النظر في ذلك، بدأنا بتأليف كتابنا في مراكز الأثقال، ودققنا الفكر فيه، بغاية الوسع والطاقة، حتى وجدنا مراكز أثقال عدة أشياء من ذوات الثقل، لم يجدها قبلنا أحد من القدماء المبرّزين في الهندسة، فضلا عمّن دونهم من المتأخرين، ولا سمعنا أيضاً بوجودها إلى وقتنا هذا، كوجودنا مركز ثقل قطعة من كرة مفروضة، أو من مجسم قطع ناقص. فلما وجدناه، طمعنا في وجود مراكز أثقال أجسام أُخَر، لم يوجد مراكز أثقالها فيما قبل، كمركز ثقل المجسم المكافىء، ولم يكن بُدّ في وجود مركز ثقله من معرفة مساحته[10] [أولا] حسب ما تقدمنا فعلنا.

وليس يوجد كتاب أُلّف في هذا الباب[11] غير كتاب أبي الحسن ثابت بن قرة، وهو كتاب معروف مشهور عند المهندسين، لكنه كبير طويل يبلغ أشكاله إلى قريب من أربعين شكلاً: عدديات، وخطوطيّات، وغير ذلك، وجميعها مقدمات لشكل واحد، وهو: كيف نعلم مساحة[12] مجسم القطع المكافىء؟ ولما نظرنا فيه، استصعب فهمه علينا جداً. وكان كتاب أرشيمدس في الكرة والإسطوانة، مع صعوبته وكثرة أعراضه، أسهل علينا منه، مع أن الغرض فيه واحد، وظننا أن حال كل ناظر نَظَرَ في هذا الكتاب، منذ الوقت الذي ألّفه ثابت بن قرة فيه، وإلى الآن، كحالنا في تعذر فهمه علينا.

---

(١٠) «مساحته» تعني «حجمه».

(١١) أيا صوفيا: ذلك الباب. والمقصود هنا لا يوجد كتاب أُلف في موضوع إيجاد حجم المجسم المكافىء.

(١٢) «مساحة» تعني «حجم» فنحن نتكلم عن مجسم لا عن مسطح.

فاقتضانا ذلك أن جَدَّدنا استخراج مساحة هذا المجسم، أعني المكافىء، ابتداء، وتهيّأ لنا ذاك بطريق قريب مستغن عن تلك المقدمات كلها، وغير محتاج الى شيء منها. ومن نظر في ذلـك الكتـاب وفي كتابنا هذا، علم أن الأمر فيهما كما قلنا، ولو كنا [فهمناه في كتابه][13] لما اضطررنا في تأليف كتابنا في مراكز الأثقال - إلى معرفة مساحة المجسم المكافىء، أو [لو] عرفنا ذلك وفهمناه من كتاب ثابت، لما استعملنا باستئناف استخراج ما قد سبق غيرنا إلى استخراجه، بأي وجه كان استخراجه إياه، ولا تكلمنا في طريق استخراج من تقدّمنا، طويلاً كان أو قصيراً، صعباً كان أو سهلاً، مستغنياً كان عن المقدّمات أو محتاجاً إليها، لأن ذلك ليس من عادتنا، لا سيّما ومسالك هذا العلم كثيرة واسعة. فنقول: إذا دار قطع مخروط: . . . .»

ونحن نرى أن المقـدمـة التي حققناها هنا. والتي اعتمدنا في تحقيقها المخطوطات الثلاث الأولى: أيا صوفيا، والقاهرة، والظاهرية - هي المقدمة التي كتبها القوهي بلفظه. أمـا المقـدمـة التي وردت في مخطوطـة بانكي بور - التي حققهـا عبـد المجيد نصـير ([٩٧]: م٢٩ : ١٨٧ـ٢٠٨) - فهي مقدمة أوضح ومترابطة أكثر من المقدمة التي أوردناها هنـا. ونـرجـح أن أحـد النسـاخ العـارفين بالعربية هو المسؤول عن التغييرات اللفظية التوضيحية الطارئة على المقدمة. أما الجزء الهندسي من الرسالة فلا يوجد فيه تغييرات لفظية ذوات أهمية.

وما يثبته القوهي هو: إذا دارت قطعة من قطع مخروط مكافىء حول محوره، حيث قاعـدة القطعة متعامدة مع المحور، فإن حجم المجسم المكافىء الناتج عن هذا الدوران يساوي نصف حجم الإسطوانة التي تشترك مع المجسم المكافىء بالقاعدة والارتفاع. وهذه هي النتيجة نفسها التي حصل عليها أرشميدس. علماً بأن البرهانين مختلفان.

لقد حقق رشدي راشد ([٥٢]: م٥: ٣ - ٥٥) مقالة ابن الهيثم في إيجاد حجم المجسم المكافىء، واعتمد في ذلك على مخطوطة المكتب الهندي ١٢٧٠، ص: ٥٦ب - ٦٩ب. ونأخذ هنا مقدمة عمل ابن الهيثم هذا عن عمل رشدي راشد، ص ٧:

---

(١٣) نُذكّر القارىء أن ما نحصره بين معقوفين [٠٠٠] هو إضافة من طرفنا للتوضيح أو لملء السقط.

«مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة المجسم المكافىء»

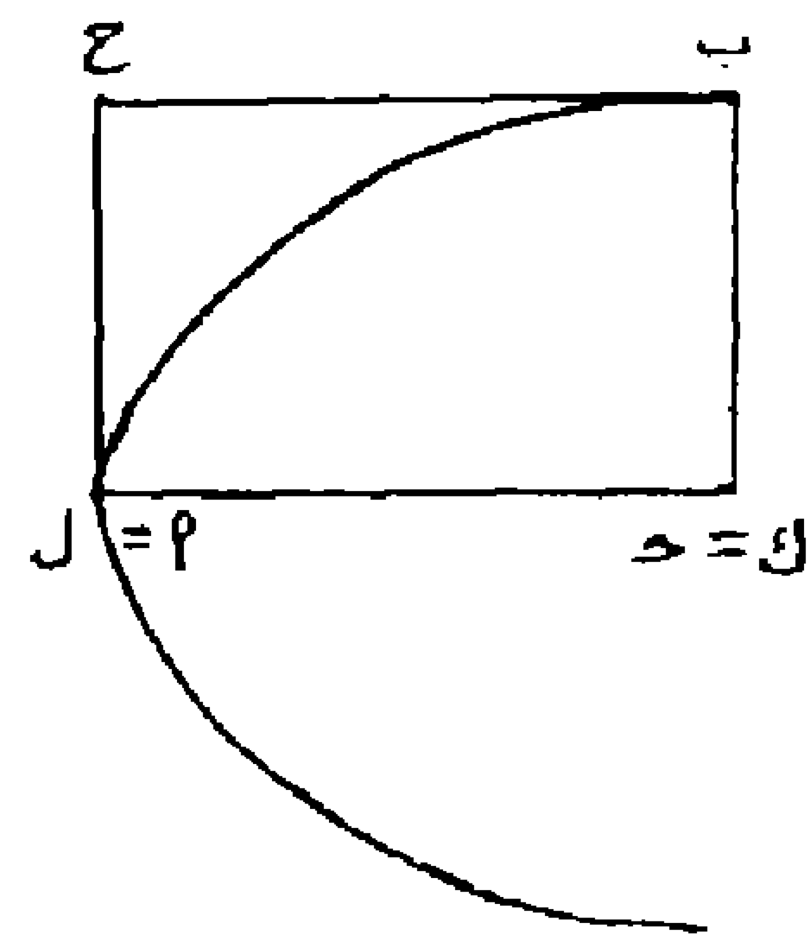
كل قول وكل تأليف فإن لقائله ومؤلفه محركاً، هو الذي حرّكه لقول ما قاله وتأليف ما ألّفه. وقد كنا نظرنا في كتاب لأبي الحسن ثابت بن قُرّة في مساحة المجسم المكافىء، فوجدناه قد سلك فيه مسلكاً متعسفاً، وارتكب في تبيّنه طريقاً متكلفاً في الطول وفي الصعوبة معاً، ثم وقع إلينا من بعد ذلك مقالة لأبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في مساحة المجسّم المكافىء، فوجدناها خفيفة مختصرة، ووجدناه يذكر فيها أن السبب الذي حرّكه وبعثه على تأليف هذه المقالة هو نظره في كتاب أبي الحسن ثابت بن قرّة ـ في مساحة هذا المجسّم ـ واستصعابه له واستبعاده لطريقته ـ إلّا أنا وجدنا مقالة أبي سهل، وإن كانت مُتَسَهَّلة مخففة، فإنما بيّن فيها مساحة أحد نوعي المجسّم المكافىء. وذلك أن المجسّم المكافىء ينقسم إلى نوعين سنجدهما فيما بعد: أحدهما قريب متيسر، والآخر صعب متعسّر. ووجدنا أبا سهل قد قَصَرَ مقالته على مساحة النوع المتيسّر، وأعرض [عن] ذكر النوع الثاني. فلما وجدنا هذين القولين على الصفة التي شرحناها، حركتنا هذه الحال على تأليف هذه المقالة. فاعتمدنا فيها أن نستوعب الكلام في مساحة نوعي هذا المجسّم، ونستوفي جميع المعاني التي تتعلق بمساحتهما؛ ونتحرّى مع ذلك ـ في جميع ما نذكره ونبيّنه ـ أخْصَرَ الطرق التي بها يتم ـ مع الاستقصاء ـ بيانُه، وأوجز المقاييس التي بها يتّضح ـ مع استيفاء المعاني ـ برهانه. وهذا حين ابتدأنا بالكلام فيه، والله الموفق والمعين على ما يرضيه».

ولنا الآن بعض الملاحظات :

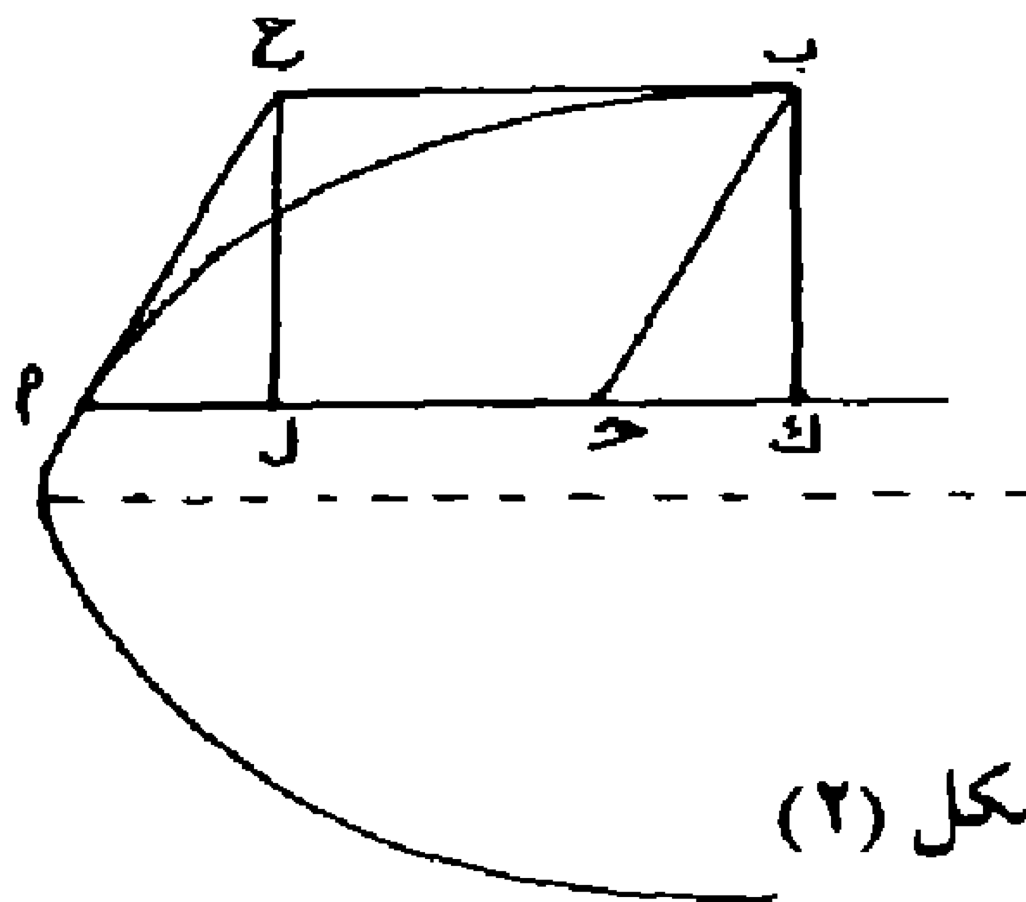
(١) لقد ذكر القوهي وابن الهيثم عمل ثابت بن قرة في حجم المجسم المكافىء، ولم يرد ذكر أرشميدس بهذا الخصوص في أي من أعمال ثابت والقوهي وابن الهيثم. نحن نرى أن ثابتاً لم يكن على علم بعمل أرشيمدس في حجم المجسم المكافىء، ولو كان على علم به لما عمل هذا البرهان الطويل المعقد لإيجاد حجم المجسم المكافىء. وعلى ما نعلم، فلم يرد ذكر كتاب أرشميدس «الكونويد وَالسفيرويد» الذي يشتمل، فيما يشتمل، على حجم المجسم المكافىء، في أي عمل عربي. لذا نقول: لم يصل كتاب أرشميدس «الكونويد وَ السفيرويد» إلى العرب.

(٢) لم يكتف ابن الهيثم بإيجاد معادلة لحجم المجسم المكافىء الناشىء عن دوران القطع

المكافىء حول محوره ، بل وضع البرهان أيضاً للقطع المكافىء الذي يــدور حول أي قطر كان من أقطــاره[14] . ففي حالــة الدوران حول المحــور، تكون قاعدة قطعـة المجسم المكافىء متعامدة مـع المحـــور . وفي حالة الدوران حول أي قطر كان غـير المحور ، فالزاوية بين خــط الترتيب (القاعدة) والقطر تكون إما حادة أو منفرجـة .
ووضع البرهـــان لهذه الحالات الثلاث وسمـاها جميعاً «النوع الأول» . ويقول ابن الهيثم : *«ولتكن قِطْعَة من قِطع مكافىء عليها ﺃ ، ﺑ ، وليكن قطرها ﺃ ﺣ ورأسها ﺃ ، وخط الترتيب ـ الذي يخرج من طرفيها ـ خط ﺑ ﺣ ولتكن زاوية ﺃ ﺣ ﺑ ـ من الصورة الأولى ـ قائمــة ، ومن الصورة الثانية حادّة ، ومن الصورة الثالثة منفرجــة . ولْنُثَبِّت قطر ﺃ ﺣ على وضعه حتى لا يتغير. ولْنُدِرْ قِطْـع ﺃ ﺑ ﺣ حــــول قطـر ﺃ ﺣ حتى يعود إلى وضعـه ، وليَحْدُث من استدارتــه مجسّم ﺃ ﺑ ﺀ فأقــول : إنّ مُجَسَّم ﺃ ﺑ ﺀ مساوٍ لنصف الإسطوانة القائمة التي نصف قطر قاعدتها العمود الواقع مــن نقطة ﺑ على قطر ﺃ ﺣ ، وارتفاعها قطر ﺃ ﺣ »*. راجع الشكل (١) والشكل (٢) .



الشكل (١)



الشكل (٢)

ويمثـل الشكـل (١) ما سمّاه ابن الهيثم الصـورة الأولى (خط الترتيب يتعامد مع المحـور)، حيث الزاوية ﺃ ﺣ ﺑ قائمة. ويمثل الشكل (٢) ما سمّاه ابن الهيثم الصورة الثالثة، حيث الزاوية ﺃ ﺣ ﺑ منفرجة. أما الصورة الثانية، حيث الزاوية ﺃ ﺣ ﺑ حادة، فلم نرسمها لأنها تشبه الصورة الثالثة في البرهان، والفرق هو وجود المحور فوق القطر ﺃ ﺣ في الصورة الثانية بدلا من القطر ﺃ ﺣ فوق المحور في الصورة الثالثة.

بعد الفقرة التي اقتبسناها من مقالة ابن الهيثم، يصف ابن الهيثم الصور الثلاث،

(١٤) راجع تعريف القطر وخط الترتيب في الفصل «تسبيع الدائرة».

وملخصها ما رسمناه في الشكلين (١) وَ (٢). والنتيجة التي يحصل عليها ابن الهيثم في الصور (الحالات) الثلاث (قائمة، حادة، منفرجة) هي: حجم المجسّم المكافىء الناتج من دوران القطعة ا ح ب حول القطر ا ح يساوي نصف حجم الإسطوانة الناشئة من دوران المستطيل ب ح ل ك حول القطر ا ح. ويقول ابن الهيثم: إن النوع الأول هذا (الحالات الثلاث المذكورة)، حيث يتم الدوران حول القطر ا ح هو نوع «قريب مُتَيسِّر».

(٣) يقوم ابن الهيثم بإيجاد حجم مجسّم مكافىء، لم يسبقه إليه أحد. ويسميه النوع الثاني، ويقول إنــه نوع «صعب متعسّر». والمجسم هنا هو دوران قطعة من القطـع المكافىء حول خط الترتيب ب ح (شكل: ١، ٢) بدلاً من الدوران حول القطر. أيضاً، ثمـة ثلاث صور (حالات) هنا، حيث الزاويـة ا ح ب: قائمة، أو حادة، أو منفرجـة، ويحصل في الحالات الثلاث على: حجم المجسم المكافىء الناشىء من دوران قطعــة من المجسم المكافىء حــول خط الترتيب يساوي «*ثلث وخمس [حجـم] الإسطوانـة القائمة التي قاعدتها الدائرة ـ التي نصف قطرها العمود الواقع من طرف القطر [أي: نقطة تقاطع القطر والقطع] على خط الترتيب ـ وارتفاعها مساو لخط الترتيب*». أي: حجـم المجسم المكافىء = ($\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٥}$) حجـم الإسطوانة المذكورة. ويلاحــظ $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥} = \frac{٨}{١٥}$

(٤) ويبدو لنا أن ادعاء ابن الهيثم أن النوع الثاني ـ لحجم المجسّم المكافىء ـ نوع «صعب متعسّر» ادعاء صحيح. فهو يحتاج لبرهانه أربع مقدمات (نظريات)، وهذه المقدمات طويلة البرهان وهي عبارة عن مجاميع عددية تكاملية، لا نستطيع الاستغناء عنها إلى يومنا هذا. ونستعمل مثل هذه المجاميع ـ في الوقت الحاضر ـ عند إيجاد التكامل باستعـمال تعـريف تكـامـل ريمان، ويدخـل فيهـا بعض سمات طريقـة الاستقراء الرياضي. لذا بإمكاننا اعتبارها نوعاً من تمهيد لتكامل ريمان والاستقراء الرياضي. أما هذه المجـاميع الأربعـة، فنـورد هنا نصها: بلفظ ابن الهيثم، وبالرموز الرياضية الحديثـــة:

— «*إن الأعداد التي أولها الواحد، ثم تتزيّد بواحد واحد، إذا فُرِضَ منها أعداد كم كانت، وأُخِذَ نصف أعظمها ونصف الواحد ـ الذي هو أوّلها ـ وَجُمعا، وَضُرب مجموعها في العدد الأخير ـ الذي هو أعظمها ـ كان الذي يخرج هو مجموع جميع تلك الأعداد*». أما بالرموز

الرياضية الحديثة فهي :

$$\left(\frac{١}{٢} \times ن + \frac{١}{٢} \times ١\right) \times ن = ١ + ٢ + ٣ + \cdots + ن = \sum_{م=١}^{ن} م = \frac{(ن + ١)\,ن}{٢}.$$

— لقد كتب ابن الهيثم المقدمة (النظرية) الثانية وبرهنها في مقالته «مساحة الكرة»، ويرد نصها، بلفظ ابن الهيثم، في مقدمة «مساحة الكرة» التي يأتي تحقيقها لاحقاً. أما بالرموز الرياضية الحديثة فهي :

$$\left(\frac{١}{٣} \times ن + \frac{١}{٣} \times ١\right) ن \left(ن + \frac{١}{٢}\right) = ١^٢ + ٢^٢ + ٣^٢ + \cdots + ن^٢ =$$

$$\sum_{م=١}^{ن} م^٢ = \frac{(ن + ١)\,ن\,(٢ ن + ١)}{٦}$$

— *«إن الأعداد المتوالية، إذا أُخِذَ رُبْعُ أعظمها وأضيف إليه رُبْعُ الواحد، ثم ضُرِبَ ذلك في العدد الأعظم، ثم زيد على العدد الأعظم واحد، وضرب ذلك في العدد الأعظم. ثم ضُرب ما اجتمع من هذا الضرب فيما كان خرج من الضرب الأول؛ فإن الذي يجتمع هو مجموع مكعبات الأعداد المتوالية»*. أما بالرموز الرياضية الحديثة فهي :

$$\left(\frac{١}{٤} ن + \frac{١}{٤} \times ١\right) ن\,(ن + ١)\,ن = ١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + \ldots + ن^٣ = \sum_{م=١}^{ن} م^٣ = \frac{(ن + ١)^٢\,ن^٢}{٤}.$$

— *«إن الأعـداد المتوالية، إذا أُخِذَ خُمْسُ أعظمها وأضيف إليه خُمْسُ الواحد، وضُرِبَ مجموع ذلك في العدد الأعظم. ثم أضيف إلى العدد الأعظم نصف الواحد، وضرب ذلك فيما كان خرج من الضرب الأول؛ فما خرج حُفِظ. ثم أضيف إلى العدد الأعظم واحد، وضرب ذلك في العدد الأعظم، فما خرج نقص منه ثلث الواحد، فما بقي ضُرب في الذي حُفِظ؛ فإن الذي يخرج من مجموع ذلك هو مجموع مربعات مربعات[١٥] الأعداد المتوالية»*.

أما بالرموز الرياضية الحديثة فهي :

---

(١٥) مربع مربع العدد أ، تعني: $(أ^٢)^٢ = أ^٤$.

$$\left(\frac{١}{٥}ن + \frac{١}{٥}\times ١\right)ن\left(ن + \frac{١}{٢}\right)\left[(ن+١)ن - \frac{١}{٣}\times ١\right] = ١^٤ + ٢^٤ + ٣^٤ + \dots ن^٤ = \sum_{م=١}^{ن} م^٤ = \frac{(ن+١)\,(ن)\,(٢ن+١)\,(٣ن^٢+٣ن-١)}{٣٠}.$$

ولا بد وأن تكون المقدمة (النظرية) الأولى قد كانت معروفة في القدم، كما رأينا ما يعادل المقدمة الثانية في كتابي أرشميدس : « في الكونويد وَ السفيرويد » ، وَ «في الحلزون = On Spirals » . ولكننا لم نر براهين تشبه براهين ابن الهيثم للمقدمات (النظريات) الأربعة المذكورة، ونرجح أن الثالثة والرابعة هما من قريحة ابن الهيثم .

ويقول رشدي راشد ([٥٢]: م٥ : ٥) : «*يعقب الفاتحة فصل يتضمن مقدمات عددية ، يبرهن [ابن الهيثم] فيها على مجاميع أسس الأعداد الطبيعية لِ ن = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ؛ بل يعطي قانوناً عاماً للوصول إلى مجموع الأس ن للأعداد الطبيعية إذا ما عُرفت مجاميع الأسس من ١ إلى (ن ـ ١)*» . ولا يمكننا أن نتصور أن أحداً قد سبق ابن الهيثم لوضع مثل هذا القانون العام، كما أن الجملة الأخيرة التي اقتبسناها عن رشدي راشد هي أهم خطوة في طريقة البرهان المعروفة حالياً بالاستقراء الرياضي (Mathematical Induction) .

(٥) لقد استعمل أرشميدس المجاميع التكاملية وطريقة الاستغراق (الاستنفاذ = Exhaustion) في استخراجه لحجم المجسّم المكافىء الوارد في كتابه : « في الكونويد وَ السفيرويد » . كما اتبع هذا المنهج (استعمال المجاميع التكاملية وطريقة الإستغراق) في كتب أخرى : « في الحلزون = "On Spirals" » ، « تربيع القطع المكافىء = Quadrature of the Parabola » . ولم نجد ـ حتى اليوم ـ أي دليل أو إشارة تشير الى معرفة العرب بكتب أرشميدس الثلاث المذكورة هنا، لذا، نرجح ترجيحاً قوياً أن كتب أرشميدس الثلاث هذه لم تصل إلى العرب . وعليه، نرجح أيضاً أن مفهوم مجاميع أرشميدس التكاملية الوارد في كتبه الثلاث المذكورة لم يكن معروفاً لدى العرب، لذا فنحن نرى أن مجاميع ثابت بن قرة وابن الهيثم التكاملية قد وضعت باستقلالية تامة عن الاغريق . أما طريقة الاستغراق، فلا شك أنها كانت في متناول العلماء العرب، وقد وصلتهم عن طريق كتابي أرشميدس : «تكسير الدائرة» وَ «الكرة والإسطوانة»، وكتاب أُقليدس «الأصول» .

(٦) لقد كانت طريقة الاستغراق معروفة قبل أرشميدس. فمن المعتقد أن يودُكسوس (Eudoxus) هو واضعها. ونتعرف على مفهومها من النظرية الأولى، المقالة العاشرة في كتاب أُقليدِس «الأصول»: *«إذا كان مقداران مفروضان غير متساويين، وطرح من المقدار الأكبر مقدار أكبر من نصفه، وَ[طرح] من الباقي مقدار أكبر من نصفه، وإذا كرّرنا هذه العملية دائماً، فلا بد وأن يبقى المقدار أقل من المقدار الأصغر المفروض [أصلا]»*. واستعمل أُقليدس هذه الطريقة في النظرية الثانية من المقالة الثانية عشرة من كتابه «الأصول». ويلاحظ، بالإمكان استبدال الكلمات: «مقدار أكبر من نصفه» بالكلمات «مقدار أكبر من أو يساوي نصفه» أو «مقدار يساوي نصفه»، وتبقى الطريقة سارية المفعول.

والطريقة التي تستعمل لإيجاد مساحة شكل مستوٍ محاط بمنحنى أو حجم مُجسّم محاط بسطح منحنى هي أن نرسم داخل محيط السطح (في حالة مساحة شكل مستو) شكلاً مضلعاً (عادة مستطيلات) نعرف مساحته، ونعمل نفس الشيء خارج المنحنى. وكلما زاد عدد أضلاع المضلع (زاد عدد المستطيلات) كلما اقتربت مساحة المضلع من المساحة الحقيقية. ولو دار المنحنى أصبح سطحاً، ولو دار المستوى (المسطح) أصبح مُجَسَّماً، ولو دارت المستطيلات أصبحت منشوراً نعرف حجمه دون عناء. وهذه الفكرة تقترب كثيراً من فكرة تعريف تكامل ريمان، أي إننا نقترب من علم التكامل المعروف لدينا الآن.

وطريقة البرهان لإيجاد المساحة أو الحجم هي البرهان غير المباشر (أو كما سماها ابن الهيثم «الخُلف»). وفحوى هذه الطريقة هو: ليكن ما نريد أن نبرهنه هو $ﺃ = ﺏ$. وليكن ﺃ الشكل المستوي (أو المجسم) الذي نبحث عن مساحته (أو حجمه)، وليكن ﺏ الشكل الذي نعلم مساحته (أو حجمه). وطريقة البرهان غير المباشر تعني هنا أن نفترض $ﺃ \neq ﺏ$ وأن نصل في النهاية إلى أن هذا الأمر «محال»، إذن يجب أن يكون $ﺃ = ﺏ$. فنقول: نفترض $ﺃ \neq ﺏ$. إذن $ﺃ > ﺏ$ أو $ﺃ < ﺏ$. ففي حالة $ﺃ > ﺏ$ يمكننا أن نرسم في داخل ﺃ مضلع ﺣ يكون واضحاً أن ﺏ دائماً أكبر من ﺣ، ولكننا نثبت بطريقة الاستغراق أن ﺏ أصغر من ﺣ. وهذا محال، إذ لا يمكن أن يكون ﺏ أكبر من ﺣ وأصغر من ﺣ في نفس الوقت، وقد حصل هذا المحال من افتراضنا أن $ﺃ > ﺏ$، إذن ﺃ ليس أكبر من ﺏ. ثم نقول ليكن $ﺃ < ﺏ$، ونرسم ﺣ خارج ﺃ، ونحصل على محال آخر، ونتج هذا المحال من

افتراضنا أ < بحـ ، إذن أ ليس أصغر من بحـ . الآن ، أ ليس أكبر من بحـ ، وبنفس الوقت أ ليس أصغر من بحـ . إذن بالضرورة أ = بحـ .

(٧) يقول رشدي راشد ([٥٢]: م٥ : ٤ ـ ٥) : «*وسؤال ابن الهيثم عن حجم هذا المجسم أثار عقبات جمة واضطره إلى بحث واستقصاء ، لها جل الأثر في تجديد مجال حساب الصغائر نفسه . فكان على ابن الهيثم أن :*

أ) يحسب مجاميع أسس الأعداد الطبيعية إلى الأس الرابع على الأقل . ولهذا استطاع البرهان على طريقة عامة يمكن بواسطتها الوصول إلى مجاميع أسس الأعداد الطبيعية ، أي أس اتفق .

ب) يقدم مفهوم المجاميع التكاملية لا كمفهوم هام فحسب ، بل كالمفهوم الأساسي الفعال الذي به يقوم حساب الصغائر .

جـ) يحاول شرح ما وراء برهان الخُلْف في هذا المجال ، وأن يبيّن بشكل ما مفهوم النهايات القصوى للمجاميع التكاملية .

هذا ما قام به ابن الهيثم فعلاً ، وأيسر ما يستخلص من مقالته [حجم المجسم المكافىء] أنه قارب بصورة ما مفهوم التكامل ، وأنه انتهى إلى استخراج حجم النوع الثاني بدقة . وحتى عهد قريب كان كثيراً ما ينسب هذا الاكتشاف ـ خطأ ـ لرياضيي القرن السابع عشر مثل كبلر وكفاليري» .

(٨) يقول رشدي راشد ([٥٢]: م٥ : ٣) : «*إن مقالاته في مساحة الحجوم [أي : مقالات ابن الهيثم في حجم المجسّم المكافىء وحجم الكرة] ـ التي لم تَزَلْ مخطوطة ـ هي من أهم ما صُنِّف في* حساب الصغائر قبل تطوره ـ على أيدي ليبنتز ونيوتن ـ إلى حساب للتفاضل والتكامل» . ونقول : إن مقالات أرشميدس وثابت بن قرة والقوهي وبالذات مقالات ابن الهيثم في إيجاد حجوم المجسمات قد مهدت الطريق إلى تطوير حساب التفاضل والتكامل على أيدي ليبنتز وَنيوتن .

ونأتي الآن إلى مقالة ابن الهيثم : « في مساحة الكرة » ، نشرحها ثم نحققها بكاملها ، معتمدين ـ بشكل رئيسي ـ مخطوطة عاطف ١٧١٤ ، ص : ٢١١ ب ـ ٢١٨ أ

حيث جاءت المقالة كاملة. ونتبع ـ في شرحنا ـ خطوات ابن الهيثم خطوة خطوة، ونحذف الكلام المكرر، ونكتب بعض التعليقات في الحواشي. وخلال شرحنا، نورد بعض كلام ابن الهيثم محققاً، نحصره ضمن علامات تنصيص «. . .»، وما نضيفه من طرفنا إلى كلامه كتوضيح أو بسبب سقط، يكون في الغالب سببه الناسخ، نحصره ـ كعادتنا ـ بين معقوفين: [. . .]. ونتعمد أن نورد بعض كلمات ابن الهيثم، بلفظه، الواردة في نهاية كل صفحة وبداية كل صفحة من المخطوطة، مثلا، نكتب هكذا: «. . . متوالية [٢١٢أ] مبتدئة. . .»، وهذا يعني أن آخر كلمة في الصفحة ٢١١ب هي «متوالية» وأول كلمة في الصفحة ٢١٢أ من المخطوطة عاطف ١٧١٤ هي «مبتدئة». وبالإضافة إلى مخطوطة عاطف ١٧١٤، فبحوزتنا الثلث الأخير من مقالة ابن الهيثم: «في مساحة الكرة»، وهو: مخطوطة لينغراد (أي: القديس بطرس. St. Petersburg Or. Inst.) ٨٩/ ٤: ص: ٧٣أ ـ ٧٦ب، واعتمدنا، أيضاً، هذا الجزء في شرحنا ودراستنا وتحقيقنا. هذا ونحيل القارىء على الفصل «أشكال ابن الهيثم الهلالية» حيث تحدثنا عن مخطوطتي عاطف ١٧١٤ ولينغراد ٨٩ بشيء من التفصيل.

يبدأ ابن الهيثم مقالته بمقدمة، يذكر الأسباب التي دعته لكتابة مقالته، ثم يكتب نصاً كلامياً لنظرية كان قد برهنها في مقالته «مساحة المجسم المكافىء» ثم يكتب هذا النص بالرموز الهندسية هكذا:

«*فليكن أعداد ا ب، ب حـ، حـ د، د هـ أعداداً متوالية [٢١٢أ] مبتدئة من الواحد، مزيدة بواحد واحد. فاقول: إنه إذا ضُرب ثُلث د هـ مع ثُلث الواحد في عدد د هـ. ثم أضيف إلى د هـ نصف [أل] واحد، وضرب ذلك فيما كان خرج من الضرب [الأول]. كان الذي يجتمع هو: مجموع مربعات ا ب، ب حـ، حـ د، د هـ*».

ومع أن ابن الهيثم لم يقل «مثال ذلك» أو «مثاله» إلّا أن النص الذي أوردناه الآن هو ما كان يسميه العرب: مثال ذلك أو مثاله. كما أنه قال: «مثال ذلك» في النظرية الرئيسة الواردة لاحقاً. أما نص النظرية الكلامي الوارد في المقدمة فيعني:

$$\left(\frac{1}{3}\text{ن} + \frac{1}{3}\right)\text{ن}\left(\text{ن} + \frac{1}{2}\right) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + \text{ن}^2 = \sum_{\text{م}=1}^{\text{ن}} \text{م}^2$$

$$= \frac{\text{ن}(\text{ن}+1)(2\text{ن}+1)}{6}$$

أما فقرة مثال ذلك فتعني :

(١/٣ (د هـ) + ١/٣) (د هـ) ((د هـ) + ١/٢) = (أ ب)² + (ب جـ)² + (جـ د)² + (د هـ)².

ليكن أ ب = ١ ، ب جـ = أ ب + ١ = ٢ ، جـ د = ب جـ + ١ = ٣ ، د هـ = جـ د + ١ = ٤

وليكن أ ب = ب ر = ر ف = ح د = ط م = ك ل = ١ .
وليكن ح جـ = ب جـ = ٢ ، ط د = جـ د = ٣ ، ك هـ = د هـ = ٤ .

[بامكاننا متابعة البرهان كما في الشكل (٣)].

الشكل (٣)

ويقول : *«ونقول أولاً : إن نصف مربع د هـ مع نصف د هـ هو مجموع أعداد أ ب ، ب جـ ، [جـ د]، د هـ التي هي أ هـ»*.

فهو يريد أن يبرهن :

١/٢ (د هـ)² + ١/٢ (د هـ) = أ ب + ب جـ + جـ د + د هـ = أ هـ [16].

بما أن ب جـ = أ ب + ١ ، جـ د = د هـ - ١ ، إذن : أ ب + د هـ = ب جـ + جـ د .

ويقول : *«وكذلك إن كانت الأعداد أكثر عدّة من هذه، فإن الطرفين منها مساويان بمجموعها للعددين اللذين يليانها، ومساويان للذين يليانها كذلك دائماً . فإن كانت عدّة الأعداد عدداً فرداً، فإن الأوسط منها نصف الطرفين، لأنه نصف العددين اللذين على*

---

(١٦) لما كان أب = ١ ، ب جـ = ٢ ، جـ د = ٣ ، د هـ = ٤ = ن = آخر رقم ، إذن يريد أن يبرهن :
١/٢ ن² + ١/٢ ن = ١/٢ ن (ن + ١) = ١ + ٢ + ٣ + ... + ن = Σم وهذه هي المتسلسلة الحسابية المشهورة، والتي برهنها في مقالته : «مساحة المجسم المكافىء» على أنها المقدمة (النظرية) الأولى من المقدمات الأربع التي ذكرناها آنفاً .

جنبتيه، وذلك أنه يزيد على الذي قبله بواحد وينقص عن الذي بعده بواحد، فهو نصف الذي عن جنبتيه».

لذا فـإن: أ ب + ب حـ + حـ د + د هـ = أ هـ = «أضعـاف لعددي أ ب، د هـ عدّتها نصف عدّة أعداد أ ب، ب حـ، حـ د، د هـ . وعدّة هذه الأعداد هي عـدّة ما في العدد الأخير منها من الآحـاد»

= $\frac{١}{٢}$ (د هـ) (د هـ + أ ب) = $\frac{١}{٢}$ (د هـ) (د هـ + ١) = $\frac{١}{٢}$ (د هـ)^{٢} + $\frac{١}{٢}$ د هـ

«فضرب نصف د هـ في عـددي أ ب، د هـ هو نصف مربع د هـ ونصـف د هـ . فعدد أ هـ هو نصف مربع د هـ ونصف د هـ [٢١٢ ب] وأيضاً: فإن ضرب أ هـ في ل هـ هو ضرب أ هـ في هـ ك، [ك ل]. [وضرب أ هـ في ك ل] هو أ هـ، لأن ك ل واحد».

أ هـ × ل هـ = أ هـ (ك هـ + ك ل) = أ هـ (ك هـ + ١) = (أ د + د هـ) (ك هـ + ١)

= أ د × ك هـ + أ د + د هـ × ك هـ + د هـ

= أ د × د م + أ د + (ك هـ)^{٢} + د هـ = (أ د + د هـ) + (ك هـ)^{٢} + أ د × د م

= أ هـ + (ك هـ)^{٢} + أ د (د ط + ط م) = أ هـ + (ك هـ)^{٢} + أ د (د ط + ١)

= أ هـ + (هـ ك)^{٢} + أ د × د ط + أ د

= أ هـ + أ د + (هـ ك)^{٢} + (أ حـ + حـ د) × د ط

= أ هـ + أ د + (هـ ك)^{٢} + أ حـ × د ط + (د ط)^{٢}

إذن: أ هـ × ل هـ = أ هـ + أ د + (هـ ك)^{٢} + (د ط)^{٢} + أ حـ × حـ ى .... (١)

ولكن: أ حـ × حـ ى = أ حـ (حـ ح + ح ى)

= أ حـ × حـ ح + أ حـ

= أ حـ + (أ ب + ب حـ) × حـ ح

= أ حـ + ب حـ × حـ ح + أ ب × حـ ح

= أ حـ + (حـ ح)^{٢} + أ ب × ب ف

= أ حـ + + (حـ ح)^{٢} + أ ب (١ + ب ر)

= أ حـ + (حـ ح)^{٢} + أ ب + أ ب × ب ر

= أ حـ + (حـ ح)^{٢} + (ب ر)^{٢} + أ ب

إذن : $\text{أحـ} \times \text{حـ ء} = \text{أحـ} + \text{أب} + (\text{حـ ح})^{2} + (\text{ب ر})^{2}$ .... (٢)

نُعَوِّض (٢) في (١) فنحصل على الآتي :

$$\text{أهـ} \times \text{ل هـ} = \text{أهـ} + \text{أء} + (\text{هـ ك})^{2} + (\text{ء ط})^{2} + \text{أحـ} + \text{أب} + (\text{حـ ح})^{2} + (\text{ب ر})^{2}$$

أي : $\text{أهـ} \times \text{ل هـ} = \text{أهـ} + \text{أء} + \text{أحـ} + \text{أب} + (\text{هـ ك})^{2} + (\text{ء ط})^{2} + (\text{حـ ح})^{2} + (\text{ب ر})^{2}$ .... (٣)

«فضرب أهـ في هـ ل هو: أهـ نفسه، وَأء نفسه، وَأحـ نفسه، وَأب نفسه، ومربع هـ ك، ومربع ء ط، ومربع حـ ح، ومربع ب ر»، وهذه المعادلة (٣) بلفظ ابن الهيثم .

ولكن : $\text{أهـ} = \frac{1}{2}(\text{ء هـ})^{2} + \frac{1}{2}(\text{ء هـ})$،

وكذلك : $\text{أء} = \frac{1}{2}(\text{حـ ء})^{2} + \frac{1}{2}(\text{حـ ء})$،

وأيضاً : $\text{أحـ} = \frac{1}{2}(\text{ب حـ})^{2} + \frac{1}{2}(\text{ب حـ})$،

$\text{أب} = \frac{1}{2}(\text{أب})^{2} + \frac{1}{2}(\text{أب})$،

وأيضاً : أب = ب ر ، ب حـ = حـ ح ، حـ ء = ء ط ، ء هـ = هـ ك .

ونعوض القِيَم الأخيرة في (٣) فنحصل على :

$$\text{أهـ} \times \text{ل هـ} = [(\text{ب ر})^{2} + (\text{حـ ح})^{2} + (\text{ء ط})^{2} + (\text{هـ ك})^{2}] + \frac{1}{2}[(\text{ب ر})^{2} + (\text{حـ ح})^{2} + (\text{ء ط})^{2} + (\text{هـ ك})^{2}] + \frac{1}{2}[\text{ب ر} + \text{حـ ح} + \text{ء ط} + \text{هـ ك}] \quad .....(٤)$$

أما (٤) بلفظ ابن الهيثم فهي : *«فضرب أهـ في هـ ل هو: مجموع مربعات ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك ، وأنصاف مربعاتها، وأنصافها نفسها»*.

ولتكن س منتصف ل ك ،

فيكون : $\text{أهـ} \times \text{ل هـ} = \text{أهـ}(\text{هـ س} + \text{س ل}) = \text{أهـ} \times \text{هـ س} + \frac{1}{2}\,\text{أهـ}$ *«لأن س ل [٢١٣أ] نصف واحد. وقد كان أهـ في هـ ل هو: مجموع مربعات الأعداد المتوالية، وأيضاً [أنصاف] مربعاتها، وأنصاف الأعداد نفسها، فيكون ضرب أهـ في هـ س هو: مجموع مربعات الأعداد المتوالية التي آخرها هـ ك ، وأنصاف مربعاتها فقط . فضرب ثلثي أهـ في هـ س هو: مجموع مربعات ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك فقط»*.

إذن: $\frac{٢}{٣}$ أ هـ × هـ س = (ب ر)^{٢} + (جـ ح)^{٢} + (د ط)^{٢} + (هـ ك)^{٢} .... (٥)

« وقد تبيّن فيما تقدم أن » : $\frac{١}{٢}$ د هـ (أ ب + د هـ) = أ هـ ، د هـ = هـ ك ، أ ب = ك ل .

إذن: $\frac{١}{٢}$ هـ ك (ك ل + هـ ك) = ($\frac{١}{٢}$ هـ ك) × هـ ل = أ هـ ،

إذن : $\frac{٢}{٣}$ أ هـ = $\frac{١}{٣}$ هـ ك × هـ ل . ونعــوض القيمـة الأخـــيرة في (٥) فنحصـل على الآتي :

($\frac{١}{٣}$ هـ ك × هـ ل) × هـ س = (ب ر)^{٢} + (جـ ح)^{٢} + (د ط)^{٢} + (هـ ك)^{٢} .... (٦)

ولكننـا نعلم أن : هـ ل = هـ ك + ١ ، هـ س = هـ ك + $\frac{١}{٢}$ ، فنعوض الآن في (٦) لنحصل على: ($\frac{١}{٣}$ هـ ك + $\frac{١}{٣}$) × هـ ك × (هـ ك + $\frac{١}{٢}$) = (ب ر)^{٢} + (جـ ح)^{٢} + (د ط)^{٢} + (هـ ك)^{٢} .... (٧)

وبلغة ابن الهيثم فإن الفقرة المكوّنة من (٦ ، ٧) هي :

«وضرب ثلث هـ ك في هـ ل هو ضرب ثلث هـ ل في هـ ك . وَهـ ل هو هـ ك والواحد. فإذا ضُـــربَ ثلث هـ ك مع ثلث الواحـــد في هـ ك ، ثم ضُرِبَ ما خرج في هـ س الذي هو هـ ك مع نصف الواحد؛ كان الذي يجتمع هو مجموع مربعات ب ر ، جـ ح ، د ط ، هـ ك التي هي الأعـداد المتوالية المبتدئة من الواحد، المزيدة بواحد واحد، التي آخرها هـ ك . وذلك ما أردنا أن نبين»[١٧] .

«فإذا ضَربَ ثلث [٢١٣ب] هـ ك مع ثلث الواحد في هـ ك [كان الذي يجتمـــع] هـو: ثلث مربع هـ ك وثلث هـ ك . فإذا ضُرب ثلث مربع هـ ك مع ثلث هـ ك في هـ س ، كان الذي يجتمع هو : مجموع مربعات ب ر ، جـ ح ، د ط ، هـ ك » .... (٨)

أي: [$\frac{١}{٣}$ (هـ ك)^{٢} + $\frac{١}{٣}$ هـ ك] × هـ س = (ب ر)^{٢} + (جـ ح)^{٢} + (د ط)^{٢} + (هـ ك)^{٢} .... (٨)

---

(١٧) نتذكر أن: أ ب = ب ر = ١ ، ب جـ = جـ ح = ٢ ، جـ د = د ط = ٣ ، د هـ = هـ ك = ن = آخر رقم من الأعداد المتوالية من الواحد المزيدة بواحد واحد، إذن (٧) أعلاه تعني :
($\frac{١}{٣}$ ن + $\frac{١}{٣}$) ن (ن + $\frac{١}{٢}$) = ١^{٢} + ٢^{٢} + ٣^{٢} + ... + ن^{٢}؛ وهذا ما أراد أن يبرهنه .

ولكن : $\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} \times \text{ه س} = \frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢}\,(\text{ه ك} + \text{ك س}) =$
$\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} \times \text{ه ك} + \frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} \times \text{ك س}$.

«وضرب ثلث مربع ه ك في ه ك هو ثلث المربعات المتساويات المساوي كل واحد منها لمربع ه ك التي عدّتها مثل عدّة آحاد ه ك ، لأن ضرب ثلث مربعه ك في ه ك هو : تضعيف ثلث مربع ه ك مرات بعدّة آحاد ه ك ، وكل مرة منها هو ثلث مربع ه ك » .

أي : $\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} \times \text{ه ك} = \frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢}\,[١+١+\cdots+١]$
$= \frac{١}{٣}\,[(\text{ه ك})^{٢} + (\text{ه ك})^{٢} + \cdots + (\text{ه ك})^{٢}]$ ؛ .... (٩)
حيث $[١+١+\cdots+١] = \text{ه ك} =$ «عدّة آحاد ه ك »

«وضرب ثلث ه ك في ه ك هو ثلث مربع ه ك . فضرب ثلث مربع ه ك مع ثلث *ه ك في ه ك هو : ثلث المربعات المتساوية المساويات لمربع ه ك التي عدّتها عدّة آحاد ه ك مع زيادة ثلث مربع ه ك »*[١٨] .

أي : $[\frac{١}{٣}(\text{ه ك})^{٢} + \frac{١}{٣}\,\text{ه ك}] \times \text{ه ك} = \frac{١}{٣}\,[(\text{ه ك})^{٢} + (\text{ه ك})^{٢} + (\text{ه ك})^{٢} + \cdots + (\text{ه ك})^{٢}] + \frac{١}{٣}(\text{ه ك})^{٢}$ .... (١٠)

؛ حيث عدد الحدود داخل القوسين المعقوفين الأخيرين هو ه ك .

ولكن : $\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} \times \text{ك س} = \frac{١}{٦}\,(\text{ه ك})^{٢}$، لأن $\text{ك س} = \frac{١}{٢}$.
وكذلك : $\frac{١}{٣}\,\text{ه ك} \times \text{ك س} = \frac{١}{٦}\,\text{ه ك}$.

«فضرب ثلث مربع ه ك [مع ثلث ه ك] في ه س هو: ثلث المربعات المتساويات المساويات لمربع ه ك التي عدّتها عدّة آحاد ه ك مع زيادة ثلث مربع ه ك وسدس مربع ه ك وسدس ه ك » .

أي : $[\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} + \frac{١}{٣}\,\text{ه ك}] \times \text{ه س} = \frac{١}{٣}\,[(\text{ه ك})^{٢} + (\text{ه ك})^{٢} + (\text{ه ك})^{٢} + \cdots + (\text{ه ك})^{٢}] + \frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} + \frac{١}{٦}\,(\text{ه ك})^{٢} + \frac{١}{٦}\,(\text{ه ك})$ .... (١١)

ولكن $\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢} + \frac{١}{٦}\,(\text{ه ك})^{٢} = \frac{١}{٢}\,(\text{ه ك})^{٢}$،
وكذلك : $\frac{١}{٦}\,\text{ه ك} < \frac{١}{٦}\,(\text{ه ك})^{٢}$، لأن : $\text{ه ك} > ١$. أو كما قال ابن الهيثم :

(١٨) لو أضفنا $\frac{١}{٣}\,(\text{ه ك})^{٢}$ إلى طرفي (٩) لحصلنا على (١٠) ، وتُذَكِّرنا هذه الخطوة بأهم خطوة في البرهان المعروف بالاستقراء الرياضي Proof by mathematical induction .

«وثلث مربع هـ ك [مع سدس مربع هـ ك] هونصف مربع هـ ك . وسدس هـ ك هو أقل من سدس مربع هـ ك ، لأن كل عدد هو أكثر من واحد فإن سدسه هو أقل من سدس مربعه، لأن العدد نفسه إذا كان أكثر من واحد يكون أقل من مربعه» .

عندنا الآن :

$$\frac{1}{2}(\text{هـ ك})^2 + \frac{1}{6}(\text{هـ ك}) = \left[\frac{1}{3}(\text{هـ ك})^2 + \frac{1}{3}(\text{هـ ك})\right] \times \text{هـ س} - \frac{1}{3}\left[(\text{هـ ك})^2 + (\text{هـ ك})^2 + \dots + (\text{هـ ك})^2\right]$$

وأيضـاً :

$$\frac{1}{2}(\text{هـ ك})^2 + \frac{1}{6}(\text{هـ ك}) < \frac{1}{2}(\text{هـ ك})^2 + \frac{1}{6}(\text{هـ ك})^2 = \frac{2}{3}(\text{هـ ك})^2 .$$

نعوض في (١١) فنحصل على الآتي :

$$\left[\frac{1}{3}(\text{هـ ك})^2 + \frac{1}{3}(\text{هـ ك})\right] \times \text{هـ س} < \frac{1}{3}\left[(\text{هـ ك})^2 + (\text{هـ ك})^2 + \dots + (\text{هـ ك})^2\right] + \frac{2}{3}(\text{هـ ك})^2$$

إذن :

$$\frac{1}{2}(\text{هـ ك})^2 < \left[\frac{1}{3}(\text{هـ ك})^2 + \frac{1}{3}(\text{هـ ك})\right] \times \text{هـ س} - \frac{1}{3}\left[(\text{هـ ك})^2 + \dots + (\text{هـ ك})^2\right] < \frac{2}{3}(\text{هـ ك})^2 \quad \dots\dots\dots\dots (١٢)$$

وبلغة ابن الهيثم فإن (١٢) هي :

«[فضـرب ثلث مربـع هـ ك] مـع ثلث هـ ك في هـ س يزيد على ثلث المربعات المتساوية لمربع هـ ك المساوي عدّتها لعـدّة آحاد هـ ك بأقل من ثلثي مربـع هـ ك وأكثر من نصف مربع هـ ك » .

«[وضرب ثلث مربع هـ ك] مع ثلث هـ ك في هـ س هـو : مجموع مربعات أعـداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك . وَ[٢١٤] عدّة آحاد هـ ك هي عدّة أعداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك . فمجموع مربعات أعـداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك يزيـد على ثلث المربعات المتساويات المساويات لمربع هـ ك التي عدّتها عدة أعـداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك ، بأقل من ثلثي مربع هـ ك وأكثر من نصف مربـع هـ ك » . أي مزج ابن الهيثم (٨) وَ (١٢) فحصل على (١٣) التالية :

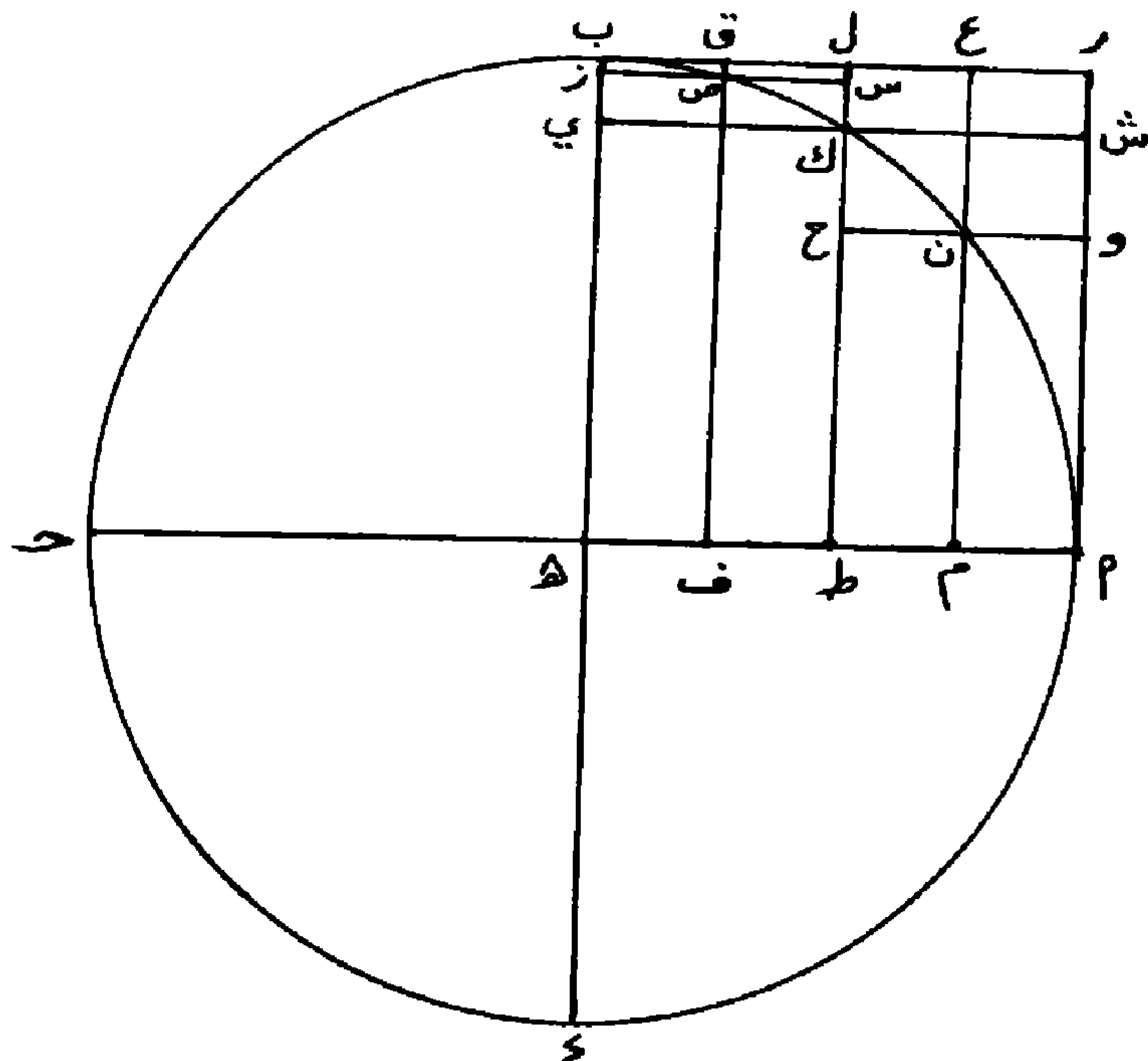
$$\frac{1}{2}(\text{هـ ك})^2 < \left[(\text{ب ر})^2 + (\text{حـ ح})^2 + (\text{ء ط})^2 + (\text{هـ ك})^2\right] - \frac{1}{3}\left[(\text{هـ ك})^2 + \dots + (\text{هـ ك})^2\right] < \frac{2}{3}(\text{هـ ك})^2 \quad \dots\dots\dots\dots (١٣) .$$

هنا، يستبدل ابن الهيثم الأعداد بخطـــوط، ويكرّر كلاماً سابقاً بلغة «الخطوط»، ويتكلم أكثر من نصف صفحـــة على هذا النمط ليحصل بعـد ذلك على نفس النتيجة الأخيرة، حيث يقـول: «*فمربعات خطوط ب ر، ح ع، ء ط، ه ك يزيـد على ثلث المربعـــات المتساويات المساويات لمربع [خط] ه [ك] التي عدّتها عـدّة خطـــوط ب ر، ح ع، ء ط، ه ك بأقل من ثلثي مربع [خط] ه ك وأكثر من نصف مربعـه. وإذ قـد تبيّن ذلك، فإنّـا نقـول: . . . . . .*».

انتهت، بكلمات الفقرة الأخيرة، مقـدمـة ابن الهيثم، وانتقل بعدها مباشرة إلى النظرية الرئيسيّة. وابتدأ كلامه هكذا:

«*وإذ قد تبيّن ذلك، فإنا نقول: إن كل كرة: فهي ثلثا الإسطوانة المستديرة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها مثل قطر الكرة. مثال [٢١٤ ب] ذلك: كرة: ا ب ح ء، ومركزها ه؛ فأقول: إنها ثلثا الاسطوانة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها قطر الكرة. فنجيز على مركز الكرة، وهو نقطة ه، سطحاً يقطع الكرة، فهو يُحدث فيها دائرة هي من أعظم الدوائر التي تقع في الكرة، ولتكن دائرة ا ب ح ء*».

[ونتابع البرهان في شكل (٤)].



الشكل (٤)

وليكن القطران ٨ هـ حـ ، ب هـ ء متعامدين. نرسم خط ب ر يوازي ٨ هـ . وكذلك نرسم ٨ ر يـوازي ب هـ . فيكون : ٨ هـ ب ر مربـع = «سطح ب ٨» [أي : يسمي ابن الهيثم المربع ٨ هـ ب ر بالسطح ب ٨].

ويقول: *«فإذا دار سطح ب ٨ حول خط هـ ٨ حدث من استدارته إسطوانـة قاعدتها أعظم دائرة تقع في كرة ٨ ب حـ ء وارتفاعها خط هـ ٨ الذي هو نصف قطر كرة ٨ ب حـ ء ، وحـدث من استدارة قطاع ٨ ب [هـ] نصف كرة ٨ ب حـ ء . فنقول: إن نصف الكـرة التي تحدث من استدارة قطاع [٢١٥ أ] ٨ ب هـ هو ثلثا الاسطوانة التي تحدث عن استدارة سطح ٨ ب التي هي إسطوانة ب ح »* . *إذن يسمى ابن الهيثم الاسطوانـة الحادثة من الـدوران المذكور بالاسطوانة ب ح* ، علماً بأنه لا علاقـة بالنقطتين ب ، ح *ـ الواردتين في الشكل (٤) المرسوم حسب ما ورد في المخطوطة ـ بالاسطوانة ب ح* . ويقـول :

«برهان ذلك: إنه لا يمكن غيره. فإن أمكن، فليكن نصف الكرة غير مساوٍ لثلثي الاسطوانة ب ح . وإذا لم يكن نصف الكرة مساوياً لثلثي إسطوانة ب ح ، فهو إما أعظم من ثلثي الاسطوانة وإما أصغر» .

«فليكن نصف الكرة، أولاً ، أعظم من ثلثي الاسطوانة. ولتكن زيادة نصف الكرة على ثلثي الاسطوانة بمقدار ب » .

أي ، ليكن : نصف الكرة − $\frac{٢}{٣}$ (الاسطوانة ب ح) = مقدار ب .

ليكن : نقطة ط منتصف ٨ هـ ، ط ك ل يوازي ويساوي هـ ب ، ك نقطـة تقاطع المحيط والخط ط ل ، ش ك ي يوازي ٨ هـ ، ب ر . «فيكون سطـح ك هـ مثـل سطح ك ٨ ، ويكـون سطح ك ب مثل سطح ك ر » [أي : يكـون المستطيل ك ط هـ ي = المستطيل ك ط ٨ ش *والمستطيل ك ل ب ي = المستطيل ك ل ر ش]*.

ويقول : *«فإذا دار سطح ب ٨ حول خط هـ ٨ ، فإن سطحي هـ ك ، ك ٨ يحدثـان إسـطوانتـين متسـاويتـين. وسطحي ك ب ، ك ر يحدثان مدورتين متساويتين محيطتين بالاسطوانتين المتساويتين. فتكون الاسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ك هـ مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح ك ر مجموعتين نصف إسطوانة ب ح »*. أي :

$\frac{١}{٢}$ (إسطوانة ب ح) = إسطوانة ك هـ + مدورة ك ر = إسطوانة ك ٨ + مدورة ك ب

وليكن : م منتصف ا ط ، م د يوازي ب ه ويعامد ا ه . كذلك فإن : م د ع = ه ب = ا ر = ط ل . ود ح يوازي ا ط ، ل ر . و د = د ح . ويكون : سطح د ط = سطح د ا ، سطح د ك = سطح د ش.

ويقول : «فإذا دار سطح ب ا حول خط ه ا ، دار سطح ك ا وحدث من سطحي د ط ، د ا إسطوانتين متساويتين، وحدث من سطحي د ك ، د ش مدورتين متساويتين. وتكون الاسطوانة التي تحدث من استدارة سطح د ط مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح د ش مجموعتين نصف الاسطوانة [التي] تحدث من استدارة ك ا . وأيضاً: فإنا نقسم خط ط ه [٢١٥ ب] بنصفين على نقطة ف . ونجيز على نقطة ف خطاً موازياً لخط ه ب ، وليكن ف ص . فيكون ف ص عموداً على ا ه . ونبعد ف ص إلى ق؛ فيكون ف ق مساوياً لخط ه ب . ونجيز على نقطة ص خطاً موازياً لخطي ه ط ، ب ل ، وليكن س ص ن ».

ويَعَمل كما عمل سابقاً ، ونختصر ونقول : يحصل من دوران المستطيلات حول ا ه الآتي :

إسطوانة ا د + مدورة د ك + مدورة ك ص + مدورة ص ب = $\frac{1}{4}$ إسطوانة ب ح [أي : المستطيلات المحيطة بربع الدائرة ا ب ، تعطي إسطوانة ومدورات تحيط بنصف سطح الكرة ويساوي مجموعها ربع الاسطوانة ب ح].

ويقول : «وإذا كان ذلك كذلك : فقد انفصل من إسطوانة ب ح نصفها ، ومما يبقى نصفه. وإذا قسمنا كل واحد من خطوط ا م ، م ط ، ط ف ، ف ه بنصفين، وأخرجنا من مواضع القسمة خطوطاً موازية لخط ه ب ، ومن مواضع إفرازها لقوس ا ب خطوطاً موازية لخط ا ه ، انقسمت سطوح ب ص ، ص ك ، ك د ، د ا بأربعة أقسام، يكون كل سطحين متقابلين منها نصف السطح الذي هو منه ، وتكون المدورات التي تحدث من استدارة تلك السطوح نصف المدورات التي تحدث من استدارة سطوح ب ص ، ص ك ، ك د ، د ا . وإذا فعل ذلك دائماً، يكون قد انقسم [٢١٦ أ] من إسطوانة ب ح نصفها، ومما يبقى نصفه».

«وكل مقدارين مختلفين: ننقص من أعظمها نصفه، ونفعل ذلك دائماً، فلا بد أن يبقى مقدار أصغر من المقدار الأصغر، لأنه إذا نقص من المقدار نصفه ومما يبقى نصفه

دفعتين، يكون قد نقص من المقدار أكثر من نصفه. فإذا نقص من المقدار نصفه، ومما يبقى نصفه مرات كثيرة، تكون كل دفعتين منها أكثر من النصف. وكل مقدارين مختلفين، ننقص من أعظمها نصفه، ومما يبقى نصفه، ونفعل ذلك دائماً، فلا بد أن يبقى مقدار أصغر من المقدار الأصغر»(١٩).

«وإسطوانة ب ح ومقدار ب، مقداران مختلفان، وأعظمها إسطوانة ب ح. فإذا قسم من إسطوانة ب ح نصفها [ل: ٧٣أ](٢٠)، ومما يبقى نصفه، ومما يبقى نصفه على الوجه الذي بيّناه، وفعل ذلك دائماً، فلا بد أن يبقى مقدار أصغر من مقدار ب. واذا قسم من إسطوانة ب ح نصفها، ومما يبقى نصفه، ومما يبقى نصفه على الوجه الذي بيّناه فإن الذي يبقى من الاسطوانة هي المدورات التي تحدث من سطوح ب ص، ص ك، ك د، د م، ونظائرها التي تمرّ سطح الكرة بأوساطها. فلتكن الأقسام التي تنتهي إليها قسمة الاسطوانة على الوجه الذي بيّناه، وهي أقل من مقدار ب، هي المدورات التي تحدث من استدارة سطوح ب ص، ص ك، ك د، د م. فيكون الذي في داخل نصف الكرة من هذه المدوّرات أقل بكثير من مقدار ب».

«لكن نصف الكرة يزيد على ثلثي إسطوانة ب ح بمقدار ب. فالذي يبقى من نصف الكرة بعد أقسام المدورات التي في داخله هو أعظم من ثلثي أسطوانة ب ح. والذي يبقى من نصف الكرة بعد أقسام المدورات التي في داخله هو المنشور الذي في داخل نصف الكرة الذي قاعدته [ل: ٧٣ب] الدائرة التي نصف قطرها ن ه [٢١٦ب] ورأسه الدائرة التي نصف قطرها د م. فهذا المنشور هو أعظم من ثلثي إسطوانة ب ح».

أي: لتكن ع = مجموع المدورات التي تحدث من استدارة سطوح ب ص، ص ك، ك د، د م.

---

(١٩) يبدو لنا أن هذه الفقرة عبارة عن شرح، قدمه ابن الهيثم، لمفهوم طريقة الاستغراق الوارد في النظرية الأولى، المقالة العاشرة من كتاب أقليدس «الأصول».

(٢٠) يبدأ هنا ما هو متوافر لدينا من مخطوطة لينغراد (St. Petersburg, Or. Inst. 89/4). وحسب سزكين ([١٢]: م٥: ٣٦٦)، فإن ما تشتمله مخطوطة لينغراد من مقالة ابن الهيثم «مساحة الكرة» هو: ٧٣ أ - ٧٧ (الحقيقة - حسب ما هو متوفر لدينا فالصفحات هي: ٧٣ أ - ٧٦ب فقط). راجع حديثنا اللاحق عن مخطوطات «مقالة مستقصاة لابن الهيثم في الأشكال الهلالية» وعلاقة هذا بذاك.

وعندنا : ع < ب = $\frac{1}{2}$ الكرة - $\frac{2}{3}$ الاسطوانة ب ح

إذن: المنشور = نصف الكرة - ع > $\frac{2}{3}$ الاسطوانة ب ح .

ولكن : أ م = م ط = ط ف = ف هـ ؛ وإذا أخذنا ف هـ = الوحدة؛

فإن : ط هـ = هـ ف + هـ ف = وحدتــان ، م هـ = ط هـ + هـ ف = ثلاث وحدات ،

أ هـ = م هـ + هـ ف = أربع وحدات

ويقول: «*فنسبة خطوط هـ ف، هـ ط ، هـ م ، هـ أ بعضها إلى بعــض، هي نسب الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد، المزيدة بواحد واحد، بعضها إلى بعض*».

بمعنى آخر : إذا اعتبرنا هـ ف = الوحدة = ١ ، فإن هذه الأعداد تصبح مثل الأعداد الطبيعية المذكورة في المقدمة ١ ، ٢ ، ٣، . . . . وينطبق عليها النتائج والكلام المذكور في المقدمة.

إذن : $\frac{1}{2}$ (أ هـ)^{2} > [(هـ ف)^{2} + (هـ ط)^{2} + (هـ م)^{2} + (هـ أ)^{2}] - $\frac{1}{3}$

[(أ هـ)^{2} + (أ هـ)^{2} + (أ هـ)^{2} + (أ هـ)^{2}] > $\frac{2}{3}$ (أ هـ)^{2} . . . . (١٤)

«كما تبيّن في المقدمة» [*أي : كما تبيّن في المتراجحة (١٣) والفقرة التي تليها*].

ويقول: «*وعدّة خطوط هـ ف، هـ ط ، [هـ م]، هـ أ هي عـدّة فصــول ف ، ط ، م ، أ . وعدّة فصول ف، ط ،م ، أ ، هي عدّة فصول هـ ، ف، ط ، م إذا أخذنــا هـ عوضاً عن أ . وعدّة فصول هـ ، ف ، ط ،م هي عـدة خطوط هـ ب ، ف ق ، ط ل ، م ع . وخطـــوط هـ ب ، ف ق ، ط ل ، م ع ، متساوية، وكل واحد منها مساو لخط هـ ب . وَهـ ب [ل: ٧٤ أ] مساو لخط هـ أ . فمربعات خطوط هـ ف ، هـ ط ، هـ م ، هـ أ ، يزيد على ثلث مربعات خطوط هـ ب ، ف ق ، ط ل ، م ع ، بأقل من ثلثي مربع هـ أ [وأكثر من نصف مربع هـ أ]*»(٢١).

أي : نعلم أن هـ ب = ف ق = ط ل = م ع = أ هـ ، إذن (١٤) تصبح :

---

(٢١) لا نجد الكلمات: «وأكثر من نصف مربع هـ أ» في المخطوطتين عاطف وَلينغراد، علماً بأن ابن الهيثم قد كتب ما يعادلها في مقدمته (راجع الفقرات بين المتراجحتين (١٢)، (١٣)).

$\frac{1}{2}$ (هـ أ)^{2} > [(هـ ف)^{2} + (هـ ط)^{2} + (هـ م)^{2} + (هـ أ)^{2}] − $\frac{1}{3}$ [(هـ ب)^{2} +
(ف ق)^{2} + (ط ل)^{2} + (م ع)^{2}] > $\frac{2}{3}$ (هـ أ)^{2} .... (١٥)

ولكن : (هـ ف)^{2} + حـ ف × ف أ = (هـ أ)^{2}، حـ ف × ف أ = (ف ص)^{2} (٢٢)

إذن : (هـ ف)^{2} + (ف ص)^{2} = (هـ أ)^{2} (٢٢).

أيضاً: (هـ ف)^{2} + (ف ص)^{2} = (ف ق)^{2}، (هـ ط)^{2} + (ط ك)^{2} = (ط ل)^{2}،
(هـ م)^{2} + (م د)^{2} = (م ع)^{2}، (هـ أ)^{2} + صفر = (هـ ب)^{2}.
إذن : [(هـ ف)^{2} + (هـ ط)^{2} + (هـ م)^{2} + (هـ أ)^{2}] + [(ف ص)^{2} + (ط ك)^{2} +
(م د)^{2} + صفر] = [(هـ ب)^{2} + (ف ق)^{2} + (ط ل)^{2} + (م ع)^{2}]
أي : « فمربعات هـ ف ، هـ ط ، هـ م ، هـ أ مع مربعات ف ص ، ط ك ، م د مساويات بمجموعها لمربعات هـ ب ، ف ق، ط ل ، م ع » .... (١٦)

وتسهيلا للأمور، دعنا نرمز للأقواس المعقوفة في (١٦) هكذا :

[(هـ ف)^{2} + (هـ ط)^{2} + (هـ م)^{2} + (هـ أ)^{2}] = [١]،
[(ف ص)^{2} + (ط ك)^{2} + (م د)^{2} + صفر] = [٢]،
[(هـ ب)^{2} + (ف ق)^{2} + (ط ل)^{2} + (م ع)^{2}] = [٣]

فتصبح (١٦) : [١] + [٢] = [٣]
إذن : [١] + [٢] = $\frac{1}{3}$ [٣] + $\frac{2}{3}$ [٣]
أيضاً : [١] − $\frac{1}{3}$[٣] = $\frac{2}{3}$[٣] − [٢] .... (١٧)
أما (١٥) فتصبح : $\frac{1}{2}$ (هـ أ)^{2} > [١] − $\frac{1}{3}$[٣] > $\frac{2}{3}$ (هـ أ)^{2}..... (١٥)

نمزج (١٥) وَ (١٧) فنحصل على :

$\frac{1}{2}$ (هـ أ)^{2} > $\frac{2}{3}$ [٣] − [٢] > $\frac{2}{3}$ (هـ أ)^{2}

أي : $\frac{1}{2}$ (هـ أ)^{2} > $\frac{2}{3}$ [(هـ ب)^{2} + (ف ق)^{2} + (ط ل)^{2} + (م ع)^{2}] −
[(ف ص)^{2} + (ط ك)^{2} + (م د)^{2}] > $\frac{2}{3}$ (هـ أ)^{2} .... (١٨)

---

(٢٢) لا يوجد ضرورة لهذه الخطوة، فالواضح أن (هـ ف)^{2} + (ف ص)^{2} = (هـ ص)^{2} = (هـ أ)^{2} بنظرية فيثاغوروس. أما حـ ف × ف أ = (ف ص)^{2} فهي نظرية مشهورة في «أصول» أقليدس.

إذن : $[(\text{ف ص})^2 + (\text{ط ك})^2 + (\text{م د})^2] < \frac{2}{3} [(\text{ه ب})^2 + (\text{ف ق})^2 + (\text{ط ل})^2 + (\text{م ع})^2]$

وعليه فان : $[(\text{ف ص})^2 + (\text{ط ك})^2 + (\text{م د})^2] \times \pi < \frac{2}{3} [(\text{ه ب})^2 + (\text{ف ق})^2 + (\text{ط ل})^2 + (\text{م ع})^2] \times \pi$ . . . . (١٩)

ويلفظ ابن الهيثم، فإن (١٩) هي: «*فتكون [مساحات] الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د ، أقل من ثلثي [مساحات] الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه ب ، ف ق، ط ل ، م ع* ».

ويقول : «*ونسبة الدوائر إلى الدوائر، كنسبة الأساطين*(٢٣) *التي تقوم عليها ، بعضها إلى بعض إذا كانت [ل: ٧٤ب] ارتفاعات الأساطين متساوية [٢١٧أ] . فالأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د ، وارتفاعاتها ه ف ، ف ط ، ط م هي أقل من ثلثي الأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه ب ، ف ق ، ط ل ، م ع وارتفاعاتها خطوط ه ف ، ف ط ، ط م ، [م أ] المتساوية*».

«*والأساطين التي قواعدها الدوائر التي [أنصاف] أقطارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د ، وارتفاعاتها خطوط ه ف ، ف ط ، ط م ، هي المنشور ـ الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ن ه ورأسه الدائرة التي نصف قطرها م د ـ الذي هو في داخل نصف الكرة*(٢٤) *. والأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه ب ، ف ق، ط ل ، م ع وارتفاعاتها خطوط ه ف ، ف ط ،ط م ، م أ هي إسطوانة ب ح* ».

«*فالمنشور الذي في داخل نصف الكرة أقل من ثلثي إسطوانة ب ح . وقد كان تبيّن أن هذا المنشور أعظم من ثلثي إسطوانة [ل: ٧٥أ] ب ح . وهذا محال. وهذا المحال لزم*

---

(٢٣) نجد في قاموس لاروس ([٢٦] : ٩٤) : الاسطوانة : . . . ج : أسَاطِينْ وأسطوانة وأُسطوانات .

(٢٤) وردت الكلمات = : «الذي هو في داخل نصف الكرة» في مخطوطة لينغراد. أما في مخطوطة عاطف فنجد الكلمات البديلة : «التي في داخل الكرة». ورجحنا رواية مخطوطة لينغراد، لأن الكلمات: «الذي هو في داخل نصف الكرة» قد تكرّرت ـ في المخطوطتين ـ بعد حوالي سطرين، وكتبناها كبداية للفقرة التالية.

من فرضنا نصف الكرة أعظم من ثلثي إسطوانة بح . فليس نصف الكرة بأعظم من ثلثي إسطوانة بح ».

انتهى هنا برهان الشق الأول الذي يخص الافتراض الخاطىء : نصف الكرة أكبر من ثلثي الإسطوانة بح .

ثم يأتي برهان الشق الثاني الذي يخص الافتراض الخاطىء الآخر: نصف الكرة أصغر من ثلثي الإسطوانة بح .

لذا : فإن حجم نصف الكرة هو ثلثا حجم الإسطوانة بح .

وعلى ذلك : *«إن كل كرة : فهي ثلثا الاسطوانة المستديرة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها مثل قطر الكرة»*.

لقد كتب ابن الهيثم برهان الشق الثاني باختصار، ذلك بسبب تشابه الخطوات والتفاصيل بين برهاني الشقين. ولما كنا قد شرحنا برهان الشق الأول بالتفصيل، فنحن لا نرى ضرورة لشرح الشق الثاني. وقبل تقديم تحقيقنا للمقالة، لنا الملاحظة التالية :

لقد حضرنا «الملتقى المغربي الثاني حول تاريخ الرياضيات العربية»(٢٥) الذي عقد في تونس أيام ١ ، ٢ ، ٣ كانون أول (ديسمبر) ١٩٨٨ ، قدمنا فيه محاضرة موجزة حول بعض محتويات مقالة ابن الهيثم «في الأشكال الهلالية». وشارك الزميل الجزائري علي العايب بمحاضرة موجزة حول محتويات مقالة ابن الهيثم «في مساحة الكرة». ولا نعلم لغاية دخول هذا الكتاب المطبعة (صيف ١٩٩١) إذا كانت قد صدرت النشرة حول أعمال ذلك الملتقى أم لا. أما في هذا الكتاب، فنحن نقدم دراسةً وتحقيقاً كاملاً لمقالتي ابن الهيثم : الأشكال الهلالية ومساحة الكرة، آملين أن يتمتع القارىء بلغة ابن الهيثم.

ونرمز : ع = عاطف ١٧١٤، ل = لينغراد ٨٩.

---

(٢٥) يبدو أن المسؤولين التونسيين قد انتهوا من طباعة نشرتهم عن أعمال الملتقى في صيف ١٩٩١، فقد وصلنا منهم في منتصف أيلول ـ سبتمبر ـ ١٩٩١ نسخة عن النشرة المذكورة [١٠٧، ١٠٨]. ويأتي الموجز الذي قدمناه في الصفحات ٤٠ ـ ٦٧. كما يأتي الموجز الذي قدمه الزميل علي العايب في الصفحات ٦٨ ـ ٨٦ وعنوانه : «التعيينات اللامتناهية في الصغر من خلال رسالة ابن الهيثم في مساحة الكرة»، ويرد هذا الموجز بلفظ الزميل علي العايب وبإسلوب حديث ولا يرد بلفظ ابن الهيثم.

[ع : ٢١١ ب] بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة الكرة

إن كثيراً من المعاني الهندسية قد يوصل إليها من عدة مقاصد، ويقوم البرهان عليها من عدة مسالك. وما زال أصحاب التعاليم[١]، يتكلم الواحد منهم في المعنى الذي قد تكلم فيه غيره، ويتوصل إلى الغرض [الذي] قد سبق إليه من تقدمه، إذا وَجَدَ طريقاً إلى الكلام عليه لم يطرقه غيره، ولم يسلكه أحد ممّن تقدمه.

وقد تكلّم عددمن أصحاب التعاليم، في مساحة الكرة، وتوصلوا[٢] إلى إقامة البرهان على كمية مساحتها. وسلك [كل] واحد ممن تكلم فيها طريقاً غير الطريق الذي سلكه غيره. ولما وقع إلينا كلامهم في هذا المعنى، ووقفنا على[٣] براهينهم، فكّرنا في مساحة الكرة. هل يمكن أن يوصل إليها من غير الوجوه التي وصل بها من تكلم فيها؟

فلما أنعمنا النظر في ذلك، عنّ لنا مسلك يوصل إلى مساحة الكرة، أوجز وأخصر من جميع المسالك التي سلكها من تقدمنا، وأوضح ـ مع ذلك ـ برهاناً، وأظهر بياناً. فساغ لنا بهذه الحال أن نتكلم على مساحة الكرة، وإن كان قد سبق إلى الكلام عليها عدة من أصحاب هذه الصناعة[٤].

ونحن نقــدم لذلك مقدمة عددية، قريبة المأخذ، يسهل بها فهم ما يقصد لــه، وهي أنه :

[مقـدمة (نظرية)][٥]: إذا كانت أعداد متوالية مبتدئة من الواحد، مزيدة بواحد واحد. ثم أُخِذَ ثلث أعظمها وثلث الواحـد، وَجُمِعا، وَضُرِبَ ذلك في أعظم الأعداد. ثم أُضيف إلى العدد الأعظم نصف الواحد، وَضُرِبَ ذلك في الذي كان خرج من الضرب الأول. كان [الذي] يجتمع هو: مجموع مربعات تلك الأعداد.

---

(١) أصحاب التعاليم: علماء العلوم، ولعل المؤلف يقصد هنا: علماء الرياضيات أو علماء الهندسة.

(٢) ع : ويوصلون.

(٣) ع: ووقفنا علي. [الكلمتان منقوطتان. وسوف نتوقف عن ذكر اخطاء الناسخ اللغوية التافهة الواضحة في الحاشية، حتى لا تصبح الحاشية أكبر من المتن. علماً بأننا سوف نكتب الصواب في المتن].

(٤) يقصد: أصحاب صناعة الهندسة، أي: علماء الهندسة.

(٥) هذا هو نص النظرية (المقدمة) كلامياً = enunciation .

وقد بيَّنا هذه المقدمة بالبرهان المحقق في كتابنا في مساحة المجسم المكافىء. ونحن نستأنف البرهان عليها في هذا القول، لئلا يكون هذا القول محتاجاً إلى غيره.

فليكن[6] أعـداد ا ب ، ب حـ ، حـ د ، د هـ ، أعـداداً متوالية [ع : ٢١٢أ] مبتدئة من الواحد، مزيدة بواحد واحد. فأقول إنه: إذا ضُرِبَ، ثلث د هـ مع ثلث الواحـد، في عدد د هـ . ثم أُضيف إلى د هـ نصف [ال] واحد، وَضُرِبَ ذلك فيما كان خرج من الضرب [الأول]. كان الذي يجتمع هو: مجموع مربعات ا ب ، ب حـ ، حـ د ، د هـ .

برهان ذلك[7]: إنا نجعل ب ر مثل ب ا . وخرج: [ح حـ] مثـل حـ ب ، وَط د مثـل د حـ ، وَك هـ مثل هـ د . ونجعل كل واحـد من: ر ف، ح د ، ط م ، ك ل ، واحـداً.

ونقول أولاً[8]: إن نصف مربـع د هـ مع نصـف د هـ هو مجموع أعـداد ا ب ، ب حـ ، [حـ د]، د هـ التي هي ا هـ .

وذلك، إن حـ ب يزيد على ب ا بواحد، وَحـ د ينقص عن د هـ بواحـد. فَـ ا ب [مع د هـ] مثل حـ ب مع حـ د .

وكـذلـك، إن كانت الأعـداد أكثـر عدّة من هذه، فإن الـطرفـين منهما مساويان بمجموعهما للعددين اللذين يليانهما، ومساويان للذين يليانهما كذلك دائماً.

فإن كانت عدّة الأعداد، عدداً فرداً، فإن الأوسط منها نصف الطرفين، لأنه نصف العددين اللذين عن جنبتيه، وذلك أنه يزيد على الذي قبله بواحد، وينقص عن الذي بعده بواحد، فهو نصف الذي عن < الذي عن > جنبتيه .

فيلزم من ذلك أن يكون < فيلزم مـن ذلك أن يكـون > مجموع أعـداد ا ب ، ب حـ ، حـ د ، د هـ التي هي عدد ا هـ ، هو أضعاف لعددي ا ب ، د هـ ، عدّتها نصف

---

(٦) هذه الفقرة، هي الفقرة التي كان العرب يسمونها: مثاله = مثال ذلك. واستعمل ابن الهيثم الكلمتين «مثال ذلك» في كثير من نظرياته. وهذه الفقرة: عبارة عن إعادة كتابة نص النظرية باستعمال الرموز (الأحرف الهندسية.

(٧) يرجى متابعة البرهان في الشكل (٣) الذي أوردناه مع شرح هذه المقالة. وللعلم، هناك رسم يشبه الشكل (٣) في الصفحة [٢١٣ أ] من المخطوطة.

(٨) هذه نظرية صغيرة قائمة بذاتها مكتوبة مع برهانها كجزء من النظرية (المقدمة).

عدّة أعـداد ا ب ، ب حـ ، حـ ء ، ء هـ [9] . وعـــدّة هذه الأعداد هي عدّة ما في العـدد الأخير منها من الآحـاد ؛ لأن أولها الواحـــد ، وهي تزيد بواحـــد واحد . فعدد ا هـ هـو أضعاف لعددي ا ب ، ء هـ عدّتها نصف عدّة آحاد ء هـ .

فإذا ضرب عددا ا ب ، ء هـ [9] في نصف آحاد ء هـ ، كان الذي يخرج من الضرب هو جميع عدد ا هـ .

وضرب نصف ء هـ في ء هـ هو نصف مربع ء هـ . وضرب نصـــف ء هـ في ا ب هو نصف ء هـ ، لأن ا ب واحد.

فضرب نصف ء هـ في عددي ا ب ، ء هـ ، هـو : نصف مربع ء هـ ونصف ء هـ . فعدد ا هـ هو نصف مربع ء هـ ونصف ء هـ [10] .

[ع : ٢١٢ب] وأيضــــاً : فـإن ضرب ا هـ في ل هـ [11] هــو ضرب ا هـ في هـ ك ، [ك ل]. [وضرب ا هـ في ك ل] هو ا هـ ، لأن ك ل واحد. وضرب ا هـ في هـ ك هــو ضرب ء هـ في هـ ك وضرب ا ء في هـ ك . ولكن ضرب ء هـ في هـ ك هـو مربع هـ ك ، لأن ء هـ مثل هـ ك . وضرب ا ء في هـ ك هو ضرب ا ء في ء م ، لأن ء م مساوِل هـ ك ، وذلك أن هـ ك يزيد على ء ط بواحد وَم ء يزيد على ء ط بواحد، فَـم ء مثـل هـ ك . فضرب ا هـ في هـ ل هـو : ا هـ نفسه، ومربع هـ ك ، وضرب ا ء في ء م .

[وضرب ا ء في ء م] هو ضرب ا ء في ط م وضرب ا ء في ط ء . وضرب ا ء في ط م هو ا ء نفسه، لأن ط م واحـد. وضرب ا ء في ء ط هو ضـرب حـ ء في ء ط وضرب ا حـ في ء ط . وضرب حـ ء في ء ط هـو مربـــع ء ط ، لأن حـ ء مثـــل ء ط . وضرب ا حـ في ء ط هو ضرب ا حـ في حـ د ، لأن حـ د مثل ء ط . فضـــرب ا هـ في هـ ل هـــو : ا هـ نفسه، وَا ء نفسه، ومربع هـ ك ، ومربع ء ط ، وضرب ا حـ في حـ د .

وضرب ا حـ في حـ د هو: ا حـ نفسه، ومربـع حـ ح ، وضرب ا ب في ب ف [12] ، لأن ذلك تبينً كما تَبَينّ في عددي هـ ل ، ء م .

---

(٩) ع : و هـ .

(١٠) انتهى برهان النظرية الصغيرة الذي بدأ بقول المؤلف «ونقول أولا».

(١١) ع : أ هـ .

(١٢) ع : ب ح .

وضرب ا ب في ب ف هو : ا ب نفسه ومربع ب ر ، لأن ب ر مثل ب ا وَ ر ف واحد .

فضرب ا هـ في هـ ل هو : ا هـ نفسه ، وَ ا د نفسه ، وَ ا حـ نفسه ، وَ ا ب نفسه ، ومربع هـ ك ، ومربع د ط ، ومربع حـ ح ، ومربع ب ر

لكن ا هـ نفسه هو: نصف مربع د هـ ونصف د هـ . وكذلك ا د هو: نصف مربع حـ د ونصف حـ د . وكذلك ا حـ هو: نصف مربع ب حـ ونصف ب حـ . وكذلك ا ب ـ الذي هو الواحد ـ هو: نصف مربع ا ب ونصف ا ب .

وأعداد ا ب ، ب حـ ، حـ د ، د هـ ـ التي هي الأعداد المتوالية ـ هي أعداد : ب ر [١٣]، حـ ح ، د ط ، هـ ك .

فضرب ا هـ في هـ ل هو: مجموع مربعات ب ر ، حـ ح ، د ط ، هـ ك ، وأنصاف مربعاتها وأنصافها أنفسها .

ونقسم ل ك بنصفين على نقطة س . فيكون ضرب ا هـ في هـ ل هو: ضرب ا هـ في هـ س وضرب ا هـ في س ل . وضرب ا هـ في س ل هو نصف ا هـ ، لأن س ل [ع : ٢١٣ أ] نصف واحد . وقد كان ا هـ في هـ ل هو : مجموع مربعات الأعداد المتوالية وأيضاً [أنصاف] مربعاتها وأنصاف الأعداد أنفسها . فيكون ضرب ا هـ في هـ س هو : مجموع مربعات الأعداد المتوالية التي آخرها هـ ك وأنصاف مربعاتها فقط . فضرب ثلثي ا هـ في هـ س هو: مجموع مربعات ب ر ، حـ ح ، د ط ، هـ ك فقط .

وقد تَبَيَّنَ – فيما تقدم – أن ضرب نصف د هـ في مجموع ا ب ، د هـ هو مجموع ا هـ . وَ د هـ مثل هـ ك ، وَ ا ب مثل ك ل . فضرب نصف هـ ك في هـ ل هو ا هـ . فضرب ثلثي نصف هـ ك ـ الذي هو ثلث هـ ك ـ في هـ ل هو ثلثا ا هـ . وضرب ثلثي ا هـ في هـ س هو مجموع مربعات ب ر ، حـ ح ، د ط ، هـ ك . فإذا ضُرِبَ ثلث هـ ك في هـ ل ، ثم ضُرِبَ ما خرج في س هـ ، كان الذي يجتمع هو: مجموع مربعات ب ر ، حـ ح ، د ط ، هـ ك .

---

(١٣) ع : ب د.

وضرب ثلث ه ك في ه ل هو ضرب ثلث ه ل في ه ك . وَه ل هو ه ك والواحد. فإذا ضُرب ثلث ه ك مع ثلث الواحد في ه ك ، ثم ضُـرب ما خرج في ه س الذي هـو ه ك مع نصف الواحد، كان الذي يجتمع هو : مجموع مربعـات ب ر ، ح ح ، ء ط ، ه ك التي هي الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد، المزيدة بواحد واحد، التي آخرها ه ك .

وذلك ما أردنا أن نُبيِّن.

وأيضاً، فإن ضرب ثلث ه ك في ه ك هـو ثلث مربع ه ك . وضرب ثلث الواحد في ه ك هو ثلث ه ك . فإذا ضرب ثلث [ع : ٢١٣ب] ه ك مـع ثلث الواحـد في ه ك ، [كان الذي يجتمع] هو: ثلث مربع ه ك وَثُلث ه ك . فإذا ضرب ثلث مربـع ه ك مـع ثلث ه ك في ه س ، كان الذي يجتمع هو: مجموع مربعات ب ر ، ح ح ، ء ط ، ه ك.

وضرب ثلث مربع(١٤) ه ك في ه س هو ضرب ثلث مربع(١٤) ه ك في ه ك وفي ك س . وضرب ثلث مربع ه ك في ه ك هو : ثلث المربعات المتساويات المساوي كل واحد منها لمربع ه ك التي عدّتها مثل عدّة آحاد ه ك ، لأن ضـرب ثلث مربع ه ك في ه ك هو: تضعيف ثلث مربـع ه ك مرات بعدّة آحاد ه ك ، وكل مـرّة منها هو ثلث مربع ه ك . وضرب ثلث ه ك في ه ك هو ثلث مربع ه ك . فضـرب ثلث مربع ه ك مع ثلث ه ك في ه ك هو: ثلث المربعات المتساوية المساويات لمربع ه ك التي عدّتها عدّة آحاد ه ك مع زيادة ثلث مربع ه ك .

وضرب ثلث مربـع ه ك في ك س هو سدس مربـع ه ك ، لأن ك س نصـف واحد. وضرب ثلث ه ك في ك س هو سدس ه ك . فضرب ثلث مربع ه ك [مـع ثلث ه ك] في ه س هو: ثلث المربعات المتساويات المساويات لمربع ه ك التي عدّتها عـدّة آحاد ه ك مع زيادة ثلث مربع ه ك وسدس مربع ه ك وسدس ه ك .

وثلث مربع ه ك [مع سدس مربع ه ك] هو نصف مربع ه ك . وسدس ه ك هو أقل من سدس مربع ه ك ، لأن كل عدد هو أكثر من واحد فإن سدسه هو أقل من سدس مربعه، لأن العدد نفسه إذا كان أكثر من واحد يكون أقل من مربعه.

---

(١٤) ع : ربع.

فنصف مربع هـ ك مع سدس هـ ك هو أقل من ثلثي مربع هـ ك . [فضـرب ثلث مربع هـ ك] مع ثلث هـ ك في هـ س يزيد على ثلث المربعات المتساوية المساوية لمربـع هـ ك المساوي عدّتها لعدّة آحاد هـ ك بأقل من ثلثي مربع هـ ك وأكثر من نصف مربع هـ ك .

[وضرب ثلث مربـــع هـ ك] مع ثلث هـ ك في هـ س هـو : مجموع مربعات أعـداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك . وَ[ع : ٢١٤أ] عدّة آحــاد هـ ك هي عدّة أعداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك . فمجموع مربعات أعداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك يزيد على ثلث المربعـات المتساويات المساويات لمربع هـ ك التي عدّتها عدّة أعـداد ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك بأقل من ثلثي مربع هـ ك وأكثر من نصف مربع هـ ك .

وأيضاً، فإنا نجعل ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك خطوطاً مستقيمة متزيدة تزيّداً[١٥] متساوياً، وكل واحـــد من زياداتها مساوية لخط ب ر . فتكون هذه الخطوط أضعافاً لخط ب ر ، متوالية كتوالي الأعداد المتزيدة بواحد واحد. فتكون نسبة هذه الخطوط بعضها إلى بعض كنسبة الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المزيدة بواحد واحد بعضها إلى بعض. فتكون نسبة مربعات هذه الخطوط بعضها إلى بعض كنسبة مربعات الأعداد المتوالية بعضها إلى بعض، لأن كل خط مستقيم مقسوم بأجزاء متساوية فإن مربعه أضعاف لمربع الجزء الواحد منه مساوية عدتها لعدة ما في مربع العدد السمي[١٦] لأجزاء ذلك الخط من أضعاف مربع الواحد الذي هو واحد.

فتكون نسبة مجموع مربعات خطـــوط ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك إلى مربع هـ ك هي : نسبة مجموع مربعات الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المتزيدة بواحد واحد التي عدتها عدة هذه الخطوط إلى مربع أعظمها النظير لخط هـ ك .

لكن مجموع مربعات الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد المزيدة بواحد واحد يزيد على ثلث المربعات المتساويات المساويات لمربع أعظمها التي عدتها عدة الأعداد المتوالية بأقل من ثلثي مربع أعظمها وأكثر من نصف مربعه.

فمربعات[١٧] خطـــوط ب ر ، حـ ح ، ء ط ، هـ ك يزيد على ثلث[١٨] المربعات

---

(١٥) متزيدة تزيّداً = متزايدة تزايداً.

(١٦) السمي = المشارك في الاسم، النظير. ر : لاروس ([٢٦] : ٦٧٩).

(١٧) يقصد: فمجموع مربعات. . . .

(١٨) يقصد: يزيد على ثلث مجموع المربعات. . . .

المتساويات المساويات لمربع [خط] هـ [ك] التي عدتها عدة خطوط ب س ، حـ ح ، د ط ، هـ ك بأقل من ثلثي مربع [خط] هـ ك وأكثر من نصف مربعه.

وإذ قد تَبَيَّنَ ذلك. فإنا نقول[19]:

[النظرية الرئيسية] إن كل كرة : فهي ثلثا الإسطوانة المستديرة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها مثل قطر الكرة.

مثال [ع: ٢١٤ب] ذلك: كرة أ ب حـ د ، ومركزها هـ . فأقول : إنها ثلثا الإسطوانة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها قطر الكرة.

فنجيز على مركز الكرة، وهو نقطة هـ ، سطحاً يقطع الكرة، فهو يحدث فيها دائرة هي من أعظم الدوائر التي تقع في الكرة، ولتكن دائرة أ ب حـ د . ونخرج في هذه الدائرة قطرين يتقاطعان على زوايا قائمة، وليكونا قطري أ هـ حـ ، ب هـ د . ونجيز على نقطة ب خطاً موازياً لخط أ هـ ، وليكن ب س . ونجيز على نقطة أ خطاً موازياً لخط هـ ب ، وليكن أ س . فيكون سطح أ هـ ب [س][20] متوازي الأضلاع، قائم الزوايا[21].

فإذا أُثبت خط أ هـ ، وأُدير سطح أ هـ ب س حول خط أ هـ حتى يعود إلى وضعه، فإن سطح أ هـ ب س يُحدث إسطوانة مستديرة قاعدتها الدائرة التي نصف قطرها خط هـ ب ـ الذي هو نصف قطر الكرة ـ وارتفاعها خط أ هـ ، الذي هو نصف قطر الكرة أيضاً.

والدائرة التي نصف قطرها، نصف قطر الكرة، هي أعظم دائرة تقع في الكرة. فالإسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ب أ ، قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها نصف قطر الكرة. فلتكن هذه الإسطوانة ب ح[22].

وإذا دار سطح ب أ حول خط أ هـ ، فإن قطاع أ ب هـ[23] يدور حول خط هـ أ .

---

(١٩) هنا يأتي ابن الهيثم ليقدم النظرية الرئيسية. ونذكر أنه لا يوجد رسم في المخطوطة يخص هذه النظرية. وبإمكان القارىء متابعة البرهان في الشكل (٤) الذي رسمناه مع شرحنا ـ السابق ـ لهذه النظرية.

(٢٠) ع: أ هـ ف.

(٢١) يلاحظ أن المؤلف لا يقول: مربع أو مستطيل، بل يقول: «متوازي الأضلاع، قائم الزوايا».

(٢٢) ع : ب حـ . [يتكرر هذا الخطأ في المخطوطة، وسوف نكتب «اسطوانة ب ح» في المتن، دون التنبيه إلى هذا الخطأ في الحاشية ثانية].

(٢٣) قطاع أ ب هـ = المساحة المحصورة بين نصفي القطرين أ هـ ، ب هـ والقوس أ ب، التي هي ربع الدائرة أ ب حـ د.

و[إذا] دار قطاع [ٲ]بـ هـ حول خط هـ ٲ ، حدث من استدارته نصف كرة قاعدتها الدائرة التي نصف قطرها خط بـ هـ ، لأن نصف [الـ]دائرة ٲ بـ حـ ء ، الذي عليه ٲ بـ حـ وقطره ٲ حـ ، إذا دار حول قطر ٲ حـ حتى يعود إلى وضعه ، حدث من استدارته كرة ٲ بـ حـ ء ، وحدث من استدارة خط هـ بـ دائرة تقسم الكرة بنصفين.

فإذا دار سطح بـ ٲ حول خط هـ ٲ حدث من استدارته إسطوانة قاعدتها أعظم دائرة تقع في كرة ٲ بـ حـ ء وارتفاعها خط هـ ٲ الذي هو نصف قطر كرة ٲ بـ حـ ء ، وحدث من استدارة قطاع ٲ بـ [هـ] نصف كرة ٲ بـ حـ ء .

فنقول : إن نصف الكرة التي تحدث من استدارة قطاع [ع: ٢١٥أ] ٲ بـ هـ هو ثلثا الإسطوانة التي تحدث عن استدارة سطح ٲ بـ التي هي إسطوانة بـ ح .

برهان ذلك: انه لا يمكن غيره. فإن أمكن، فليكن نصف الكرة غير مساوٍ لثلثي الإسطوانة بـ ح . وإذا لم يكن نصف الكرة مساوياً لثلثي إسطوانة بـ ح ، فهو إما أعظم من ثلثي الإسطوانة وإما أصغر.

— فليكن نصف الكرة، **أولاً** : أعظم من ثلثي الإسطوانة. ولتكن زيادة نصف الكرة على ثلثي الإسطوانة بمقدار بـ .

ونقسم ٲ هـ بنصفين على نقطة ط . ونجيز على نقطة ط خطاً موازياً لخط هـ بـ ، وليكن ط ك . فيكون ط ك عموداً على خط ٲ هـ . وَنُبعد ط ك إلى ل . فيكون ط ل مساوياً لخط هـ بـ .

ونجيز على نقطة ك خطاً موازياً لخطي ٲ هـ ، بـ ر[٢٤] ، وليكن ش ك ي . فيكون ش ك مثل ك ي ، لأن ٲ ط مثل ط هـ . فيكون سطح ك هـ مثل سطح ك ٲ . ويكون سطح ك بـ مثل سطح ك ر

فإذا دار سطح بـ ٲ حول خط هـ ٲ ، فإن سطحي هـ ك ، ك ٲ يحدثان إسطوانتين متساويتين. وسطحي ك بـ ، ك ر[٢٥] يحدثان مدورتين متساويتين محيطتين بالإسطوانتين

---

(٢٤) ع : ب د.

(٢٥) ع : ب ر.

المتساويتين. فتكون الإسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ك هـ مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح ك ر < مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح ك ر > مجموعتين نصف إسطوانة ب ح .

وأيضاً فإنا نقسم أ ط [26] بنصفين على نقطة م . [ونجيز على نقطة م] خطاً موازياً لخط هـ ب ، وليكن م د . فيكون م د عموداً على خط أ هـ . ونخرج م د إلى ع ، فيكون م ع مساوياً لخط هـ ب .

ونجيز على نقطة د خطاً موازياً لخطي ط أ [27]، ل ر ، وليكن و د ح . فيكون و د مثل د ح . ويكون سطح د ط مساوياً لسطح د أ ، وسطح د ك مساوياً لسطح د ش [28].

فإذا دار سطح ب أ حول خط هـ أ ، دار سطح ك أ ، وحدث من سطحي د ط ، د أ إسطوانتين متساويتين. وحدث من سطحي د ك ، د ش مدورتين متساويتين. وتكون الإسطوانة التي تحدث من استدارة سطح د ط مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح د ش مجموعتين، نصف الإسطوانة [التي] تحدث من استدارة ك أ .

وأيضاً: فإنا نقسم خط ط هـ [ع: 215ب] بنصفين على نقطة ف. ونجيز على نقطة ف خطاً موازياً لخط هـ ب [29]، وليكن ف ص ، فيكون ف ص عموداً على أ هـ .

ونبعد ف ص إلى ق [30]. فيكون ف ق مساوياً لخط هـ ب .

ونجيز على نقطة ص خطاً موازياً لخطي هـ ط ، ب ل وليكن س ص ر [31] . فيكون س ص مثل ص ر [32]. ويكون سطح ص ك مثل سطح ص ي . ويكون سطح ص ب مثل سطح ص ل .

---

(26) ع : ل ط.

(27) ع : ك أ.

(28) ع : ن س.

(29) ع : هـ ر.

(30) ع : ف.

(31) ع : س ص ر.

(32) ع : ص ر.

فإذا دار سطح ب ح أ حول خـط هـ أ ، دار سطـح ب ك ، وحـدث من استدارته مدورة مستديرة . وحدث [من استـدارة] سطحـي ص ك ، ص ي مدورتـين متساويتين ، وحدث من [استدارة] سطحي ص ب ، ص ل مدورتـين متساويتين . فتكـون المدورة التي تحدث من استدارة سطح ص ي مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح ص ل [٣٣]، نصف المدورة التي تحدث من استدارة سطح ك ب .

فتكون الإسطوانة التي تحدث مـن استدارة سطح د ط مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح د ش مع المدورتين اللتين تحدثان من استدارة سطحي ص ي ، ص ل ، نصف الإسـطوانة التي تحدث من استدارة سطح ك أ مع نصف المدورة التي تحدث من استدارة سطح ك ب . وقد تبيّن أن الإسطوانة التي تحدث من استدارة سطح ك هـ مع المدورة التي تحدث من استدارة سطح ك ر ، نصف إسطوانة ب ح .

وإذا كان ذلك كذلك : فقد انفصل من اسطوانة ب ح نصفها، ومما يبقى نصفـه . وإذا قسمنا كل واحـد من خطوط أ م ، م ط ، ط ف ، ف هـ بنصفين ، وأخرجنـا من مواضع القسمة خطوطـاً موازية لخط هـ ب ، ومن مواضع إفرازها لقـوس أ ب خطوطـاً موازية لخط أ هـ ، انقسمت سطوح ب ص ، ص ك ، ك د ، د أ كل واحـد منها بأربعـة أقسام ، يكون كل سطحين متقابلين منها نصف السطح الذي هو منه ، وتكون المـدورات التي تحـدث من استدارة تلك السطوح نصف المدورات التي تحدث من استـدارة سطـوح ب ص ، ص ك ، ك د ، د أ وإذا فعل ذلك دائمـاً ، يكون قد انقسم [ع : ٢١٦ أ] من إسطوانة ب ح نصفها ومما يبقى نصفه .

وكل مقدارين مختلفين نُنْقِص من أعظمها نصفه ، وَنَفْعَل ذلك دائماً، فلا بد أن يبقى مقدار أصغر من المقدار الأصغر، لأنه إذا نَقَص من المقدار نصفه ومما يبقى نصفه دفعتين، يكون قد نَقَص من المقدار أكثر من نصفه . فإذا نقص من المقدار نصفه ومما يبقى نصفه مرات كثيرة، تكون كل دفعتين منها أكثر من النصف . وكل مقدارين مختلفين ينقص من أعظمها نصفه ومما يبقى نصفه ، ويفعل ذلك دائماً، فلا بد أن يبقى مقدار أصغر من المقدار الأصغر.

---

(٣٣) ع : م ل.

وإسطوانة ب ح ومقدار ب مقداران مختلفان، وأعظمهما إسطوانة ب ح . فإذا قُسِمَ من إسطوانة ب ح نصفها [ل: ٧٣أ](٣٤) ومما يبقى نصفه، ومما يبقى نصفه على الوجه الذي بيَّناه، وَفُعِلَ ذلك دائماً، فلا بد أن يبقى مقدار أصغر من مقدار ب .

وإذا قُسِمَ من إسطوانة ب ح نصفها، ومما يبقى نصفه، ومما يبقى نصفه على الوجه الذي بيّناه؛ فإن الذي يبقى من الإسطوانة هي المدوّرات التي تحدث من سطوح ب ص ، ص ك ، ك د ، د م ونظائرها التي يمر سطح الكرة بأوساطها.

فلتكن الأقسام التي تنتهي إليها قسمة الإسطوانة على الوجه الذي بيّناه، وهي أقل من مقدار ب ، هي المدورات التي تحدث من استدارة سطوح ب ص ، ص ك ، ك د ، د م . فيكون الذي في داخل نصف الكرة، من هذه المدورات، أقل بكثير من مقدار ب . لكن نصف الكرة يزيد على ثلثي إسطوانة ب ح بمقدار ب ، فالذي يبقى من نصف الكرة بعد أقسام المدورات، التي في داخله، هو أعظم من ثلثي إسطوانة ب ح . والذي يبقى من نصف الكرة بعد أقسام المدورات التي في داخله هو المنشور(٣٥) الذي في داخل نصف الكرة الذي قاعدته [ل: ٧٣ ب] الدائرة التي نصف قطرها ن ه [ع: ٢١٦ب]، ورأسه الدائرة التي نصف قطرها د م . فهذا المنشور(٣٥) هو أعظم من ثلثي اسطوانة ب ح .

وأيضاً: فإن خطوط أ م ، م ط ، ط ف ، ف ه متساوية. فخطوط ه ف ، ه ط ، ه م ، ه أ(٣٦) يزيد كل واحد منها على الذي يليه بمثل خط ه ف ، فنسبة خطوط ه ف ، ه ط ، ه م ، ه أ بعضها إلى بعض هي نسب الأعداد المتوالية المبتدئة من الواحد، المزيدة بواحد واحد، بعضها إلى بعض.

فمربعات خطوط ه ف ، ه ط ، ه م ، ه أ مجموعة ، يزيد على ثلث المربعات المتساويات المساويات(٣٧) لمربع ه أ(٣٨) التي عدتها عدة خطوط ه ف ، ه ط ، ه م ،

---

(٣٤) يبدأ هنا ما هو متوافر لدينا من مخطوطة لينغراد، وهي مخطوطة غير منقوطة وصعبة القراءة، غير أنها ـ على وجه التقريب ـ خالية من الأخطاء؛ فمن هنا ولنهاية التحقيق، سيكون اعتمادنا على هذه المخطوطة بشكل رئيسي.

(٣٥) ع : المشهور.

(٣٦) ع : فخطوط ه ف ، ط ه ، م ه ، أ . [أي : اختلاف في ترتيب الأحرف وسقط الحرف «هـ» في الخط الأخير ه أ].

(٣٧) ع : سقط : المساويات .

(٣٨) ع : أ ه [يلاحظ الترتيب في «ل» أفضل من الترتيب في «ع». فنحن نعلم أن «ل» هي الأقدم، كما أننا نعتقد أن ابن الهيثم كتب حسب الترتيب الوارد في «ل»، فابن الهيثم رياضي وعالم هندسة محترف، فلا بد وأن يكون قد كتب: «هـ ف، هـ ط ، هـ م، هـ أ» بحيث يكون الحرف «هـ» قبل الحرف الثاني.

هـ أ بأقل من ثلثي مربع هـ أ [وأكثر من نصف مربع هـ أ][39] كما تَبَيَّنَ في المقدمة .

وعدة خطوط هـ ف ، هـ ط ، هـ م [40]، هـ أ هي عدة فصول ف ، ط ، م ، أ . وعدة فصول ف، ط ، م ، أ هي عدة فصول هـ ، ف، ط ، م ، إذا أخذنا هـ عوضاً عن أ . وعدة فصـول هـ ، ف ، ط ،م [41] هي عـدة خطوط هـ ب ، ف ق ،ط ل ، م ع . وخطوط هـ ب ، ف ق، ط ل ، م ع متساوية، وكل واحد منها مساوٍ لخط هـ ب . وَهـ ب [ل: ٧٤ أ] مساوٍ[42] لخـط هـ أ . فمربعـات خطـوط هـ ف[43]، هـ ط ، هـ م ، هـ أ يزيد على ثلث مربعات خطوط هـ ب ، ف ق، ط ل ، م ع بأقل من ثلثي مربع هـ أ [وأكثر من نصف مربع هـ أ][39] .

ومربع هـ ف مع ضرب ح ف[44] في ف أ هو مربع هـ أ . وضـرب ح ف في ف أ هو مربع ف ص . فمربع هـ ف مع مربع ف ص مساوٍ لمربع هـ أ المساوي لمربع ف ق[45] . وكذلك، مربع هـ ط مع مربع ط ك مساوٍ لمربع هـ أ المساوي لمربـع[45] ط ل . وكذلـك مربع هـ م مع مربع م د مساوٍ لمربع هـ أ [46] المساوي لمربع م ع . ومربـع هـ أ مسـاوٍ لمربع هـ ب . فمربعات هـ ف ، هـ ط ، هـ م ، هـ أ مـع مربعات ف ص ، ط ك ، م د مساويات بمجموعها لمربعات هـ ب ، ف ق ، ط ل ، م ع .

لكن مربعـات هـ ف ، هـ ط ، هـ م ، هـ أ تزيد على ثلـث[47] مربعات هـ ب ، ف ق ، ط ل ، م ع بأقل من ثلثي مربـع هـ أ [وأكثر من نصف مربـع هـ أ][39] . فيبقى مربعات ف ص ، ط ك ، م د تنقص على ثلثي مربعـات هـ ب ، ف ق ، ط ل ، م ع بأقل من ثلثي مربع هـ أ [وأكثر من نصف مربـع هـ أ][39]، فتكـون الدوائر التي[48] أنصاف أقطـارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د أقـل من ثلثي الدوائر[48] التي أنصاف أقطارها خطوط هـ ب ، ف ق، ط ل ، م ع .

---

(٣٩) لم ترد الكلمات: «وأكثر من نصف مربع هـ أ» في المخطوطتين. فمن المحتمل أن هذا لا يعود إلى الناسخ، بل هو «سهو» من المؤلف. وقد كتب المؤلف ما يعادلَ هذه الكلمات في المقدمة ـ النظرية ـ السابقة، حيث قال: «فمجموع مربعات. . . يزيد على ثلث المربعات. . . بأقل من ثلثي مربع هـ ك وأكثر من نصف مربع هـ ك». ونلاحظ أن هـ ك هناك، تعادل هـ أ هنا.

(٤٠) ع: سقط : هـ م . (٤١) ع: هـ ، ف، هـ ، ط .

(٤٢) ع : سقط : مساوٍ. (٤٣) ل: هـ ك. (٤٤) ع: ء ف.

(٤٥) ع: سقط : «ف ق. وكذلك، مربع هـ ط مع مربع ط ك مساوٍ لمربع هـ أ المساوي لمربع».

(٤٦) سقط : لمربع هـ أ . (٤٧) ل : ثلثي.

(٤٨) ل: سقط : «التي أنصاف أقطارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د أقل من ثلثي الدوائر».

ونسبة الدوائر إلى الدوائر ، كنسبة الأساطين التي تقوم عليها بعضها إلى بعض ، إذا كانت [ل: ٧٤ ب] ارتفاعات الأساطين متساوية . [٢١٧أ]. فالأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د وارتفاعاتها خطوط ه ف ، ف ط ، ط م ، هي أقل من ثلثي الأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه ب ، ف ق، ط ل ، م ع وارتفاعاتها خطوط ه ف، ف ط ، ط م ، م أ[٤٩] المتساوية .

والأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف[٥٠] أقطارها خطوط ف ص ، ط ك ، م د وارتفاعاتها خطوط ه ف ، ف ط ، ط م هي المنشور، الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ن ه ، ورأسه الدائرة التي نصف قطرها د م ، الذي هو في داخل نصف الكرة[٥١] .

والأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه ب ، ف ق، ط ل ، م ع وارتفاعاتها خطوط ه ف، ف ط ، ط م ، م أ هي إسطوانة ب ح .

فالمنشور الذي في داخل نصف الكرة أقل من ثلثي إسطوانة ب ح . وقد كان تبيّن أن هذا المنشور أعظم من ثلثي إسطوانة [ل: ٧٥أ] ب ح . وهذا محال. وهذا المحال لزم من فرضنا نصف الكرة أعظم من ثلثي إسطوانة ب ح .

فليس نصف الكرة[٥٢] بأعظم من ثلثي إسطوانة ب ح .

— **وأقول** : إن نصف الكرة ليس هو أيضاً أصغر من ثلثي إسطوانة ب ح . فإن أمكن، فليكن أصغر من ثلثي الإسطوانة .

وليكن نقصان نصف الكرة عن ثلثي الإسطوانة بمقدار ب . فيكون مقدار ب أصغر من إسطوانة ب ح . فإذا قُسِمَ من إسطوانة ب ح نصفها، ومما يبقى نصفه، ومما يبقى نصفه على الوجه الذي بيّناه، فلا بد وأن يبقى مقدار أصغر من مقدار ب والذي يبقى من الإسطوانة، عند قسمتها على الوجه الذي بيّناه، هو المدورات[٥٣] التي تحدث من استدارة سطوح ب ص ، ص ك ، ك د[٥٤] ، د أ ونظائرها التي يمر سطح الكرة

(٤٩) ع: سقط : م أ (٥٠) ع: سقط : أنصاف.

(٥١) ل: «د م ، الذي هو في داخل نصف الكرة». أما في «ع» فنجد: «م د ، التي في داخل الكرة».

(٥٢) ع: سقط : الكرة. (٥٣) ع : المدارات (٥٤) ع: ك ب.

بأوساطها. ونكثر في[55] القسمة إلى ما هو أصغر من مقدار بح . وليكن ذلك هي المدورات[53] التي تحدث من استدارة سطوح بح صـ ، صـ ك ، ك د ، د أ . فتكون أقسام هذه المدورات[53] [ل: ٧٥ ب] التي هي خارج نصف الكرة أصغر بكثير من مقدار بح . وقد كانت نصف الكرة مع مقدار بح مساوياً لثلثي إسطوانة بح ح . فنصف الكرة مع أقسام المدورات التي هي [ع: ٢١٧ب] خارجة عن نصف الكرة هي أصغر بكثير من ثلثي إسطوانة بح ح .

ونصف الكرة مع أقسام المدورات الخارجة عن نصف الكرة هي المنشور الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها خط ه بح ورأسه الدائرة التي نصف قطرها خط أ والمحيط بنصف الكرة. فهذا المنشور هو أصغر من ثلثي إسطوانة بح ح .

وقد تبيّن أن مربعات خطوط ف صـ ، ط ك ، م د ينقص عن ثلثي مربعات خطوط ه بح ، ف ق ، ط ل ، م ع بأقل من ثلثي مربع ه أ [وأكثر من نصف مربع ه أ][39] . فإذا أضفنا إلى مربعات خطوط ف صـ ، ط ك ، م د جميع مربع ه بح [56] المساوي لمربع ه أ ، كان مجموع مربعات خطوط ه بح ، ف صـ ، ط ك ، م د أعظم من ثلثي مربعات خطوط ه بح [57] ، ف ق ، ط ل ، م ع .

فتكون الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه بح ، ف صـ ، ط ك ، م د أعظم من ثلثي الدوائر التي أنصاف أقطارها ه بح ، ف ق [ل: ٧٦أ]، ط ل ، م ع . وتكون الأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه بح ، ف صـ ،ط ك ، م د وارتفاعاتها خطوط ه ف، ف ط ، ط م ، م أ المتساوية أعظم من ثلثي الأساطين التي قواعدها الدوائر[58] التي أنصاف أقطارها خطوط ه بح ، ف ق، ط ل ،م ع وارتفاعاتها خطوط ه ف، ف ط ، ط م ، م أ .

والأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه بح ، ف صـ ، ط ك ، م د [59] وارتفاعاتها خطوط ه ف، ف ط [60]، ط م ، م أ هي المنشور الذي[61]

---

(٥٥) كتبنا «ونكثر في» وهذا اجتهاد من طرفنا في محاولة قراءة الموجود في «ل»، وقد يكون ما هو موجود في «ل» «وليست هي» أو غير ذلك. أما في «ع» فنجد «ولنلقه»، أي نجد في «ع» «ولنلقه القسمة . . .». وعلى كل الأحوال، فالجملة: «؟؟؟ القسمة إلى ما هو أصغر من مقدار بح » ليست ضرورية في هذا البرهان.

(٥٦) ع : هـ ن (٥٧) ع : هـ ف (٥٨) ع : سقط : قواعدها الدوائر.

(٥٩) ع: ط م ، ك د . (٦٠) ع : ق ط (٦١) ع: التي.

قاعدته الدائرة التي نصف قطرها خط ه ب ورأسه الدائرة التي نصف قطرها ا ، والذي هو المنشور المحيط بنصف الكرة.

والأساطين التي قواعدها الدوائر التي أنصاف أقطارها خطوط ه ب ، ف ق ، ط ل ، م ع وارتفاعاتها خطوط ه ف ، ف ط ، ط م ، م ا هي إسطوانـة ب ح . فالمنشـور المحيط بنصف الكرة أعظم من ثلثي إسطوانة ب ح . وقد كان تبيّن أن هذا المنشور أصغر من ثلثي أسطوانة ب ح . وهذا محال. وهذا المحال لزم من فرضنا نصف الكرة أصغر من ثلثي إسطوانة ب ح .

فليس [ل: ٧٦ب] نصف الكرة بأصغر من ثلثي اسطوانة ب ح . وقد كان تبيّن أنه ليس بأعظم من ثلثي إسطوانة ب ح . وإذا كان نصف الكرة ليس بأعظم من ثلثي إسطوانة ب ح ولا بأصغر من ثلثيها[٦٢] ، فهو ثلثا إسطوانة ب ح .

وجميع الكرة ضعف نصف الكرة. والإسطوانة التي قاعدتها الدائرة التي نصف قطرها خط ه ب وارتفاعها خط ا ح [ع: ٢١٨أ] الذي هـو[٦٣] قطر الكرة وهـو ضعف خـط ا ه ، هي ضعف إسطوانة ب ح .

فكـرة ا ب ح د [٦٤] هي ثلثـا الإسـطوانة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة وارتفاعها مساوٍ لقطر الكرة.

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[نهاية لينغراد: ثلاث كلمات غير مقروءة، ولعل الكلمة الثالثة «وصح»].

[نهاية عاطف : «تم القول في مساحة الكرة. الحمد لله رب العالمين». وبعد هذا سطر بلغة ليست عربية : «محل شكلدر لكن أصل نخرج رفي يا يليها مشدر»]

---

(٦٢) ع: ثلثها.

(٦٣) ع: سقط : الذي هو.

(٦٤) ع: وكرة ب حـ د.

Volume And Area

We give a summary of the works of Archimedes, Banū Mūsā, Thābit Ibn Qurra, Ibn Sinān, Al-Qūhī, and Ibn Al-Haytham concerning areas of the circle and the parabola and volumes of the sphere and the paraboloid. We edit passages of some of the works of the mentioned Arab Scholars.

In order to find the volume of the paraboloid, Ibn Al-Haytham gives four interesting lemmas. We write them as he wrote them but we use mathematical symbols instead of words:

(1) $[(1/2)\, n + (1/2) \times 1] \times n = 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + n$

(2) $[(1/3)\, n + (1/3) \times 1] \times n \times (n + 1/2) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2$

(3) $[(1/4)\, n + (1/4) \times 1] \times n \times (n + 1) \times n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots + n^3$

(4) $[(1/5)\, n + (1/5) \times 1] \times n \times (n + 1/2) \times [(n + 1) \times n - (1/3) \times 1] =$
$1^4 + 2^4 + 3^4 + \ldots\ldots + n^4$

We edit Ibn Al-Haytham's treatise on the volume of the sphere: Ms 'Atif 1714/20, pp. $211^b - 218^a$ [Sezgin writes: Atif 1714/20 (ff 216-224, 1158H)], and Petersburg (Leningrad), Or. Inst. 89/4, pp. $73^a - 76^b$ [Sezgin writes: $73^a - 77$, 613 H.].

In order to find the volume of the sphere, he gives a lemma, namely:

$$[(1/3)\, n + (1/3) \times 1] \times n \times (n + 1/2) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2$$

The proof of the lemma has features of mathematical induction.

Ibn Al-Haytham's enunciation for his main theorem is: "Every sphere is two thirds the [right] circular cylinder whose base is a greatest circle in the sphere and whose height is as the diameter of the sphere". He admits that others got this result before him, but he claims that his method is shorter, more clear, and easier to understand.

In his proof, he uses the method of exhaustion, prop. 1, book 10 of Euclid's Elements. We think that his proof was one of the works that paved the way to integral calculus. One wonders and asks: did Reimann read Ibn al-Haytham's proof?!

الفصل العاشر

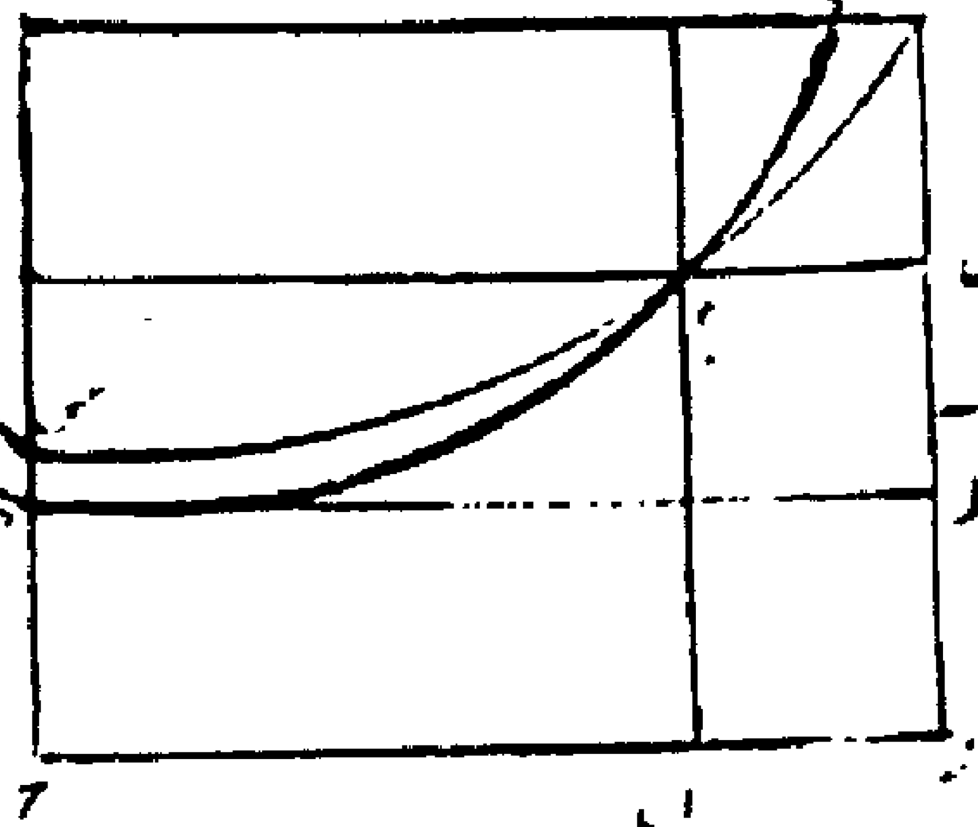
التّحليل والتّركيب: (البحث عن الحلّ)

مثلث اه ح الى مثلث اد ح نسبة احد وعشرين الى سبعة ونسبة مثلث اد ح الى
مثلث اه ر نسبة سبعة الى واحد تكون نسبة مثلث اه ر الى مثلث اد ح نسبة اثنين
وعشرين الى سبعة ومربع ه ح اربعة امثال مثلث اد ح ومثلث اه ر مساو لسطح الدائرة
لان ا ح مساو لنصف القطر و ه ر مساو بالتقريب للمحيط فنسبة مربع القطر الى سطح الدائرة
نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين مثل نسبة اربعة عشر الى احد عشر وذلك ما اردناه
وهذا تمام القول في تكسير الدائرة قال المصنف قد وضع النوع من كتاب الكرة
والاسطوانة لارشميدس لان هذه المقالة كانت ملحقة بآخره

[illegible]

بسم الله الرحمن الرحيم [illegible]

[illegible]



مقالة لابن الهيثم وهو الشيخ <أبو> الحسن بن الحسن بن الهيثم في قسمة الخط الذي استعمله أرشميدس في الشكل الرابع من المقالة الثانية في الكرة والإسطوانة، مخطوطة عاطف ١٧١٢، ص ١٤٧أ.

مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في التحليل والتركيب

بسم الله الرحمن الرحيم

الصفحة الأولى، «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في التحليل والتركيب»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص ١ ب. يلاحظ في السطر ١١ العلامة «.˙.» التي تشير إلى سقط في ذلك الموضع، ويستدرك الناسخ ذلك السقط في الهامش ويكتب: «.˙. وجميع ما خرج إلى الوجود من علوم التعاليم إنما خرج بهذه الصناعة. ونحن نشرح في هذه المقالة كيفية صناعة التحليل». ولما كان هذا الكلام ـ المستدرك في الهامش ـ هو كلام المؤلف فقد أوردناه في التحقيق دون الإشارة إلى ذلك في الحاشية، وهذه هي القاعدة التي عملنا بها في أماكن مماثلة في أثناء تحقيق المقالات الأخرى.

بسم الله الرحمن الرحيم

الصفحة الأولى، «رسالة في كيف ينبغي أن يسلك في نيل المطلوب من المعاني الهندسية لثابت بن قرة الحرّاني»، مخطوطة القاهرة ٤٠ رياضة م، ص ١٥٥ب.

التحليل والتركيب[1]
(البحث عن الحل)

لقد سبق أن تحدثنا عن مقالة ابن الهيثم (حـ : ٤٣) = **«قول في قسمة الخط الذي استعمله أرشميدس في كتاب الكرة والإسطوانة»**. ولقد استعمل أرشميدس الخط الذي أشار إليه ابن الهيثم في النظرية الرابعة من المقالة الثانية في كتاب الكرة والإسطوانة. وقد ورد عنوان (حـ : ٤٣) في بعض المخطوطات هكذا: **«مقالة لابن الهيثم في قسمة الخط الذي استعمله أرشميدس في الشكل الرابع من المقالة الثانية في الكرة والإسطوانة»**. وكنا قد ذكرنا أن ثمة ثغرة موجودة في برهان أرشميدس، وملأها ابن الهيثم باستعمال القطوع المخروطية.

وفي كتاب هيث ([١٥]: ٦٢ - ٧٩)، نجد أن نص النظرية الرابعة من المقالة الثانية في الكرة والإسطوانة هو: *«لنقسم كرة بسطح ما إلى قسمين بحيث تكون نسبة القسمين إلى بعضهما البعض تساوي نسبة معلومة»*.

Proposition 4, Book II, On The Sphere And Sylinder: "To cut a given sphere by a plane so that the volume of the segments are to one another in a given ratio".

يقدم هيث برهان أرشميدس بلغة رياضية حديثة، ثم يقول في منتصف الصفحة (٦٤): *«إذن تحولت المسألة إلى مسألة قسمة الخط ﺃ' ء إلى قسمين على النقطة م بحيث يكون: [م ء : (طول معلوم) = (مساحة معلومة): ﺃ' م ٢]»*. هنا ينقل هيث جملة بلفظ أرشميدس داخل علامات تنصيص مترجمة إلى الإنجليزية، هي:

If the problem is propounded in this general form, it requires a διορισμος [i. e. it is necessary to investigate the limits of possibility], but, if there be added the conditions subsisting in the present case, it does not require a διορισμος.

لا نجد ضرورة لترجمة الجملة إلى العربية، فإن الذي يهمنا هنا هو استعمال أرشميدس لكلمة: « التحديد = διορισμος » في جملته. والملاحظ أن هيث لم يستطع ترجمة

---

(١) نحث القارىء بالرجوع إلى الفصل: «أسلوب ابن الهيثم في الهندسة» لقراءة تعريف: التحليل والتركيب والتحديد كما أوردناه هناك بلفظنا، فلعل هذا الأمر يساعده على فهم ما سيرد هنا بلفظ ابن الهيثم.

كلمة «التحديد = διορισμος» اليونانية إلى الإنجليزية ، فكتبها باليونانية وكتب تفسيراً لها داخل معقوفين [. . .]. ويلاحظ أيضاً أن هوخندايك [١٣] لم يستطع ترجمة هذه الكلمة إلى الإنجليزية فكتب لفظ الكلمة اليونانية بالأحرف الإنجليزية (اللاتينية) في بعض صفحاته هكذا : "diorismos" ، وفي صفحات أخرى كتبها باليونانية مع **لفظها العربي** بأحرف إنجليزية (لاتينية) هكذا (صفحة ٧٦) : « διορισμος (taḥdīd) ».ثم بيّن هيث أن المسألة تصبح: *«خط أ' أ معلوم، وأخرجناه إلى ء بحيث يكون أ' أ = ٢ أ ء ، والنقطة هـ مفروضة على أ ء . نريد أن نقسم أ' أ على النقطة م بحيث يكون أ أ'^{٢} : أ' م^{٢} = م ء : ء هـ »*. ثم كتب هيث جملة بلفظ أرشميدس مترجمة إلى الإنجليزية، هي: *«سوف نعطي التحليل والتركيب للمسألتين في النهاية [أي: في نهاية البرهان]»*.

"And the analysis and synthesis of both problems will be given at the end".

ومما سبق نستنتج أن أرشميدس قد استعمل ـ أحياناً ـ التحليل والتركيب والتحديد في حل بعض مسائله.

ثم يأتي أوطوقيوس العسقلاني ويحاول ملء الفجوة التي وقع فيها أرشميدس باستعمال القطوع المخروطية وطريق التحليل والتركيب والتحديد. وقد بدأ أوطوقيوس كلامه مُضمِّناً إياه ما يلي: لقد وعد أرشميدس بإعطاء الحل في النهاية، ولكنه لم يَفِ بوعده، إذ إننا لم نجد حلاً له في أي من النسخ التي حصلنا عليها، كما أن ديونيسودورُس (Dionysodorous) وَديوقليز (Diocles) فشلا أيضاً في ملء الفجوة. وبإمكان القارىء الاطلاع على حل أوطوقيوس في الصفحات ٦٦ ـ ٧٢ من كتاب هيث [١٥]. ثم قدم هيث [١٥] حلول ديونيسودوروس وَ ديوقليز. واتضح لنا أن ديوقليز قد استعمل طريق التحليل والتركيب أيضاً[٢].

وذكرنا أيضاً أن القوهي قال: *«. . . . ولو كتبت باقي الوجوه واستعملت التحليل والتركيب والتقسيم والتحديد كما عمل أبلونيوس في بعض أشكاله لكان كتاباً كثيراً»*.

---

(٢) لا يوجد ضرورة قصوى لتقديم مقدمة طويلة، فقد كان بإمكاننا أن نقول: لقد استعمل أرشميدس وَأوطوقيوس وَديوقليز طريق التحليل والتركيب والتحديد في حل بعض مسائلهم الهندسية. ولكننا آثرنا أن نقدم هذه المقدمة الطويلة كي نعطي فكرة عن خط أرشميدس الذي أثار اهتمام ابن الهيثم ودعاه ليخصص قولاً مفرداً له.

لقد تكلم بابوس الإسكندري (حوالي نهاية القرن الثالث الميلادي) عن التحليل والتركيب في كتابه السابع من مجموعته: «المجموعة الرياضية = Collection“ [٣٣] واستعمل طريق التحليل والتركيب في حل بعض مسائله. ومع أن كتاب بابوس هذا لم يكن معروفاً لدى العلماء المسلمين، إلاّ أن العديد من الكتب التي راجعها في كتابه: «المجموعة الرياضية» كانت معروفة لدى العلماء المسلمين، مثل: كتاب «المعطيات» لأقليدس الذي ترجمه إسحاق بن حنين وأصلحه ثابت بن قرة.

ومما سبق يتبيَّن أن بعض علماء الإغريق قد استعملوا طريق التحليل والتركيب والتحديد في حل بعض مسائلهم. كما يبدو لنا أن الكلمات العربية: «التحليل والتركيب والتحديد» هي ترجمة مباشرة للكلمات اليونانية التي تُكْتب بالإنجليزية بلفظها اليوناني وهي:

analysis = αναλυσις, synthesis = συνθεσις, diorismos = διορισμος

والجدير بالذكر أننا لم نجد مقالات إغريقية تتحدث عن موضوع: «البحث عن الحل» بصفته موضوعاً قائماً بذاته، في حين أننا وجدنا أربع مقالات لدى العرب تختص بموضوع: «البحث عن الحل»، بصفته موضوعاً قائماً بذاته، لثابت بن قرّة، وإبراهيم بن سنان، وأحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي، وابن الهيثم. أما علماء العرب الذين استعملوا طريق التحليل والتركيب في حل بعض مسائلهم فهم كُثُر.

وبالاطلاع على كتب فهارس المخطوطات، مثل: **كتاب سزكين** ([١٢]: م٥: ٢٦٨، ٢٧١)، وكتاب **فرانسيس كارمودي «أعمال ثابت بن قرة الأصيلة»** ([٣٥]: ٢٢٧، ٢٢٩)، وكتاب **بروكلمان** ([٣٦]: م٤: ١٧٦)، فإننا نجد العنوانين التاليين:

(أ) كتاب أبي الحسن ثابت بن قرة إلى ابن وهب في التأتي لاستخراج عمل المسائل الهندسية.

(ب) رسالة في كيف ينبغي أن يسلك إلى نيل المطلوب من المعاني الهندسية لثابت بن قرّة الحرّاني.

وأطلعنا على (أ) في كتاب أحمد سليم سعيدان: «رسائل ابن سنان» ([٣٨]: ٣٢٥ ـ ٣٣٦).كما أطلعنا على (ب) في: (١) «مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢/١، ص: ١ ب ـ ٤أ، نسخت في القرن الخامس الهجري. (٢) مخطوطة القاهرة، ٤٠ رياضة م/١٦، ص: ١٥٥

ب ـ ١٥٩أ (نسخها الحاج مصطفى صدقي سنة ١١٥٩هـ عن «نسخة كانت بخط الشيخ الرئيس حجة الحق أبي علي الحسين بن عبدالله بن سينا»). (٣) مخطوطة الظاهرية ٩/٥٦٤٨، ص: ١٢٤ب ـ ١٢٩أ، نسخت سنة ١٣٠٥هـ؛ فتبيّن لنا أن مادة المقالتين (أ)، (ب) واحدة، وانما الاختلاف في العنوان وما نشأ من الاختلاف في بعض المفردات بسبب ما وقع في نسخ الناسخين من أخطاء. ويلاحظ أن كلاً من سزكين وكارمودي وَبروكلمان قد أورد (أ) وَ (ب) وكأنهما مقالتان مختلفتان.

إذن، لثابت بن قرة مقالة واحدة فقط حول موضوع: البحث عن الحل في المسائل الهندسية، ونرجح أنها أول مقالة في التاريخ، كُتبت حول هذا الموضوع. ومع أن ثابتاً لم يكتب الكلمتين: التحليل والتركيب، غير أن طريق التحليل والتركيب يتبدّى في حلول أمثلة هذه المقالة.

ثم يأتي إبراهيم بن سنان بن ثابت (حفيد ثابت بن قرة) ويقدم لنا مقالة في موضوع البحث عن الحل (في المسائل الهندسية) أو موضوع «تصيّد الحل» كما سمّاه هو في إحدى عباراته. وعنوان المقالة هو: «*مقالة لإبراهيم بن سنان في طريق التحليل والتركيب وسائر الأعمال في المسائل الهندسية*»، نجدها في مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨، ص: ٢١أ ـ ٣٩ب، وقامت جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آبادالدكن بنشرها سنة ١٣٦٧/١٩٤٨ ضمن كتاب وَسَمَتْهُ: «رسائل ابن سنان» [٣٧]. وكذلك فقد حقق أحمد سليم سعيدان هذه المقالة معتمداً مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨ وكتاب حيدر آباد المطبوع أصلاً ـ دون تحقيق ـ عن مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨، ونشرها ضمن كتابه الذي وَسَمه: «رسائل ابن سنان» [٣٨]. وجاءت نهاية مقالة ابن سنان: «في طريق التحليل والتركيب» مبتورة في كتابي حيدر آباد وَسعيدان، وأكملناها[٣] في مقالتنا: «تكملة مقالة في طريق التحليل والتركيب لإبراهيم بن سنان» ([٣٩]: م٣٢: ١١١ ـ ١٢١).

ويقول سعيدان في الصفحتين ٣٢١، ٣٢٢ من كتابه [٣٨]: «*ولكن الصيحة*

---

(٣) لما كانت نهاية المقالة مبتورة في كتابي حيدر آباد وَسعيدان، فنهايتها مبتورة في مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨، إذ إنها هي المخطوطة المعتمدة في الكتابين المذكورين، وقد اعتمدنا في تكملة المقالة مخطوطة الظاهرية ٨/٥٦٤٨، ص: ٩١ ب ـ ١٢٣م الكاملة، وجاءت مقالة ابن سنان هذه كاملة أيضاً في صورة بحوزتنا لمخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م/١٥، ص: ١٣٠ب ـ ١٥٣ب. راجع: علي إسحق عبد اللطيف [٣٩].

الكبرى في هذه الرسائل هي صيحة البحث عن الحل، جاءت في رسالة التحليل والتركيب، وهي أكبر رسائل ابن سنان حجماً، وسيطرت على حلول مسائله الهندسية. وهي صيحة ما تزال تدوّي، تجد من يطلقها من أمثال جورج بوليا(٤) في كتاب: البحث عن الحل - إنها محاولة لوضع قواعد للبحث عن الحل، وقليلون هم الذين سبقوا رياضيي الاسلام في هذه المحاولة. وهي محاولة جربها أكثر من رياضي مسلم واحد».

ثم قدم السجزي مقالة في موضوع البحث عن الحل، عنوانها: **«كتاب أحمد بن محمد ابن عبد الجليل السجزي في تسهيل السبل لاستخراج الأشكال الهندسية»**. ومع أننا لا نجد الكلمتين: «التحليل والتركيب» في العنوان، لكنهما مذكورتان في المتن.

وقد أورد أحمد سليم سعيدان تحقيقاً للمقالات الثلاث المذكورة في كتابه: «رسائل ابن سنان»[٣٨]، وإذا رجعنا إلى الفقرة التي اقتبسناها من كتاب سعيدان المذكور: «ولكن الصيحة الكبرى. . . » فيتضح أن سعيدان يعتقد أن مقالة ابن سنان: «في طريق التحليل والتركيب» مقالة هامة. ونحن نوافق سعيدان في وجهة نظره هذه، ونقول إن المقالات الثلاث التي حققها هامة ويجب عمل دراسة تحليلية لها، إذ إن سعيدان قد قدم تحقيقاً لها فقط دون دراسة. والأفضل هو تحقيق مقالة ابن الهيثم: «في التحليل والتركيب» وعمل دراسة تحليلية لها وللمقالات الثلاث المذكورة والموازنة بينها لتكون كتاباً مفرداً ذا قيمة. ولعلنا نقوم بهذا العمل في المستقبل القريب.

ويلاحظ أن المقالات الثلاث المذكورة اهتمت بموضوع البحث عن الحل في علم الهندسة فقط. بينما تهتم مقالة ابن الهيثم: «في التحليل والتركيب» بموضوع البحث عن الحل في علوم: العدد، والهندسة، والهيئة (أي: الفلك)، والموسيقى. ونحن نرى أن مقالة ابن الهيثم هذه هي قمة المقالات التي تبحث في موضوع البحث عن الحل، فهي عميقة طويلة شاملة وافية وتعطي الموضوع حقه.

ثمة مصطلحات علمية كثيرة ترد في مقالة ابن الهيثم: «في التحليل والتركيب» بعضها غير مألوف لدينا الآن. ونحقق هنا الجزء الأول من المقالة الذي يشتمل على هذه

---

(٤) وضع جورج بوليا كتابه: «البحث عن الحل - الأسلوب الرياضي من زاوية جديدة» سنة ١٩٤٤. ثم طبع الكتاب - بعد تنقيحه - عدة مرات. وقام أحمد سليم سعيدان [٦٤] بترجمة الطبعة المنقحة السابعة مع مراجعة من قبل وصفي حجاب سنة ١٩٥٩.

المصـطلحات ومعانيها. والجدير بالذكر أن ابن الهيثم يذكر أنه ـ بعد انتهائه من تأليف مقالة: «التحليل والتركيب»، سيؤلف مقالة شاملة في «المعلومات» تشتمل على «المعلومات» التي وردت في كتاب أقليدس: «المعطيات» وعلى «معلومات» أخرى ضرورية للعلوم لم ترد في كتاب «المعطيات» ولا في كتاب آخر. وقد أورد بعض أنواع «المعلومات» التي احتاج إليها في مقالة «التحليل والتركيب» هذه وعرّفها. ويشتمل تحقيقنا على جزء ـ ليس بصغير ـ مما أورده حول «المعلومات».

ولقد اعتمدنا في تحقيق الجزء الأول من المقالة، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص: ١ب ـ ٣٠ب، نسخت في القرن الثاني عشر الهجري. ومما يجدر ذكره وجود ختم مكرر في أمـاكن عديدة من مخطوطة رشيد أفندي (استانبول) ١١٩١ يقول: «من ممتلكات الفقير الحاج مصطفى صدقي غفر له» فهل مصطفى صدقي هذا هو نفس مصطفى صدقي الذي نسخ معظم محتويات مخطوطتي القاهرة «٤٠ وَ ٤١ رياضة م» في أواسط القرن الثاني عشر الهجري؟؟ نرجح الجوابَ بإيجابية.

ونـأتي الآن إلى تحقيق الجزء الأول من المقالة. ونذكر القارىء أننا عندما نكتب: «. . . وإذا انتهى الترتيب المعكوس إلى المطلوب [٢أ] الأول المفروض. . .» فهذا يعني أن الكلمة «المطلوب» هي آخر كلمة في الصفحة السابقة «١ب»، كما أن الكلمة «الأول» هي أول كلمة في الصفحة التالية «٢أ». وتسهيلا على القارىء، فإننا نعمد أن نكتب النص في فقـرات قصـيرة، تساعده على التركيز والاستيعاب، فقد يجد نفسه مضطراً لقراءة بعض الفقرات مراراً وتكراراً.




»[١ ب] مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في التحليل والتركيب

بسم الله الرحمن الرحيـــم

كل علم وكل تعلّم فله غاية، هي ذروته التي يرتقي اليها، وهي التي تسمو بالراغبين فيه، والمجتهدين في طلبه إلى الوصول إليها، والاقتدار عليها.

وعلوم التّعاليم مبنيّة على البراهين، وغاياته التي ترتقي إليها استخراج المجهولات من جزئياتها، ووجود البراهين التي تدل على حقائق معانيها، والذروة التي تسمو إليها نفوس الراغبين في هذه العلوم، والمجتهدين في طلبها الظفر بالبراهين التي تستنبط بها مجهولاتها، والبرهان الدّال بالضرورة على صحّة نتيجته.

وهذا القياس هو مركب من مقدماتٍ تُعرف، يتقن الفهيم لصدقها وصحّتها، ولا يعترضه شيء من الشبهات فيها، ومن نظام وترتيب لهذه المقدمات يضطر سامعه إلى لوازمها، واعتقاد صحة < ما > نتيجة ترتيبها.

وطريق الظّفر بهذه المقاييس هو تَصَيُّد مقدّماتها، وتمحّل الحيل في تطلّبها وتطلّب ترتيبها.

والصناعة التي بها تُصَيَّد هذه المقدّمات، وبها يُتَوَصّل إلى الترتيب المؤدي إلى المطلوب من نتائجها. يسمّى **صناعة التحليل**. وجميع ما خرج إلى الوجود من علوم التعاليم إنما خرج بهذه الصناعة.

ونحن نشرح في هذه المقالة كيفية صناعة التحليل المؤدي إلى استخراج المجهولات من العلوم التعليمية، وكيفية تَصَيُّد المقدّمات التي مواز [كذا] البراهين الدّالة على صحّة ما يستخرج من مجهولاتها، وطريق التوصل إلى ترتيب هذه المقدمات وهيئة تأليفها.

ونبينّ أيضاً كيفية هذه المقدمات وعكس ترتيبها، الذي هو **القياس البرهاني**، وهو الذي يُسمّى **التركيب**، وإنّما سُمّي تركيباً لأنه تركيب المقدمات المستنبطة بالتحليل التركيب القياسي.

ونقسم مع ذلك هذه الصناعة إلى أقسامها، ونذكر قواعدها، وقوانينها، وتفصيلها

إلى جزئياتها، ويعن [كذا] على جميع ما تفتقر إليه هذه الصناعة من الأمور المستعملة فيها. وهذا حين ابتدائنا بالقول فيها، فنقول:

إن كيفية التحليل هو أن نفرض المطلوب على غاية التمام والكمال. ثم ننظر في خواص موضوعه اللازمة لذلك الموضوع، ولجنسه، وفيما يلزم من لوازمه، ثم فيما يلزم تلك اللّوازم، إلى أن ينتهي إلى شيء معطى في ذلك المطلوب وغير ممتنع فيه. **فهذا هو كيفية التحليل بالجملة.**

وإذا انتهى هذا النظر إلى المعنى المعطى، قُطع النظر في ذلك المطلوب، ووقف الناظر عنده. والمعطى هو المعنى الذي لا يمكن دفعه، ولا يمنع منه مانع.

فأما كيفية التركيب فهو: يُفرض الشيء المعطى الذي اليه انتهى التحليل، وعنده وقف الناظر. ثم يُضاف إليه الخاصة التي وُجِدَت قبل تلك الخاصة. ويُسلك في الترتيب عكس الترتيب الذي سُلك في التحليل. فإنه إذا اعتمدت هذه الطريقة، انتهى الترتيب إلى المعنى المطلوب، لأنه كان أوّل موضوع في التحليل، فعند عكس الترتيب يصير الأول آخر. وإذا انتهى الترتيب المعكوس إلى المطلوب [٢أ] الأول المفروض، صار هذا الترتيب **قياساً برهانياً**، وصار المطلوب الأول المفروض نتيجة له، ويصير المطلوب موجوداً، ومع ذلك صحته متيقّنة لأنها نتيجة قياس برهاني دالّ بالضّرورة على صحة نتيجته.

وصناعة التحليل تحتاج إلى تقديم العلم بأصول التعاليم والارتياض بها، ليكون المُحَلِّل ذاكراً عند عمل التحليل، ويحتاج مع ذلك أيضاً إلى **حدس صناعي**. وكل صناعة فليس يتمّ لصانعها إلا بحدس على الطريق الذي يؤدي إلى المطلوب.

والحدس إنما يُحتاج إليه في صناعة التحليل، إذا لم يجد المُحَلِّل في موضع المسألة خواصاً معطاة، متى رُكِّبَت، أَنْتَجَت المطلوب، فعند هذه الحال يَحتاج المُحَلِّل إلى الحدس.

والذي يحتاج إلى الحدس، عليه هو زيادة يزيدها في الموضوع، ليحدث بزيادتها خواص للموضوع مع الزيادة، يؤدي إلى الخواص المعطاة التي متى رُكِّبَت أَنْتَجت المطلوب.

ونحن في مستأنف القول، نورد أمثلة بجميع ما ذكرناه، يَنْتُج بها جميع المعاني التي **حددناها**، وَيُظْهِر كيفياتها، وَيَنْكَشِف ما غمض منها، ويتحقق مع ذلك صحة ما حددناه ورتبناه، ونتيقن من بعد أن يفصل هذه الصناعة وترتيبها، ونستوعب سائر أنواعها وأقسامها.

وهذه الصناعة، تنقسم بحسب انقسام موضوعاتها. لأن الطريق في تحليل كل نوع من أنواع موضوعاتها غير الطريق في تحليل باقي أنواعها.

وموضوعات هذه الصناعة هي المجهولات من جزئيّات العلوم التعليمية[١]. والمجهولات من جزئيّات العلوم التعليمية[١] تنقسم إلى أقسام جميع جزئيّات هذه العلوم.

وجزئيّات هذه العلوم، تنقسم أوّلا إلى قسمين هما: **العِلْمي والعَمَلي**. وذلك أن كل جزء من أجزاء العلوم التعليمية[١] هو إما عِلْمي وإما عَمَلي.

فالعلمي منها، هو المطلوب علم حقيقة خاصة < هي > بذلك الجزء، لأن به[٢] له من أجل ذاته وصورته[٣].

والعملي، هو المطلوب عمله وإخراجه إلى الوجود بالعمل[٤].

وَنُمَثِّل في العلمي والعملي بأمثلة من جزئيات كل نوع من الأنواع التعليمية لتظهر صِحَّة ما ذكرنا:

فالمعاني الجزئية العلمية من علم العدد، هي مثل قولنا: كل عددين مربعين فإن نسبة أحدهما إلى الآخر هي نسبة ضلعه إلى ضلعه مُثَنَّاة[٥]. ومثل قولنا: إذا كانت أعداد متوالية متناسبة وكانت أقل الأعداد على نسبتها، فإن كل واحد من الطرفين أولا عند الآخر. ومثل قولنا: كل عددين يعد أحدهما للآخر، فإن في المعدود جزء سميّ لعدد العاد. فعلى هذه الصفة تكون جميع المعاني العلمية من علم العدد.

---

(١) في الأصل: «التعليمة»، وفي الغالب فإن كلمة ابن الهيثم الأصلية: «التعليمية» فنحن نجد ـ في المخطوطة ـ بعد بضعة فقرات «العلوم التعليمية».

(٢) في الأصل: «به» أو «من»، فالكلمة مكتوبة فوق حرف النون في كلمة «لأن».

(٣) الجملة غير واضحة. ولعل ما أراد أن يقوله ابن الهيثم هو: «فالعلمي منها هو المطلوب علم حقيقة خاصة بذلك الجزء من أجل ذاته وصورته». ونفهم لاحقاً أن: المعاني العلمية = البرهانية. فإننا نريد أن نبرهن حقيقة علمية موجودة ببرهان نظري.

(٤) نفهم لاحقاً أن: المعاني العملية = الإنشائية. فإننا ننشىء الشيء ونبرهن أن ما أنشأناه صحيح.

(٥) هذا المثال يعني: $\frac{س^2}{ص^2} = \left(\frac{س}{ص}\right)^2$. هنا: س = ضلع $س^2$، كذلك ص = ضلع $ص^2$.

أما «ضلع إلى ضلع مثناه»، فتعني $\left(\frac{س}{ص}\right)^2$.

فأما المعاني الجزئية العملية(٦) من علم العدد، فمثل قولنا: نريد أن نجد عددين مربعين يكون مجموعهما مربعاً. ومثل قولنا: نريد أن نجد أعداداً متوالية على نسبة واحدة كم شئنا. ومثل قولنا: نريد أن نجد العدد التام. فعلى هذه الصفة تكون جميع المعاني العملية(٦) في علم العدد.

فأما المعاني العلمية من علم الهندسة، فهي مثل قولنا: [٢ ب] كل ضلعين من مثلث فهما أعظم من الضلع الباقي. ومثل قولنا: كل مثلث فزواياه الثلاث مجموعة، مساويات لزاويتين قائمتين. ومثل قولنا: الأضلاع [وَ] الزوايا المتقابلة في السطوح المتوازية الأضلاع، مساوٍ بعضها لبعض(٧).

وأما المعاني العملية من علم الهندسة، فمثل قولنا: نريد أن نعمل مثلثاً متساوي الأضلاع على خط مستقيم معلوم(٨). ومثل قولنا: نريد أن نعمل على خط مفروض زاوية مساوية لزاوية مفروضة. ومثل قولنا: نريد أن نعمل مربعاً مساوياً لشكل مفروض(٩).

وأما المعاني العلمية من علم الهيئة، فمثل قولنا: إن مركز فلك الشمس خارج عن مركز العالم. ومثل قولنا: إن حركة الجوزهر [كذا] إلى خلاف توالي البروج. ومثل قولنا: إن فلك الكواكب الثابتة أعلى من أفلك الكواكب المتحيرة.

فأما المعاني العملية من علم الهيئة، فليس(١٠) تكون في الهيئة نفسها، ولكنها تكون في براهينها، مثل: أن ننقص نسبة من نسبة، أو نضيف نسبة إلى نسبة، أو نخرج من نقطة عموداً على خط من الخطوط المتحيلة في الهيئة، أو نعمل مثلثاً على خط من خطوط الهيئة. وجميع هذه المعاني ترجع إلى علم العدد أو علم الهندسة، وقد نذكر فيها عمل آلات ترصد بها الكواكب، وليس تدخل في جملة العلوم التعليمية النظرية.

---

(٦) في الأصل: «العلمية». وهذا بالتأكيد خطأ من الناسخ، أو خطأ عفوي من المؤلف. فقوله: «نريد أن نجد» يشير إلى مسألة عملية إنشائية.

(٧) يقصد: في متوازي الأضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متساوية والزوايا المتقابلة متساوية.

(٨) يلاحظ: «نريد أن نعمل» = نريد أن ننشيء، فهذه المسألة هي مسألة «عملية» = إنشائية.

(٩) إذا كان الشكل المفروض «دائرة» فيصبح المثال: «مسألة تربيع الدائرة».

(١٠) الأفضل أن نقول: «فلا»، لكن الكلمة «فليس» تتكرر كثيراً في المقالة مما يوحي أنها كلمة أصلية للمؤلف، وآثرنا الحفاظ على لغة المؤلف. وقد وردت هذه الكلمة سابقاً وسترد لاحقاً.

وأما المعاني العلمية[11] في علم الموسيقى، فهو مثل قولنا: الإتفاق الذي بالكل هو مؤلف من الإتفاق الذي بالأربع والإتفاق الذي بالخمس. ومثل قولنا: إن الذي بالكل مرتين، مؤلف من خمس عشرة نغمة ما متفقة. ومثل: إن الإتفاق الذي بالأربع ينقسم إلى أكثر من طنين.

فأما المعاني العملية في علم الموسيقى، فإنها تأليف النغم. وهي ترجع إلى علم العدد، لأنها ترجع إلى تأليف النسب العددية، فأما العمل بالموسيقى، أعني العمل باليد الذي هو يقدر الأوتار والآلات وتأليف الأصوات، فليس يدخل في جملة النظر.

وليس يوجد في واحد من العلوم التعليمية معنى يخرج من أن يكون عِلْمِيّاً أو عَمَلِيّاً. ثم إن القسم العملي ينقسم إلى قسمين: **محدود وغير محدود**.

فالمحدود مثل قولنا في جزئيات العدد: نريد أن نقسم عددين معلومين بنسبتين معلومتين، فإن لم نشترط أن تكون إحدى النسبتين أعظم من نسبة أحد العددين المقسومين أحدهما إلى الآخر، لم يمكن أن نقسم ذانك العددان على تينك النسبتين. **وهذا الشرط يسمّى تحديداً**. ومثل قولنا: نريد أن نجد أعظم عدد بعد بعد عددين معلومين، فإن لم يُشترط في العددين أنهما مشتركين، لم يمكن أن يؤخذ عدد بعدهما، **وهذا الشرط هو التحديد**. ومثل قولنا: نريد أن نجد < عدد > عدداً ثالثاً مناسباً لعددين معلومين، فإن لم يُشترط في العددين أنّهما مشتركين، لم يمكن وجود عدد ثالث مناسب للعددين.

فأما [**المحدود في**] جزئيات الهندسة، مثل قولنا: نريد أن نعمل من ثلاثة خطوط مفروضة مثلثاً، فإن لم نشترط في الخطوط أن يكون كل اثنين منها أعظم [٣ أ] من الثالث، لم يمكن أن نعمل من الخطوط الثلاثة مثلثاً، ومثل قولنا: نريد أن نخرج في دائرة معلومة وتراً مساوياً لخط معلوم، فإن لم نشترط في الخط أنه ليس بأعظم من قطر الدائرة، لم يمكن إخراج الوتر فيها، ومثل قولنا: نريد أن نخرج من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم خطاً يكون عموداً عليه، فإن لم نشترط في الخط أنه غير مُتَناهٍ فربما لم يمكن ذلك فيه. **فهذه الشروط الثلاثة هي تحديد هذه الأشكال الثلاثة**.

فأما علم الهيئة وعلم الموسيقى، **فليس فيهما تحديد**، لأنه ليس فيهما معانٍ علمية إلّا

---

(١١) في الأصل: «العملية»، وهذا بالتأكيد خطأ من الناسخ، أو خطأ عفوي من المؤلف.

في براهينها ومقاييسها. وجميع ما في تلك من الأعمال، فهي عددية أو هندسية، وتحديدها هو داخل في تحديد العدد والهندسة.

ثم إن القسم **غير المحدود** ينقسم قسمين: **سيّال وغير سيّال**. **فالسيّال**: ما له عدة أجوبة. **وما ليس بسيّال**: فهو الذي ليس له إلاّ جواب واحد، أعني أنه لا يتم إلاّ على صفة واحدة.

فأما السيّال من جزئيات العدد، فمثل قولنا: نريد أن نجد عددين مربعين يكون مجموعهما مربعاً، وهذا القول يكون له عدة أجوبة، أعني أنه يمكن أن يوجد مربعات كثيرة بلا نهاية، يكون كل اثنين منها مجموعهما مربعاً. ومثل قولنا: نريد أن نجد عدداً فيه أجزاء مفروضة، وقد يوجد أعداد كثيرة بلا نهاية، كلّ واحد منها له تلك الأجزاء بعينها.

ومثل قولنا في جزئيات الهندسة: نريد أن نعمل دائرة تماس دائرتين مفروضتين، فإن هذا المعنى يمكن أن يُعمل بعدة وجوه، وذلك أنه يمكن أن تكون الدائرة المعمولة تماس الدائرتين تحديبها بتحديبي الدائرتين، ويمكن أن تماس إحدى الدائرتين بتحديبها وتماس الأخرى بتقعيرها لتحدب الأخرى، ويمكن أن تماس كل واحدة من الدائرتين بتقعيرها لمحدبتي الدائرتين، فيكون عمل هذه الدائرة بثلاثة أجوبة.

ومثل قولنا: نريد أن نخرج من نقطة مفروضة خطاً مستقيماً يماس دائرة مفروضة، وهذا العمل يقع على وجهين، لأنّه إذا وصل بين تلك النقطة وبين مركز الدائرة بخط مستقيم أمكن أن نخرج من تلك النقطة خطين عن جنبتي ذلك الخط، كلّ واحد منهما يماس الدائرة < بخط مستقيم أمكن أن نخرج من تلك النقطة خطين عن جنبتي ذلك الخط، كلّ واحد منهما يماس الدائرة > .

وأمثال هذه المعاني كثير في العدد والهندسة. **وقد يقع في المسائل المحدودة ما يكون سيّالا**، والأمثلة التي ذكرناها مقنعة في الجميع.

فأما الهيئة، فليس يقع فيها أجزاء عملية إلاّ في براهينها التي ترجع إلى العدد والهندسة، إلاّ أنّه قد يوجد في حركات الكواكب ما يمكن أن يكون على وجهين، مثل حركة الشمس التي يمكن أن يكون بفلكين، أحدهما مركزه مركز العالم، والآخر فلك تدويره مركزه على محيط هذا الفلك. ويمكن أن تكون حركة الشمس بفلك واحد مركزه خارج عن

مركز العالم، إلاّ أنّ هذا المعنى ليس عملياً لأنه ليس هو في نفسه إلاّ على آحد هذين الوجهين، ولا يجوز على الوجه الآخر.

فأما جزئيات علم الموسيقى [٣ ب] فقد يقع أجزاء عمله سيّالة، إلاّ أن أعمالها يرجع إلى علم العدد، مثل قولنا: نريد أن نقسم الإتفاق الذي بالكلّ، إلى الاتفاقين اللذين بالخمسة وبالأربعة، الذي قسمه هذا الإتفاق الذي يقع في موضعين، وذلك أنّه يمكن أن نجعل الاتفاق الذي بالأربعة يتقدم بالإتفاق الذي بالخمسة، ويمكن أن نجعل الإتفاق الذي بالخمسة يتقدم الإتفاق الذي بالأربعة.

ومثل قولنا: نريد أن نقسم الإتفاق الذي بالأربعة إلى ثلاثة اتفاقات، وهذا الاتفاق أعني الذي بالأربع، ينقسم إلى طنين وبقية، وهذه البقية يمكن أن تكون في وسطها، ويمكن أن تكون في أوّلها، ويمكن أن تكون في آخرها. فتكون القسمة ممكنة على ثلاثة أوجه، إلاّ أن هذه الأقسام ترجع إلى علم العدد، لأنّها إنما تنقسم بقسمة النسب العددية إلى الاتفاقات على نسبها.

فقد تبين من جميع ما بيّناه من قسمة أجزاء العلوم التعليمية أنّها تنقسم أوّلا إلى قسمين، ثم إن أحد القسمين ينقسم إلى ثلاثة أقسام. فيلزم من ذلك أن يكون تحليل جزئيات هذه العلوم ينقسم إلى هذه الأقسام.

أما القسم العلمي فتحليله يكون من جنس واحد. وأما الجزء العملي فتحليله يكون أيضاً من جنس واحد، إلاّ أنّه يكون منقسماً إلى ثلاثة أنواع. فلنُبيِّن الآن كيفية تحليل هذه الأقسام.

أما تحليل القسم العلمي، فإنه يكون من جنس واحد، إلاّ أنه مع ذلك قد يمكن أن نحلّل الجزء الواحد العلمي بعدة أوجه[١٢]، إلاّ أنّها ليس تخرج تلك الوجوه من أن تكون من [جنس] واحد. وذلك أن المبحوث عنه إذا كان علمياً، فتحليله يجب أن يكون بطلب خواص موضوع ذلك المعنى المبحوث عنه فقط. وإن حُلِّل بعدة وجوه، أعني إن سُلِكَ في تحليله عدة في الطرق، فليس يكون تحليله في كل واحد من الطرق، إلاّ بطلب خواصه فقط، من بعد أن يفرض ذلك المطلوب معطى على غاية تمامه وكماله.

(١٢) في الأصل: أجوبة. [يستعمل ابن الهيثم الكلمتين: «أوجه» وَ «وجوه». ورجّحنا كلمة «أوجه» لأنها أقرب إلى الكلمة الخاطئة «أجوبة»].

وإن لم يوجد، لذلك المطلوب، بوجه من الوجوه، خواص تؤدي إلى خاصة موجودة له، متى رُكِّبت مع غيرهـا، انتجت ذلك المطلوب؛ فينبغي للمُحَلِّل أن يزيد على ذلك الموضوع زيادات لا تخرجه عن حقيقته، ثم ينظر في خواص ذلك الموضوع مع الزيادة. فإنه لا بد أن يحدث له خواص أُخَر من أجل تلك الزيادة. فإن تم بتلك الزيادة التحليل الذي إذا عُكِس أنتج المطلوب؛ وإلاّ زيد على تلك الزيادة زيادة أخرى كذلك دائماً، إلى أن يحدث من الزيادات خواص معطاة، متى عُكِسَت ورُكِّبت، أنتجت المطلوب.

وهذه الزيادات، ليس تكون إلاّ بحدس صناعي هو الذي به تَتَصَيَّد المقدمات. وهذا الحدس، هو الذي ذكرناه فيما تقدم من هذا القول. **والقانون في هذا الحدس**، هو أن تطلب متى أُضيفت إلى الموضوع الأوّل، يُدرك من مجموعها خاصة أو خواص لم تكن موجودة قبل تلك الزيادة.

فإن المُحَلِّل، إذا تحرّى هذه الطريقة، لم يكن بد من أن ينتهي إلى خاصة معطاة، أو خاصة [٤ أ] باطلة. فإن أدَّت[١٣] هذه الطريقة إلى خاصة معطاة، فإن المعنى المبحوث عنه صحيح وله حقيقة. وإن انتهت هذه الطريقة إلى خاصة باطلة، فإن المعنى المبحوث عنه باطل ولا حقيقة له.

وسنُبيِّن من بعد بالأمثلة، كيف تُزاد هذه الزِّيادات، وكيف يُبحث عن خواصّها، وكيف تُعْكَس، وكيف تُرَكَّب.

ثم إن التحليل، إذا أدى إلى خاصـة معطاة ولها حقيقة؛ فإن ذلك التحليل، إذا رُكِّب، تَبيَّن منه بالبرهان الحقيقي أن المعنى المبحوث عنه حق وليس فيه شك.

وإذا أدى[١٤] التحليل إلى مفروض مُحال، دَلَّ ذلك على أن المعنى المبحوث عنه مُحال. ويكون ذلك التحليل بعينه برهاناً على بطلان الدّعوى، إذا جُعِلَ التحليل بالخُلْف؛ لأن برهان الخلف هو أن نفرض الدّعوى على ما ادّعي فيها، ويُنظر فيما يلزم منها. والتحليل المؤدي إلى المُحال، قد فُرِضَ فيه الدعوى على ما ادعي فيها، ثم نُظِرَ في لوازمها، فأدت تلك اللّوازم إلى المُحال.

---

(١٣) في الأصل: «مآدت» أو «تادت».
(١٤) في الأصل: «تادي».

فالتحليل المؤدي إلى المحال هو: برهان بالخُلْف على بطلان المعنى المبحوث عنه . فعلى هذه الصفة يكون تحليل الجزئيات العلمية في المعاني التعليمية وتركيبها.

فأما تحليل القسم العملي، فإنه من جنس الحِيَل. وذلك أن المطلوب هو عمل شيء من الأعمال اللطيفة، هي من جنس الحيل.

فأول ما ينبغي أن يعمله المحلّل من تحليل الأجـزاء العملية ـ من بعد أن نفرض المطلوب على غاية التمام والكمال ـ هو أن ننظر في خواصه اللّازمة له، إذا كان موجوداً على الصفة المطلوبة في العمل. ويُنظر ما يلزم من تلك الخواص، وما يلزم من لوازمها، إلى أن ينتهي إلى شيء معطاً، على مثل ما بيّنا في تحليل القسم العلمي[١٥].

فإن لم يَظْهَر للمُحَلِّل خواص تؤدي المطلوب، زاد في الموضوع زيادات يَتَوَلَّد منها خواص على ما مَثَّلنا في القسم العلمي[١٦]. وَيُنظر في خواص ما يحدث إلى أن ينتهي إلى شيء معطاً. فإذا انتهى إلى شيء معطاً، فحينئذ يُنظر في كل واحد من تلك الخواص. كيف يمكن أن توجـد تلك الخاصة؟ وكيف يعمل الحيلة، في وجودها ووقوعها وإخراجها إلى الفعل على الصفة التي تلزم من صورة المعنى المطلوب وجوده، وفي تأمّله لكيفية وجود كل واحد من تلك الخواص. ويمحل الحيلة في إخراج تلك الصورة إلى الوجود. [وَ] يُظهر أن تلك الخاصّة تحتاج إلى شرط وتحديد أو لا تحتاج.

فإن كانت من الخواص التي تحتاج إلى شرط؛ فإنّه يظهر له أن تلك الخاصّة، ربما لم يمكن أن توجـد ولا يتم وجودها، وربما أمكن أن توجد. فعند هذا التَرَجُّح، يظهر أن المطلوب يحتاج الى تحديد. فحينئذٍ يجب أن نفرض وجود تلك الخاصّة أو ذلك المعنى الذي تَرَجَّحَ وجوده. وينظر متى يمكن أن يتم ومتى لا يمكن أن يتم. فإذا تجرّدت له الصفة ـ التي معها يتم وجود تلك الخاصّة أو ذلك المطلوب ـ فقد تم التحليل وتم وجود المطلوب.

وإن كان في تأمّله وتمحّله لكيفية وجود الخواص والمعاني التي [يتم] بها المطلوب، لا يعـترض في وجودها محال يمنع من شيء منها، فإن ذلك المطلوب لا يحتاج إلى شرط ولا تحديد، فعند هذه الحال نعتمد إخراج تلك الخواص التي ظهرت إلى الفعل بالعمل.

---

(١٥) في الأصل: العملي .

(١٦) في الأصل: العملي.

وفي إخراجه لتلك الخواص وتلك المعاني [٤ ب] إلى الفعل، يظهر له أن تلك الخواص، أو أحد تلك الخواص، تتم بعدة وجوه، أو لا تتم إلاّ بوجه واحد.

فإن كانت كل واحدة من تلك الخواص لا تتم إلاّ على وجه واحد، فالمطلوب غير سيّال. وإن كانت الخواص أو واحدة منها تتم بعدة وجوه، فإن ذلك المطلوب يتم بعدة وجوه [أي:سيّال](١٧). فإن انتهى التحليل في هذا القسم أيضاً إلى المحال، فإن ذلك المطلوب لا يتم.

وجميع هذه الأقسام التي هي تحليل القسم العملي من جنس واحد، وطريق تحليلها هو شبيه بتحليل القسم العلمي(١٨).

إلاّ أن الفرق بين تحليل القسم العلمي(١٩) وبين تحليل القسم العملي، هو: أن تحليل القسم العلمي(٢٠) هو يبحث عن خاصة هي للمعنى المبحوث عنه وموجودة فيه. وتحليل القسم العملي هو تمحل الحيلة في وجود المعنى المطلوب وإخراجه إلى الفعل. وطريق وجوده وإخراجه إلى الفعل، هو: إخراج كل واحدة من الخواص التي تظهر في التحليل إلى الفعل.

فهذا الذي ذكرناه هو جميع أقسام التحليل وكيفية كل قسم من أقسامه. وعند ذكرنا الأمثلة، يتضح كل واحد من هذه الأقسام، وينكشف، ويظهر كيفية صناعة التحليل ووجودها بالفعل.

فأمّا قوانين هذه الصناعة وأصولها التي بها يتم وجود الخواص، وتصيُّد المقدمات، وهي من أصول التعاليم التي قدّمنا القول فيها، وأن صناعة التحليل لا تتم إلاّ بتقديم العلم بها، فهي المعاني التي تُسمَّى: **المعلومات**.

والمعلومات، تنقسم إلى خمسة أقسام، هي: المعلوم العدد، والمعلوم المقدار، والمعلوم النسبة، والمعلوم الوضع، والمعلوم الصورة.

---

(١٧) الأفضل حذف الكلمات: «يتم بعدة وجوه»، واستبدالها بكلمة: «سيّال»، وهذا الأمر يتساوق مع الجملة السابقة ويعطي المعنى الأفضل. وتصبح الجملة «فإن ذلك المطلوب سيّال».

(١٨) في الأصل: العملي. (١٩) في الأصل: العملي.

(٢٠) في الأصل: العملي. [يلاحظ أن الناسخ قد كتب ـ خطأ ـ «العملي» في كل الأحوال في الفقرات الأخيرة، بينما أراد المؤلف أن يقول أحياناً «العلمي» وأحياناً أخرى «العملي»، وكتبناها حسب المعنى المطلوب. كما كتبنا الأصل في الحاشية كي يحكم القارىء على صواب أو خطأ ما غيّرناه بنفسه].

وكتـاب أُقليدس المترجم [المعروف] **بالمعطيات**، يشتمل على معاني كثيرة من هذه المعلومات، هي من آلات صناعة التحليل، وأكثر صناعة التحليل مبنيّة على تلك المعاني، إلّا أنه قد بقيت معاني أُخر من المعلومات التي لا يستغنى عنها في صناعة التحليل، ويفتقر إليها في كثير من الجزئيات المستنبطة بالتحليل، لم يتضمنها ذلك الكتاب، ولا وجدناها في شيء من الكتب.

ونحن نبينّ [في] هذا الكتاب ما نستعمله من المعلومات في أمثلة التحليل من هذه المقالة، مّا هو موجود في الكتب، ومّا لم يذكر أيضاً، وَنُلَخِّص كل واحد من معاني المعلومات ونكشف حقيقته.

ثم نستـأنف للمعلومـات مقـالة مفردة من بعد فراغنا من هذه المقالة، نُبيِّنُ فيها بإثبات[21] المعاني المعلومة التي تستعمل في علوم التعاليم، ونستوفي جميع أقسامها، ونذكر ما يتعلق بها، فنقول ههنا:

إن المعلوم بالقول الكلي هو الذي لا يتغيّر، وذلك أن كل شيء يتغير في طبيعة التغيّر، فلا حقيقة له يعين ويشار إليها. وإذا لم يكن له حقيقة معينة ومشار إليها هي ماهيته، فليس يَصحُّ أن يُعلم، لأن كل ما يعلم منه فهو محتمل أن يتغير عما هو عليه. فليس يكون الشيء معلوماً، إلّا إذا [كان] ثابتاً على حال واحدة هي ماهيته التي تخصه.

وإذا كان ذلك كذلك، **فالمعلوم** هو الذي لا يتغير، أو قد استقرت ماهية المعلوم.

فلنشرح كل واحد من المعاني المعلومة التي تقدم ذكرها التي هي مواد [٥أ] صناعة التحليل فنقول:

إن المعلوم العدد[22] هو الذي لا يتغير عـــدده. والعدد هو وحدة أو جملة مركبة[23] < و > من وحدات. **فالمعلوم العدد** هو الذي وجد أنه لا يتغير، أي لا يزيد ولا ينقص.

والمعلوم القدر هو الذي لا يتغير مقداره، لأن المعلوم هو الذي لا يتغير، والمعلوم من الشيء المعلوم القدر هو مقداره، **فالمعلوم القدر** هو الذي لا يتغير مقداره.

---

(٢١) في الأصل: «باثبات»، ثم هناك كتابة على الكلمة تجعلها غير واضحة.

(٢٢) «العدد» هنا، هو «العدد الطبيعي» أي العدد الصحيح الموجب.

(٢٣) في الأصل: «مركبنيه» أو «من كبنيه»، ورجحنا «مُرَكَّبَة».

والمقادير تنقسم قسمين: طبيعيّة وخياليّة. [٢٤]

فالمقـاديـر الطبيعية هي الأجسام المحسوسة سطوحها وأبعادها، التي هي أطوالها وعروضها وأعماقها.

والمقـادير الخياليّة هي الأبعاد المنتزعة بالحيل من المقادير المحسوسة. فهذه الأبعاد هي: الخط والسـطح والجسم التعليميّ. وقـد حددنـا هذه المعـاني في كتـابنا: في شرح مصادرات كتاب أقليدِس. ومع ذلك، فإن هذه المعاني هي مشهورة عند كل من شد أشياء من علم الهندسة، وشهرتها يُغني عن تجديدها في هذا الموضع.

فالمعلوم القدر هو الذي لا يتغير مقداره، والمقدار هو البعد والأبعاد؛ فالمعلوم القدر هو الذي لا يتغير بعده أو أبعاده، أي لا يزيد بعده أو أبعاده ولا ينقص.

والمعلوم النسبة هو الذي لا تتغير نسبته. والنسبة هي قياس كمية المنسوب إلى كمية المنسوب إليه. وليس تكون النسبة إلّا في مقدارين من نوع واحد، يجتمعان تحت جنس[٢٥] واحد، **والنسبة تكون في نوعين هما: العدد والمقادير.**

فأما النسبة التي في العدد[٢٦] الذي هو أكثر من واحد، فإنها ترجع كلها إلى أصل واحد، وهو أن أحد العددين يكون أجزاء العدد الآخر، إنْ نُسب الأصغر الى الأعظم، وإن نِسِبَ الأعظم الى الأصغر، وإن نُسب المتساويان أحدهما إلى الآخر كان كل واحد منهما أجزاء من الآخر مع تساويهما. وذلك أن كلّ واحدة من الوحدات التي في العدد هي جزء من العدد الآخر، وكل عدد أكثر من واحد فهو وحدات مجتمعة، وكل عدد فهو أجزاء من كل عدد. فكـل عددين فإن أحـدهمـا أجزاء من الآخر. **فالمعلوم النسبة في الأعداد هما العددان اللّذان لا يتغير أجزاء أحدهما من الآخر، أي لا يزيد وحدات كل واحد منهما ولا ينقص.** [٢٦]

---

(٢٤) لعله يقصد: إن الخط والسطح والجسم المحدود هو مقدار طبيعي، أما الخط والسطح والجسم غير المحدود (أي: الذي يمتد دون نهاية) فهو مقدار خيالي.

(٢٥) الكلمة «جنس» غير واضحة في الأصل.

(٢٦) إن هذه الفقرة غير واضحة. لكننا نرجح أن ما يقصده ابن الهيثم هو: إذا كان عندنا عددان ٢٠ وَ ٣٠ ؛ فإن فيهما أجزاء (مُعامِلات) يمكن اختصارها. لذا فإن ٢٠ : ٣٠ تختصر وتصبح ٢ : ٣. هنا النسبة المعلومة أو «المعلوم النسبة» هي ٢ : ٣، كما أن ٢ وَ ٣ «هما العددان اللّذان لا يتغير أجزاء أحدهما من الآخر، أي لا يزيد وحدات كل واحد منهما ولا ينقص».

فأمـا **النسبـة التي في المقـاديـر،** فإنها تنقسم قسمين: **نسبة عددية**(٢٧) **ونسبة غير عددية**(٢٧) وقدمنا تفصيل كل واحدة من هاتين النسبتين موجودة في المقادير(٢٨).

ونحن نبـيّن كل واحدة من هاتين النسبتين في هذا الموضع بقول مُختصر يُفهم منه معناهما وهو: **أن النسبة العددية** التي تكون بين مقدارين هي التي تكون نسبة أحد مقداريها إلى الآخر، كنسبة عدد إلى عدد. **والنسبة غير العددية** هي التي ليس مقداريها كنسبة عدد إلى عدد(٢٩).

والتي نسبة أحد مقداريها إلى الآخر كنسبة عدد الى عدد هي التي يكون أحد مقداريها جزء من الأجزاء أو أجزاء من الأجزاء، أعني أنّه يمكن أن يقسم كل واحد منهما بأقسام متسـاوية، ويكـون كل واحـد من أقسام أحدهما مساوياً لكل [٥ ب] واحد من أقسام الأجزاء، ويكون أحدهما بقدر الآخر، **والنسبة غير العددية هي التي لا يمكن فيها ذلك.**

والنسبة المعلومة التي بين مقدارين تنقسم قسمين، أحد القسمين هو أن تكون نسبة أحد المقدارين إلى الآخر، كنسبة مقدار معلوم يمكن أن يوجد ويعين عليه(٣٠) إلى مقدار معلوم يمكن أن يوجد ويعين عليه، وقد يمكن أن يجمع القسمان تحت هذا القسم، فيقال: **إن النسبة المعلومة** التي تكون بين مقدارين هي التي تكون نسبة أحد مقداريها إلى الآخر كنسبة مقدار معلوم يمكن أن يوجد ويعين عليه، لأن كل مقدارين نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة عدد معلوم إلى عدد معلوم(٣١)، فقد يمكن أن يوجد مقداران على نسبتهما.

فالنسبة المعلومة التي بين مقدارين، هي التي يمكن أن يوجد مقداران معلومان على

---

(٢٧) راجـع الفصل حول «النسبة عند ابن الهيثم»، فالنسبة العددية هي التي ناتجها عدد قياسي (نسبي) مثل ٢ : ٣، أما النسبة غير العددية فهي النسبة التي ناتجها عدد غير قياسي (غير نسبي) مثل $\sqrt{٢}$: $\sqrt{٣}$

(٢٨) يبدو أن ابن الهيثم قد كتب مقالة مفردة وَسَمَها: «في المقادير»، أو أنه تكلم عن «المقادير» بشكل مُفصّل في إحدى مقالاته. ولا نعتقد أنه يشير إلى «الأشكال الهلالية» أو «تربيع الدائرة» مع أنه تكلم عن «المقادير المتجانسة» في هاتين المقالتين.

(٢٩) نتذكر هنا أن: العدد = عدد صحيح موجب، لذا فإن أ : ب «نسبة عدد إلى عدد». ونحن نرى أن ما نجده في هذه الفقرة من تعريف للنسبة العددية والنسبة غير العددية يتساوق تماماً مع التعريف الحالي للعدد القياسي (النسبي) والعدد غير القياسي (غير النسبي). فنحن نقول، في الوقت الحاضر: إن العدد القياسي (النسبي) هو ما أمكن كتابته على شكل أ : ب، حيث كل من أ، ب عدد صحيح، ب ≠ صفر، أما العدد غير القياسي (غير النسبي) فهو ما لا يمكن كتابته على شكل أ : ب، حيث كل من أ، ب عدد صحيح، ب ≠ صفر.

نسبة مقداريها. وإذا وُجِدَ مقداران معلومان على نسبة مقدارين، فالنسبة التي بين ذينك المقدارين ليس تتغير، لأن المقدارين المعلومين اللذين يوجدان ليس يتغيران لأنهما معلومان.

فأما المعلوم الوضع فهو الذي لا يتغير وضعه. فأمّا ما هو **الوضع** فهو النَّصْبَة(٣٢)، والنصبة(٣٢) تقوم بالقياس إلى شيء موضوع. والوضع يكون في الجسم، ويكون في السطح، ويكون في الخط، ويكون في النقطة.

فالوضع في الجسم، ينقسم قسمين. **إمّا أن يكون مضافاً إلى شيء ثابت، وإمّا أن يكون مضافاً الى شيء متحرك.**

فالمضاف إلى شيء ثابت، هو الذي لا ينتقل ولا يتحرك بضرب من ضروب الحركات. فالجسم **المعلوم الوضع المضاف الى شيء ثابت** هو الذي يكون بُعْدُ كل نقطة منه من النقطة الثابتة الموجودة في الشيء الثابت بُعْداً واحداً لا يتغير. وهذا القسم هو الذي يسمى **معلوم الوضع** على الاطلاق.

فأما الجسم المعلوم الوضع المضاف إلى شيء متحرك فهو الذي يكون بُعْدُ كل نقطة منه من كل نقطة من ذلك الشيء المتحرك بُعْداً واحداً لا يتغير. فيلزم من ذلك أن يكون المعلوم الوضع الذي بهذه الصفة، متى تحرك الشيء الذي هو مضاف إليه، تحرك ذلك الجسم المعلوم الوضع حركة مساوية بحركته. وتكون أبعاد ما بين كل نقطة منه من كل نقطة من الشيء الذي يضاف إليه، هي الأبعاد بعينها التي كانت بينهما كالجزء المعين من أجزاء الجسم المتحرك، وكالعضو المعين من أعضاء الإنسان. فإن أبعاد الجزء المعين من أجزاء الجسم ليس يتغير لأبعاد كل نقطة منه من كل نقطة من بقية أجزاء ذلك الجسم. ومع ذلك فإن ذلك الجسم، إذا تحرك، تحرك ذلك الجزء بحركته. وأبعاد كل نقطة من ذلك الجزء من كل نقطة من بقية ذلك الجسم أبعاداً واحدة بأعيانها لا تتغير. وهذا القسم يقال له: **المعلوم**

---

(٣٠) لعله يقصد بقوله: «مقدار معلوم يمكن أن يوجد ويعين عليه» أن المقدار يمثل عدد إنشائي = Constructible number (أي: يمكن رسمه ـ إيجاده ـ على خط مستقيم بالمسطرة والفرجار).

(٣١) لعل «عدد معلوم» هنا تعني: «عدد إنشائي» Constructible number.

(٣٢) الكلمة المكرّرة «النصبة» غير منقوطة في الأصل. ورجحنا «النَّصْبَة»؛ ذلك أن: نصَب الشيء = وضعه ثابتاً، والنَّصْبَة = المرّة من نصَب. راجع: لاروس ([٢٦]: ١٢٠٧).

الوضع [٦ أ] بالقياس إلى كذا وكذا. ولا يمكن أن يشار إليه إلّا ويشار إلى الشيء الآخر الذي هو معلوم الوضع عنده مع الإشارة إليه.

وكذلك السطوح المعلومة الوضع، تنقسم أيضاً قسمين، وحالها في أوضاعها، كحال الأجسام، لا فرق بينها، أمكن أن يكون وضعها مضافاً إلى سطوح أو خطوط أو نقطة ثابتة، وإما أن يكون وضعها مضافاً إلى سطوح أو خطوط أو نقطة متحركة، فتكون هذه السطوح متحركة بحركة الأشياء التي الوضع مضافاً إليها.

وكذلك الخطوط ينقسم وضعها إلى قسمين على مثيل قسمة السطوح. وكذلك النقطة إذا قيل إن النقطة معلومة الوضع على الإطلاق، فهي التي وضعهامضاف إلى نقطة أو نقط ثابتة، وهي لا تنتقل ولا تتحرك.

وإذا قيل إن النقطة معلومة الوضع بالقياس الى شيء متحرك، فهي التي يكون بُعْدها من كل نقطة من ذلك الشيء المتحرك بُعْداً واحداً لا يتغير. وإذا تحرك ذلك الشيء تحركت النقطة بحركته، كمركز الدائرة فإن بعده من كل نقطة من محيط الدائرة بعداً واحداً لا يتغير، ومع ذلك فإن الدائرة إذا تحركت، تحرك مركزها معها، وكمركز الكرة، وكرأس المخروط، وأمثال ذلك كثير.

فالمعلوم الوضع ينقسم قسمين في كل واحد من المقادير التي هي، هي الخط والسطح والجسم، وهو أيضاً في النقطة.

وأمّا المعلوم الصورة، فليس يكون إلّا في الأشكال فقط. فالشكل المعلوم الصورة، هو الذي تكون زواياه معلومة، وليست أضلاعه بعضها إلى بعض معلومة. والأشكال تكون في السطوح وفي الأجسام. والأشكال المسطحة، قد يكون فيها أشكال معلومة الصورة. والأشكال المجسمة قد تكون فيها أشكال معلومة الصورة.

فهذا الذي ذكرناه، هو جميع أقسام المعلومات، وجميعها يستعمل في صناعة التحليل. وجميع المعلومات التي ذكرها أقليدس في كتابه المسمّى: المعطيات(٣٣) هي داخلة

(٣٣) في الأصل: «المعلومات». في الغالب، فهذا خطأ عفوي من قبل المؤلف، وقد يكون جهل من قبل الناسخ، فنحن لا نعلم بكتاب لأقليدس عنوانه: «المعلومات»، لكننا نعلم بالتأكيد بوجود كتاب لأقليدس عنوانه: «المعطيات» ويبحث في موضوع «المعلومات» بالإضافة إلى مواضيع هندسية أخرى.

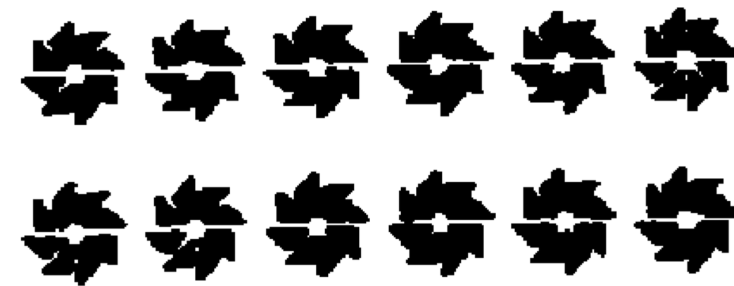
في جملة هذه الأقسام التي ذكرناها. وفيها ذكرناه أشياء لم يذكرها أُقليدس، وهي الأشياء المعلومة الوضع المتحركة.

وقد بقي من بعد هذه الأقسام معنى آخر، لم يذكره أحد من المتقدمين، ولا وجدناه في شيء من الكتب، وهو من المعاني التي نحتاج اليها في صناعة التحليل، ويعظم الإنتفاع بها في استخراج المسائل. ونحن نذكر في هذا الموضع بعض أقسامه، ليتسعمل في أمثلة التحليل، ولنبين كيف يكون استعمال هذه المعلومات، وكيف يعرض الحاجة إليه ويظهر موضع عناية في صناعة التحليل. وتصورها موجود في الكتب من المعلومات عن استيفاء أقسام المعاني المعلومة. ثم نستوفي جميع أقسام المعلومات، ونستقصي القول فيها في المقالة التي نستأنف تأليفها. وأحدها نذكره ههنا هو أن. . . . ».



بعد هذا الجزء - الذي حققناه - يقدم ابن الهيثم أمثلة كثيرة تطبيقاً على التعاريف التي قدمها فيما حققناه.

وكما ذكرنا آنفاً، فليس هدفنا - هنا - تحقيق ودراسة هذه المقالة، فهذه المقالة طويلة وتستحق أن تحقق وتدرس وتقيّم وتوازن مع المقالات الثلاث الأخرى التي تَقَدَّم ذكرها حول موضوع البحث عن الحل لتكون كتاباً مستقلاً قيّماً. أما هدفنا فهو إعطاء فكرة عن موضوع البحث عن الحل والمعلومات.



ON Analysis And Synthesis

We know that the ancient Greeks used analysis and synthesis to solve some geometry problems, however we are not aware that any of them ever wrote a treatise on the subject of searching for solution, which is what analysis and synthesis, in effect, mean.

During the present 20^{th} century we do know of some books that deal with the subjecte of searching for solution, such as George Polya's "How to Solve it".

Many Arab scholars used analysis and synthesis to solve some geometrical problems. However, we are aware of four Arab specialized treatises on the subject of how to solve a problem. They are: Thābit Ibn Qurra, Ibrāhīm Ibn Sinān [grandson of Thābit], Aḥmad Ibn Moḥ Ibn 'Abdul-Jalīl Al-Sijzī, and Ibn Al-Haytham.

F. Sezgin [vol.5, pp 268, 271] gives two titles that appear to be two different treatises by Thābit Ibn Qurra on this subject. They are [we translate into English]:

No. (4): "A letter on how we should act in order to get what is needed from geometrical meanings"

No. (17): "A book to Ibn Wahb on how to produce [i.e. to solve] geometrical problems".

Also, Carl Brockelmann and Francis J. Carmody, in his book "The Astronomical Works of Thābit B. Qurra", wrote the mentioned two titles as if they are two different treatises. We read two manuscripts that have the two different mentioned titles, and we found that the contents are exactly the same; and they differ only in the title. Hence Thābit Ibn Qurra wrote only one treatise, not two, on the subject. Consequently, as far as we know, Arabs wrote four treatises on the subject of searching for soltuion.

We observe that the three treatises written by: Ibn Qurra, Ibn Sinān, and Al-Sijzī deal only with the subject of the search for solution of *geometrical* problems. However, Ibn Al-Haythm's treatisee is far more comprehensive, as it deals with the subject of the search for solution of: number theory, geometry, astronomy, and music problems.

Ibn Al-Haytham's treatise that we dealt with is: "On Analysis And Synthesis", Ms: Rashīd 'Afandī 1191, pp. $1^b - 30^b$. This long treatise deals with very many scientific terms that we are not familiar with. We edited only the introductory – not so easy – rich part of it, $1^b - 6^b$. This treatise should be edited and studied separately or as part of a long book that includes critical deep study of all four mentioned treatises.

الفصل الحادي عشر

كتاب المناظر
مسألة الحسن (الهازن)

كتاب المناظر
مسألة الحسن (الهازن)[1]

تحدث العـديد من علماء الإغريق عن موضوعات متعلقة بعلم الضوء وخصوصاً «علم الإبصار»، منهم: الفيثاغوريون (نسبة إلى فيثاغوروس، ق٦ ق.م)، وَالفيلسوف أميذقليس (ت: حوالي ٤٣٥ ق.م)، وَأفلاطون (٤٢٨ ـ ٣٤٧ ق.م)، وَأرسطو (أو كما قال العرب: أرسطوطاليس: ٣٨٤ ـ ٣٢٢ ق.م)، وَأبيقور (٣٤١ ـ ٢٧٠ ق.م)، وَزينون (٣٣٦ ـ ٢٦٤ ق.م)، وَأرشميدس (٢٨٧ ـ ٢١٢ ق.م)، وَكليوميدس (حـوالي ١٠٠ ق.م)، وَديوقليس (ق ٢م) وأنتيموس (ت: ٥٣٤م).

ولأُقليدِس (حوالي ٣٠٠ ق.م) كتاب نُقِلَ إلى العربية في القرن الثالث الهجري (ق ٩م)، عُرِف عند العرب باسم: «كتاب المناظر لأقليدس»، كما عُرف باسم «كتاب اختلاف المنـاظـر لأُقليدس» لم يتناول سوى ناحية واحدة من علم الضوء، وقد كانت براهينه في معظمها براهين هندسية. واهتم علماء العرب بهذا الكتاب وحرّروه. ومن الذين حَرَّروه: الحسـن[2] بن موسى بن شاكـر (ق: ٣هـ/٩م)، ونصـيـر الـدين الـطوسي (٥٩٧ ـ ٦٧٢/١٢٠١ ـ ١٢٧٤) الذي جعله ضمن مجموعته «المتوسطات» بين أُقليدس والمجسطي.

وثمة كتاب آخر يعرف بـِ «كتاب بطلميوس[3] في المناظر» احتوى أصله على خمس مقالات، نُقِلَت الأربعة الأخيرة منها إلى العربية، وأما الأولى منها فكانت ولا تزال مفقودة، وقد أشار ابن الهيثم إلى ذلك في عمله: «كتاب لخّصت فيه علم المناظر في كتابي أوقليدس وبـطلميـوس وَتَمَّمتهُ بمعاني المقالة الأولى المفقودة من كتاب بطلميوس». وللعلم، فإن

---

(١) «الهازن» هو الاسم الذي عُرف به ابن الهيثم في العصور الوسطى اللاتينية، وهو تحوير لاسم ابن الهيثم الأول «الحسن». أما المصطلح «مسألة الحسن (الهازن) = "Alhazeni Problemi = Al-Hazen's Problem" فقد أطلقه رياضيو القرن السابع عشر الميلادي في أوروبا على المسألة التي تعنينا في هذا الفصل.

(٢) الحسن بن موسى بن شاكر: الشقيق الأصغر للأشقاء الثلاثة المعروفين ببني موسى.

(٣) بطلميوس: عاش في القرن الثاني الميلادي.

النسـخ اليونـانية لكتاب بطلميوس وترجمتها بالعربية مفقودة حالياً، ولكن ثمة ترجمة إلى اللاتينية عن الأصل العربي لهذا الكتاب متوافرة في الوقت الحاضر. ويُعَدّ «كتاب بطلميوس في المناظر» أرقى ما وصل إليه علم الضوء قبل ابن الهيثم.

وكذلك، فقد تحدث العديد من العلماء العرب عن موضوعات متعلقة بعلم الضوء خصوصاً «علم الإبصار»، منهم: يعقوب بن إسحق الكندي (ق: ٣هـ/٩م)، وحنين ابن إسحاق (ق: ٣هـ/٩م)، وقسطا بن لوقا (ق: ٣هـ/٩م)، وأبو بكر الرازي (ت: ٩٢٤م). ولكننا لا نعلم، حتى الآن، أنّ أياً من العلماء العرب قبل ابن الهيثم قد أضاف شيئاً جوهرياً إلى عملي أُقليدس وبطلميوس المذكورين.

ويبقى أن نعلم أنّ عمل أُقليدس وبطلميوس يُعَدُّ عملاً سطحياً إذا ما قورن بعمل ابن الهيثم الذي بحث في علم الضوء بعمق. فكتاب ابن الهيثم: «المناظر» يُعَدّ «ثورة» في علم الطبيعيات عامة والبصريات خاصة، بالنسبة للعصور القديمة والوسطى وحتى القرن السابع عشر الميلادي. وأصبح هذا الكتاب المرجع الرئيسي في هذا الميدان لمدة لا تقل عن ستة قرون.

وقد وضع عالم بولندي يدعى فيتلو (Witallo أو Vitelo) كتاباً في البصريات حوالي سنة ١٢٧٠م، نقل مادته ـ حسب قوله ـ من «كتاب بطلميوس في المناظر» وكتاب آخر في المناظر لمؤلف عربي عُرف في العالم اللاتيني والأوروبي وحتى وقت قريب باسم «الهازن» (Alhazen) ثم نشر رايزنر (Rizner) سنة ١٥٧٢م ترجمة لاتينية كاملة للكتاب العربي المذكور وَوَسَمَهُ: «**الذخيرة في علم الضوء للهازن**» (Opticae Thesaures Alhazeni)، ولاهتمام الغرب بهذا الكتاب فقد طبعوه مؤخراً سنة ١٩٧٢م.

وكـان من المعتقـد أن اسم «الهـازن» هو تحريف اسم «الخازن» (أي: أبو جعفر الخازن)، ولكن فيدمان (E. Wiedmann) عثر سنة ١٨٧٦، على مخطوطة لكتاب: «**تنقيح المناظر لذوي الإبصار والبصائر» لكمال الدين أبي الحسن الفارسي [٤٣]** (وضع الكتاب حوالي ١٣١٠م) وهو تنقيح لكتاب ابن الهيثم: «المناظر»، وبموازنته مع كتاب: «**الذخيرة في علم الضوء للهازن**» اتضح ـ دون أدنى شك ـ أن مؤلف كتاب: «المناظر» هو الحسن بن الهيثم، وأصبح واضحاً أن اسم «الهازن» إنما هو تحريف لاتيني لاسم «الحسن» ـ الاسم الأول لابن الهيثم ـ وليس «الخازن».

ولعل أهم كتاب صدر في القرن الحالي بَحَثَ في كتاب ابن الهيثم: «المناظر» هو: «**الحسن بن الهيثم: بحوثه وكشوفه البصرية**» لمصطفى نظيف(٤) [٤٩]، ونحث القارىء أن يَطَّلع عليه، إذا استطاع الحصول على نسخة منه، وهو أمر ليس سهلاً. ونعلم أن عبدالحميد صبرة نشر(٥) تحقيقاً للمقالات الثلاث الأولى من كتاب المناظر لابن الهيثم سنة ١٩٨٣ بالكويت.

وضع ابن الهيثم كتابه: «المناظر» في سبع مقالات(٦)، جعلها فصولاً. ونورد هنا ما نراه بأنه نوع من فهرست لمحتويات كتاب «المناظر» كما أوردها ابن الهيثم بلفظه(٧):

«المقالة الأولى: في كيفية الإبصار بالجملة. وهي ثمانية فصول: الفصل الأول: صدر الكتاب(٨). الفصل الثاني: في البحث عن خواص البصر. الفصل الثالث: في البحث عن خواص الأضواء وعن كيفية إشراق الأضواء. الفصل الرابع: فيما يعرض بين البصر والضوء. الفصل الخامس: في هيئة البصر. الفصل السادس: في كيفية الابصار. الفصل السابع: في منافع آلات البصر. الفصل الثامن: في علل المعاني التي لا يتم الابصار إلّا بها وباجتماعها.

المقالة الثانية: في تفصيل المعاني التي يدركها البصر وعللها وكيفية إدراكها. وهي أربعة فصول: الفصل الأول: صدر المقالة. الفصل الثاني: في تمييز خطوط الشعاع. الفصل الثالث: في كيفية إدراك كل واحد من المعاني الجزئية التي تدرك بحاسة البصر. الفصل الرابع: في تمييز إدراك البصر للمبصرات.

---

(٤) صَدَرَ الجزء الأول سنة ١٣٦١/١٩٤٢، أما الجزء الثاني فَصَدَرَ سنة ١٣٦٢/١٩٤٣.

(٥) نشرة «المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب» بالكويت.

(٦) يقول العرب: سبع مقالات، ويقول الغرب: سبعة كتب.

(٧) لا يوجد بحوزتنا مخطوطات لكتاب: «المناظر»، لكن مصطفى نظيف نقل هذا الفهرست عن المخطوطات التي كانت بحوزته، ونحن ننقلها عن كتاب مصطفى نظيف ([٤٩]: م١: ٥ - ٨). وثمة فهرست آخر بلفظ كمال الدين الفارسي [٤٣]، نقله عنه عمر فروخ ([٢]: ٣٦٤ - ٣٦٦)، مُنَقَّح وَسَلِس أكثر من الفهرست الأصلي الذي كتبه ابن الهيثم. وآثرنا أن نقدم الفهرست الأصلي بلفظ ابن الهيثم لسببين: (أ) يهمنا أن نورد لغة ابن الهيثم لا لغة كمال الدين الفارسي، (ب) كتاب مصطفى نظيف نادر الوجود، بينما كتاب عمر فروخ متوافر في المكتبات والأسواق دون صعوبة تذكر.

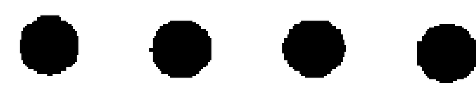
(٨) هذا الفصل هو مقدمة للكتاب كله. وقد أورده كمال الدين الفارسي بلفظ ابن الهيثم دون تنقيح في كتابه «تنقيح المناظر...» وَصَدَّره بقوله: «وقد أوردته بلفظه تبركاً من غير تصرف».

المقالة الثالثة : في أغلاط البصر فيما يدركه على استقامة وعللها . وهي سبعة فصول : الفصل الأول : صدر المقالة . الفصل الثاني : في تقديم ما يجب تقديمه لتبيين الكلام في أغلاط البصر. الفصل الثالث : في العلل التي من أجلها يعرض للبصر الغلط . الفصل الرابع : في تمييز أغلاط البصر . الفصل الخامس : في كيفيات أغلاط البصر التي تكون بمجرد الحس . الفصل السادس : في كيفيات أغلاط البصر التي تكون في المعرفة . الفصل السابع : في كيفيات أغلاط البصر التي تكون في القياس .

المقالة الرابعة : في كيفية إدراك البصر بالانعكاس عن الأجسام الصقيلة . وهي خمسة فصول : الفصل الأول : صدر المقالة . الفصل الثاني : في أن صور المبصرات تنعكس عن الأجسام الصقيلة . الفصل الثالث : في كيفية انعكاس الصور عن الأجسام الصقيلة . الفصل الرابع : في أن ما يدركه البصر في الأجسام الصقيلة هو إدراك بالانعكاس . الفصل الخامس : في كيفية إدراك البصر للمبصرات بالانعكاس .

المقالة الخامسة : في مواضع الخيالات وهي الصور التي ترى في الأجسام الصقيلة . والمقالة فصلان : الفصل الأول : صدر المقالة[٩] . الفصل الثاني : القول في الخيال[١٠] .

المقالة السادسة : في أغلاط البصر فيمايدركه بالانعكاس وعللها . وهي تسعة فصول : الفصل الأول : صدر المقالة . الفصل الثاني : في أغلاط البصر التي تعرض من أجل الانعكاس . الفصل الثالث : في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا المسطحة . الفصل الرابع : في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا الكرية المحدّبة . الفصل الخامس : في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا الاسطوانية المحدّبة . الفصل السادس : في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا المخروطية المحدّبة . الفصل السابع : في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا الكرية المقعّرة . الفصل الثامن : في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا الاسطوانية المقعرة .



(٩) يذكر ابن الهيثم في هذا الفصل مواضع الخيالات من الأجسام الصقيلة، وكيف تعتبر هذه المواضع، وكيف تحصل، وكيف توجد بالقياس والبرهان .

(١٠) يقدم ابن الهيثم في هذا الفصل بحوثه عن نقطة الانعكاس، وهو فصل هندسي يبحث فيما سمي لاحقاً «مسألة الحسن (الهازن)» .

الفصل التاسع: في أغلاط البصر التي تعرض في المرايا المخروطية المقعرة.

المقالة السابعة: في كيفية إدراك البصر بالانعطاف من وراء الأجسام المشفة المخالفة الشفيف لشفيف الهواء. وهي سبعة فصول: الفصل الأول: صدر المقالة. الفصل الثاني: في أن الضوء ينفذ في الأجسام المشفة على سموت خطوط مستقيمة وينعطف إذا صادف جسماً مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذي هو فيه. الفصل الثالث: في كيفية انعطاف الأضواء في الأجسام المشفة. الفصل الرابع: في أن ما يدركه البصر من وراء الأجسام المشفة المخالفة الشفيف لشفيف الجسم الذي فيه البصر إذا كان مائلا عن الأعمدة القائمة على سطوحها هو إدراك بالانعطاف. الفصل الخامس: في الخيال. الفصل السادس: في كيفية إدراك البصر للمبصرات بالانعطاف. الفصل السابع: في أغلاط البصر التي تعرض من أجل الانعطاف».

والذي يعنينا ـ هنا ـ الجزء الهندسي البحت في كتاب: «المناظر»، وهو كتاب يحتوي على كثير من البراهين الهندسية التي تستند إلى: «أصول أُقليدس» وَ «مخروطات أبولونيوس» ومزيج من الاثنين «الهندسة الثابتة».

لقد كرَّس ابن الهيثم معظم مقالته الخامسة لحل مسألة هندسية عُرفت باسم: «**مسألة الحسن (الهازن)**»، وهي طويلة جداً وصعبة ولها حالات كثيرة خاصة وعامة، كرَّس لها مصطفى نظيف ـ في كتابه آنف الذكر ـ أكثر من مائة صفحة ([٤٩]: م٢ : ٤٨٧ ـ ٥٨٩). ولا يتسع المقام لشرح هذه المسألة بكل تفاصيلها، ولا نرى ضرورة لذلك، ونقدم هنا فكرة موجزة عن هذه المسألة. ومن أراد زيادة فنحيله على عملي مصطفى نظيف [٤٩] وعبد الحميد صبرة [٩٨].

والمسألة ـ كما أوردها مصطفى نظيف ـ هي: «*إذا فرضت نقطتان حيثما اتفق أمام سطح عاكس، فكيف تُعَيَّن على هذا السطح نقطة بحيث يكون الواصل منها إلى إحدى النقطتين المفروضتين بمثابة شعاع ساقط، والواصل منها إلى الأخرى بمثابة شعاع عاكس؟*» وتسمى النقطة المراد تعيينها على السطح العاكس: «*نقطة الانعكاس*».

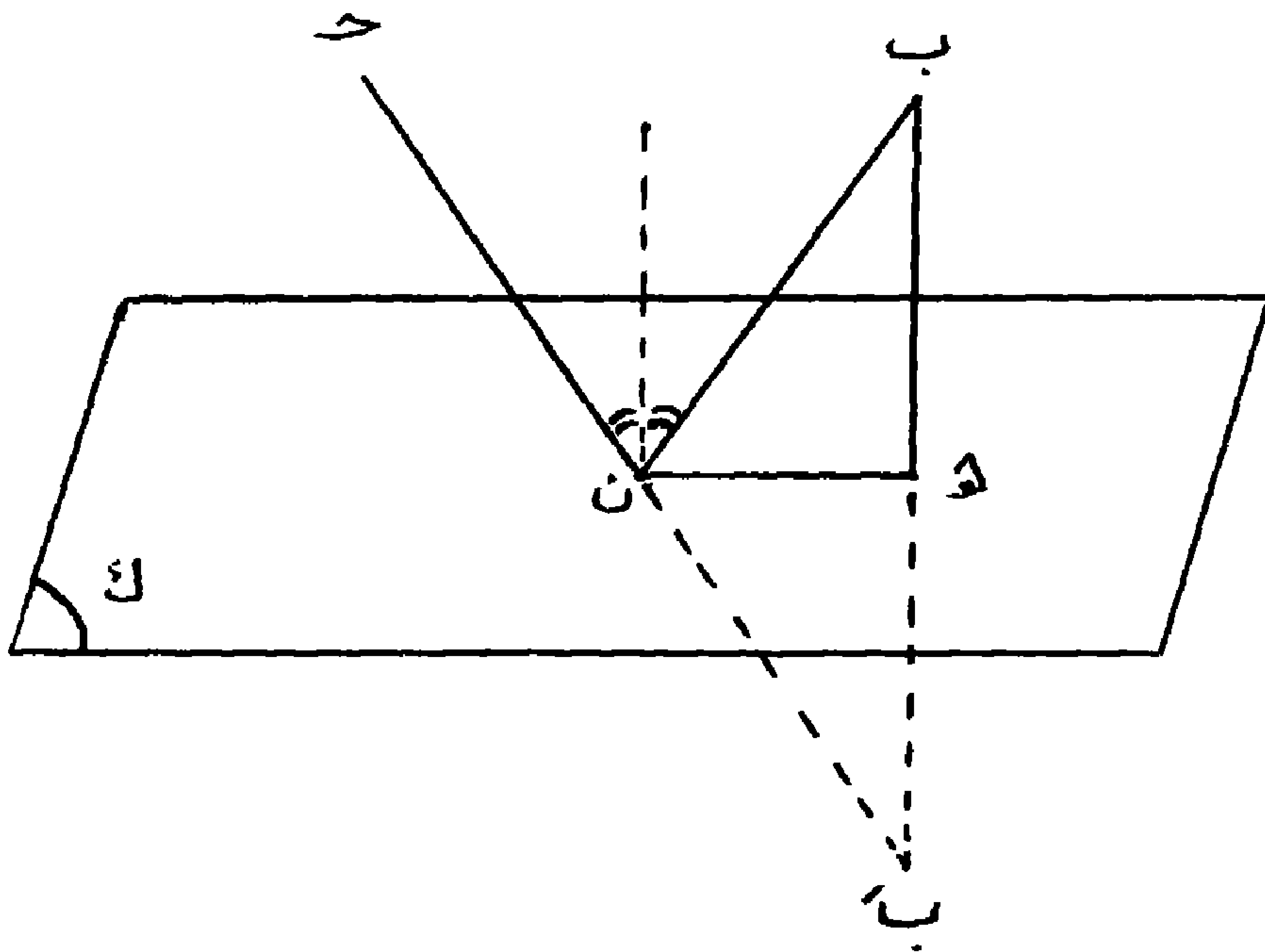
وإذا كان السطح العاكس مستوياً، فالمسألة في غاية السهولة. وكذلك، فالمسألة سهلة في حالات خاصة للسطوح العاكسة الكروية والإسطوانية والمخروطية. ولكنها ليست سهلة، بل معقدة جداً، في الحالات العامة. واستطاع ابن الهيثم أن يضع حلولاً عامة لكل

نوع من أنواع المرايا (السطوح العاكسة) الكروية والإسطوانية والمخروطية المحدبة منها والمقعرة. بينما لم يتجاوز أقليدس وبطلميوس والكندي وغيرهم الحالات الخاصة السهلة.

ويقول مصطفى نظيف: «*وبحوث ابن الهيثم في هذا الموضوع قد بلغت الذروة. وهي في نظرنا آية بَيِّنة لما أوتيه هذا الرجل من المواهب الرياضية الممتازة والعقل الناضج والنظر البعيد الثاقب وما كان له من سعة الحيلة والكفاية في علم الهندسة*». ونقول: إن مسألة الحسن (الهازن) عمل جبّار يتسم بالعبقرية، فهي ليست معقدة بالنسبة لزمن ابن الهيثم فحسب، بل معقدة بالنسبة لأي زمان بما في ذلك عصرنا الحالي.

ونعطي أمثلة على مسألة الحسن (الهازن):

مثال (أ): الحالة السهلة لسطحٍ عاكسٍ مستوٍ: عندنا نقطتان ب، حـ مفروضتان، كما في الشكل (١).



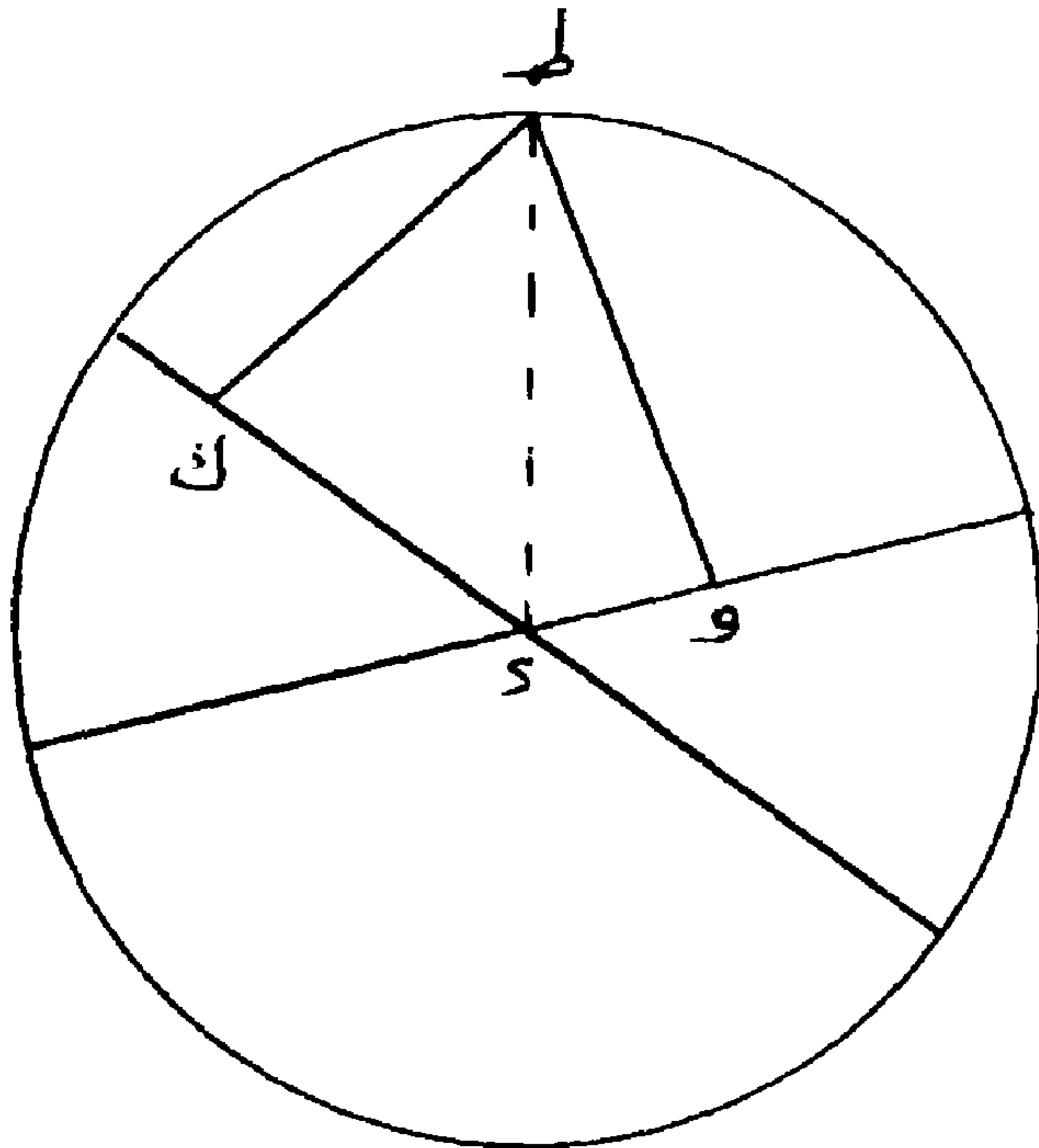
الشكل (١)

نخــرج من ب عمـود ب هـ على السطح ك. نمــد ب هـ على استقامته إلى ب' بحيث يكون بعدها عن هـ (هـ = نقطة تقاطع العمود ب هـ والسطح العاكس ك) يساوي بعد النقطة ب عنها (أي: ب هـ = هـ ب'). ثم نصل النقطــة ب' بالنقطــة الثانية حـ المفروضة أصـــلاً، فيتقاطع هذا الخط (ب' حـ) والسطح العاكس ك على النقطــة د.

فتكون د هي نقطة الانعكاس المطلوب تعيينها. أنظر الشكل (١). بطبيعة الحال، فهذه هي أسهل حالة خاصة نعرفها لهذه المسألة.

مثال (ب): نأخذ مرآة (أي: سطح عاكس) كروية أو إسطوانية. هنا تصبح المسألة مسألة هندسية مفادها بلغتنا: دائرة، مركزها ء. عندنا نقطتان ك، و مفروضتان إما داخل الدائرة أو خارجها. نريد أن نجد مجموعة النقط ط على محيط الدائرة بحيث تكون: زاوية ك ط ء = زاوية و ط ء. انظر الشكل (٢)، عندنا حالتان:

الحالة الأولى: ك ء≠ء و. وهذه مسألة طويلة جداً صعبة. وليس هذا المقام مقام الغوص فيها. وبخصوصها، يقول الهولندي يان بيتر هوخندايك (Jan Peter Hogindijk) في كتابه: «تمام كتاب المخروطات لابن الهيثم» ([١٣]: ١٠٥): «*لقد وضع*

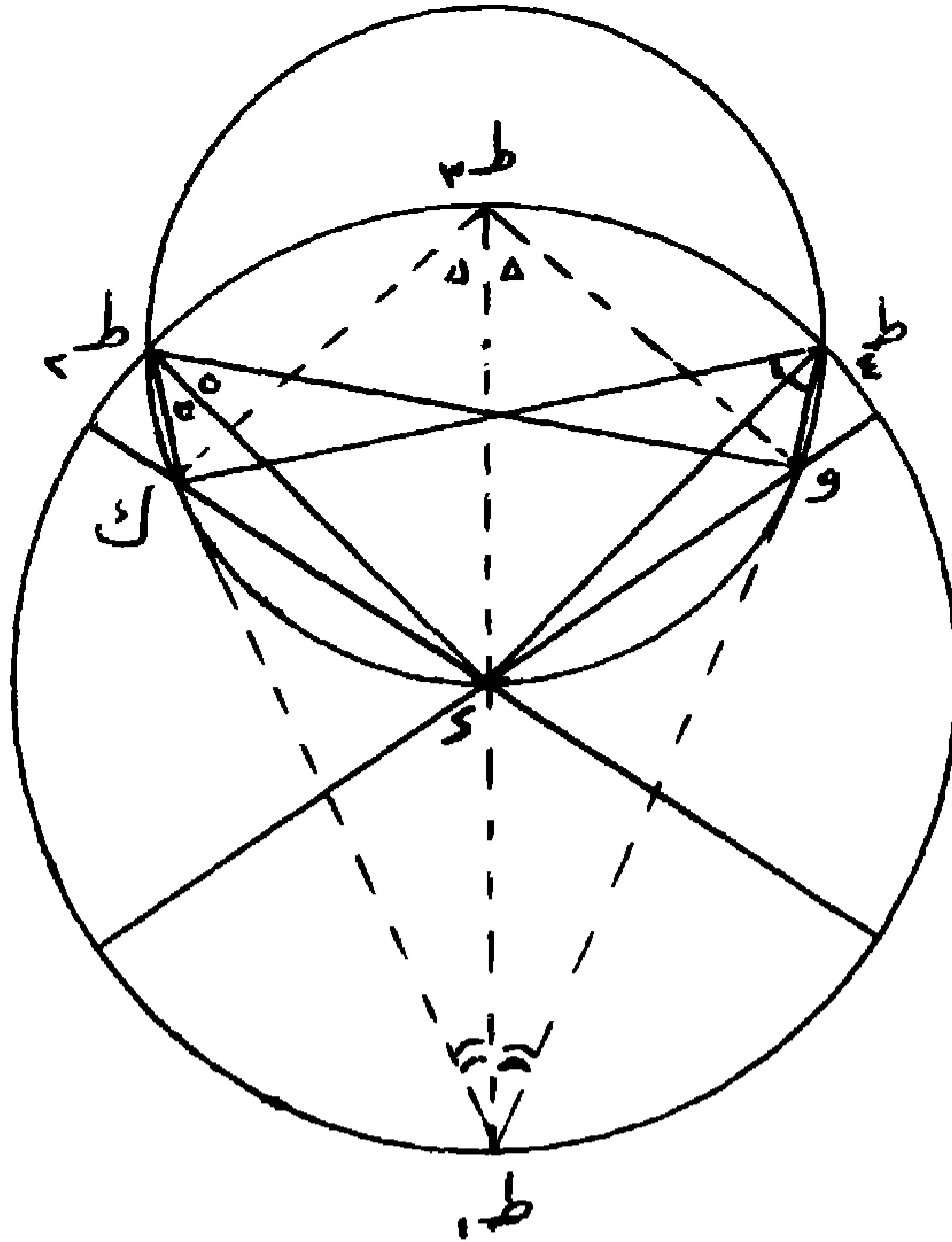


الشكل (٢)

بطلميوس حلاً في كتابه المناظر للحالة السهلة ك ء =ء و. أما ابن الهيثم فوضع حلاً للحالة العامة ك ء≠ء و، وحلّه طويل وصعب القراءة (hard to read)، ولكنه إنجاز هائل (formidable achievement)، لم يضاهيه فيه أحد (which was unequaled) إلى أن استطاع بعض رياضيي القرن السابع عشر - بمن فيهم هايجنز (Huygens) - وضع حلول، بطرق جديدة، لهذه المسألة. وصاغ (وابتكر) هؤلاء الرياضيون للمسألة مصطلح: مسألة الحسن (الهازن)».

"These mathematicians coined the term "problem of Alhazen" (the medieval Latin form of Al-Hasan, Ibn al-Haytham's first name)".

الحالـــة الثانيـــة : ك ء = ء و . هــذه حالة خاصة في منتهى السهولة، وقد حلّها بطلميوس في كتابه «المناظر». انظر الشكل (٣). المرآة هي الدائرة ط ١ ط ٢ ط ٣ ط ٤



الشكل (٣)

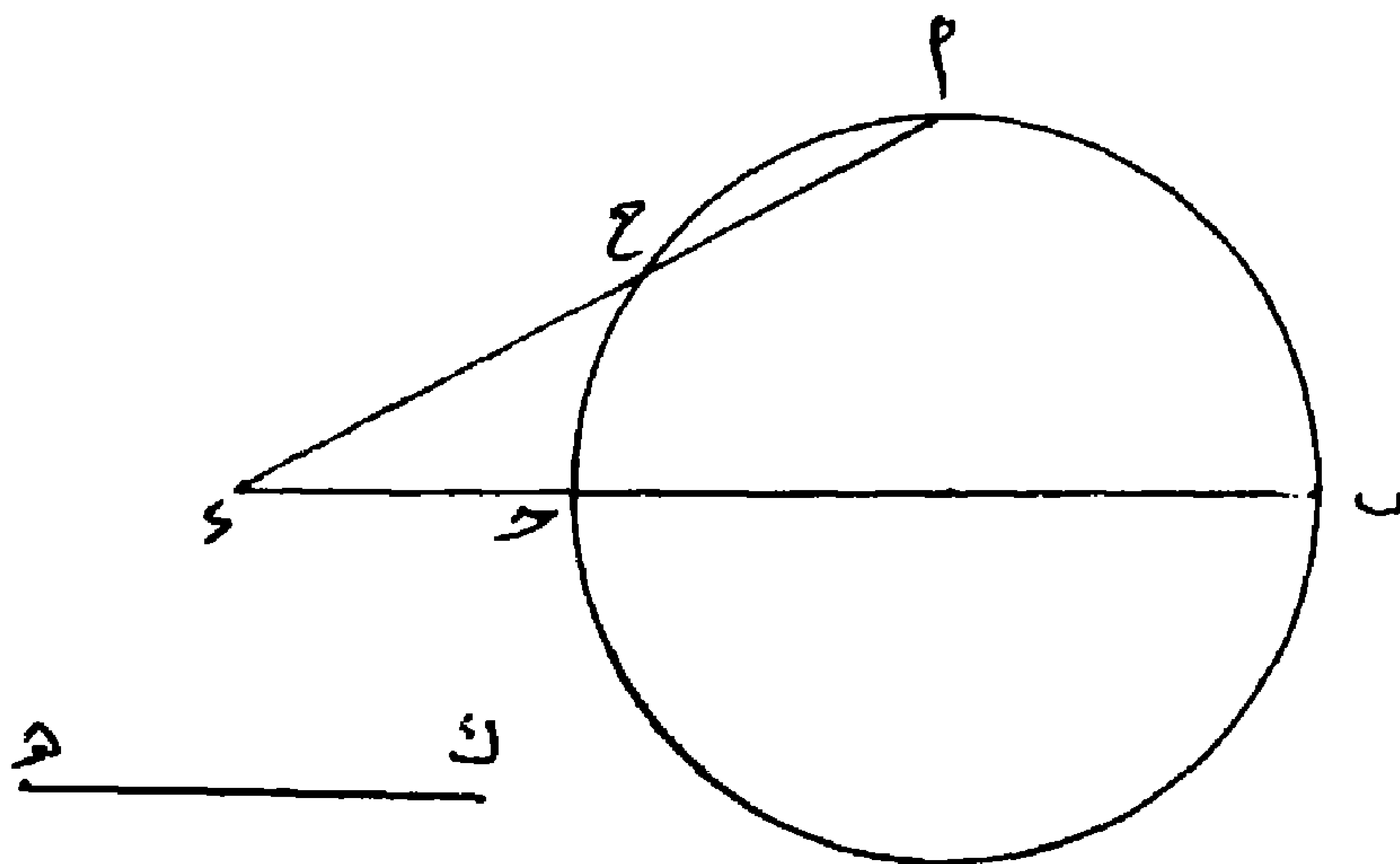
هنا القطر ط ١ ء ط ٣ المنصــف للزاوية ك ء و يعطينا بوضوح نقطتين ط ١، ط ٣ تحققان المعادلة المطلوبة، أي زاوية ك ط ١ ء = زاوية و ط ١ ء ، وأيضاً زاوية ك ط ٣ ء = زاوية و ط ٣ ء .

وكذلك، فالزاويتان ك ط ٢ ء ، و ط ٢ ء متساويتان لأنهمــا محيطيتـــان في الدائرة الجديدة ط ٢ ك ء و ط ٤ وتقابلان قوسان متساويتان (قوس ك ء = قوس ء و) . ولنفـس السبب فإن: زاوية ك ط ٤ ء = زاوية و ط ٤ ء .

قلنا : إن من عادة ابن الهيثم أن يقدم في بداية كثير من أعماله الهندسية «مقدمات»، هي عبارة عن نظريات - في الغالب ليست سهلة - ضرورية لوضع حلول للنظريات الرئيسية في المـوضـوع المعني. وفي حالـة المقـالـة الخـامسـة لكتـاب ابن الهيثم : «المناظر»، فإن

«المقـدمات»[11] عبارة عن ست نظريات (مقدمات) هندسية قوية نوردها هنا بلفظ ابن الهيثم، وننقلها عن كتاب مصطفى نظيف[12] ([٤٩] : م٢ : ٤٩٢ ـ ٥٢٧) :

المقدمة الأولى : «*إذا كانت دائرة ا ب حـ [الشكل ٤)] معلومـة، وفيها قطر حـ ب ، وقد أخرج حـ ب في جهة حـ ، وخط ك هـ مفروض، ونقطة ا مفروضة على محيط الدائرة ، ونريد أن نخرج من نقطة ا خطاً مثل ا ح ء حتى يكون الذي يقع منه فيما بين القطر والدائرة النظير لخط ح ء ، مساوياً لخط ك هـ*» .



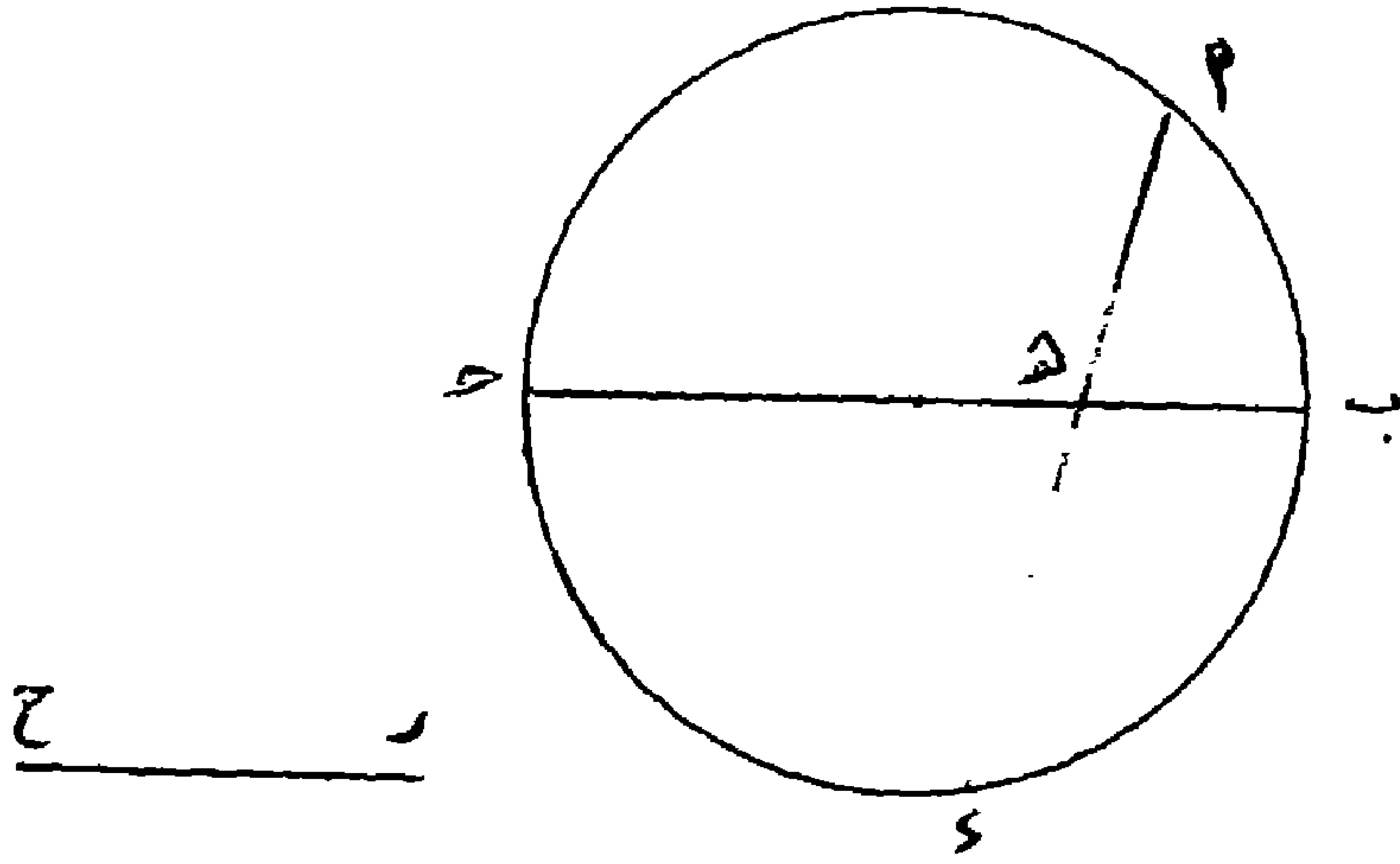
الشكل (٤)

المقدمـــة الثانيـــة : «*وأيضاً، فلتكن دائرة علَيها ا ب حـ ، وفيها قطر ب حـ ، وعلى محيطها نقطة ا ، وخط ر ح مفروض ، ونريد أن نخرج من نقطـــة ا خطاً يقطـع قطـــر ب حـ ، وينتهي إلى الدائرة، فيكون ما يقـع منه فيما بين الدائرة والقطر مثل خـــط ر ح*» . [أي : إنه يريد أن ينشىء خط ا هـ ء (شكل (٥)) يقطع القطر ب حـ على هـ والمحيـــط على ء ، بحيث يكون هـ ء = ر ح . سوف نقدم تركيب برهان ابن الهيثم لهذه المقدمـــة ، دون التحليل والتحديد، لاحقاً].

---

(١١) نشر عبد الحميد صـــبرة سنة ١٩٨٢ مقالـــة بالانجليزية عـــن المقدمات الست لمسألـــة الحسن [٩٨]
“Ibn al-Haytham’s Lemmas for Solving Alhazen’s Problem”, Archive for History of Exact Science, 26/1982/299-324.

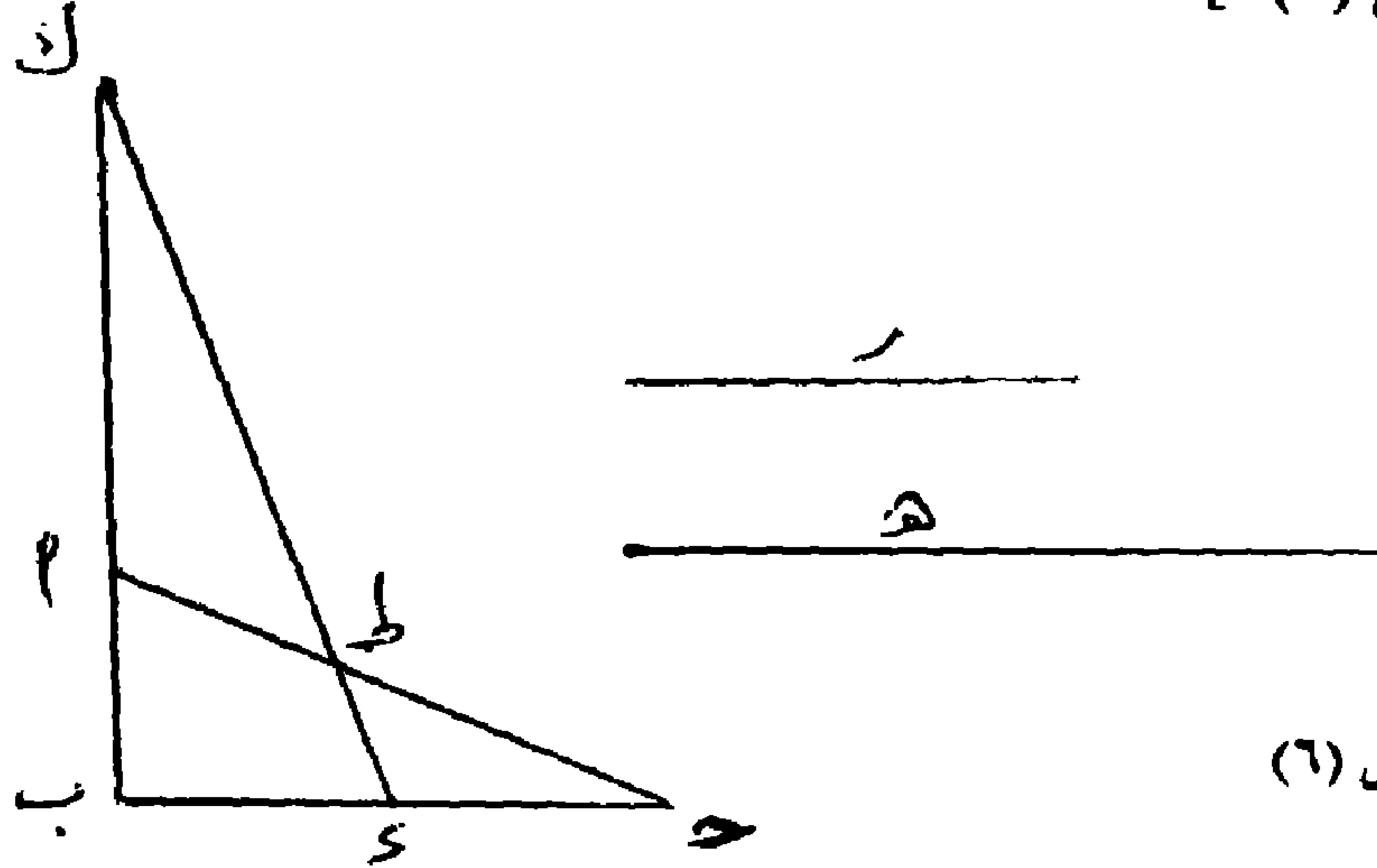
(١٢) نورد هذه المقدمات (النظريات) صحيحة محققة دون ذكر أخطاء الناسخ، ومن أراد أن يطلع على أخطاء الناسخ نحيله على مصطفى نظيف ([٤٩]: م٢: ٤٩٣ ـ ٤٩٥).



الشكل (٥)

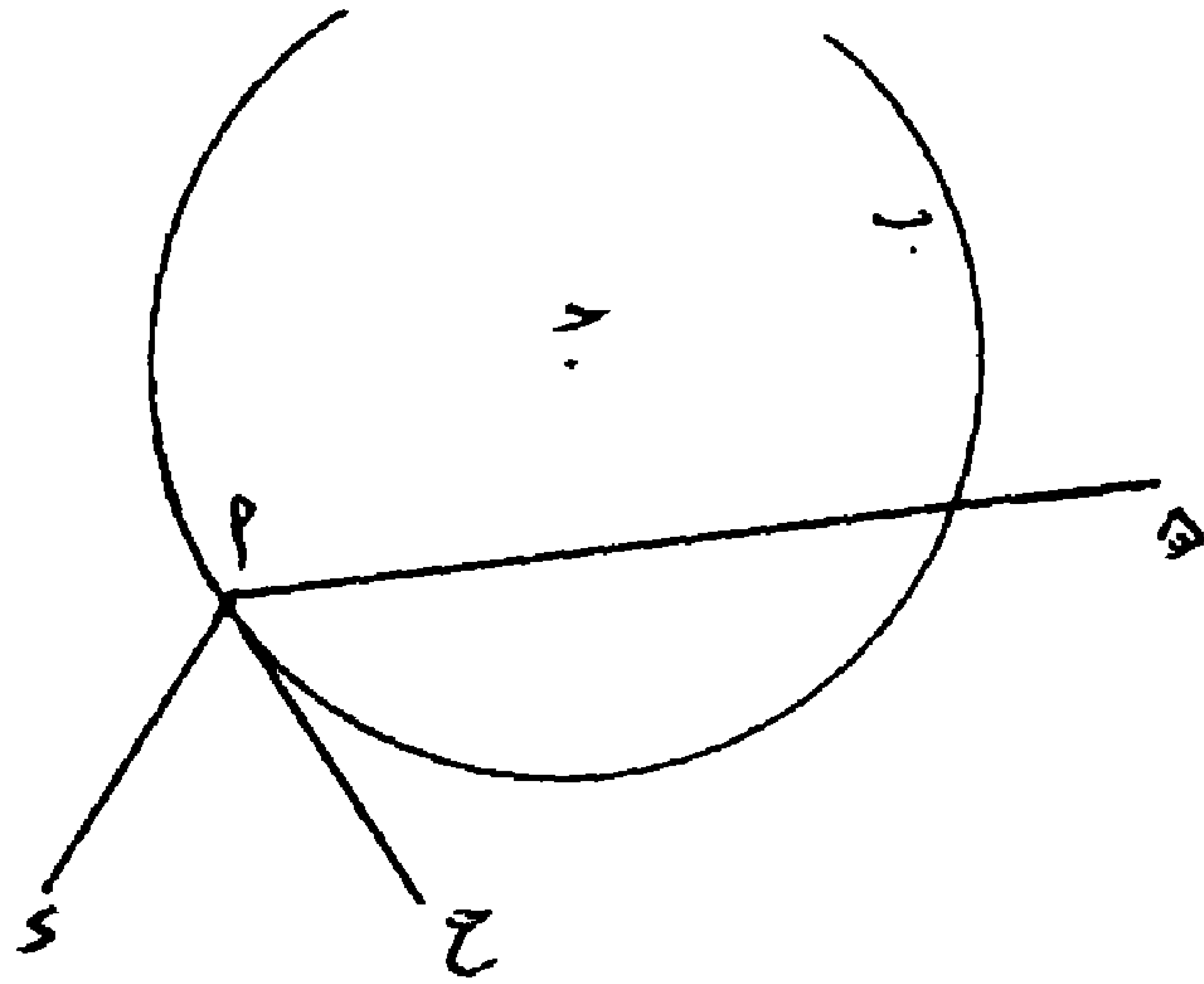
المقدمة الثالثة : «وأيضاً، فليكن مثلث أ ب حـ قائم الزاوية. زاوية ب منه قائمة، ونقطة ء مفروضة على خط ب حـ ، ونسبة هـ إلى ر معلومة ، ونريد أن نخرج من نقطة ء خطاً مثل خط ء ط ك ، حتى تكون نسبة ك ط إلى ط حـ كنسبة هـ إلى ر» .

[أي : إنه يريد أن ينشىء الخط المستقيم ء ط ك يقطع الوتر أ حـ على النقطة ط ويتلاقى مع امتداد الضلع ب أ على ك بحيث تكون (ك ط : ط حـ) = (هـ : ر). أنظر الشكل (٦).]



الشكل (٦)

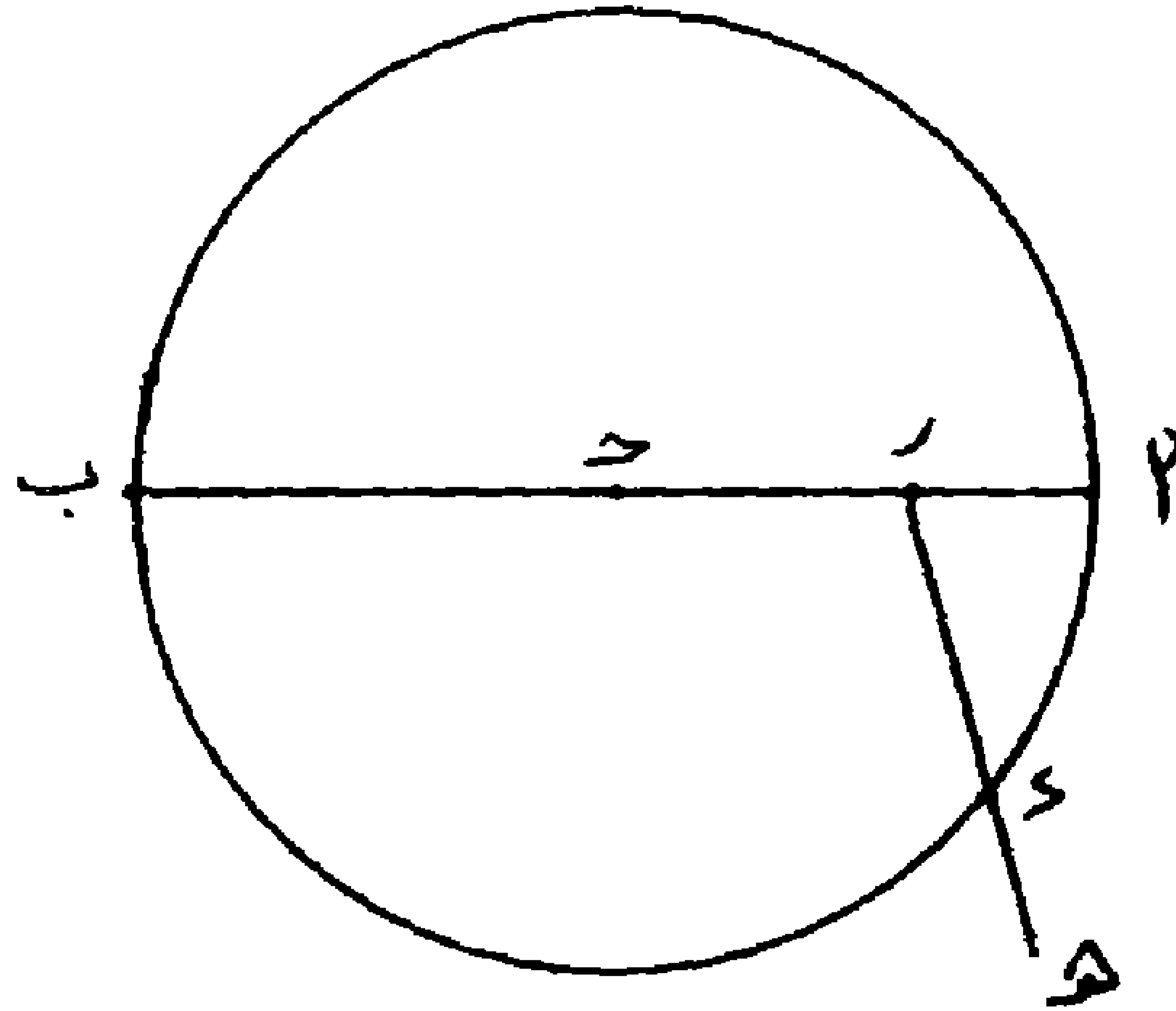
المقدمة الرابعة : «وأيضاً، فليكن دائرة أ ب مفروضة، ومركزها حـ . ونقطتا ء ، هـ مفروضتان. ونريد أن نخرج من نقطتي [ء ، هـ] خطين مثل خطي هـ أ ، ء أ حتى إذا أخرجنا خطاً مماساً للدائرة مثل خط أ ح ، قَسَمَ زاوية هـ أ ء بنصفين» [يتضح المطلوب في الشكل (٧)].



الشكل (٧)

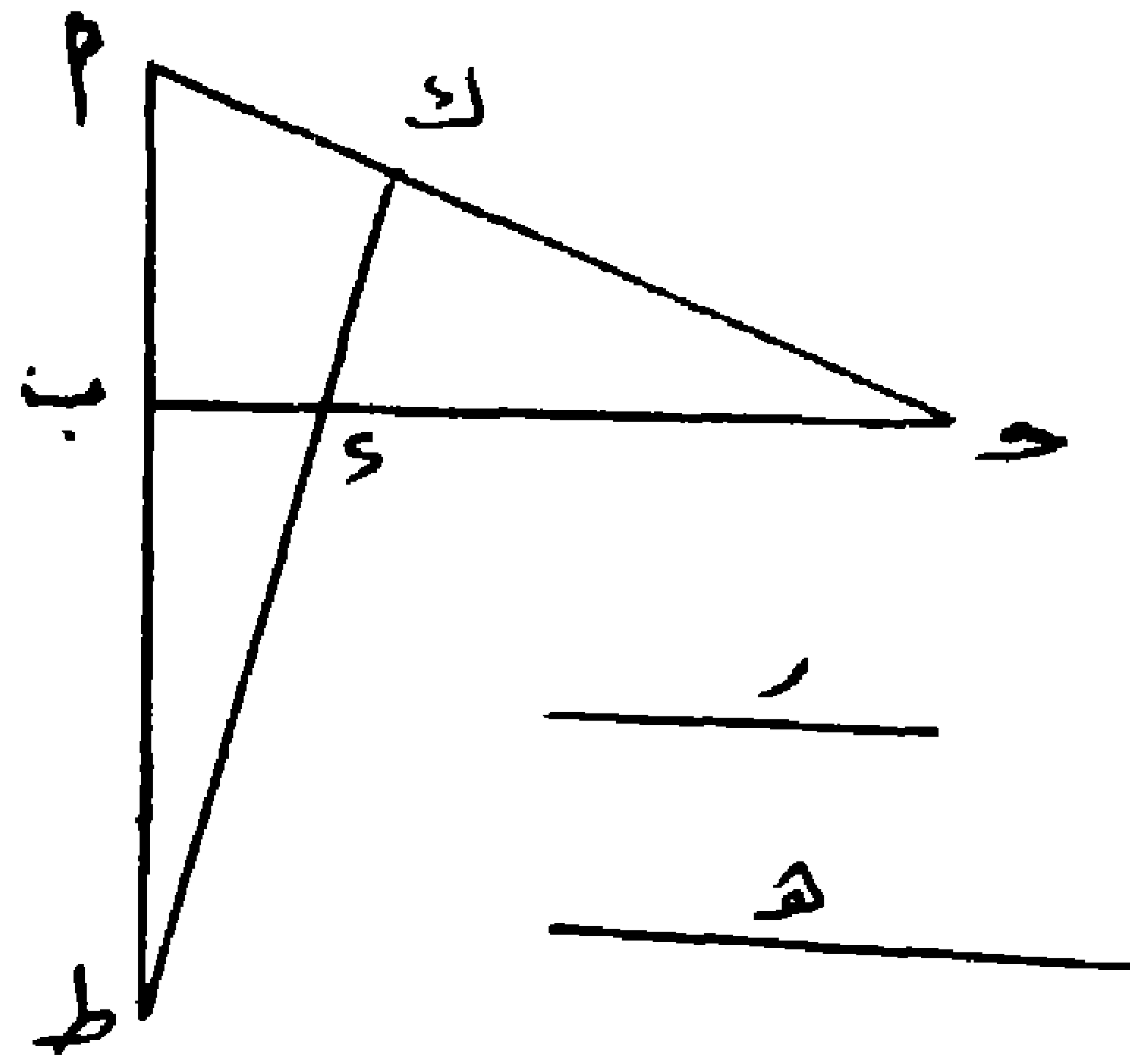
المقدمة الخامسة : «وأيضاً، فلتكن دائرة ا ب مفروضة، ومركزها حـ ، وفيها قطر مفروض وهو ا ب ، ونقطة هـ مفروضة خارج الدائرة، ونريد أن نخرج من نقطة هـ خطاً مثل خط هـ ء ر بحيث يكون ء ر مثل ر حـ ».

[أي : يريد أن ينشىء هـ ء ر يقطع محيط الدائرة على النقطة ء ويلقى القطر ا ب على النقطة ر بحيث يكون ء ر = ر حـ أنظر الشكل (٨)].



الشكل (٨)

المقدمة السادسة : «وأيضاً، فليكن مثلث ا ب حـ قائم الزاوية، زاوية ب منه قائمة، وقد أُخرج ا ب في جهة ب . ونقطة ء مفروضة على خط ب حـ . ونسبة هـ إلى ر معلومة. ونريد أن نخرج من نقطة ء خطاً مثل خط ط ء ك حتى تكون نسبة ط ك إلى ك حـ ، كنسبة هـ إلى ر ».



الشكل (٩)

[أي : يريد أن ينشىء خــط ك ء ط ، بحيث يلقى الوتر أ حـ على النقطــة ك ، ويلقى امتداد أ ب على ط وتكون : (ط ك : ك حـ) = (هـ : ر). أنظر الشكل (٩).]

ويلاحظ ، ان هذه المسائل (المقدمات، النظريات) الست، هي مسائل هندسية إنشائية تحتاج إلى برهان خلال عملية الإنشاء. لقد أنشأنا رسوم الأشكال (٤ ـ ٩) بالحيلة والمسطرة والفرجار (بالهندسة المتحركة)، وذلك لتسهيل الأمور على أنفسنا، ولكن ليس هذا هو المـطلوب، فالمطلوب هو إنشاء هذه المسائل بأسلوب هندسي رياضي سليم، ووضع البراهين الهندسية الرياضية السليمة خلال عملية الإنشاء.

لقد قدم لنا مصطفى نظيف نص «المقدمات» الست بلفظ ابن الهيثم، ولكنه لم يقدم براهين ابن الهيثم الطويلة بلفظه.

لقد قدم ابن الهيثم برهاناً منفرداً لكل مقدمة من هذه المقدمات الست. أما مصطفى نظيف فقد لاحظ ـ صواباً ـ أن المقدمتين الأولى والثانية متشابهتان، بل هما ـ في الحقيقة ـ صورتـان لعملية هندسية واحدة، كما أن المقدمتين الثالثة والسادسة هما صورتان لعملية هندسية واحدة. وقال نظيف في الصفحة ٤٩٦ : «*ولما كانت الفكرة الأساسية التي توخاها ابن الهيثم نفسه في وضع حل المقدمتين الأولى والثانية والبرهان عليهما واحدة، وكذلك في وضـع حل المقـدمتـين الثـالثة والسادسة، وجدنا من الأنسب، منعاً للتكرار، أن ندمج المقدمتين الأولى والثانية معاً ونعرضهما بعنوان «العملية الهندسية الأولى» وندمج المقدمتين الثالثة والسادسة معاً ونعرضهما بعنوان «العملية الهندسية الثانية» ونجعل من مقدمات ابن الهيثم الست أربع عمليات هندسية تشملها جميعاً*». ومع أن مصطفى نظيف عمل ما عمل

«منعـاً للتكـرار» غير أنه احتاج إلى إحدى وثلاثين صفحة (٤٩٧ ـ ٥٢٧) ليقدم براهين للعمليات الهندسية الأربع المذكورة بالإضافة إلى بعض التعليقات من طرفه.

وإننا نجد في هذه المخطوطات أخطاء وعيوباً التي تُرَدّ ـ في أغلبها ـ إلى النساخ، وقد أراد مصـطفى نظيف أن يقدم أفكار ابن الهيثم الهندسية فيما قدمه من براهين، فقال في حاشية الصفحة ٤٩٧ : «*لذلك وجدنا من الأليق أن نصوغ هذه العمليات في قالب عصري مألـوف ونحـررها من مثل هذه العيوب وقد حرصنا أشد الحرص على ألا تتجاوز الفكر الهندسية التي بنى عليها ابن الهيثم بحوثه وألا نخرج عن الخطوات التي اتبعها في براهينه*».

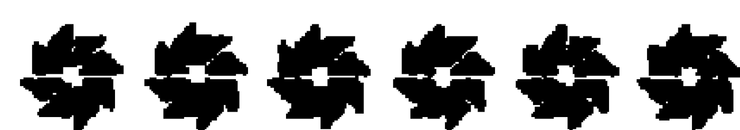
نعيد للقارىء، إنه بالإضافة إلى عمل مصطفى نظيف، يوجد هناك عملان جيدان لعبد الحميد صبرة، مكتوبان بالإنجليزية، يخصان المقدمات الست المذكورة خاصة وكتاب المناظر عامة، نجدهما في عملي عبد الحميد صبرة [٤٨]، [٩٨].

إن براهين ابن الهيثم للمقدمات الست شاملة لجميع الحالات، فهي طويلة جداً، وتشمل طريق التحليل والتحديد والتركيب، وتستند إلى الهندسة الثابتة (مزيج من الأصول الهندسية والقطوع المخروطية)، كما أنها تؤكد تمكُّن وعمق تفكير ابن الهيثم في الهندسة.

لقد أعطانا عبد الحميد صبرة ([٩٨] : ٣٠٩ ـ ٣١٠، ٣١٨ ـ ٣٢٠) خمس صفحات للمقدمة الثانية، بينما لا نرغب نحن أن نطيل على القارىء، وبنفس الوقت نريد أن نعطي فكرة عن برهان ابن الهيثم، فآثرنا أن نقدم الجزء الهام من البرهان الذي هو «التركيب» دون تقديم التحليل الطويل والتحديد، إذن: نقدم الآن تركيب ابن الهيثم للمقدمة الثانية، ولكننا نقدمه بلغتنا حرصاً على أن لا نطيل على القارىء:

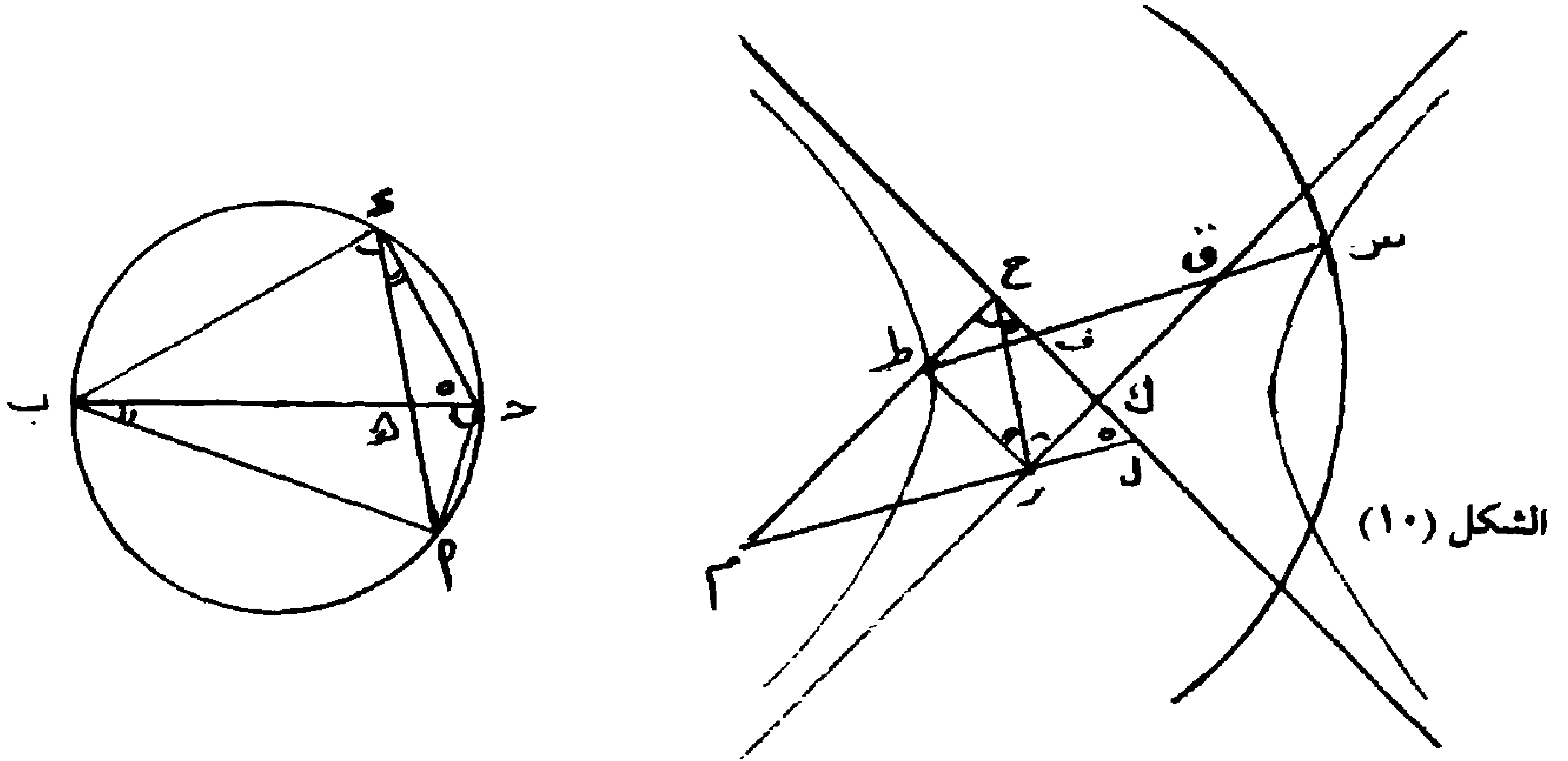
المفـروض : ا نقطة مفروضة على محيط الدائرة ا ب حـ التي قطرها ب حـ ؛ ع ر قطعة مستقيم مفروضة أيضاً .

المطلـوب : نريد أن نخرج من ا خطاً مستقيماً ا هـ د ، يقطع القطر ب حـ على النقطة هـ بين النقطتين ب ، حـ ، ويلقى محيط الدائرة على النقطـة د ، بحيث



يكون هـ ء = ح ر [13] [انظر الشكل (١٠) لمتابعة البرهان].

تركيب المسألة: نرسم متوازي أضلاع ح ط ر ك بحيث تكون: زاوية ط ح ر = زاوية ب حـ أ، زاوية ك ح ر = زاوية حـ ب أ [إذن: ح ط ر ك هو في الحقيقة



الشكل (١٠)

مستطيل[14]]. نرسم قطع زائد يمر بالنقطة ط بحيث يكون الخطان ح ك، ك ر خطي تقارب (asymptotes). ونرسم فرع القطع الزائد المقابل أيضاً.

نرسم دائرة مركزها ط، نصف قطرها يساوي القطر المعطى ب حـ. لتكن س نقطة تقاطع الدائرة (التي مركزها ط) وفرع القطع الزائد المقابل (تتضح إمكانية هذا الأمر من «تحديد» المسألة الذي تبيّن خلال «تحليل» المسألة). نصل ط ف ق س. (ف نقطة تقاطع ط س مع ك ح، ق نقطة تقاطع ط س مع ك ر).

(١٣) كان الإغريق ينشؤون أمثال الخط هـ ء بنوع من أنواع الهندسة المتحركة المسمى: «نيوسيس» (يترجم كاتب هذه الصفحات كلمة «نيوسيس» بكلمة «التقارب»). وهذا يعني في مسألتنا: إنشاء (وضع) القطعة هـ ء ما بين منحنيين (المنحنيان هنا: الخط ب حـ، والدائرة أ ب حـ) بحيث يكون امتداد القطعة هـ ء ماراً بنقطة مفروضة معطاة (هنا النقطة المعطاة هي أ). أما العرب ـ وبالذات عرب القرن الرابع للهجرة ـ فرفضوا الهندسة المتحركة الإغريقية بما فيها طريقة «نيوسيس»، وقالوا بوجوب حل مثل هذه المسائل بالهندسة البرهانية التي أطلقوا عليها مصطلح: «الهندسة الثابتة». وبرهان ابن الهيثم هذا هو مثال حيّ على «الهندسة الثابتة»، علماً بأننا لم نقدم الجزء الأول من البرهان (التحليل والتحديد).

(١٤) على ما نعلم، لم يستعمل ابن الهيثم ولا العلمـاء العرب كلمة «مستطيل» بل قالوا: متوازي أضلاع قائم الزاوية. ويلاحظ، بما أن ب حـ قطر، فإن زاوية ب أ حـ قائمة، لذا فإن زاوية ب حـ أ + زاوية حـ ب أ = قائمة، وكذلك: زاوية ط ح ر + زاوية ك ح ر = زاوية ط ح ك = قائمة.

نرسم خطاً م ر ل ماراً بالنقطة ر وموازياً للخط ط س ويلاقي خط التقارب ح ك في النقطة ل ، كما يلاقي امتداد ح ط في النقطة م . لذا فـإن م ر = ط ق، وكذلك ر ل = ط ف = ق س (بالاستناد إلى النظريـة ١٦ من المقالة الثانية من كتاب مخروطات أبولونيوس). وهكذا يكون م ل = ط س = ب ح .

نرسم زاوية ب ح ء داخل الدائرة أ ب ح التي قطرها ب ح بحيث تكون: زاوية ب ح ء = زاوية م ل ح . عندنا ب ح هـو الضلع الأول للزاوية ب ح ء ، إذن يقطـع الضلع الآخر للزاوية ب ح ء الدائرة أ ب ح على النقطة ء . نصل ب ء ، ء أ . فيتقاطع الخطان ء أ ، ب ح على النقطة هـ .

إذن : زاوية ر ح م = زاوية أ ح ب = زاوية هـ ء ب .

وأيضاً : زاوية ر ح ل = زاوية أ ب ح = زاويـة هـ ء ح . (حسب النظرية ٢١ من المقالة الثالثة من كتاب الأصول لأقليدس) .

إذن : مثلث ب ح ء يشابـه مثلث م ل ح ، وأيضاً مثلث ب هـ ء يشابـه مثلث م ر ح .

بما أن م ل = ب ح ، إذن المثلثان ب ح ء ، م ل ح متطابقان ، وكذلك المثلثـان ب هـ ء ، م ر ح متطابقان؛ وعليه فإن ح ر = هـ ء . وهذا ما أردنا بيانه .

ونكتفي بهذا القدر من مسألة الحسن (الهازن) وكتاب المناظر.




الفصل الثّاني عشر

قول في المساحة

«قول في المساحة»

قال ابن الهيثم: *«لو كنت بمصر لعملت في نيلها عملًا يحصل به النفع في كل حالة من حالاته من زيادة ونقص، فقد بلغني أنه ينحدر من موضع عالٍ وهو في طرف الاقليم المصري»*.

وقال القفطي: *«خرج الحاكم [أي: «الحاكم صاحب مصر»] للقائه [أي: للقاء ابن الهيثم] والتقيا بقرية على باب القاهرة المعزية تعرف بالخندق. . . وطالبه بما وعد به من أمر النيل. فسار [ابن الهيثم] ومعه جماعة من الصنّاع المتولين للعمارة بأيديهم ليستعين بهم على هندسته التي خطرت له. . . ووصل إلى الموضع المعروف بالجنادل، قبلي مدينة أسوان، وهو موضع مرتفع ينحدر منه ماء النيل، فعاينه وباشره واختبره من جانبيه، فوجد أمره لا يمشي على موافقة مراده، وتحقق الخطأ عما وعد به»*.

إن الكلمات المذكورة أعلاه توحي أن ابن الهيثم كان عالماً بفن المعمار. وبلغتنا الحديثة، فقد كان ابن الهيثم: مهندساً معمارياً، ومهندساً مدنياً، ومهندساً صحياً (ري وصرف)، ومهندساً في المساحة.

يقول ابن الهيثم في نهاية مقالته «في المساحة»: *«فهذه الأعمال هي جميع ما يحتاج إليه المُسّاح في صناعتهم»*: فمقالته *«في المساحة»* تشتمل على القوانين الهندسية الضرورية للمُسّاح، وقد أورد معظمها دون برهان، كما أنه وصف طريقة عمل كثير من الأعمال الهندسية العملية الضرورية للمُسّاح وشفع بعضها بالبرهان.

وبما أننا سنقوم بتحقيق مقالة ابن الهيثم «في المساحة» بكاملها، فنحن نرى أنّ من المناسب أن نقدّم لذلك بعض التعليقات والشروح الموجزة، علّ ذلك يعين القارىء في متابعة كلام ابن الهيثم المُحَقَّق:

يبدأ ابن الهيثم مقالته بذكر قانون حجم المخروط الدائري القائم، ذاكراً أن أقليدس

أورد ذلك[1] في مقالته الثانية عشرة من كتابه «الأصول». وذكرنا آنفاً أن بني موسى قد برهنوا هذا القانون أيضاً. فحجم المخروط الدائري القائم = $\frac{١}{٣}$ حجم الاسطوانة التي تشترك مع المخروط بالقاعدة والارتفاع.

ولكن قاعدة المخروط المذكور «دائرة»، فكيف يجد مساحة الدائرة عملياً؟ إنه يقيس محيط الدائرة ـ بخيط مثلاً ـ ويقسم على $٣\frac{١}{٧}$، فيحصل على قطر القاعدة، *«وإذا حصل قطر القاعدة ومحيطها، فحينئذ تُمسح الدائرة [أي: نجد مساحة الدائرة] بالطريق الذي قدمنا ذكره في مساحة الدائرة»*. إذن: كتب ابن الهيثم مقالة «في مساحة الدائرة»، ولكننا لا نعلم أن ابن الهيثم قد وضع مقالة بهذا الخصوص!؟ وذكرنا ـ في فصل سابق ـ أن أرشميدس وبني موسى قد وضعوا قاعدتين متعادلتين لإيجاد مساحة الدائرة بدلالة قطرها ومحيطها. وكذلك، ذكر بنو موسى ـ لأول مرة في التاريخ ـ القاعدة: «مساحة الدائرة = نق^{٢} ط» في كتابهم: «معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية».

ويلاحظ أنه يستعمل $٣\frac{١}{٧}$ بدلاً من العدد الحقيقي ط، ذلك لأن مقالته «في المساحة» هي مقالة في الهندسة العملية، ونحن الآن نستعمل $٣\frac{١}{٧}$ كعدد قياسي تقريبي عملي بدلاً من العدد غير القياسي ط. وابن الهيثم «سيد العارفين» أن ط غير قياسي (بلغته: غير عددي)، بينما $\frac{٢٢}{٧}$ عدد قياسي (بلغته: عددي «نسبة عدد إلى عدد» كما قال في مقالته «في التحليل والتركيب»)، فقد كانت «مسألة إيجاد عدد قياسي تقريبي كتقدير للعدد غير القياسي ط» مسألة هامة في القدم وفي عصور النهضة الإسلامية والأوروبية والحديثة وحتى يومنا هذا.

أما حجم الكرة، فإنه يقول: إننا نجد مساحة *«أعظم دائرة تقع فيها، ثم نضرب مساحة الدائرة في ثلثي قطر الدائرة الذي هو قطر الكرة»*. أي: حجم الكرة = (نق^{٢} ط) × ($\frac{٢}{٣}$(٢ نق)) = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣} ط، وهذا صواب، لأن التعبير الأخير هو قانون حجم الكرة كما نعرفه الآن.

---

(١) ذكرنا في فصل سابق أن أرشميدس قال: إن يودوكسوس هو أول عالم وضع برهاناً لإيجاد حجم المخروط الدائري القائم، كما ذكرنا في مقدمة هذا الكتاب أن أقليدس جمع القضايا الأساسية التي توصل إليها السابقون في علمي الهندسة والعدد، لذا فنحن نرى أن أقليدس أخذ هذه المعلومة عن يودوكسوس.

ويقـول: «*إن الكـرة هي ثلثـا الاسـطوانة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة وارتفاعها مساو لقطر الكرة. وقد بَيَّن ذلك المهندسون في كتبهم، وكتبهم في ذلك موجودة، وقـد بيّنـاه نحن أيضاً في قول مفرد*». (المهندسون = علماء الهندسة). ويتضح أنه كتب مقالته: «في المساحة» بعد كتابته مقالته: «في مساحة [أي: حجم] الكرة»، ذلك لأنه أشار إلى ذلك في الجملة المذكورة. وقدمنا مقالته «مساحة الكرة» في فصل سابق.

إذن، لإيجاد حجم الكرة عملياً، نحتاج: (١) مساحة أعظم دائرة تقع في الكرة، (٢) قطر الكرة الذي هو قطر أعظم دائرة. والحقيقة أننا نحتاج فقط أن نجد قطر الكرة، لأننا إذا وجدنا القطر، نستطيع أن نرسم على سطحٍ مستوٍ أعظم دائرة، وبالتالي نعرف مساحتها حسب ما ذكر سابقاً.

هنـا، يقـدم ابن الهيثم طريقتـه العملية لإيجاد قطر الكرة، ثم يبرهن صحة هذه الطريقة، ونترك تفاصيل ذلك للتحقيق، لكننا نعطي هنا فكرة مُختصرة كعامل مساعد على فهم ما سيرد لاحقاً:

يفتح الفرجار «البركار» فتحة ما. يأخذ نقطة على سطح الكرة، يسميها «القطب»، ويضـع رجـل الفـرجار على هذا القطب ويرسم دائرة على سطح الكرة، ويرفع الفرجار (الأول) ويحتفظ بفتحته دون تغيير. ثم يستعمل فرجاراً ثانياً لتقدير قطر الدائرة التي رسمها على الكرة. وليكن ا ب قطر هذه الدائرة. ولتكن النقطة ح منتصف ا ب. نرسم عموداً ء ح ه ماراً بالنقطـة ح. نأخذ فتحة الفرجار الأول ـ التي حفظناها مفتوحـة ـ ونضـع رجل الفرجار على ا ونرسم قوساً يقطع العمود ء ح ه على النقطة ء. فتكـون ء قطب الكـرة المذكور. يصل ا ء. يرسم ا ه عموداً على ا ء، خارجاً من ا، ويقطع ء ح ه على النقطة ه. يتضح الآن ـ لكل عارف بالهندسة ـ أن ء ه هو قطر الكرة (أنظر الشكل (٤)).

ثم يذكر طريقـة عملية أخرى لايجـاد القطر، هي: ليكن س = $\frac{1}{2}$ ا ب، وليكن ص = ح ء (تقديرياً). فإن القطر $\frac{س^2}{ص}$ + ص. وهـذا صواب، وهو لا يثبت ذلك. ولكننا نوضح صحة ذلك: نعلم من فيثاغوروس أن: $نق^2 = س^2 + (نق - ص)^2$،

إذن: $س^2 = نق^2 - (نق - ص)^2 = ٢ \, نق \, ص - ص^2$

$$إذن: \frac{س^2}{ص} + ص = \frac{٢ \, نق \, ص - ص^2}{ص} + ص = ٢ \, نق = القطر.$$

بعد الجملة الأخيرة لإيجاد القطر، ذكر جملة أخرى لإيجاد مساحة أعظم دائرة في الكرة وحجم الكرة، إذ قال: « . . . *فما اجتمع فهو قطر الكرة. فإذا ضُرِبَ [القطر] في مثله، ونقص عنه سُبعه ونصف سُبعه، كان الباقي هو أعظم دائرة تقع في الكرة. فإذا ضُرِبَ مساحة هذه الدائرة في ثلثي القطر، كان الذي يجتمع هو مساحة [أي: حجم] الكرة*».
وهذا الكلام صواب، وهو لا يوضح ذلك، ولكننا نحوّل كلامه إلى لغتنا الرياضية الحديثة هكذا: ليكن ق = قطر الدائرة العظمى = قطر الكرة، الذي وجدناه كما تقدم:

إذن : $\text{ق}^2 - \frac{1}{7}\,\text{ق}^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{7}\,\text{ق}^2\right) = (2\,\text{نق})^2\left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{14}\right) = \frac{22}{7}\,\text{نق}^2$
$\approx \text{نق}^2\text{ط}$.

أيضاً : $(\text{نق}^2\,\text{ط}) \times \left(\frac{2}{3}\,\text{ق}\right) = (\text{نق}^2\,\text{ط}) \times \left(\frac{2}{3}\,(2\,\text{نق})\right) = \frac{4}{3}\,\text{نق}^3\,\text{ط} =$
حجم الكرة كما نعرفه الآن .

هنا يقدم ابن الهيثم البرهان الهندسي القديم، وهو برهان هندسي صائب غير مألوف لدينا اليوم، ويستشهد - أثناء البرهان - بنظريات من «كتاب الأكر» لثاوذوسيوس. أما «كتاب الأكر» هذا فهو أحد الكتب الهندسية الإغريقية الهامة التي ترجمها العرب إلى العربية، ولأهميته فقد حرره نصير الدين الطوسي في القرن السابع للهجرة (ق ١٣م) وأضافه إلى مجموعته «المتوسطات» بين أُقليدس والمجسطي. أما «الأكر» فهي جمع «الأُكرة»، والأُكرة هي « الكرة ». وللسجزي (ق : ٤/ ١٠) كتاباً موسوماً : « كتاب مساحة الأُكر بالأُكر » حققناه وَنُشر في مجلة المورد سنة ١٩٨٧ [١٦]، وعنوان كتاب السجزي يعني: حجم أُكر بدلالة حجم أُكر أُخر. وباستطاعة القارىء أن يطلع على «كتاب الأُكر» لثاوذوسيوس في كتاب «مجموع رسائل الطوسي» [٦٥] الذي نشرته دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن سنة ١٩٤٠ .

ثم يقول: «*فهذا الذي شرحناه هو الطريق إلى مساحة [أي: حجم] جميع الأجسام التي تُسْتَعْمَل في صناعة المُسَّاح*».

ثم يصف طريقة عملية لإيجاد «*ارتفاعات الأجسام، إذا كان ارتفاعها مجهولًا، كانت الأجسام أساطين مستديرة، أو أجساماً مستقيمة الأضلاع، أو جدراناً، أو أبنية، أو جبالاً، لا يوصل إلى رؤوسها ولا إلى مساقط أعمدتها. والطريق إلى ذلك: . . .*». ثم يقدم برهاناً

هنـدسياً سليماً لإيجاد قانون لهذا الارتفاع. علماً بأن الناسخ قد أفسد هذا البرهان، فقد التبست عليه الأحرف الهندسية، ذلك بسبب قلة معرفته بالهندسة. ولكننا حررناه من هذه الأخطاء ونقدمه للقارىء ـ في التحقيق ـ صواباً مدققاً خالياً من الأخطاء. ونقدم هنا شرحاً مختصراً لهذا البرهان:

ليكن أ ب حـ الجبـل المـراد إيجـاد ارتفاعه (انظر الشكل (١)). وليكن أ س ص الارتفاع المطلوب إيجاده. يأخذ عموداً بطول كافٍ (خمسة أذرع مثلاً).

يحفر حفرتين في الأرض، ويضع جزءاً من العمود في الأرض مرتين بحيث يكون ء ز = م هـ = وحدة طول (ذراع واحد مثلا).

ح ط = ز هـ = ك ل = د ف = س ص = المسافة بين عين المَسّاح وقدمه.

ء = رأس العمود في المرة الأولى.

م = رأس العمود في المرة الثانية.

ح = عين المَسَّاح في المرة الأولى.

ك = عين المَسَّاح في المرة الثانية.

ط = موقع أسفل قدم المَسَّاح في المرة الأولى بحيث يكون أ ء ح خطاً مستقيماً.

ل = موقع أسفل قدم المَسَّاح في المرة الثانية بحيث يكون أ م ك خطاً مستقيماً.

الشكل (١)

يتضـح أن المثلثين ء ز ح ، أ س ح متشابهان. وكذلك فإن المثلثين م د ك ، أ س ك متشابهان.

$$\frac{\text{أ س}}{\text{س ك}} = \frac{\text{م د}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ء ز}}{\text{د ك}} \quad ، \quad \frac{\text{ح ز}}{\text{ء ز}} = \frac{\text{ح س}}{\text{أ س}}$$

إذن : $\frac{\text{ح ز}}{\text{ء ز}} \times \frac{\text{ء ز}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ح س}}{\text{أ س}} \times \frac{\text{أ س}}{\text{س ك}}$ ، أي : $\frac{\text{ح ز}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ح س}}{\text{س ك}}$

ولكن ح س > س ك ، إذن ح ز = ط هـ > د ك = ل ف؛ وليكن ط ي = ل ف ، إذن : ي هـ = ط هـ − ل ف =

(المسافة الأولى بين قدم المَسّاح والعمود) - (المسافة الثانية بين قدم المَسّاح والعمود) .

الآن : $\frac{\text{ط هـ}}{\text{ط ي}} = \frac{\text{ح ن}}{\text{د ك}} = \frac{\text{ح س}}{\text{س ك}}$ ؛ أي : $\frac{\text{ط هـ}}{\text{ط ي}} = \frac{\text{ح س}}{\text{س ك}}$

إذن بالتبديل : $\frac{\text{س ح}}{\text{ط هـ}} = \frac{\text{س ك}}{\text{ط ي}}$.

وحسب النظرية التاسعة عشرة من المقالة الخامسة في كتاب أصول أُقليدس [٩٢]، فـــإن :

$$\frac{\text{س ح}}{\text{ط هـ}} = \frac{\text{س ك}}{\text{ط ي}} = \frac{\text{س ح} - \text{س ك}}{\text{ط هـ} - \text{ط ي}} = \frac{\text{ح ك}}{\text{ي هـ}} = \frac{\text{ط ل}}{\text{ي هـ}} .$$

الآن : $\frac{\text{س ح}}{\text{ط هـ}} = \frac{\text{ط ل}}{\text{ي هـ}}$ ، إذن : $\text{ط هـ} \times \text{ط ل} = \text{س ح} \times \text{ي هـ}$.

ولكن د ن = ١ ، وكذلك $\frac{\text{ح ن}}{\text{د ن}} = \frac{\text{ح س}}{\text{أ س}}$ ؛

إذن : $\text{أ س} \times \text{ح ن} = \text{ح س} \times \text{د ن} = \text{ح س}$.

الآن : $\text{س ح} = \text{أ س} \times \text{ح ن}$ ، $\text{ط هـ} \times \text{ط ل} = \text{س ح} \times \text{ي هـ}$ ، $\text{ح ن} = \text{ط هـ}$ ،

إذن : $\text{س ح} \times \text{ي هـ} = \text{أ س} \times \text{ح ن} \times \text{ي هـ} = \text{ط هـ} \times \text{ط ل}$ ،

إذن : $\text{أ س} \times \text{ي هـ} = \text{ط ل}$ ، (لأن $\text{ح ن} = \text{ط هـ}$) .

إذن $= \text{أ س} = \frac{\text{ط ل}}{\text{ي هـ}} = \frac{\text{ط ل}}{\text{ط هـ} - \text{ل ف}}$

$= \frac{\text{المسافة بين موقعي وقوف المَسّاح}}{\text{(المسافة الأولى بين قدم المَسّاح والعمود) - (المسافة الثانية بين قدم المَسّاح والعمود)}}$

إذن الارتفاع المطلوب إيجاده هو : أ س + س ص = (ط ل)/(ط هـ ــ ل ف) + ح ط

(نتذكر : ح ط = س ص = ك ل = طول المَسَّاح من عينه إلى قدمه).

وهنا يقول: «*فقد أتينا على شرح كيفيات جميع مساحات المقادير المستعملة في صناعة المُسّاح ببراهينها وعللها. وذلك ما قصدنا بالتنبيه في هذا القول*».

ثم يقول: «*[وَ] لأن المُسْتَعْمَل من جميع ما ذكرناه، في صناعة المساحة، هو العمل فقط، ولأن المُسّاح ليس يستعملون في شيء من المساحات شيئاً من البراهين، فوجب أن يُقتص من جملة ما شرحناه، في هذا القول، الأعمال التي ذكرناها، لتكون مُتيسِّرة مُتَسَهِّلة على من أراد أن يقيس صناعة المساحة وينتفع بها*».

وهنا يعطي العنوان: **«اقتصاص أعمال المساحة المذكورة في هذا القول»**. ويقدم بعد هذا العنوان، معظم الحقائق الهندسية التي ذكرها آنفاً، ولا يُبرهن أي منها. وكذلك يصف بعض الأعمال الهندسية العلمية الضرورية للمُسّاح. دون أن يبرهن أي منها. ونورد هنا الحقائق التي وردت ـ بعد العنوان ـ هنا ولم ترد سابقاً:

يكتب بالكلام **معادلة هيرون** لإيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه، ونحن نكتبها بالرموز الرياضية الحديثة. وهي: إذا كان أ ، ب ، حـ أضلاع المثلث الثلاثة، وكان ع = $\frac{1}{2}$ (أ + ب + حـ) فإن: مساحة المثلث = $\sqrt{\text{ع (ع ــ أ) (ع ــ ب) (ع ــ حـ)}}$،
(ونسميها هنا: **المعادلة الأولى**).

ولنا تعليق بخصوص معادلة هيرون والمعادلات المكافئة لها لإيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه، نحصره داخل معقوفين لنفصله عن مقالة ابن الهيثم «في المساحة»:

[لقد كتبنا بحثاً طويلاً نشرته مجلة معهد المخطوطات العربية سنة ١٩٨٧ [٢٢]، عنوانه: «معادلة هيرون عبر العصور ـ إرجاع الفضل لأهل الفضل» ذكرنا فيه تاريخاً للمعادلة، وحققنا فيه معظم الأعمال العربية بهذا الخصوص، وأوضحنا أن كثيراً من كتب تاريخ الرياضيات العربية والأجنبية قالت: لقد نسب البيروني أحد براهين معادلة هيرون لأرشميدس، واستندوا في ذلك إلى بحوث قام بعملها: هاينرخ سوتر، وكرازنوفا، وكاربوفا،

وَروزنفلد، وأحمد سعيد الدمرداش، وهَارون الربضي (بإشراف أحمد سليم سعيدان). وبيّنا أن البرهان المذكور ليس لأرشميدس، بل هو للبيروني نفسه. كما قلنا إن العلاّمة العظيم البيروني أخذ برهانه عن عالم هندسة عربي مغمور اسمه «أبو عبدالله الشني». كما بيّنا أن بعض علماء العصور الوسطى الأوروبيين قد أخذوا بعض البراهين العربية، أخذاً يكاد يكون حرفياً، ونسبوها لأنفسهم.

وبعد أن اطلع بعض الخبراء الأجانب، العارفين بالعربية وتاريخ الهندسة العربية، على البحث المذكور «معادلة هيرون عبر العصور» أرسلوا لنا رسائل إيجابية، وطلبوا منّا كتابة ذلك البحث ثانية بالإنجليزية، مع ترجمة البراهين العربية إلى الإنجليزية. وقد شرعنا في عمل هذا البحث وسننهيه بعد أن ننتهي من كتابة كتابنا هذا. وسيكون البحث القادم أفضل من البحث السابق المنشور بالعربية، لأنه سيشتمل على معلومات جديدة هامة قيّمة لم ترد في بحثنا السابق.

وثمة معادلة ثانية في إيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه، برهنها الشني والبوزجاني، هي:

$$\text{مساحة المثلث} = \sqrt{\left[\left(\frac{\text{أ}+\text{ب}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{حـ}}{٢}\right)^{٢}\right]\left[\left(\frac{\text{حـ}}{٢}\right)^{٢} - \left(\frac{\text{أ}-\text{ب}}{٢}\right)^{٢}\right]}$$

حيث أ، ب، حـ أضلاع المثلث. ونجد برهان الشني في: «كتاب مساحة كل مثلث مختلف الأضلاع من جهة أضلاعه، للمولى المرحوم محمد بن أحمد الشني»، مخطوطة القاهرة، دارالكتب، ٤١ رياضة م/٢٣، ص: ١٤٨ ب - ١٥٠أ، نسخها مصطفى صدقي سنة ١١٥٣/ ١٧٤٠. أما برهان البوزجاني فنجده في: «*جواب أبي الوفاء محمد بن محمد البوزجاني - عملتها له [كذا] - الفقيه أبو علي الحسن بن حارث الحبوبي - مثال الحاكم أعزه الله - عن البرهان غير الطريق الذي يؤدي إلى مساحة المثلثات في غير استخراج العمود ومسقط الحجر*» مخطوطة الظاهرية ٤٨٧١، ص: ٨٢أ - ٨٢ب. وعلى ما نعلم، فإن هذه المعادلة لم ترد في القدم، لذا فإننا نرى أنها معادلة عربية.

وأيضاً، ثمة معادلة ثالثة في إيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه، برهنها الشني والبوزجاني. وبتحويل الكلام القديم إلى رموز رياضية حديثة، فقد قدمها الشني هكذا:

$$\text{مساحة المثلث} = \sqrt{\frac{\text{أ}^{2}\,\text{ب}^{2} - \left(\frac{\text{أ}^{2} + \text{ب}^{2} - \text{ح}^{2}}{2}\right)^{2}}{4}}$$ ؛

حيث : أ ، ب ، ح أضلاع المثلث، والزاوية ج ـ المقابلة للضلع ح ـ حادة .

ونجد عمل الشني هذا في: «*كتاب مساحة كل مثلث من جهة أضلاعه، استخراج محمد بن أحمد الشني*»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م/٢٤، ص : ١٥١ ب ـ ١٥٢ ب، نسخها مصطفى صدقي سنة ١١٥٣/١٧٤٠ .

وبتحويل الكلام الرياضي القديم إلى رموز رياضية حديثة، فقدم البوزجاني المعادلة المذكورة هكذا:

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2}\sqrt{\text{أ}^{2}\,\text{ب}^{2} - \left(\frac{\text{أ}^{2} + \text{ب}^{2} - \text{ح}^{2}}{2}\right)^{2}}$$ ؛

حيث : أ ، ب ، ح أضلاع المثلث، والزاوية ج ـ المقابلة للضلع ح ـ حادة .

ونجد عمل البوزجاني هذا في نفس المصدر السابق: مخطوطة الظاهرية ٤٨٧١، ص: ٨٢ أ - ٨٢ب.

ونعلم أن هيرون قد حل المسألتين العدديتين الخامسة والسادسة من مقالته الأولى لكتابه : «المتريكا» [٣٠] مستعملاً ما يمكن تحويله من أعداد رقمية إلى كلام رياضي وإلى رموز رياضية تعادل المعادلة التالية :

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2}\,\text{أ}\sqrt{\text{ب}^{2} - \left(\frac{\text{أ}^{2} + \text{ب}^{2} - \text{ح}^{2}}{2\,\text{أ}}\right)^{2}}$$ ؛

حيث : أ ، ب ، ح أضلاع المثلث، والزاوية ج ـ المقابلة للضلع ح ـ حادة .

والمعادلة الأخيرة هذه عبارة عن تحوير طفيف لمعادلتي الشني والبوزجاني النظيرتين، ونحن نرى أن المعادلات الثلاث الأخيرة تمثل معادلة واحدة نسميها «**المعادلة الثالثة**» لإيجاد مساحة المثلث بدلالة أضلاعه.

ويطبيعة الحال، فإن بالإمكان تحويل أي من المعادلات الثلاث (الأولى والثانية والثالثة) إلى الأخرى، ذلك باستعمال معلوماتنا الجبرية الحديثة. والواضح أن المعادلات الثلاث معادلات عملية.

ونذكر أننا حققنا ودرسنا عمل الشني للمعادلات الثلاث (الأولى والثانية والثالثة) في بحث قدمناه في المؤتمر السنوي الثالث عشر حول تاريخ العلوم العربية، معهد التراث العلمي العربي، جامعة حلب ١٩٨٩، وسينشر قريباً إن شاء الله.

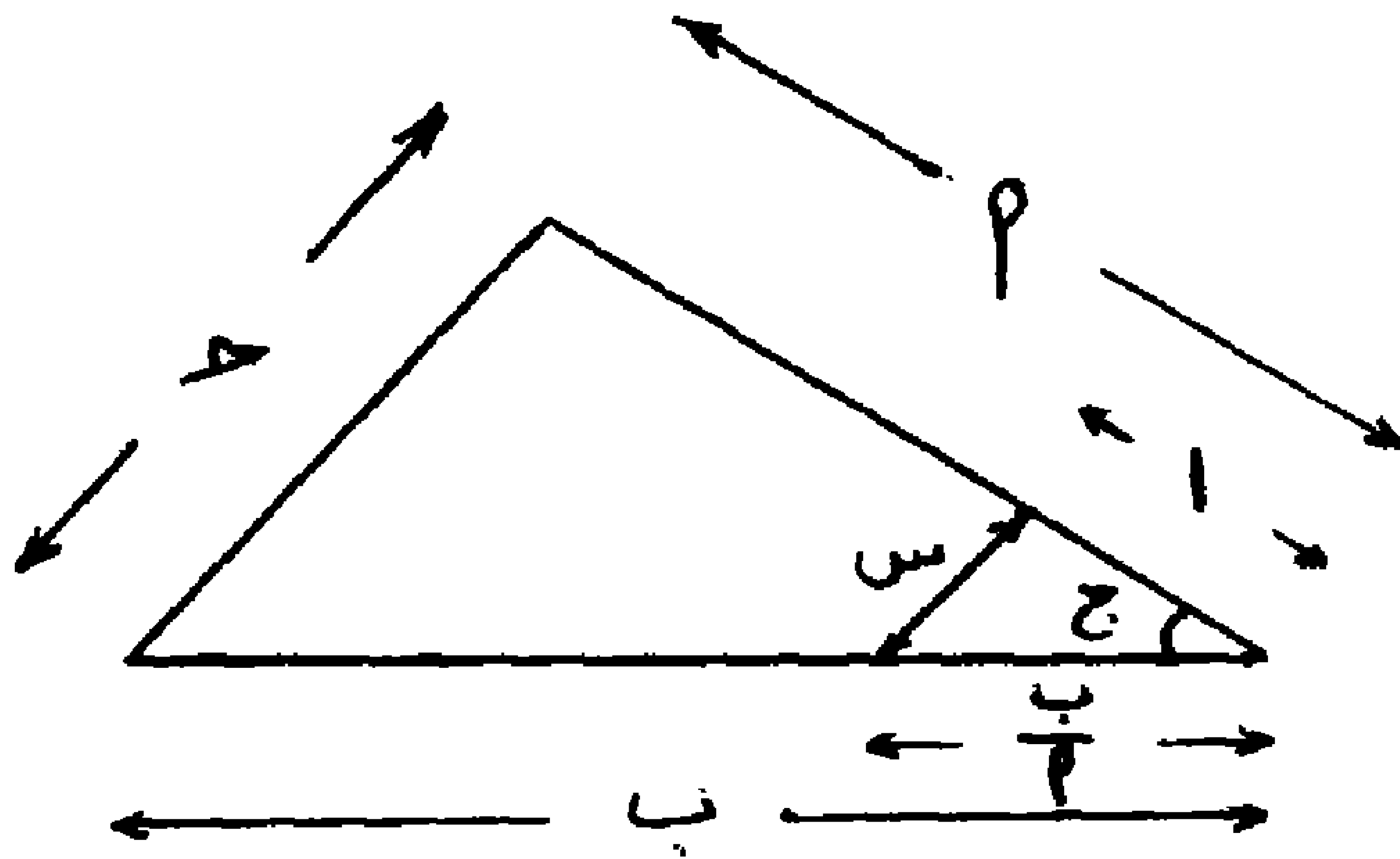
أما عمل البوزجاني، بالنسبة للمعادلتين الثانية والثالثة، فقد كَتَبَ محتواه بالإنجليزية، دون تحقيق ودون ترجمة، السيدان: إدوارد كينيدي (E.S. Kennedy) ومصطفى مَوَلَدي ونشراه في مجلة تاريخ العلوم العربية ([٢٨]: م ٣: ١٩ - ٣٠) سنة ١٩٧٩.

ولقد ذكر كينيدي وَمَوَلدي ([٢٨]: م ٣: ١٩) أن البوزجاني عاش: ٩٤٠ - ٩٩٨ (حوالي: ٣٣٠ - ٣٩٠هـ). وَقَدَّرنا في دراستنا المذكورة أن الشني عاش: ٣٤٥ - ٤١٠ هـ، ورجحنا أنه قد وضع برهانه للمعادلة الثانية بناء على طلب تم في مجلس الملك البويهي عضد الدولة. لذا نرجح أن الشني قد برهن المعادلة الثانية قبل البوزجاني، ولكننا لا نستطيع أن نجزم في هذا الأمر، علماً بأن برهانيهما للمعادلة الثانية مختلفان اختلافاً تاماً. أما برهانيهما للمعادلة الثالثة فمتشابهان ويشبهان خطوات هيرون في حل المسألتين العدديتين الخامسة والسادسة المذكورتين، لذا فإننا نرجح أن المعادلة الثالثة معادلة قديمة ليست عربية الأصل].

ونعود الآن إلى مقالة ابن الهيثم: «في المساحة» لنكمل الحقائق الهندسية الواردة في الجزء الأخير منها ولم ترد قبل العنوان: «اقتصاص أعمال المساحة المذكورة في هذا القول»:

يوضح أن السطوح المستقيمة الخطوط «*ترجع إلى مساحة المثلثات*»، لذا فإن معادلة هيرون المذكورة تكون هنا ذات فائدة، وكذلك فإن استخراج وتر الزاوية يكون أمراً هاماً.

وما يقصده بوتر الزاوية ج هو الضلع ح المقابل للزاوية ج. ولتكن أضلاع المثلث هي ٢، ٢، ح. الضلعان ٢، ٢ المحيطان بالزاوية ج معلومان. فكيف نجد طول الضلع الثالث ح المقابل للزاوية ج (ح = وتر الزاوية ج)؟ أنظر الشكل (٢)



الشكل (٢)

يفصل من الضلع ﺃ وحدة طول (ذراع واحد مثلاً). ويفصل من الضلع ﺏ حاصل قسمة ﺏ على ﺃ. ويصل بين نقطتي الفصل كما في الشكل (٢). ويقيس «بقدر» المسافة بين نقطتي الفصل، ولتكن ﺱ. فإن: ﺣ = ﺃ ﺱ. وهذا صواب، ونوضح صحة ذلك بمعلوماتنا الرياضية الحديثة هكذا:

$$ﺱ = \sqrt{١^{٢} + \left(\frac{ﺏ}{ﺃ}\right)^{٢} - ٢ \times ١ \times \frac{ﺏ}{ﺃ} \text{ جتاج}}$$

إذن: $ﺃ ﺱ = \sqrt{ﺃ^{٢} + ﺏ^{٢} - ٢ ﺃ ﺏ \text{ جتاج}} = ﺣ$، حسب معلوماتنا الرياضية الحديثة.

مساحة قطاع الدائرة = ضلعه × نصف قوسه. (صواب).

= نق × $\frac{١}{٢}$ (نق × ﺣ)، حيث ﺣ الزاوية المركزية بالقياس الدائري (by radian measure in real numbers)

= $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} ﺣ. وهذه هي القاعدة المتداولة حالياً.

مساحة قطعة الدائرة: نكمل القطاع الذي يحتوي على القطعة المطلوب إيجاد مساحتها ثم نجد مساحة القطاع ومساحة مثلث القطاع بالطرق العلمية المذكورة آنفاً، ونحصل على الفرق بينهما.

إذن: (مساحة القطعة) = (مساحة القطاع) – (مساحة مثلث القطاع).

استخراج نسبة القوس إلى محيط الدائرة:

عندنا القوس ﺃ ﺏ ﺣ في الدائرة ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ، انظر الشكل (٣).

ويريد طريقة عملية لإيجاد نسبة القوس ﺃ ﺏ ﺣ إلى الدائرة ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ.

يوتر القوس: أي، يرسم الوتر ﺃ ﺣ الذي هو وتر القوس ﺃ ﺏ ﺣ.

الشكل (٣)

يُنصف الوتر على هـ . يرسم العمود هـ ب .

يصل أ ب ويمده على استقامته من الجهتين.

يرسم أ ء عموداً على أ ب . وليكن م مركز الدائرة أ ب حـ ء .

يجعل أ مركزاً ويرسم دائرة نصف قطرها يساوي الوتر أ حـ أو أي مقدار أصغر من أ حـ .

ويقول : إن نسبة القوس أ ب حـ إلى محيط الدائرة أ ب حـ ء يساوي نسبة القوس س ش إلى ربع الدائرة س ص . وهذا صواب، ونوضح نحن صحة هذا الأمر :

يلاحظ أن الزاوية المحيطية ب أ حـ تساوي نصف الزاوية المركزية ب م حـ التي تشترك معها بالقوس ب حـ . إذن الزاوية المحيطية ب أ حـ تساوي ربع الزاوية المركزية أ م حـ التي قوسها القوس الأصلي أ ب حـ . أو : زاوية أ م حـ = ٤ × زاوية ب أ حـ .
أي : ل = ٤ ح ، حيث ل = زاوية أ م حـ ، ح = زاوية ب أ حـ بالقياس الدائري .

ونعلم أنه: إذا كانت ك زاوية مركزية بالتقدير (بالقياس) الدائري (أي: بالأعداد الحقيقية وليس بالدرجات)، فإن: قوس الدائرة = نق × ك .

الآن: $\frac{\text{قوس (س ش)}}{\text{ربع الدائرة (س ص)}} = \frac{\text{أس} \times \text{ح}}{\text{أس} \times \frac{\text{ط}}{٢}} = \frac{٢\,\text{ح}}{\text{ط}}$

وكذلك: $$\frac{\text{قوس (أ ب جـ)}}{\text{محيط الدائرة (أ ب جـ د)}} = \frac{\text{أم} \times \text{ل}}{٢ \times \text{أم} \times \text{ط}} = \frac{\text{ل}}{٢\ \text{ط}}$$

$$= \frac{٤\ \text{ع}}{٢\ \text{ط}} = \frac{٢\ \text{ع}}{\text{ط}} = \frac{\text{قوس (س ش)}}{\text{ربع الدائرة (س ص)}}$$

ويذكر بعد هذا حقائق هندسية معروفة، ذكر بعضها سابقاً. ومما يذكر: حجم المخروط = القاعدة × ثلث الارتفاع، مهما كان نوع القاعدة، سواء كانت دائرة أو مثلث، أو شكل مستقيم الخطوط وفي هذه الحالة يُقسم الشكل إلى مثلثات.

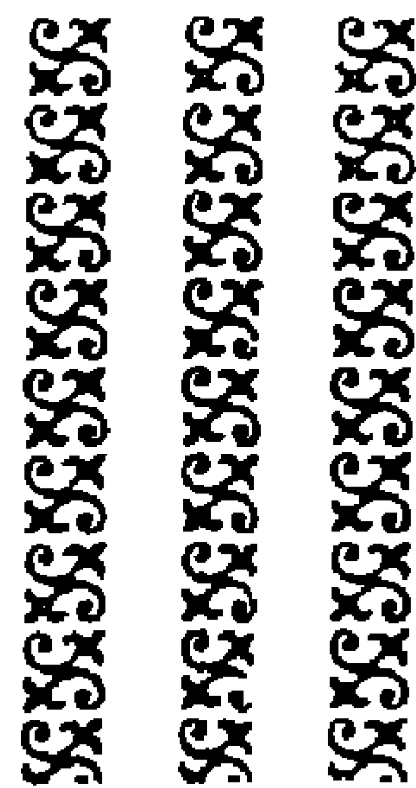
حجم الإسطوانة المستديرة = القاعدة × الارتفاع، إذا كانت اسطوانة قائمة. «*وإن كانت مائلة، فاستخراج ارتفاعها يتبيّن من بعد*».

ثم يتكلم عن حجم المخروط الدائري القائم، وحجم الكرة، ومساحة أعظم دائرة، وقطر الكرة. ونكرر القول: إنه لا يذكر الكلمة «حجم»، بل يقول: «مساحة الكرة، ومساحة المخروط، ومساحة الإسطوانة» وهو يقصد: «حجم الكرة، وحجم المخروط، وحجم الإسطوانة».

وعندنا ملاحظة نقولها للقارىء: من أراد أن يتعرف على محتويات مقالة ابن الهيثم: «في المساحة» فقد ذكرناه، وبإمكانه أن يتوقف هنا ولا داعي لقراءة المقالة المحققة. أما الذي يريد أن يقرأ كلام ابن الهيثم ويتعرف على اسلوبه واسترساله في الشرح ويتمتع بالكلام القديم. فليقرأ المقالة المحققة التي نقدمها هنا.

وليس بحوزتنا أية مخطوطة من مخطوطات مقالة ابن الهيثم: «في المساحة»، ولكن بحوزتنا نسخة من «مجموعة رسائل ابن الهيثم، جمعية دائرة المعارف العثمانية، المقالة السابعة (في المساحة)، حيدر آباد الدكن، الطبعة الأولى، سنة ١٣٥٧هـ» [٥٤]. ونؤكد للقارىء أن هذه الطبعة، لهذه المقالة، لم تكن محققة أو مدققة، وتتبدى فيها أخطاء الناسخ الهندسية واللغوية الأصلية وأخطاء الطباعة. وقد واجهنا صعوبة في تحرير هذه الطبعة من أخطائها، وذلك لعدم وجود مخطوطة أخرى مساعدة. ومع ذلك فإننا مقتنعون أننا حررناها من أخطاء الناسخ والطابع. وسوف نورد ـ في أثناء التحقيق ـ أصل الطبعة الخاطىء في الحاشية، فعند

قولنا : « في الأصل » فإننا نعني : الأصل كما ورد في طبعة جمعية دائرة المعارف العثمـانية بحيدر آباد الدكن. أما الرسومات المطبوعة، فهي خاطئة جملةً وتفصيلاً، ونرسمها صواباً دون أن نرسم الأصل الخاطىء في الحاشية. ونكتب [ح : ٣] بمعنى : بداية الصفحة الثالثة من المقالة كما وردت في كتاب حيدر آباد الدكن [٥٤]. ونقدم الآن مقالة ابن الهيثم : «في المساحة» بلفظه :



[ح : ٢] «بسم الله الرحمن الرحيم»

قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في المساحة

إن كان المخروط قائماً على قاعدته، أو كان مائلاً، فإنه قد تبيّن في المقالة الثانية عشرة[١] من كتاب أُقليدس أن : كل مخروط مستدير، قاعدته دائرة، فإنه ثلث الإسطوانة التي قاعدتها قاعدته وارتفاعها ارتفاعه.

فأما كيف تُمْسَح قواعد الأساطين[٢] والمخروطات المستديرة، فإنه يكون بأن يُقَدَّر محيط قاعدتها، فما يحصل من مقدار المحيط قُسِمَ على ثلاثة وسُبع[٣]، فما خرج من القسمة فهو قطر القاعدة. وإذا حصل قطر القاعدة ومحيطها، فحينئذ تُمْسَح الدائرة بالطريق الذي قدمنا ذكره في مساحة الدائرة[٤].

فأما كيف تُسْتَخْرج ارتفاعات الأساطين المائلة والمخروطات المائلة، فإنا نُبيِّنه من بعد.

فأما الكرة، فإن الطريق إلى مساحتها، هو أن نَمْسَح أعظم دائرة تقع فيها، ثم نضرب مساحة الدائرة في ثلثي قطر الدائرة، الذي هو قطر الكرة، فما يحصل من ذلك فهو مساحة الكرة. وذلك أن الكرة هي ثلثا الإسطوانة التي قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة، وارتفاعها مساوٍ لقطر الكرة. وقد بيّن ذلك المهندسون في كتبهم، وكتبهم في ذلك موجودة، وقد بيّناه نحن أيضاً في قول مفرد[٥].

[ح : ٣] فأما كيف تُسْتَخرج أعظم دائرة تقع في الكرة، فإنه يكون كما نَصِف :

نفتح البركار بأي مقدار كان. ثم نَجعل إحدى رجليه على نقطة من الكرة. ثم نَرسم بالرجل الأخرى دائرة في سطح الكرة. ثم نَرفع البركار، ويبقى على وضعه.

وَتُعَلَّم نقطتان على محيط الدائرة التي في الكرة. فتنقسم الدائرة بقوسين. [ثم]

---

(١) في الأصل : الثانية عشر.

(٢) «كيف تُمْسَح قواعد الأساطين» = كيف نجد مساحة قواعد الإسطوانات.

(٣) في الأصل : ثلثة وسبعة.

(٤) هل كتب ابن الهيثم مقالة في «مساحة الدائرة»؟ نحن لسنا على علم بذلك.

(٥) يشير ابن الهيثم إلى مقالته «مساحة الكرة» = حجم الكرة.

تُقْسَم[٦] كل واحدة من هاتين القوسين بنصفين، ببركار آخر، تُقَدَّر به إحدى القوسين، وَيُزاد في فتح البركار وَيُنقص إلى أن تُقَدَّر القوس في مرتين، فتنقسم القوس بنصفين، وتُعَلَّم على وسطها نقطة. فإذا تحصلت هاتان النقطتان، فهما يقسمان محيط الدائرة بنصفين، فالخط[٧] المتوهم الذي يصل بين هاتين النقطتين، هو قطر الدائرة.

فنفتح البركار الثاني، و نجعل إحدى رجليه على إحدى النقطتين اللتين تقسمان محيط الدائرة بنصفين. ونفتح البركار إلى أن تحصل رجله الأخرى على النقطة الأخرى من النقطتين. فإذا حصلت رجلا البركار على النقطتين المتقابلتين، كانت فتحة البركار مساوية لقطر الدائرة المرسومة في سطح الكرة.

فحينئذ نُثَبِّت رجلي هذا البركار في سطح مستوٍ، حتى يؤثر رجلاه في السطح. ثم نجعل على النقطتين مسطرة، ونوصل بين النقطتين بخط مستقيم، ونُخرج من وسطه عموداً قائماً، على زاوية قائمة.

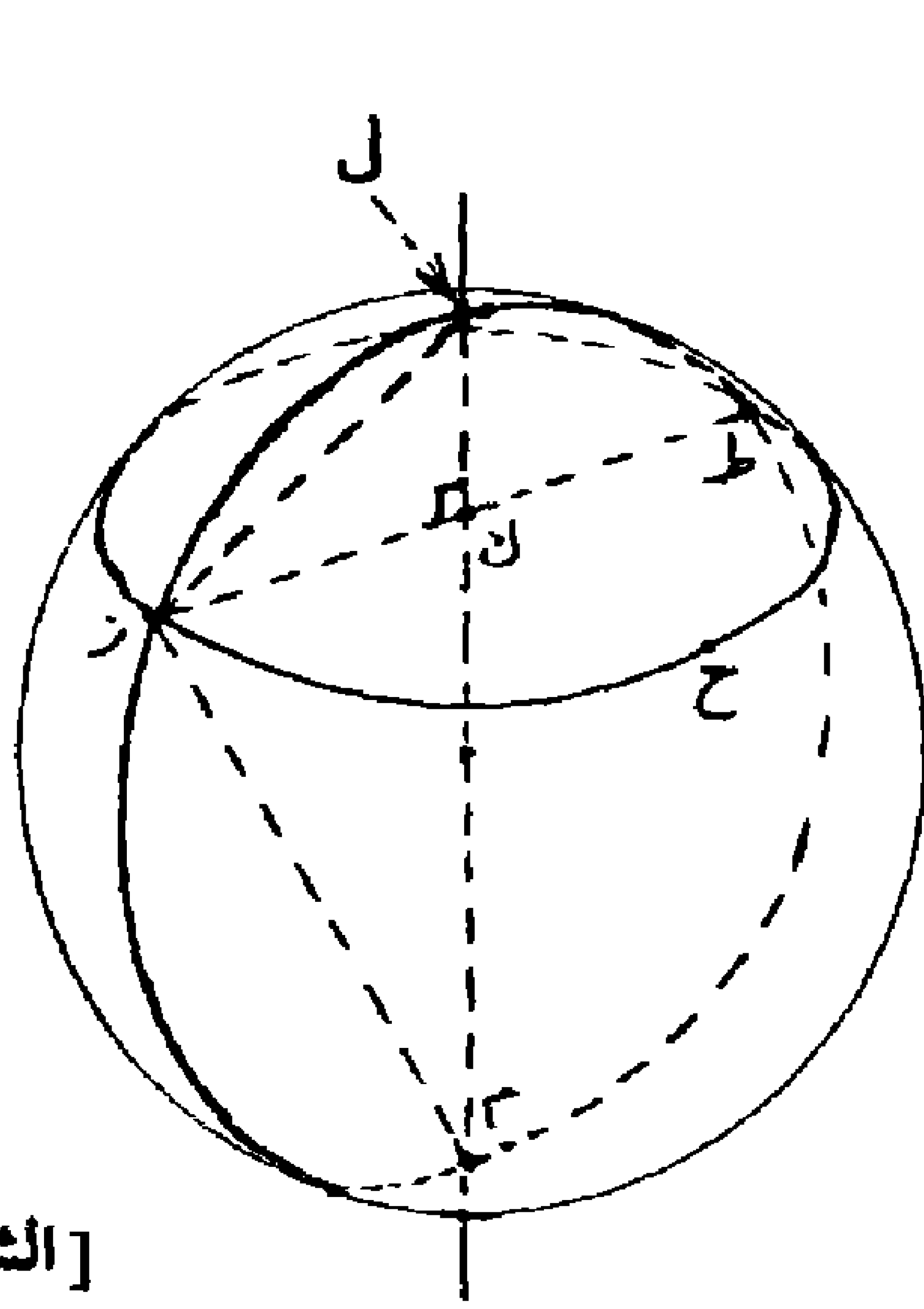
ثم نأخذ البركار الأول، فنجعل إحدى رجليه على طرف الخط المقسوم، ونحرك الرجل الأخرى إلى أن تلقى العمود القائم، وهي لا بد أن تلقى العمود، لأن فتحة البركار الأولى هي أعظم من نصف قطر الدائرة التي رسمها[٨] في الكرة، لأن موضع الرجل الثانية من البركار الأول هو قطب الدائرة التي رسمها[٩] في الكرة. وكل خط يخرج من قطب دائرة في الكرة إلى محيطها، فهو أعظم من نصف قطر الدائرة، وذلك يتبيّن من كتاب الأكر لثاوذوسيوس.

فإذا لَقِيتَ رجل البركار العمود القائم على الخط، تُعَلِّم على موضع لقائها نقطة، ويوصل بين هذه النقطة وبين طرف الخط ـ الذي عليه كان رجل البركار ـ بخط مستقيم.

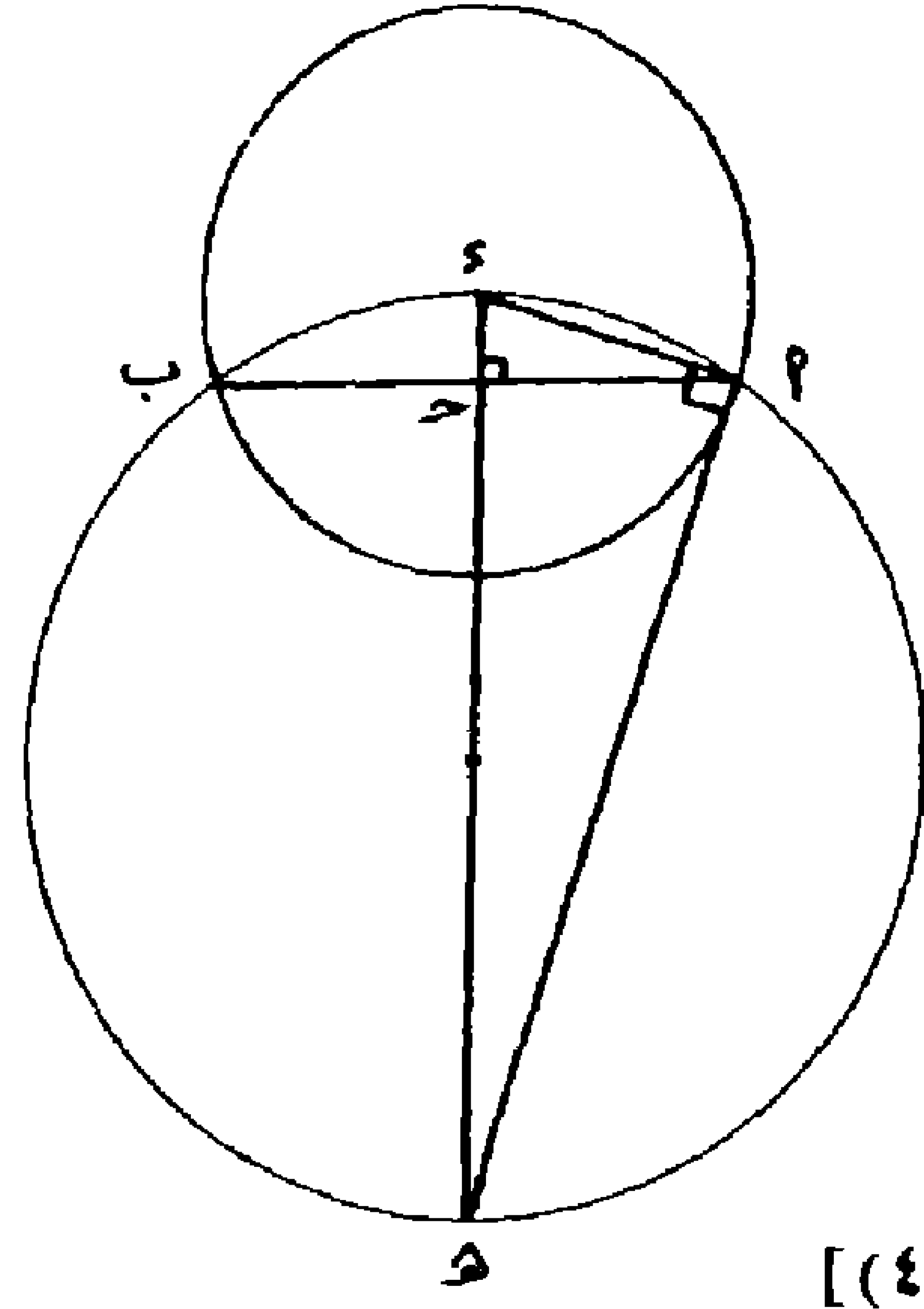
ثم أخرج العمود في الجهة الأخرى، وأُقيم على طرف الخط الخارج من طرف الخط المقسوم إلى العمود خطاً على زاوية قائمة، وأُخرج على استقامة حتى يلقى العمود. فالخط

(٦) في الأصل: فينقسم.
(٧) في الأصل: فألخط.

(٨) يقصد: رسمها البركار الأول
(٩) يقصد: رسمها البركار الأول.



[الشكل (٥)]



[الشكل (٤)]

الذي ينفصل من العمود بين هذا الخط والخط [ح: ٤] الأول هو قطر الدائرة [العظمى](١٠).

وإن شئنا، قَدَّرنا نصف الخط، الذي هو مساوٍ لقطر الدائرة المرسومة في الكرة، وقَدَّرنا ما ينفصل من العمود، ثم نَضرب ما خرج من تقدير نصف الخط في مثله. فما خرج قَسَمْناه على مقدار ما انفصل من العمود. فما حَصَلَ أضَفْنا إليه العمود، فما اجتمع فهو قطر الكرة. فإذا ضُرِبَ [قطر الكرة] في مثله، ونقص عنه سُبعه(١١) ونصف سُبعه(١٢)، كان الباقي هو [مساحة] أعظم دائرة تقع في الكرة، فإذا ضُرب مساحة هذه الدائرة في ثلثي القطر، كان الذي يجتمع هو مساحة الكرة.

والبرهان على ذلك: هو أن نجعل الخط المساوي لقطر الدائرة المرسومة في الكرة خط ا ب، ونقسمه بنصفين على نقط حـ. ونخرج من نقطة حـ خط حـ ء [عموداً] على خط ا ب، ولتكن نقطة ء هي التي تفصلها رجل البركار الأول. ونصل ا ء. ونقيم على ا ء خطاً على زاوية قائمة، وليكن ا هـ. ونخرج ء حـ على استقامة حتى يلقى ا هـ، فلا بد

(١٠) ثمة احتمال التباس إذا تركنا التعبير «هو قطر الدائرة» دون تغيير أو إضافة، تفادياً لِلَّبس، إما أن نقول: «هو قطر الكرة»، أو نقول: «هو قطر الدائرة العظمى».

(١١) «سُبعه» تعني: سبع «قطر الكرة في مثله»، أي: سبع مربع قطر الكرة.

(١٢) «سُبعه» = سبع مربع قطر الكرة.

أن يلقاه، لأن زاوية ء أ هـ [١٣] قائمة، فيلتقيان على نقطة هـ . فأقول: إن ء هـ مساوٍ لقطر الكرة. [أنظر الشكل ٤] .

برهـــان ذلك : إنا نتوهم الدائرة المرسومـــة في الكرة دائرة ن ح ط . وليكن قطرها المقدر بالبركار خط ن ط . وليكن قطبها ل . ونقسم خط ن ط بنصفين على نقطـة ك . فتكون نقطة ك [١٤] مركز الدائرة، ونصل ل ك [١٥]، فيكون ل ك [١٦] عمـــوداً على سطـح الدائرة، لأن كل خط يخرج من نقطة ل إلى محيط الدائرة فهو مساوٍ لخـــط ل ن . [أنظر الشكل (٥)].

وكل خط يخرج من نقطة ك إلى محيط الدائرة فهو مساوٍ لخط ك ن ، لأن نقطة ك مركز الدائرة. فكل خطين يخرجان من نقطتي ل ، ك [١٧] إلى نقطة من محيط الدائرة، فهما مساويان لخطي ل ن ، ن ك

وخط ل ك [١٨] مشترك لجميع المثلثات التي تحدث، فتكون مساوية لمثلث ل ك ن ، وتكون زواياها التي عند نقطة ك مساوية لزاوية ل ك ن [١٩] القائمة.

فخط ل ك [٢٠] يحيط مع كل خط يخرج من نقطة ك إلى محيط الدائرة، بزاوية قائمة. فخط ل ك [٢١] عمود على سطح الدائرة. وكل خط يخرج من مركز [ح : ٥] الدائرة ويكون عموداً على سطحها فهو يمر بمركز الكرة، وقد تبيّن ذلك في كتاب ثاوذوسيوس في الأكر.

فنتوهم خط ل ك [٢٢] خارجاً على استقامة إلى أن ينتهي إلى سطح الكرة، فيلقى سطح الكرة على نقطة م ، فيكون خط ل م قطر الكرة.

ونصل ن م ، فيحدث مثلث ل ن م.فنتوهم سطح ل ن م [٢٣] قاطعاً للكرة، فهو يُحدِث في سطحها دائرة مركزها مركز الكرة، وقد تبيّن ذلك في كتاب ثاوذوسيوس في الأكر. فلتكن الدائرة دائرة ن ل ط [م]. فهذه الدائرة هي في سطح الكرة، ومركزها مركز الكرة.

(١٣) في الأصل: حـ أ هـ . (١٤) في الأصل: ل ك .

(١٥) في الأصل: لك (ليس غريباً أن تلتصق الحروف الهندسية في المخطوطات، أما أن تلتصق أحياناً، وأن لا تلتصق أحياناً أخرى في كتاب مطبوع، فهذا أمر غريب، وهذا يعود لعدم تدقيق الطبعة).

(١٦) في الأصل : لك .

(١٧) في الأصل : ل ك . (١٨) في الأصل: لك.

(١٩) في الأصل: لكز. (٢٠) في الأصل: لك. (٢١) في الأصل: لك.

(٢٢) في الأصل: لك. (٢٣) في الأصل: لزم.

وإذا كان مركزها مركز الكرة، وهي أعظم دائرة تقع في الكرة؛ فمركزها[٢٤] على خط ل م

واذا كان مركز دائرة ز ل ط م[٢٥] على خط ل م ؛ فخط ل م قطر الدائرة، وقوس ل ز م نصف دائرة. فزاوية ل ز م قائمة. فمثلث ز ل م شبيه بمثلث ز ل ك[٢٦]. فنسبة م ل إلى ز ل[٢٧] كنسبة ز ل إلى ل ك[٢٨]. فضرب م ل في ل ك مساوٍ[٢٩] لمربع ل ز.

وأيضاً: فإن زاوية ه أ ء[٣٠] قائمة، وزاوية أ ح ء قائمة؛ فمثلث أ ء ه شبيه بمثلث أ ء ح؛ فضرب ء ه في ء ح مساوٍ لمربع أ ء[٣١].

وَ أ ء مثل ز ل، وَ أ ح مثل ز ك، ومربع أ ء مثل مربعي أ ح، ح ء، ومربع ز ل مثل مربعي ز ك، ك ل؛ فمربع ح ء مثل مربع ك ل؛ فَـ ح ء[٣٢] مثل ك ل[٣٣].

ولأن ضرب ه ء في ء ح مساوٍ[٣٤] لمربع أ ء، وَ أ ء مثل ز ل[٣٥]؛ فيكون ضرب ه ء في ء ح مساوياً لمربع ز ل. وضرب م ل في ل ك[٣٦] مساوٍ لمربع ز ل؛ فضرب ه ء في ء ح مساوٍ لضرب م ل في ل ك. وَ ء ح مثل ل ك، فخط ء ه مثل خط ل م[٣٧]. وَل م[٣٨] قطر الكرة؛ فخط ء ه مساوٍ لقطر الكرة. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ولأن زاوية ء أ ه قائمة، وَ أ ح عمود على ء ه؛ فيكون ضرب ه ح في ح ء مساوياً لمربع أ ح. فإذا قسم مربع أ ح على خط [ح: ٦] ح ء، كان الذي يخرج من القسمة هو خط ح ه[٣٩]. فإذا أضيف إليه خط ح ء، كان الجميع خط ء ه الذي هو مساوٍ لقطر الكرة.

فهذا الذي شرحناه، هو الطريق إلى مساحة جميع الأجسام التي تُستعمل في صناعة المُسّاح.

---

(٢٤) في الأصل: ومركزها. (٢٥) في الأصل: ز ل ه م. (٢٦) في الأصل: ز ل م.
(٢٧) في الأصل: لز. (٢٨) في الأصل: لك. (٢٩) في الأصل: مساوي.
(٣٠) في الأصل: أ ء. (٣١) في الأصل: أ ح.
(٣٢) في الأصل: فجد. (٣٣) في الأصل: كل. (٣٤) في الأصل: مساويان.
(٣٥) في الأصل: ز ك. (٣٦) في الأصل: ل م. (٣٧) في الأصل: لم.
(٣٨) في الأصل: لم. (٣٩) في الأصل: ح ء.

وقد بقي أن نبيّن كيف تُستخرج ارتفاعات الأجسام، إذا كان ارتفاعها مجهولاً، كانت الأجسام أساطين مستديرة، أو أجساماً مستقيمة الأضلاع، أو جدراناً، أو أبنية، أو جبالاً لا يوصل إلى رؤوسها ولا إلى مساقط أعمدتها.

والطريق إلى ذلك هو أن نعتمد(٤٠) عوداً(٤١) مستقيماً طوله ليس بأقل من خمسة أذرع. ثم نُقَدِّر من طرفه ذراعاً واحداً بذراع التقدير، ثم نُعَلِّم بنهاية(٤٢) الذراع علامة في العود بَيِّنَة [باقية] دائرة حول العود.

ثم يؤخذ خيط في طرفه شاقول ثقيل. فيلزم المعتبر موضعاً من الخيط، ويقف قائماً، ويُلْصِق الخيط بإحدى عينيه، وَيُرْسِل الشاقول، ويزيد في الخيط وينقص، إلى أن يصير نهاية الشاقول على سطح الأرض. فحينئذٍ يُعَلِّم على الموضع من الخيط الملاصق بعينه علامة.

ثم يُلصق هذا الخيط بالعود المستقيم، ويجعل العلامة التي في الخيط على العلامة التي في العود التي هي نهاية الذراع المُقَدَّر من العود. ثم يمد الخيط الذي يلي الشاقول ويلصقه بالعود، ويلزم الشاقول باليد الأخرى، ويمد الخيط في العود، ثم يُعَلِّم على الموضع من العود الذي ينتهي إليه نهاية الشاقول علامة بَيِّنَة باقية دائرة حول العود. فتبقى من العود بقية، لأن قامة الإنسان مع الذراع مجموعين أقل من خمسة أذرع.

فإذا أراد المعتبر أن يستخرج ارتفاع جسم من الأجسام أو عمود من الجبال، فليقف على وجه الأرض في قبالة الجسم الذي يريد استخراج ارتفاعه. ثم يغرز العود في الأرض، ويجعل الذراع المُقدر مما يلي أعلى العود. ويغرز العود في الأرض إلى أن يغيب منه البقية التي بقيت منه بعد التقدير. ويُعَدِّل العود إلى أن يقوم على سطح الأرض، قياماً معتدلاً لا ميل فيه.

فإذا انتصب العود واعتدل، تأخر المُعتبر إلى ورائه، ونظر إلى الجسم الذي يريد ارتفاعه، وَيُعَيِّن على موضع مخصوص منه، [ح: ٧] فإن كان مخروطاً فنقطة رأسه، وإن كان

(٤٠) في الأصل: نتخلف [استعمل الكلمة «نعتمد» في مناسبات مماثلة].
(٤١) في الأصل: عموداً (لا بأس بكلمة «عموداً»، ولكنه يستعمل في بقية كلامه الكلمة «عوداً»، لذا لزم التغيير).
(٤٢) في الأصل: على نهاية.

جداراً أو إسطوانة أو جبلاً فعلى موضع مخصوص منه. ثم يتقدم ويتأخر، ويميل يمنة ويسرة، وينظر في تضاعيف هذه الحال إلى رأس العود[٤٣] وإلى الموضع الذي عَيّنَ عليه، إلى أن يراهما معاً. فإذا رآهما معاً، واذا سَتَر إحدى عينيه، فلا بد أن يرى الجسم الذي يريد ارتفاعه لأنه من وراء العود وعلى سمت العود.

فإذا رأى الجسم المرتفع، وهو محدق إلى رأس العود، مال يمنة ويسرة، ويتقدم ويتأخر، وعدل قامته نهاية التعديل إلى أن يرى الموضع الذي عين عليه من الجسم مع رأس العود الذي هو محدق إليه، ولا يرى مع رأس العود مسامتاً لرأس العود غير ذلك الموضع، وتكون رؤيته لهما بإحدى عينيه، فحينئذٍ يثبت رجله التي تلي العين التي نظر بها، ثم يجلس ويضع إصبعه على الموضع من سطح الأرض الذي تحت وسط قدمه التي تلي العين التي نظر بها. ثم يزيل رجله عن الموضع، وَيُعَلِّم على هذا الموضع علامة بَيِّنة باقية، إما بعود صغير يغرزه في الموضع، وإما بحفر صغير يحفره فيه. [انظر الشكل (١)].

فإذا فعل ذلك، خَطَّ حينئذٍ على سطح الأرض خطاً مستقيماً من موضع العلامة إلى أصل العود[٤٤] القائم. ثم يُقدر هذا الخط بذراع التقدير، ويكون الذراع مقسوماً بأجزاء، بأصغر ما يمكن من الأجزاء، ثم يحفظ مقدار الخط ويثبته.

ثم يَقْلَع العود من موضعه، ويخرج الخط المستقيم الذي خَطَّ في الأرض على استقامة إلى جهة الجسم الذي يطلب ارتفاعه، ثم يُعَلِّم على موضع من هذا الخط المستقيم علامة، ثم يقيم العود على هذه العلامة ويغرزه في الأرض إلى أن يغيب منه مقدار البقية التي في أسفله، وَيُعَدِّل قيامه إلى أن ينتصب ويقوم قياماً معتدلاً، ثم يتأخر، ويجعل قدمه على الخط المستقيم المخطوط في سطح الأرض، وينظر إلى الموضع الذي عين عليه من الجسم المرتفع. ويتقدم ويتأخر، وَيَتيامَن وَيَتياسَر بالعين التي كان سَتَرها في الدفعة الأولى، وينظر بالعين التي نظر بها أولاً، ويحدق إلى رأس العود إلى أن يرى رأس العود والموضع الذي عيّن عليه من الجسم المرتفع معاً، فإذا رآهما معاً، أثبت قدمه التي تلي العين التي نظر بها، وجلس، وَيُعَلِّم على موضع وسط قدمه من سطح الأرض علامة بَيِّنة ثابتة. ثم قَدَّر الخط الذي بين هذه العلامة وبين موضع العود [ح: ٨] بذراع التقدير، وحفظ المقدار وأثبته.

---

(٤٣) في الأصل: العمود.

(٤٤) في الأصل: العمود.

فإذا تحصل له المقداران المذكوران، قَدَّرَ أيضاً ما بين موضع قدمه في الاعتبار الأول وبين موضع قدمه في الاعتبار الثاني، وحفظ هذا المقدار أيضاً وأثبته. ثم ينقص المقدار الثاني من المقدار الأول، وليس يكون الثاني إلاّ أقَلّ من الأول، وسنبين ذلك من بعد.

فإذا انتقص الثاني من الأول، بقيت من الأول بقيّة، فيحفظ هذه البقية. ثم يَقسِم المقدار الذي بين موضعي قدميه على هذه البقيّة. فما خرج من القسمة أضاف إليه المقدار من العود المُقَدَّر بخيط الشاقول. فما يحصل فهو ارتفاع الجسم المطلوب ارتفاعه، جبلا كان أو غيره.

والبرهان على هذا العمل[٤٥] هو: أن نجعل الجبل أو الإسطوانة أو المخروط أو الجسم الذي نريد أن نعرف ارتفاعه ا ب ح[٤٦]، وليكن العود الذي أقمناه على سطح الأرض في الدفعة الأولى خط ء ه. وليكن الذراع المقدر منه ء ر، والمقدر من العود بخيط الشاقول ر ه، وتكون بقية العود غائصة في الأرض.

ولتكن قامة الإنسان المعتبر ح ط. ولتكن نقطة ح موضع عينه التي اعتبر بها، ونقطة ط وسط قدمه. وليكن الموضع الذي عين عليه من الجسم المرتفع نقطة ا.

ونخرج شعاع البصر الخارج من نقطة ح المار بطرف العود، الذي هو نقطة ء، وبنقطة ا، التي هي الموضع المُعَيَّن من الجسم، وليكن شعاع ح ء ا. فيكون ح ء ا خطاً مستقيماً لأن شعاع البصر لا يخرج إلاّ على خط مستقيم، وقد تبيّن ذلك في كُتُب المناظر[٤٧].

وليكن خط ط ه ف المخطوط في سطح الأرض، وليكن العود* في الحال الثانية خط م ف، وليكن الذراع المقدر منه م د، فيكون د ف هو المقدر منه بخيط الشاقول. وليكون الإنسان المعتبر في الحال الثانية ك ل. ونخرج شعاع ك م ا، فيكون خطاً مستقيماً.

فلأن ح ط، ك ل، ر ه، د ف أعمدة على سطح الأرض، فيكون جميعها متوازية. وأريد بهذه الأعمدة الخطوط المستقيمة التي تصل بين النقط المتوسطة للمواضع

---

(٤٥) نحث القارىء أن يتابع هذا البرهان مع الشكل (١) الذي أوردناه مع التعليقات والشرح.

(٤٦) في الأصل: أ بج.

(٤٧) يبدو أن ابن الهيثم قد كتب هذه المقالة قبل كتابته لكتابه: «المناظر».

(*) في الأصل: الخيط. [قال المؤلف قبل قليل: «وليكن العود... في الدفعة الأولى خط ء ه»].

المذكورة. ولأنها قائمة على خط واحد مستقيم، فيكون جميعها في سطحٍ واحدٍ [ح: ٩] مستوٍ. ولأن جميعها مُقَدَّر بخيط الشاقول فيكون جميعها متساوية.

فالخط الذي يمر بالنقط[٤٨] ح، ك، ر، د هو خط مستقيم موازٍ لخط ط ف. فلنخرج هذا الخط، وليكن خط ح ك ر د

ونتوهم خطاً خارجاً من نقطة أ موازياً لخطوط ح ط، ك ل، ر ه، د ف المتوازية، وليكن أ ص. فهذا الخط عمود على سطح الأرض، لأنه موازٍ للخطوط المذكورة التي هي أعمدة على سطح الأرض. وهذا الخط يلقى خطي ح د، ط ف إذا أُخرجا على استقامة، لأن خط أ ص موازٍ لخطي ح ط، ء ه، وخارج من نقطة أ التي هي من خط ح ء أ[٤٩] الذي هو في سطح خطي ح ط، ء ه. فخط أ ص هو في سطح خطي ح ط، ء ه، وهما [يلاقيان] خطي ح د، ط ف، وهما في سطح هذين الخطين المتوازيين. فخط أ ص يلقى خطي ح د، ط ف إذا أُخرجا على استقامة.

ولنتوهم خطي ح د، ط ف خارجين على استقامة، وليلقهما خط أ ص. وليكن لقاء خط أ ص لخط ح د على نقطة س. وليكن لقاؤه لخط ط ف على نقطة ص.

فلأن خط أ س موازٍ لخط ء ر، فتكون نسبة ح ر إلى ر ء كنسبة ح س إلى س أ لتشابه مثلثي ح ر ء، ح س أ.

ولأن خط أ س موازٍ لخط م د، فتكون نسبة م د إلى د ك كنسبة أ س إلى س ك [لتشابه مثلثي ك د م، ك س أ].

وَم د مثل ء ر، لأن كل واحد منهما هو ذراع واحد، فنسبة ء ر إلى د ك[٥٠] كنسبة أ س إلى س ك. ففي نسبة المساوي[٥١]، تكون نسبة ح ر إلى د ك كنسبة ح س إلى س ك.

وَح س أعظم من س ك، فخط ح ر أعظم من د ك. وَح ر مثل ط ه، لأن سطح ح ط ه ر متوازي الأضلاع، وخط ك د[٥٢] مثل ل ف؛ فخط ط ه أعظم من

---

(٤٨) في الأصل: بنقطة. (٤٩) في الأصل: ح.
(٥٠) في الأصل: ر ك.
(٥١) يقصد: وكنتيجة للنسب المتساوية المذكورة، «تكون نسبة....».
(٥٢) في الأصل: ك ف.

خط ل ف ، وهو الذي ادعينا من قبل أن يتبين.

فنجعل ط ي (٥٣) مثل ل ف، فتكون نسبة ط ه إلى ط ي (٥٤) كنسبة ح ن إلى د ك . [ح: ١] وَنسبة ح ن إلى د ك ، هي نسبة ح س إلى س ك ، [وَ] كنسبة ه ط إلى ط ي . وإذا بدَّلنا، كانت نسبة س ح إلى ط ه ، كنسبة س ك (٥٥) إلى ط ي ، [وكنسبة ح ك الباقي إلى ه ي الباقي](٥٦).

وَح ك مثل ط ل ، لأن سطح ح ط ل ك متوازي الأضلاع ، فنسبة س ح إلى ط ه ، كنسبة ل ط إلى ه ي (٥٧)؛ فضرب ه ط في ط ل مساوٍ لضرب س ح في ه ي (٥٨).

وأيضاً، فإن نسبة ح ن إلى ن ء ، هي كنسبة ح س إلى س ﻡ ؛ فضرب ح س في ن ء مساوٍ لضرب ﻡ س في ح ن . وضرب ح س في ن ء هو ح س ، لأن ن ء هو واحد؛ فضرب ﻡ س في ح ن مساوٍ لمقدار ح س .

وضرب ح س في ه ي (٥٩) مساوٍ لضرب ه ط في ط ل ؛ فضرب ﻡ س في ح ن ثم ما اجتمع في ه ي (٦٠) مساوٍ لضرب ه ط في ط ل .

وَح ن مثل ط ه ، فضرب ﻡ س في ط ه ثم ما اجتمع في ه ي (٦١) مساوٍ لضرب

---

(٥٣) في الأصل: و هـ . [من هنا ولنهاية البرهان، تكثر الأخطاء في الحروف الهندسية التي تعود في معظمها لجهل الناسخ. كما تتضح عدم دقة وإهمال الطابع في الشكل المرسوم المطبوع، حيث نجد حروفاً هندسية ليس لها علاقة بأحرف البرهان الهندسية، مثلاً: ي بدلاً من ك ، ع بدلاً من ه ، ق بدلاً من ف ، ح بدلاً من ح ، ح بدلاً من ح ، كما أننا لا نجد في الرسم الحرف ي الوارد في البرهان، ويلاحظ، لا يوجد الحرف و لا في البرهان ولا في الرسم، فكيف ورد هذا الحرف في الطبعة حيث نجد و ه بدلاً من ط ي ؟ إن مثل هذه الأمور تجعل تحقيق الهندسة ـ أحياناً ـ أمراً صعباً، فتصحيح أي حرف هندسي خاطىء هو ـ عادة ـ مسأله قائمة بذاتها].

(٥٤) في الأصل : ه ي .

(٥٥) في الأصل : ح ك .

(٥٦) وردت تعابير مماثلة لهذا التعبير في كثير من أعمال ابن الهيثم الهندسية، مثل: مقالتيه في تسبيع الدائرة والأشكال الهلالية، لذا أوردناها هنا. وهذه الجملة عبارة عن تطبيق للنظرية التاسعة عشرة من المقالة الخامسة في كتاب أصول أقليدس [٩٢]. لقد تحدثنا عنها في إحدى حواشي الفصل: «تسبيع الدائرة»، وسوف نتحدث عنها ثانية في بعض حواشي الفصل: «الأشكال الهلالية».

(٥٧) في الأصل: ط ي . (٥٨) في الأصل: ط ي . (٥٩) في الأصل: ط ي .
(٦٠) في الأصل: ط ي . (٦١) في الأصل: طه ي .

هـ ط في ط ل. وضرب الأعداد بعضها في بعض بالتقديم والتأخير متساوٍ[٦٢]، فضرب أ س في هـ ي [٦٣] ثم ما اجتمع في ط هـ [٦٤] مساوٍ لضرب ل ط [٦٥] في ط هـ. فمقدار ط هـ ارتفاع مشترك[٦٦]، فيكون ضرب أ س في هـ ي [٦٧] مساوياً لمقدار ط ل. فإذا قُسِمَ على مقدار هـ ي [٦٨]، كان الذي يخرج من القسمة هو أ س.

وَ س ص مثل ن هـ المُقَدَّر بخيط الشاقول. وَ ط ي [٦٩] مثل ل ف[٧٠] الذي هو المقدار الثاني. وَ هـ ط هو المقدار الأول. فخط هـ ي [٧١] هو البقية التي هي زيادة المقدار الأول على المقدار الثاني. وَ ط ل هو المقدار الذي بين موضعي قدم المعتبر.

فإذا قُسِمَ مقدار ط ل الذي هو مقدار ما بين موضعي قدم المعتبر على هـ ي [٧٢] الذي هو زيادة المقدار الأول على المقدار الثاني، وأضيف إلى ما خرج من القسمة مقدار ن هـ الذي هو مقدار خيط الشاقول، كان الذي يجتمع هو أ ص الذي هو ارتفاع جسم أ ب ح المطلوب ارتفاعه، لأن أ ص على سطح الأرض، وذلك ما أردنا أن نُبيِّن.

[ح: ١١] فقد أتينا على شرح كيفيات جميع مساحات المقادير المستعملة في صناعة المُسَّاح ببراهينها وعللها، وذلك ما قصدنا بالتنبيه في هذا القول.

[وَ] لأن المُسْتَعْمَل من جميع ما ذكرناه في صناعة المساحة هو العمل فقط. ولأن المُسَّاح ليس يستعملون في شيء من المساحات شيئاً من البراهين، فوجب أن يُقتص، من جملة ما شرحناه في هذا القول، الأعمال التي ذكرناها، لتكون مُتَيَسِّرة مُتَسَهِّلَة على من أراد أن يقيس صناعة المساحة وينتفع بأعمالها.

اقتصاص أعمال المساحة المذكورة في هذا القول:

جميع الأشكال المسطحة التي يَسْتَعْمِل المُسَّاح مساحتها هي: الأشكال المستقيمة الخطوط، والدوائر وقطعها.

وجميع الأشكال المجسمة التي يستعمل المُسَّاح مساحتها هي: الأجسام المستقيمة

---

(٦٢) يقصد ما نقوله اليوم: إن عملية ضرب الأعداد الحقيقية عملية تبادلية (Commutative).

(٦٣) في الأصل: ط ي. (٦٤) في الأصل: طه. (٦٥) في الأصل: أ ط.

(٦٦) أي: ط هـ معامل مشترك لطرفي المعادلة: أس × هـ ي × ط هـ = ل ط × ط هـ.

(٦٧) في الأصل: ط ي. (٦٨) في الأصل: ط ي. (٦٩) في الأصل: هـ ي.

(٧٠) في الأصل: ل ن. (٧١) في الأصل: ط ي. (٧٢) في الأصل: ط ي.

الخطوط، والأساطين المستديرة، والمخروطات المستديرة، والأُكر.

ومساحة جميع الأشكال المسطحة المستقيمة الخطوط، ترجع إلى مساحة المثلثات واستخراج أوتار الزوايا التي بها تنقسم السطوح بمثلثات.

ومساحة جميع المثلثات: تكون(٧٣) بأن تُجمع أضلاع المثلث، وَيُؤخذ نصف ما اجتمع. ثم يُضرب النصف في زيادته على ضلع من أضلاع المثلث، ثم يُضرب ما خرج في زيادة النصف على ضلع آخر من أضلاع المثلث، ثم يُضرب ما خرج في زيادة النصف على الضلع الباقي من أضلاع المثلث. فما اجتمع، أُخِذَ جذره، وهو مساحة المثلث.

واستخراج أوتار الزوايا: يكون بأن يُفْصَل(٧٤) من أحد الضلعين المحيطين بالزاوية(٧٥) ذراع واحد. ثم يُقْسَم مقدار الضلع الآخر على مقدار الضلع الأول، فما خرج من القسمة فُصِلَ(٧٦) من الآخر مثله. ويوصل بين الفصلين(٧٧) بخط مستقيم، وَيُقَدَّر هذا الخط. فما حصل من تقديره، ضُرِبَ فيه مقدار الضلع الأول، فما خرج فهو الوتر.

ومساحة الدوائر: [تكون] باستخراج قطر الدائرة، ثم نَضْرِب القطر في مثله، وَنَنْقِص من مربعه سُبع مربعه(٧٨) ونصف سُبعه(٧٩)، فما بقي فهو مساحة الدائرة.

واستخراج قطر الدائرة، إذا كان القطر مجهولاً: يكون بأن يُخْرَج فيها وتر، كيفما(٨٠) اتفق، وَيُقْسَم بنصفين، وَيُخرج من وسطه عموداً إلى القوس التي فصلها ذلك الوتر. ثم يُقَدَّر [ح: ١٢] نصف الوتر، وَيُقَدَّر العمود. ثم يُضْرَب مقدار نصف الوتر في مثله، وَيُقْسَم على مقدار العمود، فما خرج من القسمة أُضيف إليه العمود، وهو قطر الدائرة.

---

(٧٣) تُكَوِّن هذه الفقرة ما يسمى اليوم «معادلة هيرون»، يقدمها ابن الهيثم بالكلام الرياضي القديم وكتبناها بالرموز الرياضية الحديثة في أثناء شرحنا وتعليقنا السابق.

(٧٤) في الأصل: يفضل. [ورأينا تغييرها إلى «يفصل»، لأننا أولاً «نفصل»، وما يبقى (الضلع - ١) فهو «الفضل». والفضل - حسب قاموس لاروس ([٢٦]: ٩١٢) - هو: ما يبقى بعد إسقاط الأقل من الأكثر. وفي الهندسة العربية، فالفضل هو: زيادة الأكبر على الأصغر].

(٧٥) في الأصل: بالزوايا. (٧٦) في الأصل: فضل.

(٧٧) لا يوجد خطأ هنا، ولكننا نرى من الأفضل أن نقول: «ويوصل بين نقطتي الفصل».

(٧٨) في الأصل: مربع. [والمقصود هنا: سبع مربع القطر]. (٧٩) يقصد: نصف سبع مربع القطر.

وأما مساحة قطاع الدائرة: فهو[81] ضرب ضلعه في نصف قوسه.

ومساحة قطعة الدائرة: فهو أن تُتَمِّم قطاعاً، وَيُمْسَح القطاع، ثم يُمسح مثلث القطاع وَيُنقص من مساحة القطاع، فما بقي فهو مساحة القطعة.

واستخراج نسبة القوس إلى محيط الدائرة: يكون بأن يُوتر القوس، وَيُقسم وترها بنصفين، وَيُخرج من وسطه عمود إلى القوس، ويوصل بين طرف الوتر وطرف العمود بخط مستقيم، وَيُخرج على استقامة. ثم يقام على طرف الوتر الذي أُخرج منه الخط على زاوية قائمة، وَيُجعل هذا الطرف مركزاً، وَيُدار ببعد الطرف الآخر من الوتر أو ببعد جزء من الوتر قوس من دائرة إلى أن تَقْسِم هذه القوس الخطين المستقيمين الخارجين من طرف الوتر. ثم تُقَدَّر القوس التي فصلها الخط الأوسط بمقدار، [وَ] يُقَدَّر جميع القوس التي هي ربع الدائرة، فتحصل بذلك نسبة القوس الصغرى إلى ربع الدائرة، فتكون تلك هي نسبة القوس الأولى إلى محيط دائرتها.

ومساحة جميع الأجسام المستقيمة الخطوط، ترجع إلى مساحة المخروطات.

ومساحة المخروط : تكون بأن تُمْسَح قاعدته، وَتُضْرَب في ثلث ارتفاعه، فما خرج فهو مساحته.

ومساحة قاعدة المخروط : إن كانت القاعدة مثلثاً هو كمساحة المثلث، وإن كانت القاعدة كثيرة الأضلاع فبأن تقسم بمثلثات، تكون باستخراج[82] أوتار زوايا[83] قاعدة المجسم، مخروطاً كان أو غيره: [وَ] يكون باستخراج زاوية مساوية [لزاوية] القاعدة في سطح مستوٍ. وذلك يكون بأن نعتمد مسطرتين، فنلصق إحداهما بأحد ضلعي القاعدة، ونخرج طرف هذه المسطرة على الزاوية ثم نلصق المسطرة الأخرى بالضلع الآخر المحيط بالزاوية، ثم نخط مع نهاية هذه المسطرة خطاً في سطح المسطرة الأولى، ثم نجعل المسطرة الأولى في سطح مستوٍ، ونركب المسطرة الثانية على الخط المخطوط في المسطرة الأولى، ثم نخط مع نهايتي المسطرتين، أعني النهايتين الداخلتين خطين مستقيمين، فتحدث في السطح

---

(٨٠) في الأصل: كيف ما.

(٨١) في الأصل: وهو.

(٨٢) في الأصل: استخراج.

(٨٣) في الأصل: الزوايا.

المستوي زاوية هي مساوية لزاوية قاعدة المجسم، فيستخرج وتر هذه الزاوية بالطريق الذي تقدم في استخراج [ح: ١٣] أوتار الزوايا، فيكون هذا الوتر هو وتر زاوية قاعدة المجسم.

وإن كانت قاعدة المجسم في سطحٍ مستوٍ متصل، أخرج ضلعا القاعدة على استقامة، فإنه يحدث خارج المجسم(٨٤) زاوية مساوية لزاوية قاعدة المجسم(٨٤) فيعمل فيها مثل ما عمل في الزاوية التي تقدم ذكرها، فإنه يتحصل بذلك الوتر المطلوب.

ومساحة الاسطوانة المستديرة: تكون بأن تُمْسَح قاعدتها، وَتُضْرَب في ارتفاعها إن كانت الاسطوانة قائمة على قاعدتها على زوايا قائمة، فارتفاعها هي طولها. وإن كانت مائلة، فاستخراج ارتفاعها يتبينّ من بعد.

واستخراج مساحة قاعدتها: يكون بأن يُقَدَّر محيط قاعدتها، فما حصل من مقداره يُقسم على ثلاثة(٨٥) وسبع. فما خرج فهو قطرها. فإذا تحصل قطرها، استخرجت مساحتها على ما ذكرناه قبل.

ومساحة المخروط المستدير: تكون بأن تُمْسَح قاعدته، ثم تُضْرَب مساحة القاعدة في ثلث ارتفاعه، فما خرج فهو مساحته.

ومساحة الكرة: تكون بأن تُسْتَخرج مساحة أعظم دائرة تقع فيها، ثم تُضْرَب مساحة هذه الدائرة في ثلثي قطرها، فما اجتمع فهو مساحة الكرة.

واستخراج قطر الكرة: يكون بأن نرسم في سطح الكرة دائرة كيفما اتفق ببركار، نجعل إحدى رجليه على سطح الكرة، ونخط بالرجل الأخرى دائرة على سطح الكرة، ثم نرسم على محيط هذه الدائرة نقطتين، فتنقسم الدائرة بقسمين. فنقسم كل واحدة من القوسين بنصفين ببركار آخر، تُقَدَّر به محيط هذه الدائرة. فإذا انقسمت كل واحدة من القوسين بنصفين، فقد انقسم المحيط بنصفين. فنجعل إحدى رجلي البركار الثاني على إحدى النقطتين المتقابلتين، ونفتح الرجل الأخرى إلى أن تصير [على] النقطة المقابلة لها. ثم نُثَبِّت رجلي هذا البركار في سطحٍ مستوٍ، وَنُعَلِّم برجليه علامتين، ثم نوصل بين العلامتين بخط مستقيم، وَنُخْرِج من وسط الخط عموداً على الخط. ثم نجعل إحدى رجلي

(٨٤) في الأصل: الجسم.
(٨٥) في الأصل: ثلث.

البركار الأولى على طرف الخط المقسوم، وَنُحَرِّكَ الرجل الأخرى إلى أن تلقى العمود، ثم نُعَلِّم على موضع رجله[٨٦] من العمود نقطة، [ح: ١٤] وَنُقَدِّر نصف الخط المقسوم. وَنُقَدِّر ما انفصل من العمود.

ونضرب مقدار نصف الخط في مثله، ونقسم على مقدار العمود، فما خرج أضيف إليه العمود، فما اجتمع فهو قطر الكرة.

فإذا حصل قطر الكرة، ضُرِبَ في مثله، وَنَقَصَ منه سُبْعه ونصف سبعه، فما بقي فهو مساحة أعظم دائرة تقع في الكرة. ثم نضرب هذا الذي هو مساحة الدائرة [العظمى] في ثلثي قطرها، فما خرج فهو مساحة الكرة.

فأما استخراج أعمدة المخروطات، والأساطين، والجبال، والجدران، وجميع الأجسام المرتفعة: فإنه يكون بأن يعتمد عمود[٨٧] مستقيم طوله ليس بأقل من خمسة أذرع بذراع التقدير، ثم يقدر منه ذراع واحد بذراع التقدير. ثم يأخذ المعتبر خيطاً في طرفه شاقول، فيلزم الخيط بيده ويقف واقفاً ويلصق موضعاً من الخيط بإحدى عينيه، ثم يزيد في الخيط وينقص إلى أن يمس الشاقول سطح الأرض، فحينئذ يُعَلِّم على الموضع من الخيط الملتصق علامة.

ثم يلصق الخيط في العمود المستقيم، ويجعل العلامة التي في الخيط على العلامة التي في العمود، التي هي نهاية الذراع، ويمد الخيط باليد الأخرى إلى أن ينتهي طرف الشاقول إلى موضع من العمود. فحينئذٍ يُعلم على الموضع من العمود الذي عند نهاية الشاقول علامة. وتبقى من العمود بقية، لأن خيط الشاقول والذراع مجموعهما أقل من خمسة أذرع.

فإذا أراد المعتبر أن يعرف ارتفاع جسم من الأجسام، فليقف في قبالة الجسم، ثم يغرز العمود في موضع من الأرض متوسط بينه وبين الجسم المرتفع، ويجعل الذراع المقدر

---

(٨٦) في الأصل: رجليه.

(٨٧) سبق وقال: «نتخلف عموداً»، ورأينا هناك أن كلمة «نتخلف» كلمة خاطئة من الناسخ: فاستبدلناها بكلمة «نعتمد» لأن هذه هي الكلمة التي استعملها ابن الهيثم في مثل هذه المناسبات، وأيضاً، استبدلنا هناك كلمة «عموداً» بكلمة «عوداً» لأنه التزم هناك استعمال كلمة «عود» خلال ذلك الوصف والبرهان. أما هنا، وخلال هذا الوصف فإنه التزم استعمال كلمة «عمود»، لذا لم نغيِّرها هنا. علماً بأن كل من الكلمتين «عود» وَ «عمود» يصلح استعماله في كلا الموضعين.

من العمود يلي أعلى العمود، ويغرز العمود في الأرض إلى أن يغيب منه البقية التي كانت بقيت منه، وَيُعَدِّل العمود إلى أن يقوم على سطح الأرض قياماً معتدلاً. ثم يتأخر عن العمود، وينظر إلى رأس العمود وإلى رأس الشخص(٨٨) الذي يريد ارتفاعه، وَيُعَلِّم بعينه موضعاً مخصوصاً من رأس الشخص إن لم يكن رأسه نقطة، ويستر إحدى عينيه، وينظر بالعين الأخرى، ويحدق إلى رأس العمود، ويتقدم ويتأخر، وَيَتَيامَن ويَتَياسَر، إلى أن يرى(٨٩) رأس العمود والموضع الذي عين عليه من رأس الشخص معاً. فحينئذٍ يجلس، ويجعل إصبعه على الموضع من الأرض الذي تحت وسط قدمه التي [ح: ١٥] تلي العين التي ينظر بها، وَيُعَلِّم في الموضع علامة. ثم يَخُط خطاً مستقيماً من هذه العلامة إلى أصل العمود، ثم يُقَدِّر هذا الخط بذراع التقدير. وليكن الذراع مقسوماً بأجزاء، بأصغر ما يمكن من الأجزاء، وَيُثَبِّت مقدار الخط ويحفظه.

ثم يقتلع العمود من موضعه، ويخرج الخط المستقيم المرسوم في سطح الأرض على استقامة إلى جهة الشخص، ثم يعلم على هذا الخط علامة، ثم يجعل العمود على هذه العلامة، ويجعل الذراع المقدر منه مما يلي أعلاه، ويغرز العمود في الأرض إلى أن تغيب منه البقية التي كانت بَقِيَت منه، ثم يتأخر المعتبر، ويستر العين التي كان سترها. وينظر بالعين الأخرى، ويجعل قدمه التي تلي العين التي ينظر بها على الخط المستقيم المحفوظ على سطح الأرض، ويحدق إلى رأس العمود إلى أن يرى رأس العمود والموضع الذي عين عليه من رأس الشخص معاً. فحينئذٍ يجلس، ويعلم على الموضع الذي تحت وسط قدمه علامة، ثم يقدر الخط الذي بين هذه العلامة وبين أصل العمود، وينقص هذا المقدار من المقدار الأول، فما بقي من الخط هو الجزء المقسوم عليه، ثم يقدر الخط الذي بين موضع قدمه في الحال(٩٠) الأولى وبين موضع قدمه في الحال الثانية، فما خرج قسم على البقية التي كانت حُفظت، فما خرج من القسمة أضيف إليه المقدار من العمود المُقَدَّر بخيط الشاقول. فما اجتمع فهو ارتفاع الشخص المطلوب ارتفاعه.

---

(٨٨) الشَّخص: كل جسم له ارتفاع وظهور... قاموس لاروس ([٢٦]: ٧٠٣).

(٨٩) في الأصل: يرقى. [استعمل كلمة «يرى» في مناسبة مماثلة تماماً في الفقرة التالية، لذا لزم استعمال كلمة «يرى»].

(٩٠) في الأصل: العين. [استعمل كلمة «الحال» بعد خمس كلمات في مناسبة مماثلة، لذا وجب استبدال كلمة «العين» بالكلمة «الحال»].

فهذه الأعمال هي جميع ما يحتاج إليه المُسّاح في صناعتهم.

وهذا حين نختم هذا القول، والله الموفق والمعين، وحسبنا ونعم الوكيل. وصلى الله على سيدنا محمد النبي المصطفى وعترته.

تمت المقالة والحمد لله رب العالمين
والصلاة على النبي محمد وآله أجمعين



Mensuration

He describes methods and gives geometrical rules that are of practical importance to surveyors. Some with proof, while others without proof.

He says: Euclid showed that the volume of a circular cone is: 1/3 × circular base × height. So he needs the area of a circle. Here he refers to a treatise on the area of a circle that he presumably wrote, but we are not aware that he ever wrote such a treatise.

In order to find the volume of a sphere, in a practical way, he needs the diameter. He gives two practical methods to find the diamater and proves that his methods are correct. In his proof, he mentions a treatise on shpere by Theodosios.

After finding the diameter = D, he then says that the area of a circle = A is :

$A = D^2 - (1/7)\, D^2 - (1/2)\, (1/7)\, D^2$

and this in fact equals $(22/7)\, (D/2)^2 \approx \pi\, r^2$. So he uses, for practical purposes, $\pi = 22/7$.

Then he gives the volume of the sphere as:

$V = [(2/3)\, D]\, [D^2 - (1/7)\, D^2 - (1/2)\, (1/7)\, D^2]$

Naturally the last expression equals $(4/3) \times (22/7) \times (D/2)^3 \approx (4/3)\, \pi\, r^3$.

He then gives a practical method to find the height of a mountain, building, wall, or any tall solid body, and proves that his practical method is correct. The proof is lengthy. Let H = the required height, H_1 = height of the surveyor, then:

$$H = \frac{\text{distance between two positions of the surveyor}}{(\text{1st dist. bet. surveyor and pole}) - (\text{2nd dist. bet. surve. and pole})} + H_1$$

We remember that we have two positions of a pole and two positions of the surveyor, and hence two distances, each between man and pole.

Then, concerning plane figures, he gives the following:

(1) For plane figures whose circumferences are straight lines, then their areas are the sum of areas of triangles. Hence he states without proof, Heron's theorem for finding the area of a triangle. He also describes, with proof, a method to find the side of a triangle which is opposite a given angle i.e. he finds something equivalent to

$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2\, AB\cos(c)}$

(2) He restates, without proof, some facts that he mentioned and proved earlier concerning circles.

(3) To find the diameter of a circle. Let C = length of any chord in the circle. Let B be the length of the perpendicular line from the midpoint of the chord to the arc of the circle. Then:

$$\text{diamter} = D = [(C/2)^2 \div B] + B$$

$$r^2 = (C/2)^2 + (r-B)^2, \text{ where } r = \text{radius.}$$

(4) He gives rules to find sectors and segments of circles.

(5) He gives, with proof, the ratio of an arc of a circle to its circumference. Then he turns to solids, and gives the following:

(a) His makhrūṭ is some kind of a cone whose base is any plane figure. The volume is : [base area × (1/3 height)].

If the base is a plane figure whose circumference is straight lines then it can be divided into triangles, hence the original makhrūṭ is the union of tetrahedrons whose volumes are now known.

(b) He gives the volumes of cylinders, spheres, and circular cones. Again he discusses practical methods to find the diameter. In case of right circular cylinders and cones, he says: we estimate the cirumference of the circular base and divide it by "three and one seventh" and the result is the diameter, then the base area is found. He gives another lengthy discussion to find the diameter of the sphere.

(C) He gives another lengthy practical discussion inorder to find the height of mountains, buildings, walls and other tall solids.

He ends his treatise by saying: This is all that is needed for surveyors in their profession.



الفصل الثالث عشر

ابن الهيثم بشر يسهو ويخطئ

(قول لنجم الدين أبي الفتوح أحمد بن محمد السري)

ز ∴ اذا تساوت زاويتان
من مثلثين وتناسبت الاضلاع
المحيطه بزاويتين اخريين منهما
وكانت الزاويتان الباقيتان
من المثلثين اما كل واحده ب ج د ه ز
منهما اصغر من قايمه فان المثلثين متساويا الزوايا وزواياهما التي تساوى
بعضها بعضا هي التي توترها الاضلاع النظيره في النسبه ؛ مثاله ان نلقي
باجـ هدو من مثلثين اجـ د هو متساويتان والاضلاع المحيطه بزاويتي
اجد هو متناسبه نسبه اب الى ده كنسبه بج الى هو وزاويتا جا
جد اما كل واحده منهما اصغر من قايمه واما كل واحده منهما ليست
باصغر من قايمه فاقول ان زوايا مثلث ابج مساويه لزوايا مثلث دهو
فليكن كل واحده منهما ليست باصغر من قايمه فاقول ان زاويه ابج مثل
زاويه دهو لا يمكن غيره فان امكن فلتكن زاويه ابج اعظم ونقيم على نقطه
ب من خط اب زاويه ابح مثل زاويه دهو وزاويه باج هي مثل زاويه
هدو وزاويه باج هي مثل زاويه هدو وبقيت زاويه احب مثل زاويه
دوه فزوايا مثلث ابح مثل مثلث دهو فنسبه اب الى ده كنسبه بح الى
هو بنسبه اب الى ده كنسبه بج الى هو فنسبه بج الى بح واحده فهو [illegible]
مثله فزاويه بحج مثل زاويه بجح وزاويه بجح ليست باصغر من قايمه فليست
زاويه بحج باصغر من قايمه فزاويتان من مثلث بحج ليست باصغر من قايمتين
هذا خلف فليست زاويه ابج باعظم من زاويه دهو وكذلك بين
انها ليست باصغر منها وزاويه باج مثل زاويه هدو وزاويه [illegible]
فبقيت زاويه احب مثل زاويه دزه فزوايا مثلث ابج مثل زوايا مثلث
دهو ونجعل ايضا كل واحده من زاويتي احب دزه اصغر من قايمه فاقول
[illegible]
[illegible]

النظرية السابعة، المقالة السادسة من «كتاب أوقليدس في الأصول الهندسية. نقل إسحاق بن حنين وإصلاح أبي الحسن ثابت بن قرة الصابي الحرّاني، وهو خمس عشرة مقالة»، مخطوطة مكتبة أكسفورد بودليان، ثيرستون ١١ [شريط مصور رقم ٥٢٣ في مركز الوثائق والمخطوطات في الجامعة الأردنية]. يبدأ السطر الأول بالعدد ∴ ز ∴ (ز = ٧) أي: الشكل السابع = النظرية السابعة. أما في السطر السادس فهناك إشارة بين الكلمتين «قايمة، فإن» تشير إلى سقط يستدركه الناسخ في الهامش، وهو: «وإما كل واحدة منهما ليست بأصغر من قايمة»، وقد أضفنا هذا الكلام في موضعه في أثناء التحقيق، ذلك لأنه من كلام المؤلف، ولم نشر إلى ذلك في الحاشية.

١٤٦

الرابع فضرب آ الاول في د الرابع مثل ضرب ب الثاني في ه الثالث بحسب الشكل التاسع عشر
من المقالة السابعة. وايضا فان نسبة ب الاول الى ح الثاني كنسبة د
الثالث الى ه الرابع فضرب ب الاول في ه الرابع مثل ضرب ح الثاني
في د الثالث فضرب ب في ه مثل ضرب ح في د وقد كان ضرب ب في ه
مثل ضرب آ في د فضرب آ في د مثل ضرب ح في د فلنا اربعة اعداد
وضرب آ الاول في د الرابع مثل ضرب ح الثاني في د الثالث فنسبة آ
الى ح كنسبة د الى د بعكس الشكل التاسع عشر من المقالة السابعة وذلك ما اردنا ان نبين

فان اعترض على هذا البيان معترض وقال ان نسبة المساواة في الاعداد تبين في الشكل
الرابع عشر من المقالة السابعة وهذا الشكل الذي نحن الان نستعمله فيه التاسع عشر
من هذه المقالة وهو متاخر عن الرابع عشر بخمسة اشكال فكيف نستعمل شكلا متاخرا
في شكل متقدم. قلنا ليس في الاشكال التي ذكرت انفا متاخرة ما يستعمل فيه نسبة المساواة
البتة فضلا عن ان يستعمل فيه نسبة المساواة المضطربة فجاز ان يؤخر عنها لان
تقدم نسبة المساواة على هذه الاشكال ليس تتقدم ضرورة بل تقدم بالوضع
تم القول والحمد لله وحده

بسم الله الرحمن الرحيم استعنت بالله

قول للشيخ الفاضل نجم الدين ابي الفتوح احمد بن محمد بن السري البغدادي
رحمه الله في بيان ما وهم فيه ابو علي بن الهيثم في كتابه في الشكوك على اقليدس قال
ان من اثر الحق وطلبه غير مستبشع عنده التنبيه على الغلط سيما في الامور البرهانية والطرق
اليقينية وان عظمت لديه منة المنبه على غلطه فكيف اذا انضاف الى ذلك تصحيح معنى
يشكله معلم اول قد استمسك بالعروة الوثقى من الحق جميع ناظريه كان ... صاحب كتاب
الاصول وانك ادام الله نعمه عليك واسبغ مواهبه لديك من افضل ... في الحق واجله فلذلك
فلذلك عرضت عليك ما استتر فيه ضياء الحق بغشاوة الاغلاط ... ابن الهيثم في
المنظر في كتاب الشيخ ابي علي بن الهيثم المنزجر حل كتاب اقليدس في الاصول الى الشكل السابع

«قول للشيخ الفاضل نجم الدين أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السرّي البغدادي ـ رحمه الله ـ في بيان ما وهم فيه أبو علي بن الهيثم في كتابه في الشكوك على اقليدس»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ١٤٦أ.

ابن الهيثم بشر يسهو ويخطىء
(قول لنجم الدين أبي الفتوح أحمد بن محمّد السرّي)

نجد في مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ١٤٦أ - ١٤٩ب قولاً موسوماً: «قول للشيخ الفاضل نجم الدين أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري البغدادي - رحمه الله - في بيان ما وهم فيه أبو علي بن الهيثم في كتابه في الشكوك على أُقليدس»[1].

يشير السري في هذه المقالة إلى النظرية السابعة من المقالة السادسة في كتاب أُصول أقليدس. ونكتب هنا نص هذه النظرية وبداية البرهان كما ورد في «كتاب أوقليدس في الأصول الهندسية. نقل إسحاق بن حنين وإصلاح أبي الحسن ثابت بن قرة الصابي الحرّاني، وهو خمس عشرة مقالة»[2]:

«المقالة السادسة من كتاب أوقليدس في الأصول. . . .»

«ز[3]: *إذا تساوت زاويتان في مثلثين، وتناسبت الأضلاع المحيطة بزاويتين أخراتين [كذا] منهما، وكانت الزاويتان الباقيتان في المثلثين إما كل واحدة منهما أصغر من قائمة وإما*

---

(١) ثمة أربع مقالات لأبي الفتوح السري في مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ذكرنا الأولى في المتن، ونذكر هنا عناوين المقالات الثلاث الأخرى:

الثانية: مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ١٤٩ب - ١٥١ب: «قول الشيخ أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري - رحمه الله - في إيضاح غلط أبي علي بن الهيثم في الشكل الأول من المقالة العاشرة من كتاب أقليدس في الأصول».

الثالثة: مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ١٥١ب - ١٥٤ب: *«مقالة لأحمد بن محمد بن السري - رَحْمَةُ الله عليه - في كشف الشبهة التي عرضت لجماعة ممن ينسب نفسه إلى علوم التعاليم على أقليدس في الشكل الرابع عشر من المقالة الثانية عشرة من كتاب الأصول».*

الرابعة: مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص ١٥٥أ - ١٥٨أ: *«مقالة الشيخ أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري - رحمه الله - في تزييف مقدمات مقالة أبي سهل القوهي في أن نسبة القطر إلى المحيط نسبة الواحد إلى ثلاثة وتسع».*

(٢) مخطوطة مكتبة أكسفورد بودليان، ثيرستون ١١. (Thurst. 11, Oxford Bodleian Bibliotica)

وثمة شريط مصور لهذه المخطوطة، رقم ٥٢٣، في مركز الوثائق والمخطوطات في الجامعة الأردنية.

(٣) الشكل «ز»، تعني النظرية (المسألة) السابعة.

كل واحـدة منهـما ليست بأصغـر من قائمة؛ فإن المثلثين متساويا الزوايا، وزواياهما التي تساوي بعضها بعضاً هي التي يوترها الأضلاع النظيرة في النسبة.

مثالـــه : إن زاويتي ب أ حـ ، هـ د ز من مثلثين أ ب حـ ، د هـ ز متساويتـان. والأضلاع المحيطة بزاويتي أ ب حـ ، د هـ ز متناسبة، نسبة أ ب الى د هـ كنسبة ب حـ إلى هـ ز . وزاويتا ب حـ أ[٤]، هـ ز د إما كل واحـــدة منهما أصغر من قائمـــة وإما كل واحدة منهما ليست بأصغر من قائمة . فأقول : إن زوايا مثلث أ ب حـ مساوية لزوايا مثلث د هـ ز .

فلتكن كل واحدة منهما[٥] ليست بأصغر من قائمة، فأقول : إن زاوية أ ب حـ مثل زاوية د هـ ز ، لا يمكن غيره، فإن أمكن، فلتكن زاويــة أ ب حـ أعظم. ونقيم على نقطـــة ب . . . ».

يلاحظ من الفقرة الأخيرة التي اقتبسناها، أن برهان أُقليدس هو برهان غير مباشر، أو كما يقول ابن الهيثم: «*وذلك بالخلف*»، فهو برهان ليس «*بالاستقامة*».

لقد تحدثنا بإيجاز، في فصل «أعمال ابن الهيثم الهندسية التي وصلتنا»، عن مقالة ابن الهيثم (د: ١) = (بر: ٧) = (سز: ٢٧) = «كتاب في حل شكوك كتاب أوقليدس في الأصول وشرح معانيه». واقتبسنا فقرة من كلام علي مصطفى مشرفة توضح رأيه في عمل ابن الهيثم (د: ١). وذكرنا أن أحد الأمور الهامة التي اهتم بها ابن الهيثم في هذا العمل الضخم (د: ١) هو: وضع براهين «بالاستقامة» (أي مباشرة) بدلاً من البراهين «بالخلف» (أي غير المباشرة) الواردة في كتاب: «الأصول» لأقليدس. ولعل شدّة اهتمام ابن الهيثم وتركيزه وتصميمه في حذف الشروط الزائدة ووضع حلول قصيرة «بالاستقامة»، بدلاً من حلول طويلة «بالخلف»، هو السبب المباشر الذي جعله يسهو ويضع برهاناً خاطئاً لنظرية (مسألة)، من الممكن اعتبارها، سهلة. ولنتذكر، أن شدّة عطش التائه في الصحراء تجعله يرى السراب.

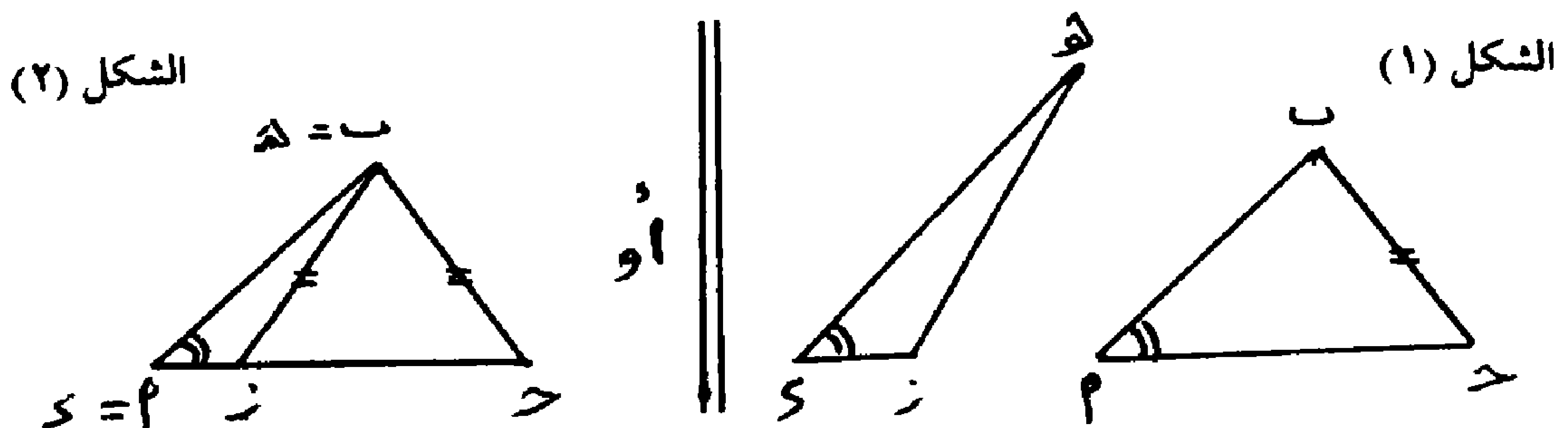
واذا رجعنا إلى فقرة «مثاله» المذكورة آنفاً، فإن ابن الهيثم ادعى أن بإمكانه حذف الشرط: «*وزاويتا ب حـ أ ، هـ ز د إما كل واحدة منهما أصغر من قائمة، وإما كل واحدة منهما ليست بأصغر من قائمة*» وإثبات تشابه المثلثين «بالاستقامة» دون هذا الشرط.

---

(٤) في الأصل : أ ب حـ (٥) يقصد: فلتكن كل واحدة من زاويتي ب حـ أ، هـ ز د

ونعطي هنا مثالاً ينقض ادعاء ابن الهيثم (Counter example) :

نأخذ المثلثين ا ب حـ ، ء هـ ز في الشكلين (١ ، ٢).



ولتكن: زاوية ب ا حـ = زاوية هـ ء ز بالفرض،

ولتكن: $\frac{\text{ا ب}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{هـ ز}}$ بالفرض.

ويلاحظ أن زاوية ب حـ ا أقل من قائمة، بينما زاوية هـ ز ء أكبر من قائمة، أي: **يلاحظ عدم توفر الشرط** : «*وزاويتا ب حـ ا ، هـ ز ء إما كل واحدة منهما أصغر من قائمة، وإما كل واحدة منهما ليست بأصغر من قائمة*»، كما في الشكلين (١ ، ٢).

ويلاحظ أيضاً أنه، وبنفس شروط المسألة، يمكننا أن نفترض ب حـ لا يساوي هـ ز في الشكل (١)، أو ب حـ يساوي هـ ز في الشكل (٢).

وبهذه الشروط، فمن الواضح أن المثلثين غير متشابهين.

أما الخطوة الخاطئة في برهان ابن الهيثم فسنشير إليها في الحاشية عند تحقيقنا للجزء الذي يعنينا من مقالة السري الذي يشتمل على برهان ابن الهيثم.

وتنقسم مقالة السري إلى خمسة أقسام:

— مقدمة.
— كلام ابن الهيثم. (أي برهان ابن الهيثم الخاطىء بلفظه).
— مثال ينقض ادعاء ابن الهيثم، وهو شرح طويل، ويستند إلى شكل يشبه الشكل (٢).
— توضيح الخطأ في برهان ابن الهيثم، وهو توضيح طويل جداً.
— برهان «مستقيم» (مباشر) للسري دون حذف الشرط المذكور.

ونحقق الآن الجزء الأول من مقالة السري الذي يشتمل على المقدمة وكلام ابن الهيثم :

«بسم الله الرحمٰن الرحيم   استعنت بالله

قول للشيخ الفاضل نجم الدين أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السرّي البغدادي، رحمه الله، في بيان ما وهم فيه أبو علي بن الهيثم في كتابه في الشكوك على أقليدس

قال: إنَّ مَن آثَرَ الحَقَّ وَطَلَبَهُ، غير مستبشع عنده التنبيه على الغلط، سيّما في الأمور البرهانية والمطالب اليقينية، وإنْ عَظُمَتْ لَدَيْهِ رُتْبَةَ المُنَبِّهِ على غلطه، فكيف إذا انضاف إلى ذلك تصحيح معنى سلكه معلم أول، قد استمسك بالعروة الوثقى من الحق في جميع تعاليمه، كأوقليدس صاحب كتاب الأصول.

وإنَّكَ - أَتَمَّ اللهُ نِعَمَهُ عَلَيْكَ وَأَسْبَغَ مَوَاهِبَهُ لَدَيْكَ - مِنْ أَفْضَلِ مُؤثري الحَقِّ وأَجَلِّهِم[1]. فلذلك عرضت عليك ما استتر فيه ضياء الحق بغشاوة الأغلوطة فيه[2].

فإني رأيت انتهى [كذا] بي النظر في كتاب الشيخ أبي علي بن الهيثم المترجم[3]، بحل كتاب أقليدس في الأصول إلى الشكل[4] السابع من القول[5] السادس من كتاب الأصول، وهو قول أقليدس:

إذا تساوت زاويتان من مثلثين، وتناسبت الأضلاع المحيطة بزاويتين أخراتين [كذا]: وكانت الزاويتان الباقيتان كل واحدة منهما أصغر من قائمة أو ليست بأصغر من قائمة؛ فإن المثلثين متشابهان.

وجدت الشيخ أبا علي ابن الهيثم يذكر أن هذا الشرط الأخير، الذي ذكره أقليدس،

---

(١) يبدو - في هذه الفقرة - أن السري يخاطب ابن الهيثم وكانه معاصر له. فهل يمكننا الاستنتاج أن السري قد عاصر ابن الهيثم؟! علماً بأننا لم نستطع التعرف على هوية السري.

(٢) الكلمتان «الأغلوطة فيه» مطموستان جزئياً في المخطوطة.

(٣) على ما نعلم، لم يكن ابن الهيثم مترجماً (بمفهومنا الحالي لكلمة «ترجمة»). ولعل السري يقصد أن عمل ابن الهيثم في حل شكوك أصول أقليدس وشرحه واختصاره لعدد من أعمال العلماء الإغريق هو نوع من الترجمة.

(٤) «الشكل السابع»، تعني: النظرية (المسألة) السابعة.

(٥) «القول السادس»، تعني: المقالة السادسة.

وهو قوله: وكانت الزاويتان الباقيتان كل واحدة منهما أصغر من قائمة أو ليست بأصغر من قائمة، ما لا يحتاج إلى اشتراطه، يعني أنه مخصص للموضوع مع عموم الحكم، وإنه مهما تساوت زاويتان من مثلثين وتناسبت الأضلاع المحيطة بزاويتين أخراتين [كذا]، فإن المثلثين متشابهان، ولا يحتاج في ذلك الى شرط آخر. ثم برهن ذلك بزعمه، وزعم أنه أحسن من برهان أقليدس، لأن ذلك بشرط، وبرهانه بغير شرط، وذلك بالخلف، وبرهانه بالاستقامة، ثم علله بعد الفراغ من البرهان، تعليلاً تعليمياً، كما جرت عادته في هذا الكتاب.

وحيث تأملت هذا الشكل، رأيت أن تشابه المثلثين غير ممكن مَع إلغاء الشرط، وأن الشيء الذي أوجب لأبي علي هذا الظن هو إهماله شرطاً ذكره أقليدس في المقالة الثالثة من كتابه في الأصول، فتركب له من ذلك قياس مغالطي.

فلزم إذن ذكر أربعة أشياء:

— الأول منها نفس كلام أبي علي أمام كلامنا، لكي يكون حاضراً مشاراً إليه.

— والثاني مناقضته، وبيان أنه غير ممكن مع أهمال الشرط تشابه المثلثين، وأن الشرط ضروري الاشتراط.

— والثالث، بيان الوهم الذي دخل في تركيب القياس، بحيث تراءى له أنه برهان.

— والرابع، البرهان على الشكل ببرهان مستقيم، مع اشتراطنا جميع ما ذكر أقليدس من الشروط.

أما كلام أبي علي بن الهيثم فهو هذا:

قال: أما[6] الشكل السابع من القول السادس وهو: إذا تساوت زاويتان من مثلثين، وكانت الأضلاع المحيطة بزاويتين أخراتين [كذا] منهما متناسبة، وكانت الزاويتان الباقيتان كل واحدة منهما أصغر أو ليست بأصغر من قائمة؛ فإن المثلثين متساويا الزوايا.

وليس في هذا الشكل شك. وقد يمكن أن نبينّ هذا الشكل ببرهان غير برهان

---

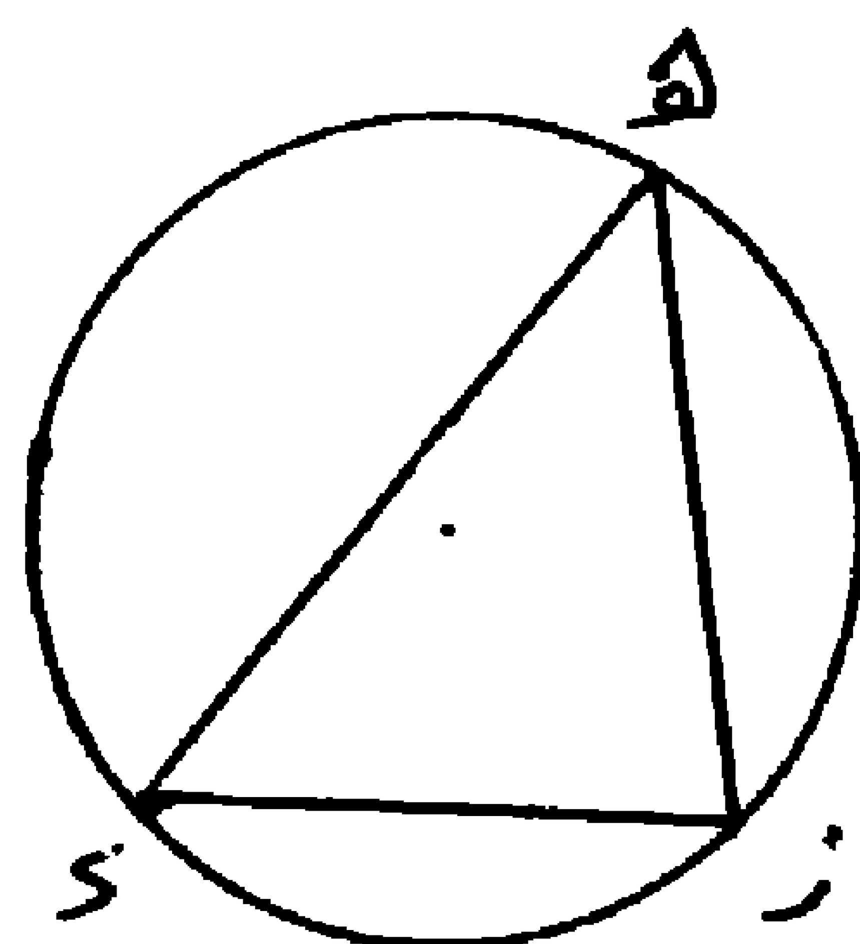
(٦) يتضح أن الكلمة «أما» هي بداية كلام ابن الهيثم بلفظه.

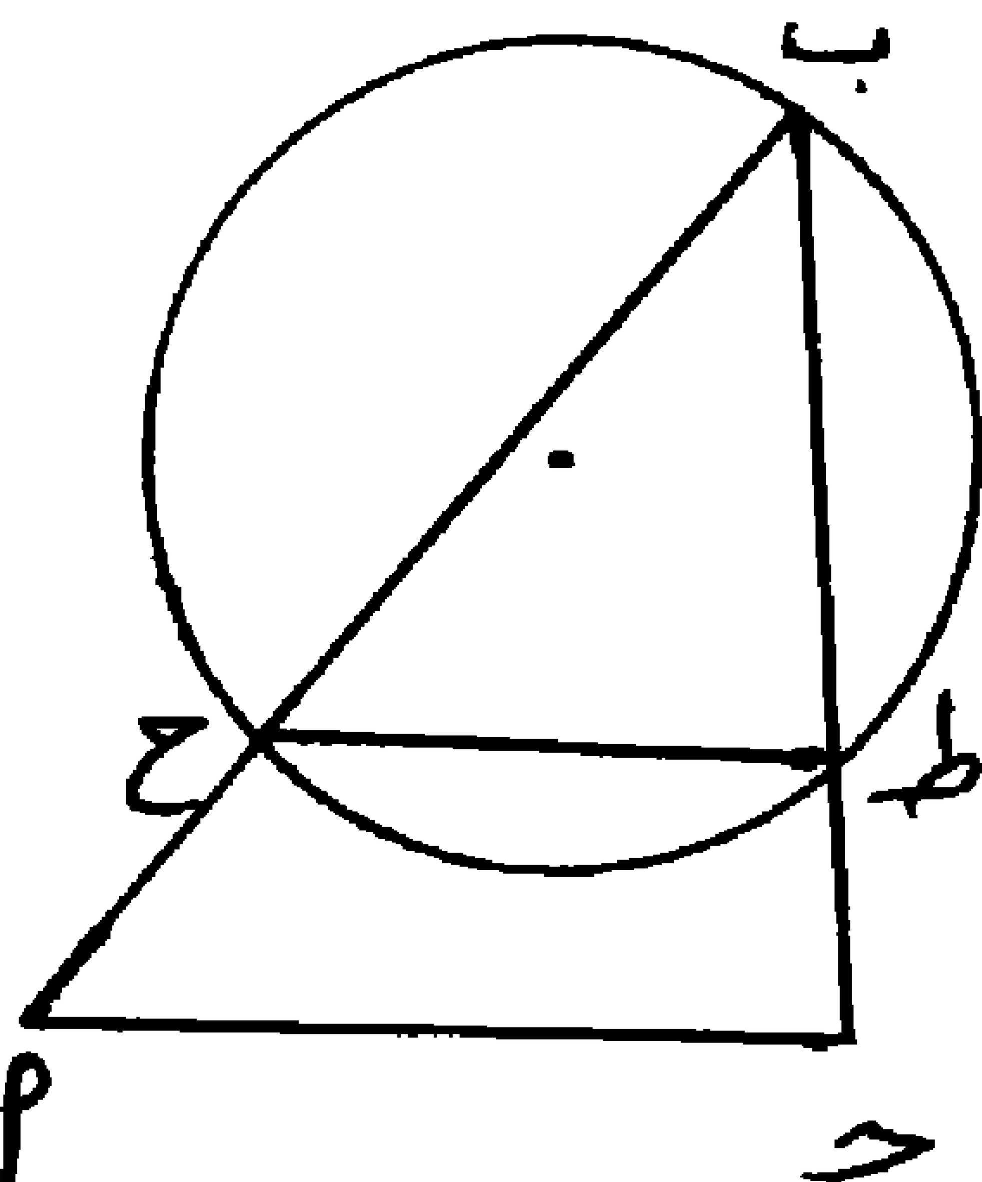
أقليدس، من غير الشرط الذي اشترطه أقليدس، أعني أن تكون الزاوية أصغر أو ليست بأصغر من قائمة.

فليكن المثلثان أ ب ﺣ ، ء ﻫ ز . ولتكن زاوية أ مثل زاوية ء . ونسبة أ ب إلى ء ﻫ كنسبة ب ﺣ إلى ﻫ ز . فأقول : إن زوايا مثلث أ ب ﺣ مساوية لزوايا مثلث ء ﻫ ز .

برهان ذلك :

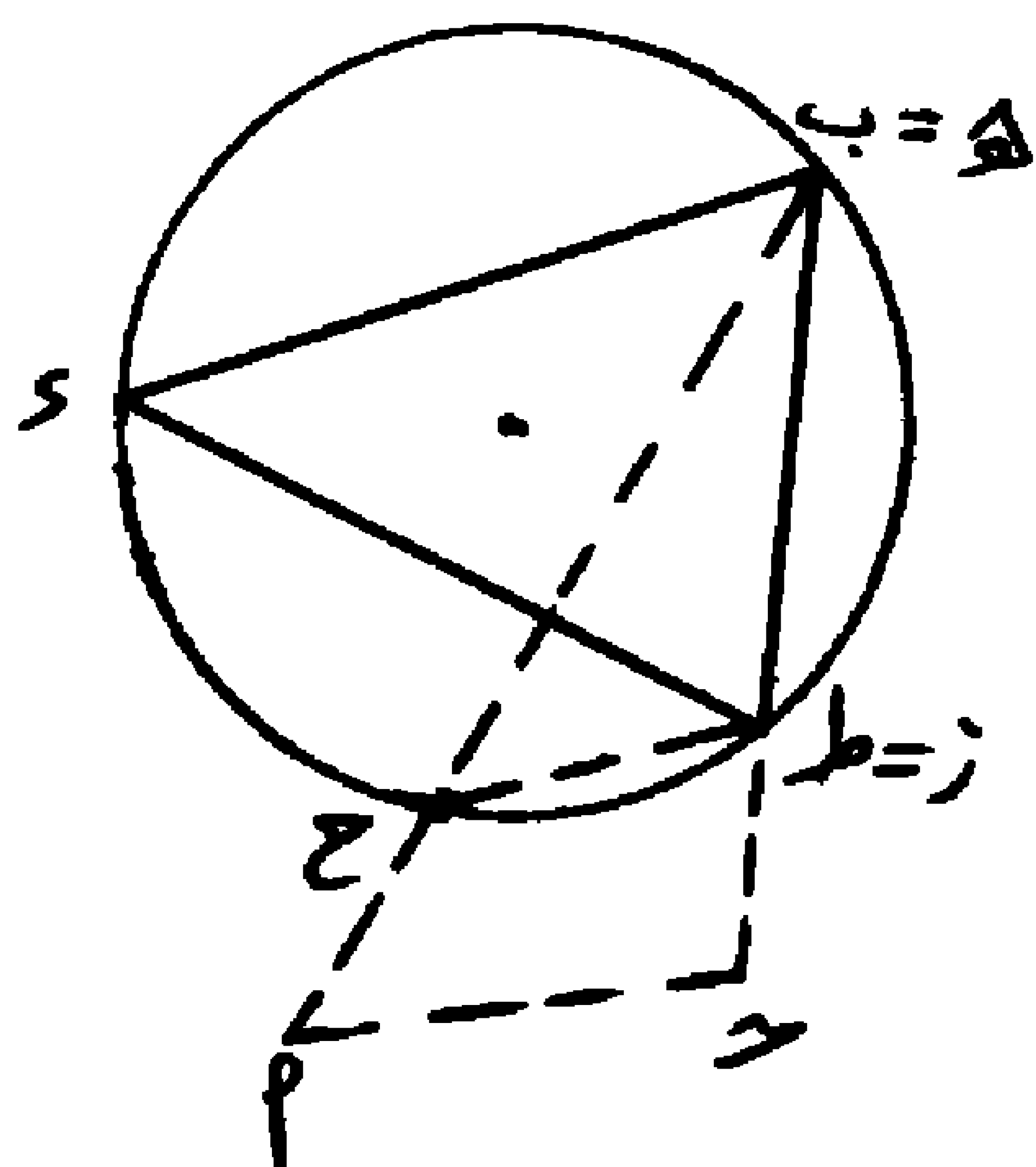
إنه إن كان ضلعا أ ب ، ب ﺣ غير مساويين لضلعي ء ﻫ ، ﻫ ز ، فصلنا من الأعظمين مثل الأصغرين[7]. فنفصل ح ب[8] مثل ء ﻫ ، وَب ط مثل ﻫ ز . ونصل ح ط . فلأن نسبة أ ب إلى ب ح كنسبة ﺣ ب إلى ب ط ، يكون ح ط موازياً لخط أ ﺣ ؛ فزاوية ح مثل زاوية أ ، وزاوية أ مثل زاوية ء .

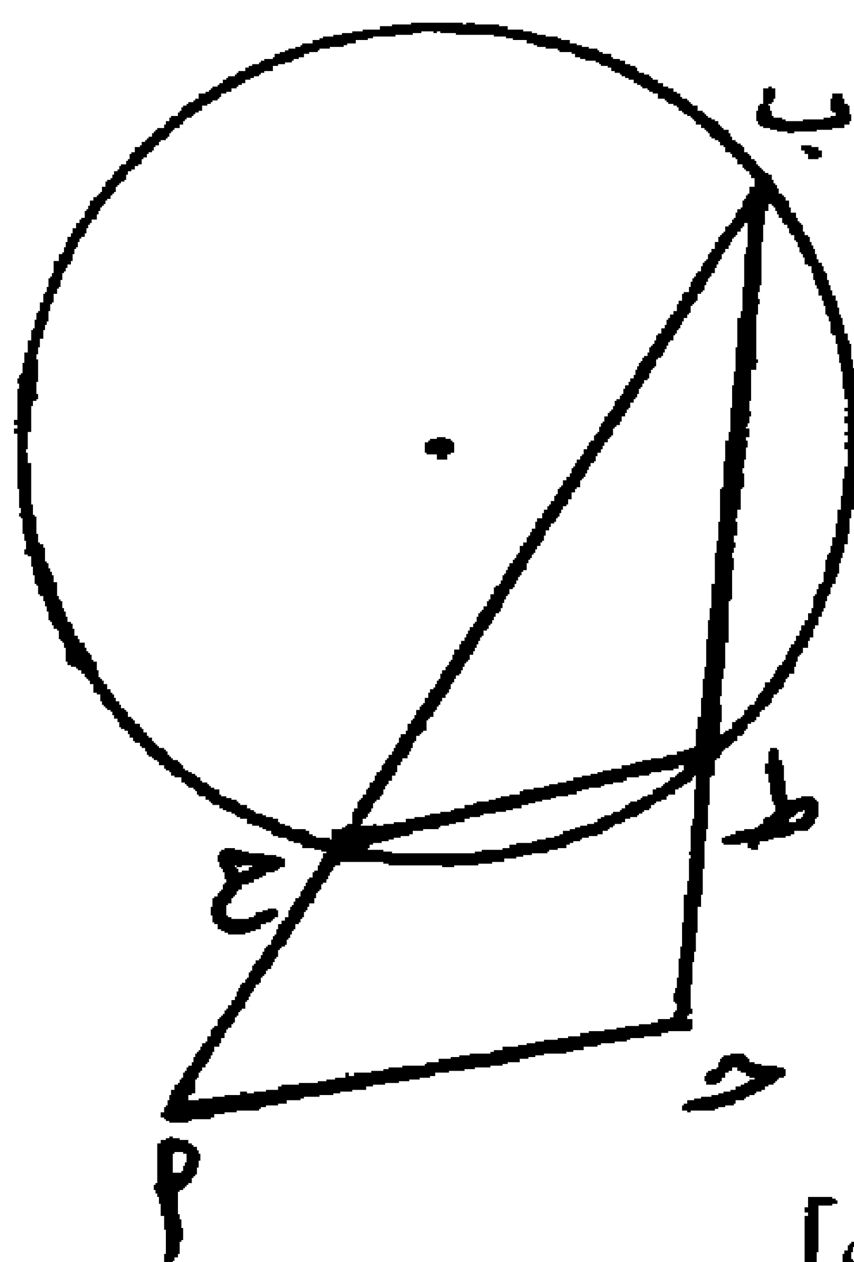


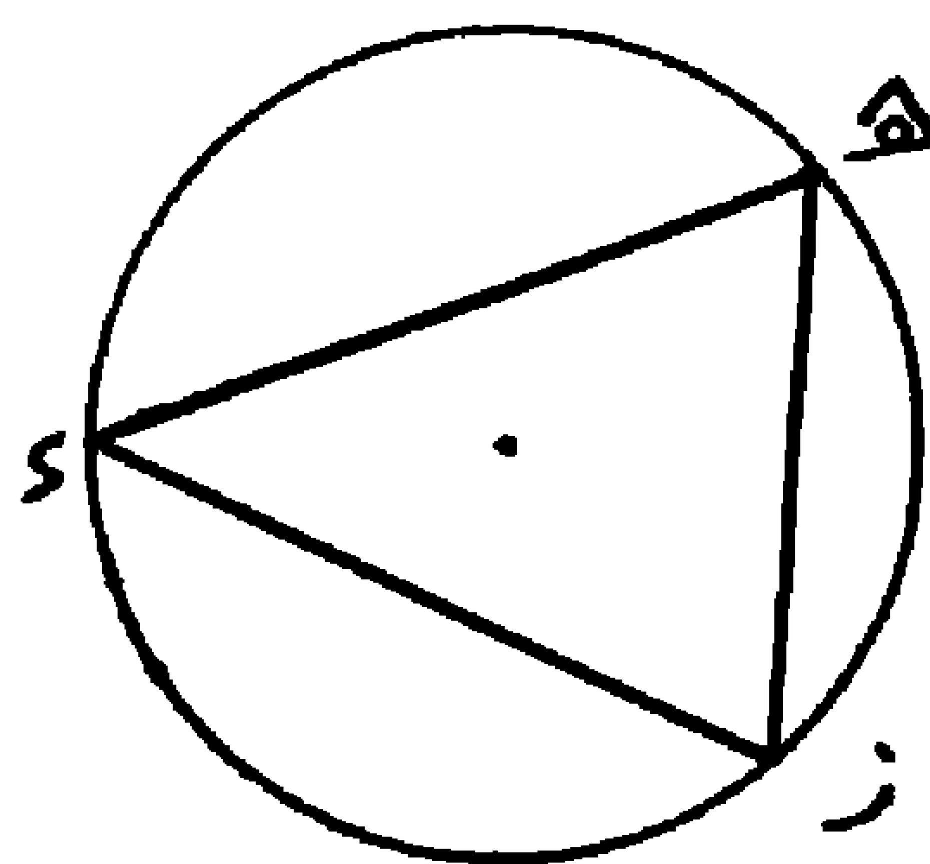


[الشكل (٣)] [الشكل (٤)]

وندير على مثلثي ح ب ط ، ء ﻫ ز دائرتين، فتكون قطعة دائرة ب ح ط







[الأشكال - ٥ - رسم المحقق]

شبيهة بقطعة ه ء ز [9]، وهما على خطي ب ط ، ه ز المتساويين فقطعتا ب ح ط ، ه ء ز متساويتان[10] وقطعتا ب ط ، ه ز [11] متساويتان لأنهما أيضاً متشابهتان لأن الزوايتين اللتين تقعان فيهما تكون متساويتين. والدائرتان متساويتان .

وخط ب ط مثل [خط] ه ز ، فقوس ب ط مثل قوس ه ز [12]. وخط ب ح مثل خط ه ء ، فقوس ب ح مثل قوس ه ء [13]. تبقى قوس ح ط مثل قوس ء ز [14]. فزاوية ب مثل زاوية ه . وزاوية أ بالفرض مثل زاوية ء ، فتبقى زاوية حـ مثل زاوية ز . فزوايا مثلث أ ب حـ مثل زوايا مثلث ء ه ز .

وإن كان خطا أ ب ، ب حـ مساويين لخطي ء ه ، ه ز ، عملنا الدائرتين على

---

(7) راجع الشكلين (3، 4)، علماً بأننا رسمناهما بالضبط كما وردا في المخطوطة .

(8) في الأصل: حـ ب.

(9) خطوة صواب، بالاستناد إلى التعريف الأخير في مقدمة (صدر) المقالة الثالثة في كتاب: «الأصول» لإقليدس. راجع: هيث ([92]: م2: 2).

(10) خطوة صواب، بالاستناد إلى النظرية (24) من المقالة الثالثة في كتاب: «الأصول» لاقليدس. راجع: هيث ([92]: م2: 53).

(11) يقصد القطعتين الصغيرتين على الجهة اليمنى من الوترين ب ط ، ه ز . راجع الأشكال 3 ، 4 ، 5 . ويلاحظ : فإن الوتر ه ز يقسم الدائرة ه ء ز إلى قطعتين : قطعة عظمى ه ز (أعني : ه ء ز) وقطعة صغرى ه ز . لقد تكلم ابن الهيثم عن القطعة العظمى ه ء ز ، فهو إذن يقصد هنا القطعة الصغرى ه ز .

(12) يقصد هنا: القوس الصغرى ه ز = القوس الصغرى ب ط .

(13) يقصد هنا: القوسان على الجهة اليسرى من الوترين ب ح ، ه ء . والقوسان متساويتان في رسم المخطوطة [شكل 3، 4] لأن ابن الهيثم يريد أن يثبت - فهو متأكد - أن المثلثين ه ء ز ، ب ح ط متطابقان (متشابهان ومتساويان). أما القوسان على الجهة اليسرى من ب ح ، ه ء في رسم المحقق [الأشكال - 5 -] فهما غير متساويتين.

(14) يقصد: قوس ح ط = محيط الدائرة - [قوس ب ط اليمنى + قوس ب ح اليسرى].
قوس ء ز = محيط الدائرة - [قوس ه ز اليمنى + قوس ه ء اليسرى].
ويلاحظ : قوس ح ط = قوس ء ز في رسم المخطوطة [شكل 3، 4] وهي حالة خاصة أما من ناحية عامة، فليس بالضرورة تساوي القوسان ح ط ، ء ز . ومن المفروض أن يكون برهان المؤلف [ابن الهيثم] برهاناً عاماً، فبرهان المؤلف يكون هنا خاطئاً. وتستند بقية خطوات المؤلف على الخطوة الخاطئة هذه، فالبرهان خطأ. ويتضح هذا جلياً في الأشكال - 5 - فالمشكلة هنا عدم تمييز ابن الهيثم بين القوسين العظمى والصغرى.

مثلثي ا ب ح ، ء ه ز ، ويكون البرهان هو البرهان الذي تقدم. وذلك ما أردنا أن نبين.

وهذا البرهان أحسن من برهان أقليدس، لأن هذا بالاستقامة، وذلك بالخلف، ولأن هذا بغير شرط، وذلك بشرط.

وعلة هذا الشكل هو تساوي القطع المتشابهة التي على خطوط متساوية. والعلة الأولى تساوي زوايا هذين المثلثين هو ما ذكرنا في المقالة الأولى، وهو أن المعنى المقدم لصورة المثلث هو الضلعان المحيطان بإحدى زواياه مع الزاوية، فيلزم من ذلك أنه إذا كان مثلثان، وكانت صورتاهما واحدة، وهما متشابهان، فزواياهما متساوية، وأضلاعهما متناسبة. فإذا ناسب ضلعان من أحدهما ضلعين من الآخر، وساوت زاوية من أحدهما زاوية من الآخر [لزم] أن تكون[١٥] صورتاهما متشابهتان. وقد تبين صحة ذلك من البرهان الذي ذكرناه الآن.

فالعلة الأولى لتساوي زوايا هذين المثلثين هو أن المقوم لصورتيهما هو معنى واحد. فلذلك صارا متشابهين، وتساوت زواياهما[١٦].

فهذا جملة كلام أبي علي بن الهيثم في هذا المعنى، فأما مناقضته وبيان أنه غير ممكن - مع الغائنا الشرط - تشابه المثلثين، فهو هذا: ......».



ونحن نكتفي بهذا القدر من مقالة أبي الفتوح السري التي ابتدأت في النصف الثاني من الصفحة ١٤٦أ وأنهينا التحقيق في أواخر السطر الثالث من الصفحة ١٤٧ب من مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠. ولعلنا نحقق مقالة أبي الفتوح السري في وقت قريب. وقصدنا هنا أن نؤكد أن العلماء بشر، وأن «عبقري العصور الوسطى - ابن الهيثم» بشر، يسهو ويخطىء.

---

(١٥) الكلمة «تكون» مطموسة في المخطوطة.

(١٦) يتضح أن الكلمة «زواياهما» هي آخر كلمة في كلام ابن الهيثم. أما السطران التاليان فهما بداية كلام السري في توضيح ما أراد توضيحه.

Ibn Al-Haytham Is Human

The aim of this chapter is to show that Ibn Al-Haytham made human geometrical mistakes. It deals with a mistake that was corrected by Najm El-Dī Abul-Futūḥ Aḥmad Ibn Moḥammad Al-Sirrī Al-Bughdādī.

This certain Al-Sirrī Al-Bughdādī has four small treatises in Aya Sofya 4830, pp $146^a - 158^a$. Two of them are corrections of two mistakes by Ibn Al-Haytham, one by an anonymous Arab scholar, and the last one by Al-Qūhī (Al-Kūhī).

One treatise [Aya Sofya 4830, pp. $151^b - 154^b$] deals with a mistake by Ibn Al-Haytham concerning the first prop., book 10, of Educlids' Elements.

The one we deal with [Aya Sofya 4830, pp $146^a - 149^b$] is concerned with prop. 7, book 6, Euclid's Elements.

Ibn Al-Haytham wrote a long treatise called: "Kitāb fī Hal Shukūk Kitāb 'Uqlīdis fī al- 'usūl wa-sharḥ Ma'ānīh", where among other things, he tried to write direct proofs for almost all indirect proofs that appear in Euclid's Elements.

We translate-from Arabic into English – the "For Example = Setting Out" part of the mentioned propostion as it appeared in Isḥāq Ibn Hunayn, Thābit Ibn Qurra version [Thurst. 11, Oxford Bodleian]: "Two angles BAG, EDZ of two triangles ABG, DEZ are equal. The sides about the two angles ABG, DEZ are proportional. The ratio of AB to DE is as the ratio of BG to EZ. The two angles BGA, EZD are [such that] each one of them is less than a right angle or each one of them is not less than a right angle. I say that: the triangle ABG is equiangular with the triangle DEZ".

Euclid's proof is indirect. Ibn Al-Haytham claimed-wrongly- that he can do away with the last condition, namely:

"The two angles BGA, EZD are [such that] each one of them is less than a right angle or each one of them is not less than a right angle" and still give a direct proof.

It is a very easy matter to give a counter example when we do away with the mentioned last condition.

What al-Sirrī Al-Bughdādī did is the following:

(1) He gave an introduction, mentioning the problem.

(2) He wrote Ibn Al-Haytham's wrong proof exactly as Ibn Al-Haytham wrote it.

(3) He gave a counter example with long unnecessary explanations.

(4) He explained where Ibn Al-Haytham made his mistake and how he slipped.

(5) He gave a "*direct*" proof of the original proposition, i.e. he kept the enunciation of the mentioned proposition as it was given by Euclid, but he gave direct proof instead of Euclid's indirect proof.



الفصل الرابع عشر

أشكال ابن الهيثم الهلاليّة

بسم الله الرحمن الرحيم. قول الشيخ
أبي علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف بالغريب في حساب المعاملات
علم العدد ينقسم أنواعاً مختلفة ولكل نوع منها غرض يتجه و
يختص بالحاجة إليه من كان له إلى نتيجته بعينه فكان النوع منها الموسوم
باسم المعاملات فإنه وإن تيسر طريقه وتقاربت رتبته وسهل
متناوله فإن الحاجة إليه عامة والافتقار إليه شامل إذ لا سبيل لأحد جملة
إذ الإنسان مضطر في حياته إلى معاملة الناس والمعاملات مبنية
على المعاوضات والمعاوضات إنما تقدر بحسب هذه الصناعة
فالحاجة إليه طبيعية والجاهل به كالعادم أحد جوارحه التي
بها قوام حياته فأولى بمن ترقب نفسه وسمت همته
وبعد بالطبع عنصره بالتوفر على ما هذه صفته والارتياض
بما يعم منفعته ولما كان غرضنا الاختصار فيما نورده ونقرب
من فهم من يلتمسه اعتمدنا لذكر الأصول التي لا غنى عنها في هذه
الصناعة وألقينا الكثير الفروع التي تقدر على استنباطها
من سلط فكره على فهم أصولها وأصول هذه الصناعة وهي
الرسوم في كتب المعاملات تنقسم ثلاثة أقسام هي النسبة والضرب
والقسمة فلنشرح كل واحد من هذه الأقسام على انفراده
ثم نبين كيف يكون استعمالها في مواضعها من أبواب المعاملات
القول في النسبة النسبة هي أن تنسب العدد من الأجزاء في
على طريق المثال أي جزء هو العدد الأصغر من العدد الأعظم أو أي
الأضعاف هو العدد الأعظم من الأصغر ولما كان الأعداد كثيرة اتفق
على عدد يجعل النسب على طريق التعليم ليكون مثالاً يلزم من
الأمثلة وهو عدد الستين فالنسب التي يتداولها أهل الحساب
في صناعتهم هي نسبة الستين فأما العدد الصحيح هنا فإنما يختص
بأجزاء صحيحة وإذا كان عدد الأجزاء أقل كان أحسن إلا أن يكون

أجزاء

«قول للشيخ أبي علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف بالغريب في حساب المعاملات»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص١١٦ب.

بسم الله الرحمن الرحيم

مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم

في الأشكال الهلالية

كان بعض إخواني سألني عن الشكل الهلالي
الذي يعمل على خط الدائرة فألفت قولاً مختصراً
في الأشكال الهلالية بطريق جزئي لاستعجال
صاحب السؤال لي في ساعته بالجواب من
القول. ولما تمادى الزمان بعد ذلك
عنّ لي الفكر في هذا المعنى فاستخرجته
بطريق كلية واستخرجت معه أصنافاً من أنواع
الأشكال الهلالية لم أذكرها في القول الأول
فرأيت أن أستأنف في هذه الأشكال
مقالة أستقصي الكلام فيها على هذا
المعنى وأن أسمي هذه المقالة وقدمت فيها مقدمات
يحتاج إليها. فأول المقدمات أن كل مثلث
قائم الزاوية يكون ضلعاه المحيطان بالزاوية
القائمة مختلفين ويخرج من زاويته القائمة
عمود على قاعدته التي توتر الزاوية القائمة
فإنه يقسمه القسم الأصغر من قسمي القاعدة

الصفحة الأولى، «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في الأشكال الهلالية»، مخطوطة لينتغراد «سانت بيترزبورغ = مدينة القديس بطرس» ٨٩، ص٥٠ب. يلاحظ، المقالة تكاد تكون غير منقوطة.

الصفحة على الجهة اليمنى هي آخر صفحة متوافرة لدينا من «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في الأشكال الهلالية»، مخطوطة لينتغراد ٨٩، ص ٧٢ب، أما الصفحة على الجهة اليسرى فهي أول صفحة توفرت لدينا من «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة الكرة»، مخطوطة لينتغراد ٨٩، ص٧٣أ.

بسم الله الرحمن الرحيم ❁ مقالة مستقصاة
للحسن بن الحسين بن الهيثم في الاشكال الهلالية
كان بعض اخواني سألني عن الشكل الهلالي الذي يعمل على
محيط الدائرة فالفت قولا مختصرا في الاشكال الهلالية
بطرق جزئية اقتنع بها صاحب السؤال والاقناع بالجزئي من القول
ولما تمادى الزمان من بعد ذلك عن لي ان افكر في هذا المعنى فاستخرجته
بطرق كلية واستخرجت معها ايضا انواعا من الاشكال الهلالية
لم تكن في القول الاول فرأيت ان استأنف في هذه الاشكال
مقالة استقصي الكلام فيها على هذا المعنى فالفت هذه
المقالة وقدمت فيها مقدمة ما تستعمل في براهينها والمقدمة
كل مثلث قائم الزاوية يكون ضلعاه المحيطان بالزاوية
القائمة مختلفين ويخرج من زاويته القائمة عمود على قاعدته
التي هي وتر الزاوية القائمة فان نسبة القسم الاصغر من قسمي القاعدة
القاعدة الى جميع القاعدة اصغر من نسبة الزاوية التي توترها الضلع الاصغر
من ضلعي المثلث الى زاوية قائمة وان نسبة القسم الاعظم من
قسمي القاعدة الى جميع القاعدة هي اعظم من نسبة الزاوية
التي يوترها الضلع الاعظم الى زاوية قائمة مثال ذلك مثلث
ا ب ج زاوية ا ب ج منه قائمة وضلع ا ب اصغر من ضلع
ب ج ويخرج فيه عمود ب د فاقول ان نسبة د ا الى ا ج اصغر
من نسبة زاوية ا ج ب الى زاوية قائمة وان نسبة ج د
الى ج ا اعظم من نسبة زاوية ب ا ج الى زاوية قائمة برهانه
انا نكمل د ه مثل د ا ونصل ب ه فيكون ج ب اعظم من
ب ه و ب ه اعظم من ب د لان زاوية ب د ج قائمة فنجعل
نقطة ب مركزا وندير ببعد ب ه قوسا من دائرة فهي تقطع
خط ب ج ويقع خارجا عن خط ب د فليكن القوس ز ه ح فيكون

نسبة

الصفحة الأولى، «مقالة مستقصاة للحسن بن الحسين بن الهيثم في الأشكال الهلالية»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص١٥٨ب (ظهر الورقة 158 ـ الرقم بالعربية المغربية. أما بالعربية المشرقية فهي ظهر الورقة ١٦٢). ويلاحظ في العنوان أن اسم والد ابن الهيثم هو «الحسين».

ه ط ح ر فهلال ه ف ر ع ه م ح نصف تسع دائرة ه د ح مساوياً

لثلثي مثلث ه ط د ولان دائرة ه د ح ثلثة امثال دائرة ا ب

ج يكون مثلث ه ط ر ثلثة امثال مثلث ا ك ب فثلثا مثلث ه ط ر

مساو لنصف مثلث ا ب ك ومثلث ا ب ك هو نصف مثلث

ا ب ك فثلثا مثلث ه ط ر مساو للمثلثين ا ب ك فهلال ف

ر ع ه م ح نصف تسع دائرة ه د ح مساو للمثلثين ا ب ك وقطاع

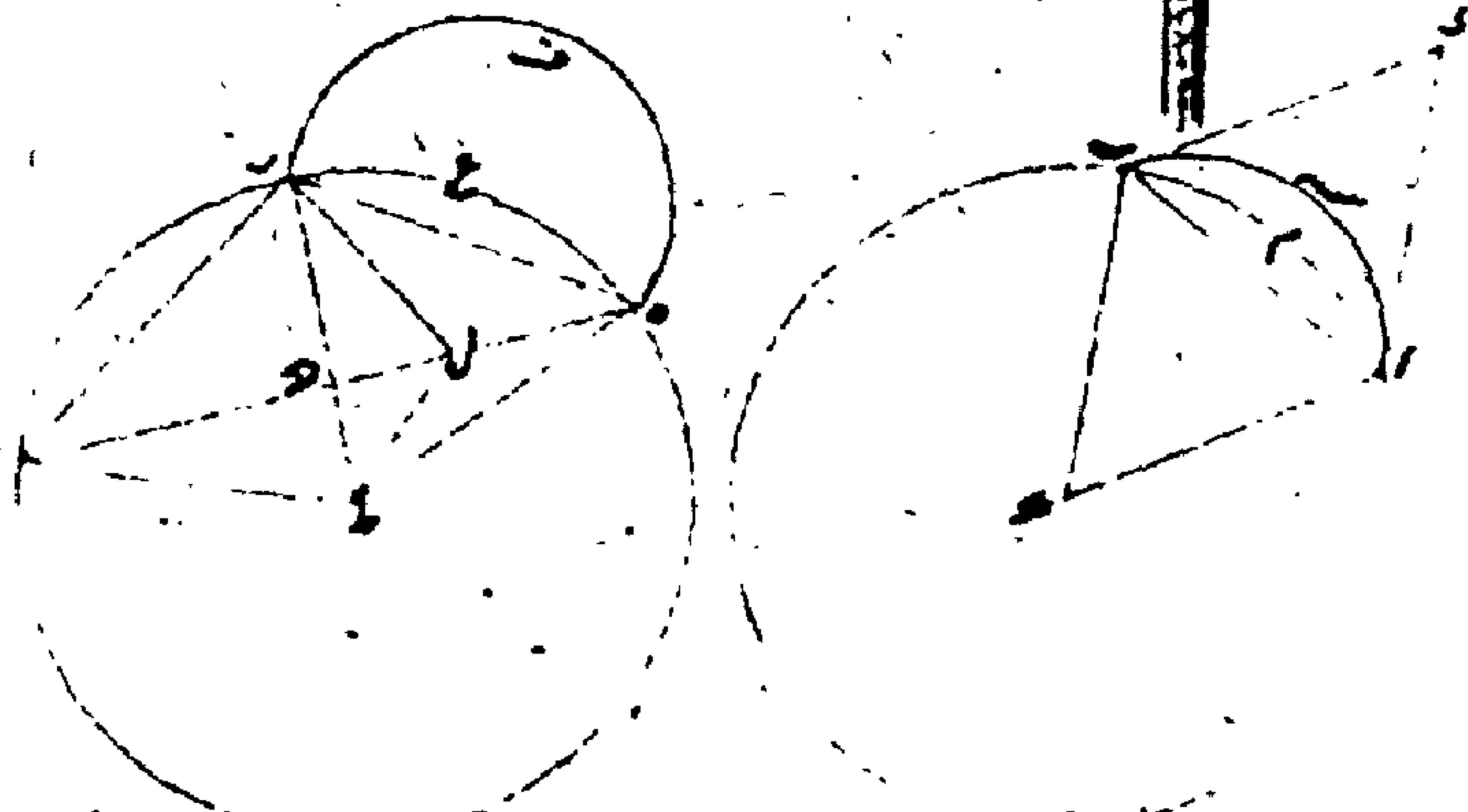
ا ك ب هو سدس دائرة ا ب ج ودائرة ا ب ج ثلث دائرة ه د ح

فقطاع ا ك ب م نصف تسع دائرة ه د ح فهلال ه ف ر ع ه م ح

قطاع ا ك ب م مساو للمثلثين ا ب ك فيسقط القطاع

المشترك فيبقى هلال ه ف ر ع ه مساوياً لشكل ا ك ب م وذلك ما اردنا

ان نبين



ونعمل ايضاً على خط ا ب قطعة مساوية لثلث دائرة ولتكن ا س ب ويكون نسبة

هلال ه ف ر ع ه الى شكل ا س ب م كنسبة دائرة ه د ح الى دائرة ا ب ج

فيكون هلال ه ف ر ع ه ثلثة امثال هلال ا س ب م فيكون شكل ا ك ب م

ضعف هلال ا س ب م فاذن عملنا دائرة مساوية لنصف دائرة ا ب ج وجعلنا

فيها ضلع المسدس وعملنا عليه ثلث دائرة كالعمل الذي عملناه في شكل ا ك ب

وقد يمكن ان نعمل انواع كثيرة من الاشكال الهلالية التي بيناها ولذلك لا نذكر ما ذكرناه

المنظمة [illegible] التي يمكن بها المبتدي [illegible] وفيما ذكرنا منها

في ايضاح ما قصدنا لتبيينه فلنتمم الآن هذا القول

تم

الصفحة الأخيرة، «مقالة مستقصاة للحسن بن الحسين بن الهيثم في الأشكال الهلالية»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص ١٧٧ ب (الرقم بالعربية المغربية).

أشكال ابن الهيثم الهلالية

أوجز هيث (T. L. Heath) ([٨١] : م ١ : ١٨٣ - ٢٠١) ، ([٨٣] : ١٢٢ - ١٣١) حديث باحثي ومؤرخي الرياضيات الإغريقية في النصف الثاني من القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين، أمثال: بريتشنايدر (Bretschneider) ، وَأولمان (Allman) ، وَدايلز (Diels) ، وَأوسِنَر (Usener) ، وَتانَري (Tannery) ، وَهايبرغ (Heiberg) ، وَروديو (Rudio) عن عمل إبوقراط الإغريقي (ق : ٥ ق. م) حول الأشكال الهلالية. وقد أجمع جميع المذكورين أن إبوقراط هو أول عالِم بحث في موضوع «الأشكال الهلالية»، واستندوا في ذلك إلى كلام المؤرخين الإغريق القدامى ، أمثال : الإسكندر (Alexander) ، وَيوديموس (Eudemus) ، وَسمبليقيوس (Simplicious) .

ولكن ، ثمة اختلاف فيما يمكن نسبته من الكلام إلى إبوقراط أو إلى كل من المؤرخين القدامى : الإسكندر، ويوديموس، وسمبليقيوس .

أما إبوقراط الذي يعنينا[1] فهو : **إبوقراط الخيوسي (Hippocrates of Chios)** ، **عالِم الرياضيات المشهور في أوائل ومنتصف القرن الخامس قبل الميلاد .**

كان إبوقراط يحاول تربيع الدائرة، وتوهم - خطأ - أنه أفلح في ذلك، غير أنه - ومن خلال هذه المحاولات - أفلح في تربيع أنواع خاصة مُعَيَّنَة من الأهِلَّة .

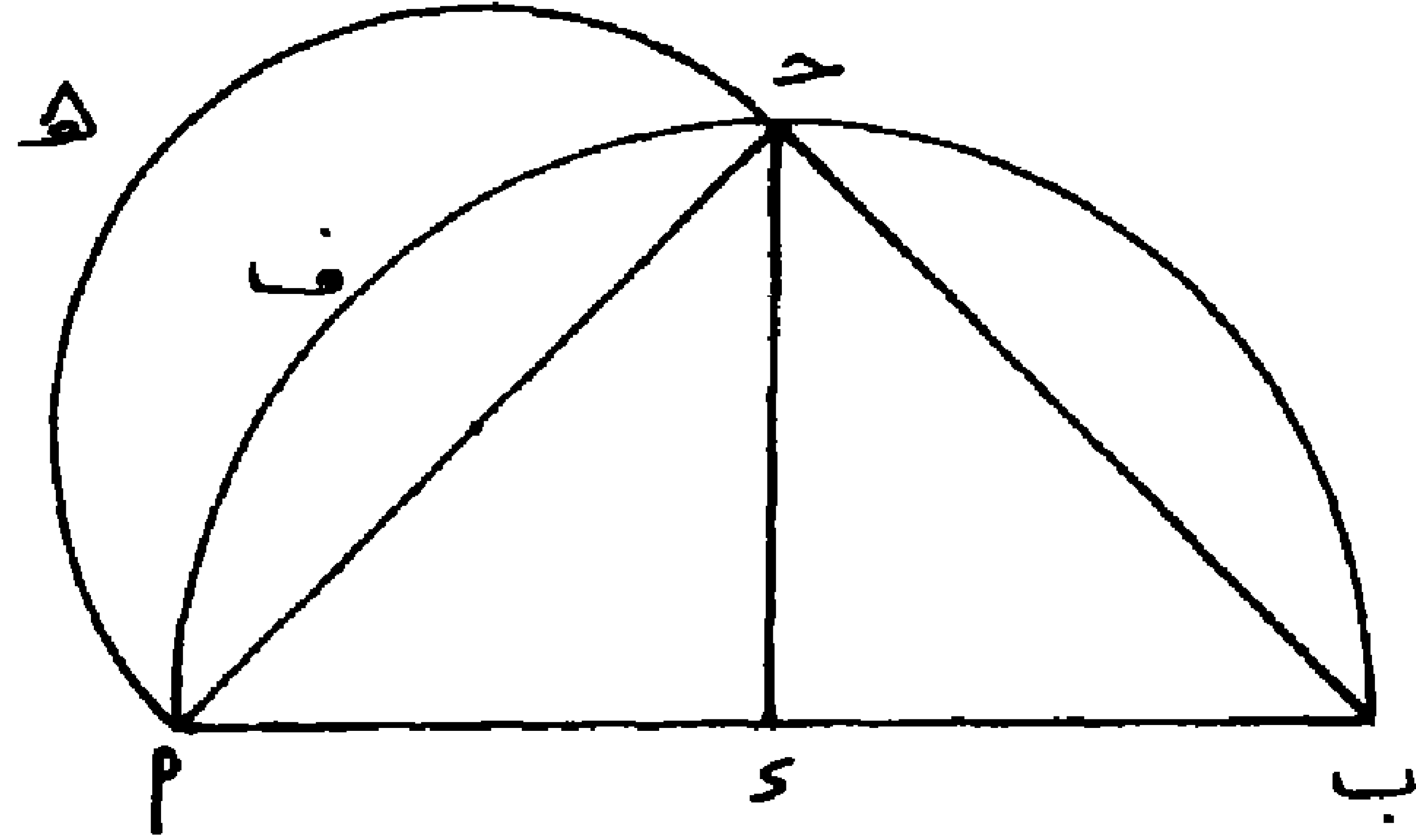
وَيُقصد بتربيع الهلال : إيجاد مربع مساحته تساوي مساحة الهلال . ويتم ذلك بإيجاد شكلٍ مستوٍ محاطٍ بخطوطٍ مستقيمة تساوي مساحته مساحة ذلك الهلال، على أساس أن مساحة كلِ شكلٍ مستوٍ محاطٍ بخطوطٍ مستقيمة، وكذلك مجموع مساحة عدة أشكال مستوية محاطة بخطوط مستقيمة تساوي مساحة مربع ما .

---

١ - تفادياً لِلَّبس، نذكر : هناك إبوقراط آخر - لا يعنينا هنا - شهرته تضاهي شهرة إبوقراط المذكور في المتن، وهو إبوقراط الكوسي (Hippocrates of Cos) ، وكان عالماً في الطب . كما أنه أصغر سناً من سابقه، إذ انه ينتمي إلى النصف الثاني من القرن الخامس قبل الميلاد. ويلاحظ : (Chios) بالنسبة لعالم الرياضيات، وَ (Cos) بالنسبة للعالم في الطب. وبسبب التشابه في الاسم والشهرة والتقارب في الفترة الزمنية، فقد حصل لَبْسٌ، في بعض المصادر، حول هذين العالمين. [راجع : صارتون ([٨٧] : ٢٧٧ - ٢٨١)].

لقد نسب الإسكندر إلى إبوقراط النظريتين (المسألتين) التاليتين :

(أ - ١) : ليكن أ ب قطر نصف الدائرة أ ب ح التي مركزها ء . وليكن أ ح ضلع المربع المحاط بالدائرة أ ب ح . ونرسم نصف دائرة[٢] أ ح هـ قطرها أ ح . فيحصـــل هــــلال أ ف ح هـ أ ، كما في الشكل (١) . فإن : مساحة الهـلال أ ف ح هـ أ = مساحـــة المثلث أ ء ح = مساحة ربع المربع المحاط بالدائرة الأصلية أ ب ح .



الشكل (١)

وهذه النظرية صواب، وتعادل القسم الأول من النظرية التاسعة في مقالة ابن الهيثم «الأشكال الهلالية». كما أنها حالة خاصة مُعَيَّنَة، تَصِحُّ فقط في حالة الهلال الذي وصفناه والذي قاعدته ضلع المربع المحاط بدائرة. ويبدو أن إبوقراط تَوَهَّمَ أنه استطاع تربيع الهلال العام[٣].

(أ - ٢) : يأخذ (نصف) شكل سداسي منتظم ء ف هـ ح ، كما في الشكل (٢)، ويرسم (نصف) دائرة ء و ف د هـ م ح [ء ح قطر الدائرة، أي : الوتر ء ح قاعدة القطعة التي هي هنا نصف دائرة].

ويأخذ أ ب = ء ف = ف هـ = هـ ح = ضلع الشكل السداسي المنتظم. ويرسم أربع أنصاف دوائر (أربع قطع) أقطارها (قواعدها) أ ب ، ء ف، ف هـ ، هـ ح . ويبرهن صواباً المعادلة (★) التالية :

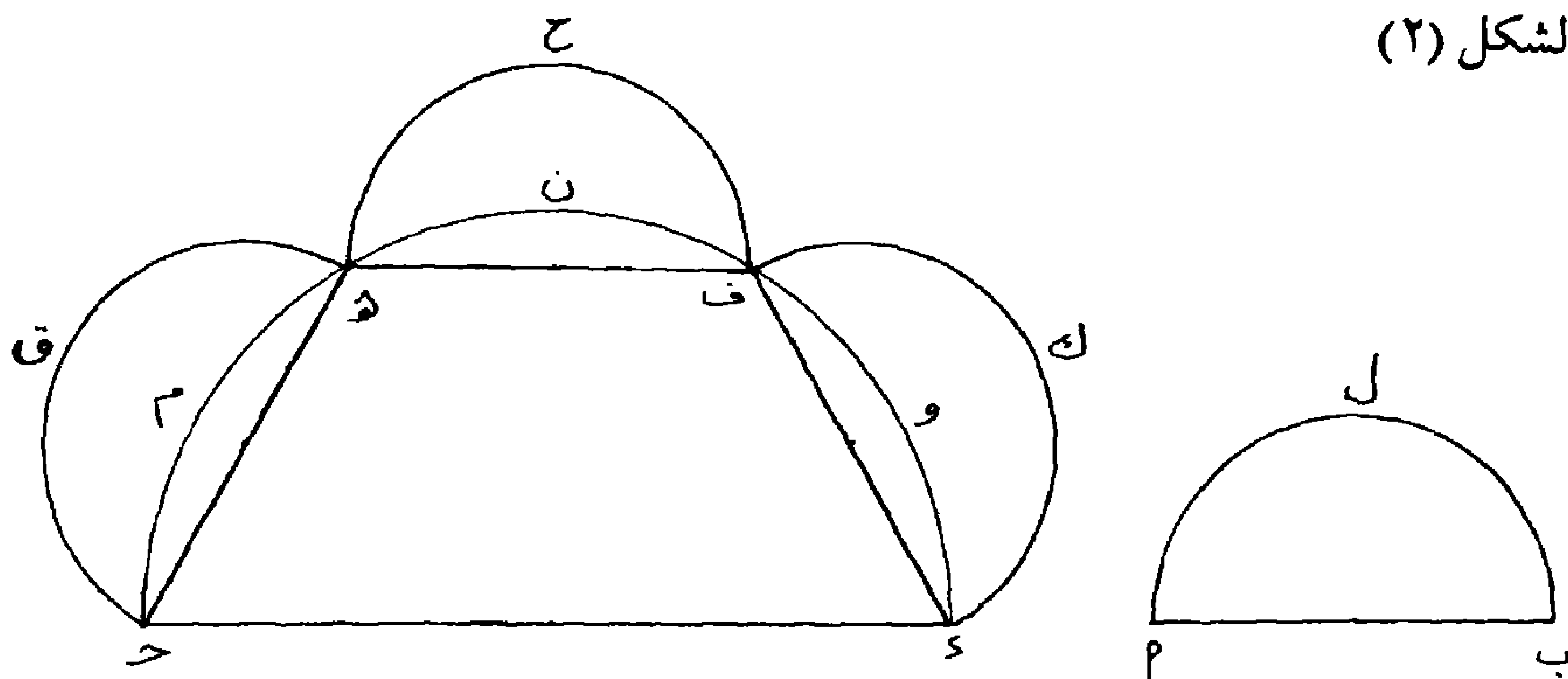
---

٢ - المهم هنا أن القطعة أ ح هـ [قاعدتها أ ح وقوسهـــا أ هـ ح] تشبه القطعة أ ب ح [قاعدتهـــا الوتر أ ب وقوسهـــا أ ح ب].

٣ - من المحتمل أن يكون إبوقراط قد افترض - والله أعلم - ما يلي : بما أن قاعدة كل هلال خط مستقيم، وكل خط مستقيم هو ضلع لمربع ما، لذا يمكن تربيع الهلال العام. ولكننا نوضح أن بإمكاننا أن نرسم ما لا نهاية من الأهلة المختلفة على قاعدة واحدة، والنظرية «هـ - ١» تصح فقط لهلال واحد هو الذي وصفناه في المتن.

مساحة شبه المنحرف ء ف هـ حـ = مجموع مساحة الأهِلَّة (ء ك ف و ء ، ف ح هـ د ف ، هـ ق حـ م هـ) + مساحة نصف الدائرة أ ل ب . . . (★)

الشكل (٢)



غير أن إبوقراط يستنتج ـ من المعادلة الصواب هذه ـ استنتاجاً خاطئاً، هو : بما أن الهلال = مساحة مربع ما [حسب النظرية السابقة « أ ـ ١ »]، إذن : مجموع مساحة الأهِلَّة الثلاثة (ء ك ف و ء ، ف ح هـ د ف، هـ ق حـ م هـ) يساوي مساحة مربع ما [ثانٍ]. وبالتالي تصبح المعادلة (★) هكذا :

مساحة نصف الدائرة أ ل ب = مساحة شبه المنحرف ـ مساحة مربع ما [ثانٍ]. وبالتالي فإن : مساحة نصف الدائرة أ ل ب = مساحة مربع ما [ثالث]. وعليه، تَوَهَّم إبوقراط أنه استطاع تربيع الدائرة أ ل ب ، وهذه مغالطة.

أما الخطأ فيما ذكرناه فهو : إن قواعد الأهلة الثلاثة المذكورة ليست أضلاع مربع محاط بدائرة، بل أضلاع شكل سداسي محاط بدائرة، وهذه حالة خاصة أخرى مختلفة عن سابقتها، ولا يصح تطبيق النظرية « أ ـ ١ » عليها. وانتبه الإسكندر للخطأ المذكور.

أما هيث ([٨١] : م ١ : ١٨٦) فيقول : «*من المستحيل أن يكون إبوقراط ـ أحد أقدر علماء الهندسة ـ قد أخطأ مثل هذا الخطأ الفاضح*».

"It is impossible that Hippocrates (one of the ablest of geometers) could have made such a blunder".

إننا نعترف بمقدرة إبوقراط في الهندسة، غير أننا لا نستبعد أن يكون قد أخطأ، ذلك لأن الهندسة لم تكن قد تطورت ما فيه الكفاية في زمنه، مما يؤدي إلى أخطاء قد تبدو لنا في الوقت الحاضر تافهة فاضحة، غير أنها ليست غريبة بالنسبة للمنطق الهندسي في ذلك الوقت.

أما يوديموس فنسب إلى إبوقراط النظريات التالية :

(٩ ـ ٣) : إذا كان عندنا قطعتان متشابهتان من دائرتين ، فإن :

$$\frac{\text{مساحة القطعة الأولى}}{\text{مساحة القطعة الثانية}} = \frac{\text{مربع قاعدة القطعة الأولى}}{\text{مربع قاعدة القطعة الثانية}}$$

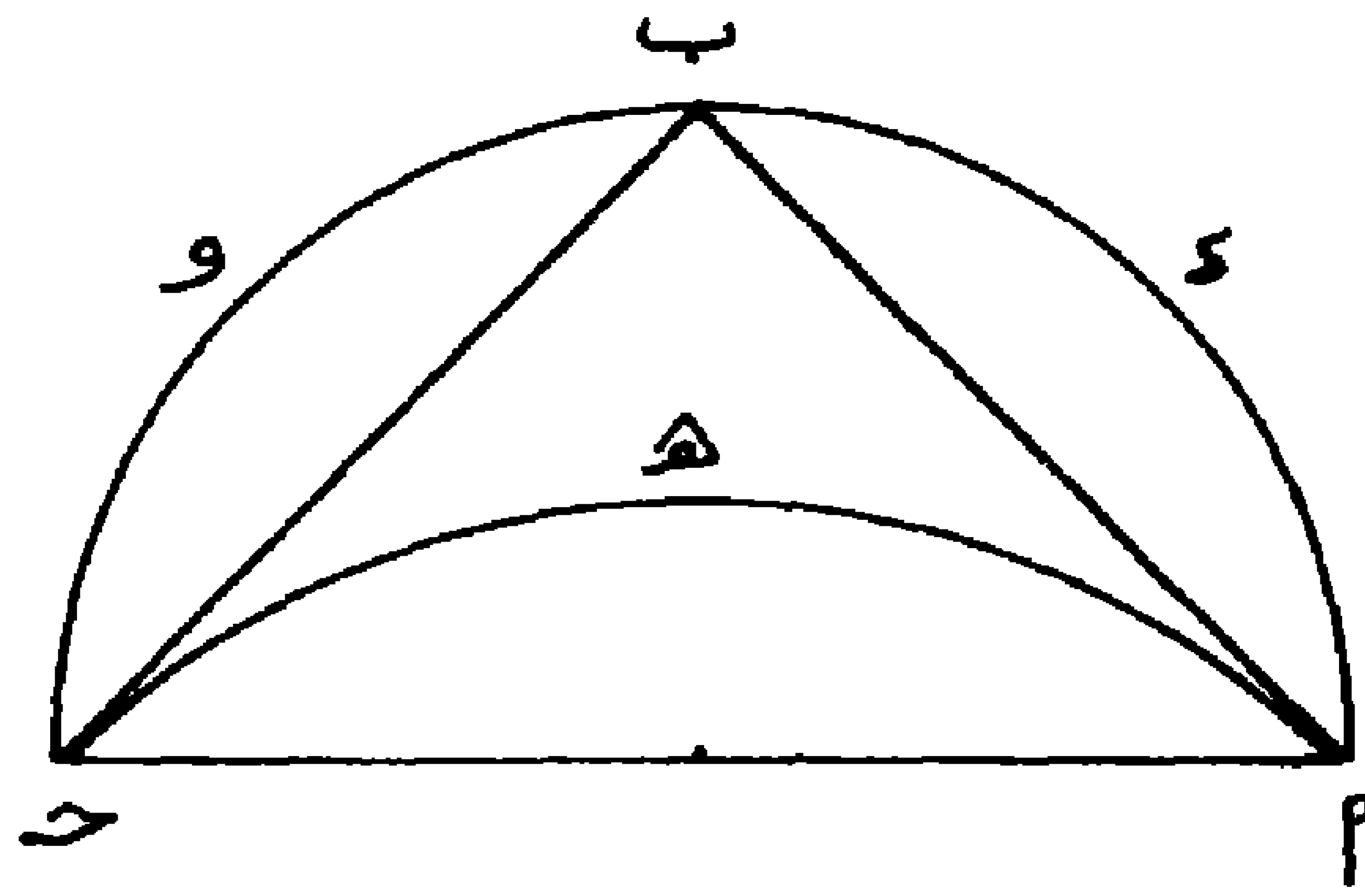
وهذه النظرية صواب، ويرهنها ابن الهيثم ضمن النظرية السادسة في مقالته : «الأشكال الهلالية» .

ومع أن يوديموس قد نسب هذه النظرية لإبوقراط، لكنه لم يقدم برهان إبوقراط لها، مما يدعونا للتساؤل : هل قدم إبوقراط برهاناً لهذه النظرية أم لا؟

وقدم هيث ([٨١] : م ١ : ١٨٧ ـ ١٩١) ـ بخصوص هذه النظرية ـ نقاشاً طويلاً حول نسبة الكلام لصاحبه، فهل الكلام ليوديموس حول ما قاله إبوقراط، أم هو إضافة مِن قِبَل سمبليقيوس إلى كلام يوديموس؟ وكذلك، هل قصد إبوقراط بكلمة «Segment = قطعة» قطعة أم قطاع؟ وخلال هذا النقاش، قدم هيث وجهات نظر العديد من الباحثين والمؤرخين ـ المذكورين آنفاً ـ الذين ينتمون إلى النصف الثاني من القرن التاسع عشر وَأوائل القرن العشرين.

لقد وَصَلَنا كلام يوديموس حول أعمال إبوقراط ـ بخصوص تربيع الهلال ـ مضافاً إليه شروحات وتعليقات وبراهين سمبليقيوس، مما يجعل من الصعوبة معرفة ما يمكن نسبته إلى إبوقراط وحده. وقد يمكننا أن نقول : لقد وضع ورسم إبوقراط بعض الحالات الخاصة المعيّنة من الأهلّة التي يمكن تربيعها، وجاء يوديموس وَنَقَلَ وَفَسَّرَ كلام إبوقراط، ثم جاء سمبليقيوس وَنَقَلَ وَشَرَحَ وَعَلَّقَ على ما أورده يوديموس ووضع براهين لبعض هذه الحالات. ونذكر هنا هذه الحالات التي تنسب (؟!) إلى إبوقراط :

(٩ ـ ٤) : يرسم نصف دائرة تحيط بمثلث ٩ ب حـ متساوي الساقين (٩ ب = ب حـ)



الشكل (٣)

وقائم الزاوية على النقطة ب، كما في الشكل (٣).ويرسم قطعة أ ﻫ حـ على القطر أ حـ تشبه كل من القطعتين أ ء ب ، ب و حـ . [مفترضاً إمكانية عمل ذلك، وهو ممكن][٤].
ويقـول :

مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة الهلال أ ء ب و حـ ﻫ أ .

وهذه النتيجة صواب، إذ إن :

(أ حـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} بنـظرية فيثاغوروس، ثم نستعمل النظرية «أ - ٣» فنحصل على :

القطعة أ ﻫ حـ = القطعة أ ء ب + القطعة ب و حـ . . . . (١)

ثم نضيف الشكل أ ب حـ ﻫ أ [المحاط بالقوس أ ﻫ حـ والوترين أ ب ، ب حـ] إلى طرفي المعادلة (١)، فنحصل على : مساحة المثلث أ ب حـ = مساحة الهلال أ ء ب و حـ ﻫ أ .

ويكون بذلك قد استطاع تربيع هذا الهلال أ ء ب و حـ ﻫ أ . وهذه - بطبيعة الحال - حالة خاصة بمعنى الكلمة؛ فهذا المثلث ليس مثلثاً عاماً قائم الزاوية، كما أن القطعة، قطعة واحدة مُعَيَّنة قوسها ربع دائرة وقاعدتها ضلع المربع المحاط بالدائرة. كما أنها تحوير طفيف للنظرية (أ - ١).

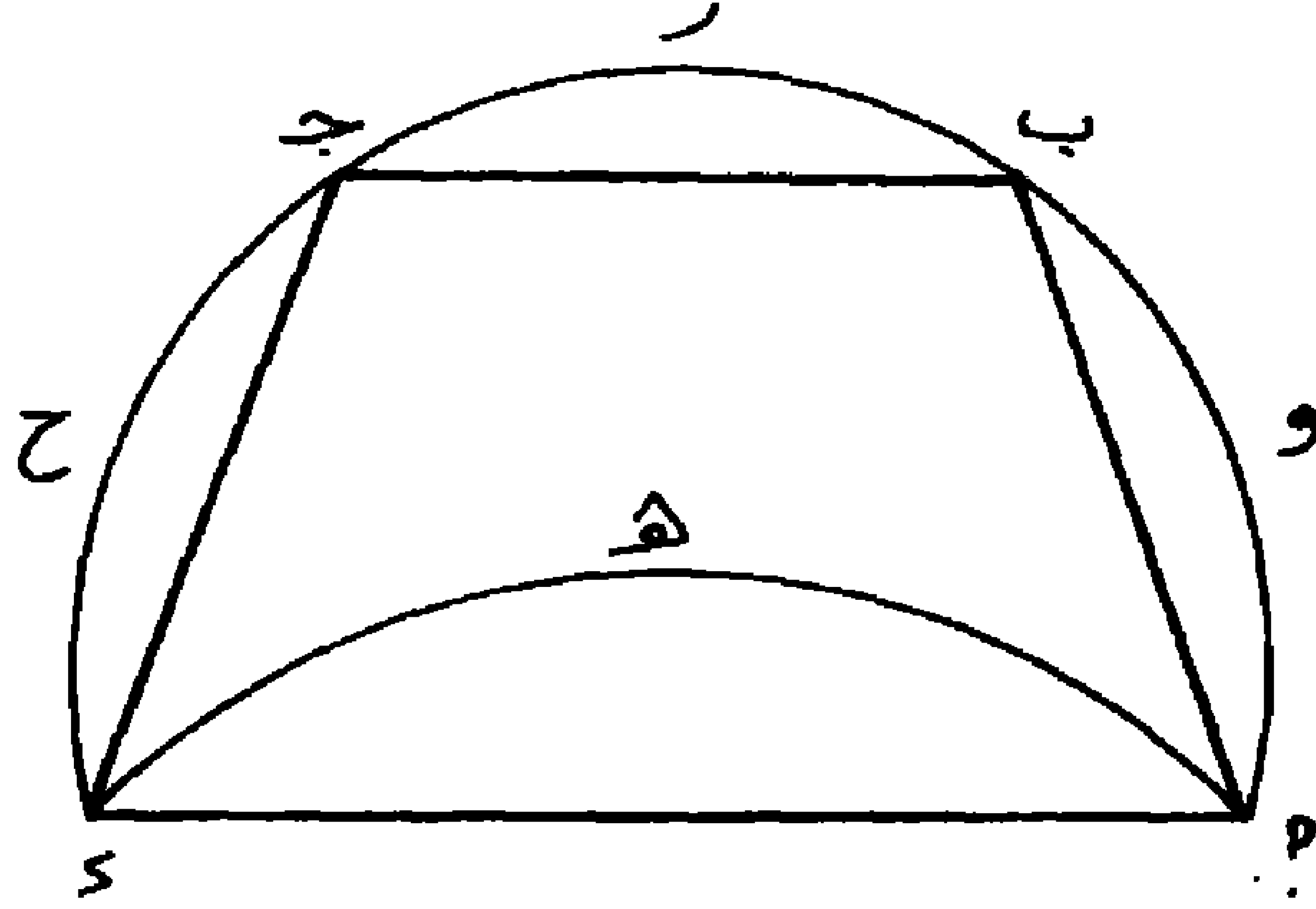
(أ - ٥) : يرسم شبه منحرف، ثلاثة أضلاع منه متساوية، القاعدة توازي أحد الأضلاع الثلاثة المتساوية. والمهم أنه يفترض إمكانية رسم شبه المنحرف هذا بحيث يكون مربع القاعدة يساوي ثلاثة أضعاف مربع أحد الأضلاع، أي :

---

٤ - قوس القطعة هنا ربع دائرة وقاعدتها ضلع مربع محاط بالدائرة؛ فرسم قطعة شبيهة أمر سهل. ولكن، هل كانوا يعرفون كيف يرسمون قطعة شبيهة بقطعة عامة مهما كان قوسها وقاعدتها ؟!.

(أ د)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 + (جـ د)^2

ويفترض إبوقراط أنه يمكن رسم قوس دائرة تحيط بشبه المنحرف هذا، كما في الشكل (٤). ويثبت سمبليقيوس أن هذا الأمر ممكن وأن القوس أ ب جـ د هي أكبر من نصف الدائرة التي تحيط بشبه المنحرف .



الشكل (٤)

ويفترض إبوقراط إمكانية رسم قطعة كبيرة أ هـ د ، قاعدتها الضلع أ د بحيث تكون القطعة أ هـ د شبيهة بكل قطعة من القطع الثلاث الصغيرة أ و ب ، ب ر جـ ، جـ ح د .

هنا يبرهن سمبليقيوس بسهولة الآتي :

بما أن : (أ د)^2 = (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 + (جـ د)^2

إذن : مساحة القطعة أ هـ د = مجموع مساحة القطع الثلاث

(أ و ب ، ب ر جـ ، جـ ح د)، . . . (٢)

فإذا أضفنا مساحة الشكل أ ب جـ د هـ أ إلى طرفي المعادلة (٢)، فنحصل على :

مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د = مساحة الهلال أ و ب ر جـ ح د هـ أ .

وبالتالي تم تربيع الهلال أ و ب ر جـ ح د هـ أ .

ويلاحظ أن الهلال المذكور هو حالة خاصة مُعَيَّنة، وكذلك يمكننا القول : إن عمل هذه المسألة (أ ـ ٥) هو عمل مشترك، اشترك في عمله كل من : إبوقراط وَيوديموس وَسمبليقيوس .

(أ ـ ٦) : يأخـذ قوس دائرة أقل من نصف دائرة، ويرسم (ويركِّب) فيها قوساً خاصـةً أخرى باستعمال الهندسة المتحركة (نيوسيس)؛ فيحصل عنده هلالاً آخر يمكن

تربيعه. وأيضاً في هذه الحالة فإن الهلال يساوي شبه منحرف. ويلاحظ، ان هذه الحالة هي أيضاً حالة خاصة مُعَيَّنة، ولم يتمكن من تركيبها دون استعمال الهندسة المتحركة غير البرهانية. ولا نجد ضرورة لشرح تفاصيلها؛ فبالإضافة لكونها غير برهانية، فهي أيضاً طويلة جداً.

ويضيف يوديموس القول: «*وهكذا استطاع إبوقراط تربيع جميع [أنواع] الأهِلّة، حيث إنه لم يستطع فقط [تربيع] الهلال الذي محيطه الخارجي نصف دائرة، بل أيضاً الهلال الذي محيطه الخارجي أكبر من [نصف دائرة]، والهلال الذي [محيطه الخارجي] أقل من نصف دائرة*» وهذا الكلام ـ بطبيعة الحال ـ ليس صحيحاً؛ فهذا العمل الذي ينسب إلى إبوقراط (م ـ ٤، ٥، ٦) الذي اشترك في عمله ـ بنسب متفاوتة ـ كل من إبوقراط وَيوديموس وَسمبليقيوس، هو عبارة عن ثلاث حالات خاصة مُعَيَّنة فقط لا غير، فبإمكاننا رسم ما لا نهاية من الأهلّة داخل قوس نصف دائرة (أو: قوس أكبر من نصف دائرة، أو: قوس أقل من نصف دائرة) لا يصح فيها تربيع الهلال.

(م ـ ٧): ثم نسب يوديموس حالة خاصة مُعَيَّنة أخرى لإبوقراط، حيث حصل على: مثلث خاص مُعَيَّن + شكل سداسي خاص معيّن = هلال خاص معيّن + دائرة تامة خاصة مُعَيَّنَة... (٣).

وتوقف إبوقراط هنا ـ عند المعادلة (٣) هذه ـ دون إضافة، وهذا الأمر مُضَلِّل!؟ فإذا قبلنا اعتقاد إبوقراط أنه استطاع تربيع الهلال العام في النظرية (م ـ ١)، فتصبح المعادلة (٣) عبارة عن: دائرة تامة خاصة = مربع ما؛ أي: استطاع إبوقراط تربيع دائرة تامة [وهذا ليس صحيحاً]. وهنا يطرح السؤال التالي نفسه:

هل اعتقد إبوقراط ـ فعلاً ـ أنه استطاع تربيع الدائرة، أم تَعَمَّد تضليل الناس بإيهامهم أنه استطاع تربيع الدائرة دون أن يقول ذلك بوضوح وجلاء؟ وهذا الأمر كان موضع تحليل وتخمين عند الباحثين والمؤرخين في النصف الثاني من القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين، وكل له وجهة نظره المختلفة عن الآخر.

ونذكر، يخبرنا سمبليقيوس أن يوديموس كان تلميذاً لأرسطوطاليس (ق: ٤ ق.م) وأن الأخير ذكر أن عمل إبوقراط فيه نوع من المغالطة.

أما نحن، فنرى أن إبوقراط قد أخطأ واعتقد أنه استطاع تربيع الدائرة، فهذا الأمر ليس غريباً بالنسبة للمنطق الهندسي في زمنه، إذ إن الهندسة لم تكن قد تطورت ما فيه الكفاية في ذلك الوقت.

وعلى ما نعلم، فلم يُعالِج موضوع مساحة الهلال بعد ذلك أي عالِم، من الإغريق والعرب، سوى ابن الهيثم.

ويذكر هيث ([٨١] : م ١ : ٢٠٠) أنــه حصلت محاولات عديدة لمعرفة (جميع) أنواع الأهلّة التي من الممكن تربيعها من قِبَــل : فيتا (Vieta) سنة ١٥٩٣، وَتشيرنهاوزن (Tschirnhausen) سنــة ١٦٨٧، وَكــلاوزن (Clausen) سنـة ١٨٤٠. ولكن أفضـــل دراسة للموضــــوع تمت على شكل أطروحـــة قدّمهــا مارتن يوهــان فالينوس من آبــو (Martin Johan Wallenius of Abveae) سنـة ١٧٦٦. ولعل (بعض) هذه المحاولات قد استعملت حساب المثلثات للوصول إلى هدفها.

بعد أن ينتهي ابن الهيثم من النظرية (١٨) في مقالته : «**مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية**» يقول : «*وأيضاً : فإنه قد بيّن أُقليدِس في كتابه في القسمة : كيف نفصل من دائرة معلومة، قطعة فيما بين خطين متوازيين تكون نسبتها إلى جميع الدائرة، نسبة معلومة. ونحن نُبيّن ما نستعمله من ذلك في هذا الموضع*».

بعد الجملة الأخيرة هذه، يبرهن ابن الهيثم النظرية (١٩) التي هي حالة خاصة من النظرية (٢٩) من «**كتاب أُقليدِس في القسمة**». كما يستند الهلال في النظرية (٢٠) من مقالة ابن الهيثم المذكورة إلى النظرية (١٩) المذكورة. لذا، يمكننا القول : إن النظرية (٢٩) من «كتاب أُقليدِس في القسمة» هي خلفية ضرورية للنظريتين (١٩ ، ٢٠) في مقالة ابن الهيثم «في الأشكال الهلالية».

وبخصوص «كتاب أُقليدِس في القسمة» نرغب أن نذكر ما يلي :

نحن نعلم أن « كتـــاب أُقليدِس في القسمة » مفقود باليونانية، وطبقـــاً لما نعلم فإنــه لا يوجد لهــذا الكتاب أي أثر سوى مخطوطــة عربية لمحمــد البغدادي، تتضمن نصوص جميع نظريات الكتاب ـ المكّون من ست وثلاثين نظريــة ـ وبراهين لأربع نظريات فقط. ونعلم أن فيبكي (F. Woepeke) [٩٩] قــد نشر ترجمة لمخطوطة محمــد البغدادي

المذكورة سنة ١٨٥١م. كمـــا نعلم أن آر. سي. آرشيبولد (R. C. Archibold) [١٠٠] قد جمـع ـ سنة ١٩١٥م ـ محتويـــات هـذا الكتاب بالاستنـاد ـ بشكل رئيسي ـ إلى مخطوطـــة محمد البغدادي العربيـــة، وإلى براهين أوردهـــا عالم العصور الوسطى ليناردو بيزانـو (Leonardo Fibonacci of Pisa = Leonardo of Pisa) سنة ١٢٢٠ في كتابـه الموسوم : « Practica Geometriae ».

ويذكر آرشيبولد عن فيبكي قوله : «*ولسوء الحظ، فإن براهين أربع نظريات فقط موجودة من ست وثلاثين [نظرية]، ذلك لأن المترجم العربي [أي : البغدادي] وجدها سهلة جداً فَحَذَفَها*».

كمـــا يقـدم آرشيبولد نقاشاً طويـلاً نوجزه فيمـــا يلي : لا بـد وأن ليناردو بيزانو قـد حصل على مخطوطـة لاتينية، مأخـوذة عن مخطوطـــة عربية، ونقـــل نظرياتها في كتابـه "Practica Geometriae" ونسبها لنفسه.

هذا ونذكر أننا حصلنا على رقم النظرية (٢٩)، التي أشار إليها ابن الهيثم في مقالته «في الأشكال الهلالية»، من كتاب آر. سي. آرشيبولد [١٠٠]. والبرهان الموجود في كتاب آرشيبولد لهذه النظرية، ليس برهاناً عاماً، بل هو برهان للحالة الخاصة «ثلث قطعة من الدائرة» وَيُنسب إلى ليناردو بيزانو. أما برهان ابن الهيثم ـ وهو النظرية (١٩) في مقالته « في الأشكال الهلالية» ـ فهو الحالة الخاصة «ربع قطعة من الدائرة». ويتضح ـ إذن ـ أنه لم يصل إلينا برهان أُقليدِس العام للنظرية (٢٩) هذه، هذا إذا كان قد برهنها بصورتها العامة أصلاً.

وبهذا نكون قد أوردنا موجزاً لجميع الأعمال الإغريقية ـ على ما نعلم ـ التي تدور حول مادة مقالة ابن الهيثم «في الأشكال الهلالية». ونتحول الآن للحديث عن أشكال ابن الهيثم الهلالية.

فهدفنا في هذا الفصل تقديم : **«مقالة مستقصاة لابن الهيثم في الأشكال الهلالية»** وبناء على ما لدينا من معلومـــات، بخصوص هذه المقالة، فإنها لم تُحَقق ولم تدرس ولم

يُترجم أي جزء منها إلى أية لغة أجنبية في السابق*. وفي رأينا، إننا نقدم : مقالة هندسية رائعة قوية متقنة، وتدل على عمق تفكير وطول باع ابن الهيثم في الهندسة. ويدخل الكثير من نظريات هذه المقالة في نطاق ما يمكن تسميته : «تربيع الهلال». ونرجح أن ابن الهيثم لم يكن يعلم أن إبوقراط الإغريقي تطرق إلى سطح هذه المادة الهندسية التي تعمق فيها صاحبنا ابن الهيثم.

ويجب أن نقول : إنه ليس من الإنصاف الموازنة بين العمل المنسوب لإبوقراط وعمل ابن الهيثم، فقد كانت الهندسة متطورة في زمن ابن الهيثم.

غير أننا نذكر أن عمل ابن الهيثم عام إلى حد كبير. فحتى النظريات السهلة التي تخص الأهلّة، مثل : النظريتان الثامنة والتاسعة، تخصان مجموعة كبيرة - ما لا نهاية - من الأهلّة، ولكنهما - بطبيعة الحال - لا تخصان جميع أنواع الأهلّة.

فعندنا في هاتين النظريتين - الثامنة والتاسعة - مثلث عام قائم الزاوية، محاط بنصف دائرة، ورأس الزاوية القائمة هو نقطة عامة على قوس نصف الدائرة؛ فضلعا الزاوية القائمة وتران عامان في الدائرة يُكوِّنان قطع عامة ومجموعة كبيرة - ما لا نهاية - من الأهلّة. بينما نجد في نظرية إبوقراط النظيرة «م - ١» أن الوتر - قاعدة القطعة والهلال - هو ضلع مربع داخل دائرة، فهو قاعدة واحدة فقط لا غير تخص قطعة واحدة وهلال واحد فقط لا غير.

وكذلك، إذا نظرنا إلى النظريات العاشرة والحادية عشرة والثانية عشرة، فعندنا قطعة عامة أقل من نصف دائرة تحيط بمثلث عام منفرج الزاوية، ورأس الزاوية المنفرجة هو نقطة عامة على قوس القطعة؛ فضلعا الزاوية المنفرجة وتران عامان في الدائرة يُكوِّنان قطع عامة ومجموعة كبيرة - ما لا نهاية - من الأهلّة. بينما نجد في نظرية إبوقراط «م - ٦» - التي تخص قطعة أقل من نصف دائرة - هلالاً واحداً خاصاً فقط لا غير، رُكِّب تركيباً خاصاً معيّناً باستعمال الهندسة المتحركة غير البرهانية.

تذكر المصادر(٥) أن إبوقراط هو الذي حوّل مسألة «تضعيف المكعب» إلى مسألة

(*) لقد ألقينا محاضرة - تحدثنا فيها باختصار حول بعض محتويات مقالة ابن الهيثم في الأشكال الهلالية وعن النسبة عند ابن الهيثم - في «الملتقى المغربي الثاني حول تاريخ الرياضيات العربية» الذي عقد في تونس أيام ١، ٢، ٣ ديسمبر ١٩٨٨. واستلمنا نسخة عن نشرة أعمال الملتقى المذكور [١٠٨] في أيلول (سبتمبر) ١٩٩١. وجاء النص الرسمي لمحاضرتنا المشار إليها في الصفحات ٤٠ - ٦٧ من النشرة.

٥ - راجع : هيث ([٨١] : م ١ : ١٨٣ - ٢٠١)، وكذلك صارتون ([٨٧] : ٢٧٧ - ٢٨١).

«إيجاد الوسطين المتناسبين بين مقدارين معلومين». ونعلم أن المسألة الأخيرة هذه ـ التي وصلت العرب ـ قد عولجت مِن قِبَل عدد ليس بقليل من علماء الهندسة العرب، ولعل أول من عالجها من العرب بنو موسى بن شاكر الذين أوردوها في كتابهم آنف الذكر «معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية».

ونحن نرجح أن ما نُسِبَ لإبوقراط حول الأشكال الهلالية لم يصل العرب، لأن هذا الموضوع ـ على ما نعلم ـ لم يُعالَج مِن قِبَل أي عالم عربي سوى ابن الهيثم، ولو وصل العرب لعالجوه كما عالجوا غيره من المسائل التي وصلتهم. غير أننا نعتقد أن نوعاً من التلميح (الكلام القليل) عن الأهلّة ـ ربما النظرية « م ـ ١ » بالذات ـ قد وصل العرب في طيّات كتاب إغريقي ما. ودليل ذلك تَوَجُّه أحد العرب بسؤال لابن الهيثم عن «الشكل الهلالي» كما يتضح في صدر مقالة ابن الهيثم، حول الأشكال الهلالية، التي نحن بصدد تحقيقها في هذا الفصل.

وكذلك، فإن طريقة معالجة ابن الهيثم لموضوع «الأشكال الهلالية» توحي لنا أنه لم يطلع على عمل إبوقراط بهذا الخصوص، عدا إمكانية رؤيته للنظرية « م ـ ١ ». فمثلاً: إن معظم الأهلة عند إبوقراط مرسومة داخل القطعة الأصلية المفروضة، بينما معظم الأهلة عند ابن الهيثم مرسومة خارج القطعة الأصلية المفروضة. وحتى لو افترضنا أن ابن الهيثم رأى النظرية « م ـ ١ »، فإننا نعتقد أنه لم يكن يعلم أن صاحبها هو إبوقراط، ولو كان يعلم ذلك لذكره بالاسم كما ذكر أسماء غيره من العلماء الإغريق في أعماله.

نحن لم نجد أية أخطاء هندسية تعود إلى المؤلف في براهين مقالة ابن الهيثم «في الأشكال الهلالية». وتستند براهين هذه المقالة بقوة إلى النسبة بين مقدارين متجانسين، والهندسة المستوية المألوفة في كتاب أُقليدس «الأصول» بما في ذلك النظرية الثانية من المقالة الثانية عشرة من كتاب أُقليدِس المذكور. وجرياً على عادة سائر علماء الهندسة العرب، فابن الهيثم لا يذكر أرقام نظريات كتاب أُقليدِس «الأصول» التي يستعملها في براهينه. ونحن نرى أن الأفكار في مادة هذه المقالة تختلف عن نظريات أُقليدِس في الهندسة المستوية، كما أنها معقدة ومتطورة ومستواها أعلى من مستوى نظريات أُقليدِس في كتابه المذكور.

وباستثناء النظريات السهلة المذكورة، التي سبقه إليها إبوقراط وأُقليدِس، فإننا لا نعلم، أن هذه النظريات المتطورة قد بُرْهِنَت مِن قِبَل أي عالِم غير ابن الهيثم؛ فهذه

النظريات تخص ابن الهيثم وحده.

كما نعلم أن ابن الهيثم برهن ثانية النظرية الثامنة، والقسم الأول من النظرية التاسعة في رسالته: «تربيع الدائرة»، كما برهن أيضاً النظريات التي تنتمي إلى الأشكال الهلالية في هذه الرسالة، وذكر فيها النظرية (٢) من المقالة (١٢) من كتاب أُقليدِس «الأصول».

أما لماذا الأشكال الهلالية؟ ولماذا كتب ابن الهيثم مقالته «في الأشكال الهلالية»؟ وهل هناك استعمال عملي أو نظري لنظريات هذه المقالة؟ وهل كان ابن الهيثم خبيراً بالأشكال الهلالية وشغوفاً بها؟ فهذه الأسئلة بخاصة وموضوع الأشكال الهلالية بعامة تحتاج إلى دراسة باحث متفرغ للإجابة عليها. ونتذكر أن الأهلّة موجودة فوق مآذن مساجدنا، وفي صميم معمارنا العربي الإسلامي، فهل يتصور أحد مبنى عربياً إسلامياً لا يشتمل - بشكل أو بآخر - على أشكال هلالية؟ كما أننا نجد كثيراً من الأشكال الهلالية في كثير من أعمال ابن الهيثم الهندسية والفيزيائية والفلكية، مثل: رسالته «تربيع الدائرة»، وكتابه «المناظر»، ومقالته «في صورة الكسوف»[٦]. ويقول عز وجل في سورة البقرة ﴿يسألونك عن الأهلّة، قل: هي مواقيتُ للنّاس والحج﴾ (الآية ١٨٩).

وننتقل الآن للحديث عن مادة المقالة بإيجاز:

أ - توضيح مصطلحات المقالة:

١) «هلال»: المساحة المحصورة بين قوسي دائرتين.

٢) «الزاوية التي يوترها الضلع ا ب»: الزاوية المقابلة للضلع ا ب في المثلث ا ب ح.

وقد أخذنا تعريفات: «الجزء، والنسبة، وتركيب النسبة، وتفصيل النسبة، وعكس النسبة» من شريط رقم ٥٢٣، مركز الوثائق والمخطوطات، الجامعة الأردنية. ويتضمن هذا الشريط: كتاب أُقليدِس: «الأصول»، الذي ترجمه إسحق بن حنين، وأصلحه ثابت بن قرة. وأما التعريفات التي تهمنا، فهي مكتوبة في مُقَدِّمة المقالة الخامسة من كتاب أُقليدِس المذكور.

٣) «الجزء: هو مقدار أصغر من مقدار أعظم».

٦ - راجع عبد الحميد صبرة [٤٨].

٤) « النسبة : هي إضافة ما لمقدارين متجانسين أحدهما إلى الآخر في المقدار » .
أي : إذا كان ﺃ ، ﺏ مقدارين متجانسين ؛ فالنسبة هي ﺃ : ﺏ .

٥) « تركيب النسبة : هي أخذ نسبة المُقدم والتالي معاً إلى التالي » .
والمُقدم : هو ما نسميه اليوم : البسط (صورة الكسر)، والتالي : هو ما نسميه اليوم : المقام (مقام الكسر). فإذا كانت ﺃ : ﺏ نسبة معلومة ؛ فتركيبها نسبة معلومة أيضاً وهي (ﺃ + ﺏ) : ﺏ = (ﺃ : ﺏ) + ١ .

٦) « تفصيل النسبة : هو أخذ نسبة زيادة المُقدم على التالي إلى التالي » . فإذا كانت (ﺃ : ﺏ) نسبة معلومة، فتفصيلها نسبة معلومة أيضاً وهي (ﺃ ــ ﺏ) : ﺏ = (ﺃ : ﺏ) - ١ .

٧) « عكس النسبة : هو أن يؤخذ التالي فَيُجعل مُقدماً، وَيُنسب إلى المُقدم، فيجعل المُقدم تالياً » . فإذا كانت ﺃ : ﺏ نسبة معلومة، فعكسها نسبة معلومة أيضاً وهي ﺏ : ﺃ .

٨) «نسبة خطوط ط ﺃ ، ط ل ، ل ﺣ إلى ﺃ ﺣ » : (ط ﺃ + ط ل + ل ﺣ) : ﺃ ﺏ .

٩) «الزاوية التي تلي زاوية ﺃ ﺏ ﺣ » : الزاوية المكملة للزاوية ﺃ ﺏ ﺣ .
أي : زاوية ﺃ ﺏ ﺣ + الزاوية التي تلي زاوية ﺃ ﺏ ﺣ = زاويتان قائمتان .

١٠) « قطعة ﺃ ﻫ ﺏ في الدائرة ﺃ ﺏ ﺣ » : مساحة القطعة المحصورة بين الوتر ﺃ ﺏ ، والقوس ﺃ ﻫ ﺏ ، في الدائرة ﺃ ﺏ ﺣ . وبمفهومنا في الوقت الحاضر، فإن محيط هذه القطعة مكون من إتحاد القوس ﺃ ﻫ ﺏ وَالوتر ﺃ ﺏ . وَيَرِدُ هذا النوع من القطعة في معظم نظريات المقالة .

١١) « محيط القطعة » : قوس القطعة بدون قاعدة القطعة . (يُلاحظ الاختلاف بين استعمال ابن الهيثم للكلمتين : « محيط القطعة » ومفهومنا في الوقت الحاضر لهاتين الكلمتين. وسيتضح لاحقاً نفس الشيء بخصوص : «محيط الهلال») .

١٢) «قطعة ﺃ ﺏ ﻫ ﺣ بين خطين متوازيين في الدائرة ﺃ ﺏ ﺣ » : مساحة القطعة

المحصورة بين الوترين المتوازيين أ حـ ، ب هـ . ومحيط هذه القطعة ـ بمفهومنا الحالي ـ مُكّون من : إتحاد الوترين أ حـ ، ب هـ ، والقوسين أ ب ، هـ حـ المحصورتين بين الوترين أ حـ ، ب هـ . وَيَرِدُ هذا النوع من القطعة في النظريتين ١٩، ٢٠ .

١٣) « قطعة حـ ب أ هـ ر ء حـ التي بين خطي ب حـ ، هـ ر المتوازيين » : وردت هذه القطعة في النظرية ٢٠ ، وهي مكونة ـ بفهومنا الحالي ـ من إتحاد قطعتين متطابقتين من النوع المعرّف في (١٢)، وهما : قطعة أ ب حـ ء ، والقطعة أ هـ ر ء . والخط أ ء هو عبارة عن مرآة لهاتين القطعتين . والنقطتان هـ ، ر صورتان للنقطتين ب ، حـ على التوالي.

١٤) « مربع أ ب » : (أ ب)[٢] .

١٥) « مربع هـ ب ف ق » : المساحة الداخلية للشكل الرباعي ـ بالمفهوم الحالي ـ هـ ب ف ق .

١٦) « قطاع أ هـ حـ ب » : المساحة المحصورة بين نصفي قطرين وقوس من الدائرة، ورأسه مركز الدائرة.

١٧) «دائرة عليها أ ب حـ » : دائرة أ ب حـ ، وعلى محيطها النقط أ ، ب ، حـ .

ويستعمل المؤلف كلمة « دائرة » لمحيط الدائرة أحياناً، ولمساحتها أحياناً أخرى. وعلى القاريء أن يدرك، من سياق الكلام : أيّ من المعنيين هو المقصود. وفيما يلي جملة من جمل المؤلّف نوردها مشفوعة بتفسيرنا لها :

« وقد تبينّ مما بيّناه في أوّل هذا الفصل : إن كل هلال يُعمل على ربع دائرة، ويكون محيطه نصف دائرة، فإنه مساوٍ للمثلث القائم الزاوية، الذي يقع في ربع الدائرة ».

ويلاحظ أن «ربع دائرة» في منتصف الجملة تعني : ربع محيط الدائرة. أمّا «ربع دائرة» في آخر الجملة فهي : ربع مساحة الدائرة، وهي مساحة القطاع الذي قوسه ربع محيط الدائرة المذكورة في منتصف الجملة «ربع دائرة»، ورأسه مركز الدائرة الكبيرة الأصلية. أمّا «الهلال» فهو : مساحة الهلال الذي قوسه الداخلي هي ربع محيط الدائرة («ربع دائرة» في منتصف الجملة) الكبيرة الأصلية (أي : قوس القطاع)، وقوسه الخارجي هي : محيط

نصف دائرة جديدة، قطرها هو وتر ربع الدائرة الكبيرة الأصلية. أمّا قوله في الجملة : « إنّ كل هلال. . . . ويكون محيطه نصف دائرة. . . . ») فكلمة «محيطه» هنا تعني : القوس الخارجي للهلال، ولا تعني محيط الهلال كله ـ حسب مفهومنا الحالي ـ (راجع «محيط القطعة» (١١)). والمقصود بالمثلث المذكور في الجملة هو : مساحة المثلث القائم الذي أضلاعه : ساقا (ضلعا) القطاع المذكور، والضلع الذي هو وتر ربع محيط الدائرة المذكورة.

١٨) « مربعا أ ب ، ب جـ مساوياً لمربع أ جـ » :
(أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = (أ جـ)^2.

١٩) « فخطا د أ ، هـ جـ ثلثا أ جـ » : (د أ + هـ جـ) = $\frac{2}{3}$ أ جـ .

٢٠) يقول المؤلف : « إن هلالَي أ ح ب ط أ ، ب ك جـ م ب مع دائرة س ، مساويات بمجموعها لمربع ر ف ب ن ». ويقول أيضاً :
« إن هلالَي أ ح ب ط أ ، ب ك جـ م ب مع دائرة س ، مساويات لمربع ر ف ب ن » (هنا لا يقول : «بمجموعها»).
وفي كلتا الحالتين فهو يقصد :
مساحة هلال أ ح ب ط أ + مساحة هلال ب ك جـ م ب + مساحة دائرة س = مساحة الشكل الرباعي ر ف ب ن .

٢١) « زيادة دائرة ن س على دائرة و » : مساحة دائرة ن س − مساحة دائرة و .

ب ـ موجز لمـادة المقالة[٧] :

يسمي ابن الهيثم مسائله (نظرياته) : «أشكالاً» ، ونظراً لجودتها وطولها، فقد رأينا أن نُسميها : «نظريـات».

ومع أننا لا نجد أرقاماً للنظريات في المخطوطتين المعتمدتين، لكننا ـ وبعد قراءتنا للمقالة ـ نستطيع أنْ نفهم أنّ ابن الهيثم قد قسمها إلى ثلاث وعشرين نظرية، معظمها نظريات طويلة. كما أننا نجد نظريات صغيرة ضمن براهين بعض النظريات الطويلة.

٧ ـ لا نرى ضرورة لرسم الأشكال هنا، لقد رسمنا الأشكال خلال التحقيق، وبإمكان القارىء متابعة هذا الموجز مع الأشكال المرسومة والمرافقة للنظريات التي تخصها هناك.

وثمة أيضاً ما يمكننا أن نسميه : «نتائج» لبعض النظريات. لذا ـ ومن وجهة نظرنا ـ فالمقالة تشتمل على أكثر من ثلاث وعشرين نظرية.

ونتحدث هنا ـ بإيجاز ـ عن النظريات ونتائجها وملاحظاتنا عليها بلغة عصرية. ونأمل أن يكون ما نكتبه هنا واضحاً ويختصر الطريق على القارىء، ويساعده ويحثه على متابعة البراهين الطويلة هذه.

أما البراهين، فخطواتها واضحة تماماً، لذا فإننا نتركها للقارىء، فنحن نفترض أن القارىء يعرف الهندسة معرفة كافية، ويمكنه متابعة خطوات ابن الهيثم الطويلة الواضحة. أما إذا كان القارىء لا يعرف ما يكفي من الهندسة، فلن يفهم براهين ابن الهيثم ولا شرحنا لها، ويكفيه ما يستطيع فهمه مما نورده في هذا الموجز.

[١] يشير ابن الهيثم في صدر المقالة إلى أنّه كان قد ألَّفَ قولاً مختصراً في الأشكال الهلالية، ولكنه قرر لاحقاً أنْ يؤلف هذه المقالة الطويلة. وللعلم، فإن قوله المختصر في الأشكال الهلالية مفقود الآن.

[٢] ثم يقدم سبع نظريات ويسميها : «المقدمات».

والنظريات (المقدمات) الأربع الأولى : تخص المثلث، وقد تبدو لأول وهلة أن ليس لها علاقة بالهلاليات، بيد أن هذه العلاقة، تظهر في براهين النظريات اللاحقة. وهذه النظريات طويلة ومعقدة ـ إلى حَدٍّ ما ـ ويقسم ابن الهيثم براهين بعضها إلى عدة أقسام (الحالات المختلفة). كما نجد أن براهين بعضها يتضمن نظريات صغيرة عامة، وقد حرصنا على التنبيه إلى بعضها في الحواشي.

وتتعلق مادة النظريات الأربع الأولى بالعلاقة الحاصلة بين : نسبة كل من جزأي قاعدة المثلث القائم (المنفرج) الزاوية والمختلف الأضلاع إلى قاعدته، ونسبة كل من الزاويتين الحادتين في المثلث إلى الزاوية القائمة (مكملة الزاوية المنفرجة).

(المقدمة) **النظرية (١)** :

المعطيات : مثلث ا ب حـ ، الزاوية ب قائمة، ا ب أصغر من ب حـ ، ب د عمود على الضلع ا حـ حيث النقطة د على ا حـ .

المطلوب إثباته : (أولاً) : $\frac{\text{د أ}}{\text{أ جـ}}$ أقل من $\frac{\text{زاوية جـ}}{\text{زاوية ب (القائمة)}}$

(ثانياً) : $\frac{\text{د جـ}}{\text{أ جـ}}$ أكبر من $\frac{\text{زاوية أ}}{\text{زاوية ب (القائمة)}}$

وخلال البرهان، يبرهن ابن الهيثم ما يمكننا اعتباره نظرية مستقلة، ويحتاجها في خطوات براهين بعض النظريات اللاحقة، بالإضافة إلى حاجته لها في النظرية الأولى هذه. ونكتب ـ من طرفنا ـ نصاً لهذه النظرية الصغيرة :

مثلث ب د جـ ، الزاوية د قائمة (أو : منفرجة) ، النقطة هـ تقع على أحد ضلعي الزاوية القائمة (المنفرجة). وليكن جـ د ؛ فإن :

$$\frac{\text{جـ د}}{\text{د هـ}} \text{ أكبر من } \frac{\text{زاوية د ب جـ}}{\text{زاوية د ب هـ}}$$

(المقدمـــة) النظريـــة (٢) :

المعطيات : مثلث أ ب جـ ، الزاوية أ ب جـ منفرجـة، أ ب أقل من ب جـ ، د نقطة على أ جـ بحيث تكون زاوية ب د أ = زاوية أ ب جـ .

المطلوب إثباته : $\frac{\text{د أ}}{\text{أ جـ}}$ أقل من $\frac{\text{زاوية جـ}}{\text{زاوية جـ + زاوية أ}} = \frac{\text{زاوية جـ}}{\text{مكملة الزاوية أ ب جـ}}$

(المقدمـــة) النظريـــة (٣) :

المعطيـات : مثلث أ ب جـ ، الزاوية أ ب جـ منفرجة ، الزاويـة أ أقل من نصـف قائمة، هـ نقطة على الضلع أ جـ بحيث تكون زاوية ب هـ جـ = زاوية أ ب جـ .

المطلوب إثباته : $\frac{\text{هـ جـ}}{\text{جـ أ}}$ أقل من $\frac{\text{زاوية أ}}{\text{زاوية أ + زاوية جـ}} = \frac{\text{زاوية أ}}{\text{مكملة الزاوية أ ب جـ}}$

ويلاحظ : بما أن الزاوية ب منفرجة، إذن : تكون القوس أ ب جـ أقل من نصف

دائرة، ويصبح عندنا حالتين :

أولاً : قوس أ ب جـ أقل من أو تساوي ربع دائرة، (أي : قوس أ ب جـ ≦ ربع دائرة).

ثانياً : ربع دائرة أقل من قوس أ ب جـ . وبنفس الوقت : قوس أ ب جـ أقل من نصف دائرة. (أي : ربع دائرة > قوس أ ب جـ > نصف دائرة) .

ويبرهن ابن الهيثم الحالة الأولى (القسم : أولاً). ثم تنقسم الحالة الثانية (ثانياً) إلى جزأين ويبرهنهما.

كما يبرهن ـ خلال برهان الحالة الأولى (أولاً) ـ ما يمكننا اعتباره نظرية صغيرة مستقلة ويحتاجها لاحقاً. فمثلاً : يقول؛ خلال برهان الجزء الثاني من الحالة الثانية (ثانياً)، الآتي : «وَيَتَبَيَّنَ على تصاريف الأحوال بالطريق الذي ذكرناه. . . » ويقصد بالكلمات «بالطريق الذي ذكرناه» النظرية الصغيرة المستقلة هذه. وآثرنا أن نكتب نصاً لهذه النظرية مع تعليق عليها في الحاشية في حينه ـ خلال التحقيق ـ كي يسهل على القاريء متابعة البرهان.

(المقدمة) النظرية (٤) :

المعطيات : مثلث أ ب جـ ، الزاوية أ ب جـ منفرجة، الزاوية أ أكبر من نصف قائمة، هـ نقطة على الضلع أ جـ بحيث تكون زاوية ب هـ جـ = زاوية أ ب جـ .

المطلوب إثباته : $\frac{\text{هـ جـ}}{\text{أ جـ}}$ قد تكون أكبر من $\frac{\text{زاوية أ}}{\text{زاوية أ + زاوية جـ}} = \frac{\text{زاوية أ}}{\text{مكملة الزاوية أ ب جـ}}$

ويلاحظ هنا أيضاً، أن البرهان ينقسم إلى قسمين. وفي نهاية البرهان يكتب نصاً نثرياً لهذه النظرية.

أما النظريات الثلاث التالية، فهي سهلة وعلاقتها بالهلاليات مباشرة وواضحة.

(المقدمة) النظرية (٥) : بسيطة، وهي : مساحة قطاع دائرة، يساوي دائرة تامة أخرى. وتبدو هذه النظرية بدهيّة، ونجد ابن الهيثم يُقَدِّم لها برهاناً، يتكلم خلاله، عن النسبة بين مقدارين متجانسين.

(المقدمة) النظرية (٦) : كما أوردها ابن الهيثم : *«ان كل قطعتين متشابهتين من*

دائرتين مختلفتين، فإن نسبة إحداهما إلى الأخرى، هي كنسبة الدائرة إلى الدائرة، وكنسبة مربع قاعدة القطعة إلى مربع قاعدة القطعة». وهذه النظرية سهلة جداً، ونفهم من كتابي هيث [٨١ ، ٨٣]، أن إبوقراط الإغريقي (Hippocrates of Chios) قد استعمل هذه النظرية في أشكاله الهلالية ـ خلال محاولاته تربيع الدائرة ـ وربمـا يكون قد برهنها أيضاً .

(المقدمـة) **النظريـة (٧)** : تبدو أيضاً بدهيّة، ولكن ابن الهيثم يقدم برهاناً لها، وتقول ما معناه : إذا رسمنا وتراً داخل دائرة، يتكوّن لدينا قطعة من هذه الدائرة، وإذا رسمنا وتراً داخل القطعة، ورسمنا عليه قطعة أخرى صغيرة شبيهة بالقطعة الأولى؛ فإن جميع قوس القطعة الثانية، تصبح خارج الدائرة الأولى .

[٣] ثم يقول : *«وإذ قد ثبت هذه المقدمات»*. وبعد هذه الجملة : يُقدم خمس نظريات قوية في الأشكال الهلالية .

ويأخذ في النظريات : (٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢) : قطعة من دائرة تساوي نصف الدائرة في النظريتين : (٨، ٩)، وأقل من نصف الدائرة في النظريات : (١٠، ١١، ١٢)، ويضع نقطة ب على قوس القطعة : ويعمل الوترين أ ب ، ب حـ ويرسم عليهما قطعتين شبيهتين بالقطعة الأصلية، وينتج عن ذلك هلالين والمثلث أ ب حـ . فالمثلث أ ب حـ : قائم الزاوية في النظريتين (٨، ٩) وهو : منفرج الزاوية في النظريات (١٠، ١١، ١٢). ويصل النقطة ب بمركز الدائرة في النظريات (٩، ١١، ١٢)، فينقسم المثلث أ ب حـ إلى مثلثين متجاورين .

وَيُثْبت في **النظريـة (٨)** : أن مجموع مساحة الهلالين، تساوي مساحة المثلث أ ب حـ . وهذه النظرية سهلة وعامة .

ويقسم **النظريـة (٩)** : إلى قسمين؛ ففي القسم الأول : يضع النقطة ب في منتصف قوس القطعة الكبرى الأصلية، ويكون الهلالان متساويين، ويكون المثلثان متطابقين، ويكون كل هلال مساويا للمثلث الذي يليه. وهذه النظرية هي حالة خاصة من النظرية (٨)، وهي سهلة جداً. ونعلم من كتابي هيث [٨١، ٨٣] أن إبوقراط كان قد برهن هذه النظرية في القدم .

أمّا القسم الثاني : فالنقطة ب ليست في منتصف قوس القطعة، وَأ ب أصغر من

ﺃ ﺣ ، ويكون الهلالان مختلفين، ويكون المثلثان مختلفين ومتساويين في المساحة. ويقول: *«إن أصغر الهلالين مع دائرة تامة، مساويان بمجموعها للمثلث الذي يلي الهلال الأصغر، وإن المثلث الباقي مع تلك الدائرة بعينها، مساوٍ للهلال الأكبر»*. وهذا الكلام يعني:

نرسم نصف دائرة ﺃ ﺀ ﺏ قطرها الوتر ﺃ ﺏ. ولتكن ﺭ نقطة على القوس ﺃ ﺏ في الدائرة الأصلية. فيصبح عندنا الهلال الأصغر ﺃ ﺀ ﺏ ﺭ ﺃ. وبنفس الطريقة، نرسم نصف دائرة ﺏ ﻫ ﺣ قطرها الوتر ﺏ ﺣ، ولتكن ﺡ نقطة على القوس ﺏ ﺣ في الدائرة الأصلية فيصبح عندنا هلال أكبر ﺏ ﻫ ﺣ ﺡ ﺏ. ولتكن ﻁ مركز الدائرة الأصلية ﺃ ﺏ ﺣ. فيحصل عندنا قطاع ﺃ ﻁ ﺏ (أي: ﺃ ﻁ ﺏ ﺭ ﺃ).

ولتكن: دائرة ﺩ = قطاع ﺃ ﻁ ﺏ − نصف دائرة ﺃ ﺀ ﺏ؛ فناتج النظرية هو: الهلال الأصغر + دائرة ﺩ = مثلث ﺃ ﻁ ﺏ = مثلث ﺏ ﻁ ﺣ = الهلال الأكبر − دائرة ﺩ.
لذا فإن: الهلال الأكبر − الهلال الأصغر = ضعف الدائرة ﺩ.

أما النظريات (١٠، ١١، ١٢): فبراهينها طويلة، كما أنها حالات مختلفة لنفس النظرية، بيد أنّ كلاً من هذه الحالات، جديرة بالتفحص بإنعام. وخلاصة القول: إن المؤلف يحصل على:

مساحة الهلال الأول + مساحة الهلال الثاني + مساحة دائرة تامة = المثلث ﺃ ﺏ ﺣ + مساحة مثلث آخر = مساحة شكل رباعي.

وأيضاً يحصل على:
مساحة هلال ± مساحة دائرة تامة = مساحة المثلث.

وبتفصيل أكثر:

النظريـــة (١٠): دائرة ﺃ ﺏ ﺣ مركزها النقطة ﻫ، الوتر ﺃ ﺣ يفصل قطعة ﺃ ﺏ ﺣ أصغر من نصف الدائرة الأصلية ﺃ ﺏ ﺣ. ﺏ نقطة على القوس الصغرى ﺃ ﺏ ﺣ. فالمثلث ﺃ ﺏ ﺣ منفرج الزاويـة على النقطة ﺏ. نرســـم على الوترين (الضلعين) ﺃ ﺏ، ﺏ ﺣ قطعتين ﺃ ﺀ ﺏ، ﺏ ﻁ ﺣ كل منهما تشبه القطعة الأصلية ﺃ ﺏ ﺣ. ﺡ نقطة على القوس ﺃ ﺏ، ﻡ نقطة على القوس ﺏ ﺣ. ﺩ، ﻉ نقطتان على ﺃ ﺣ بحيث تكون زاوية ﺏ ﺩ ﺃ = زاوية ﺏ ﻉ ﺣ = زاوية ﺃ ﺏ ﺣ المنفرجة.

نصل د هـ ، ع هـ . نرسم د ف يوازي ا هـ ، ع ن يوازي هـ حـ ، حيث ف على ا ب ، ن على ب حـ . نصل ف هـ ، ن هـ .

يلاحظ هنا : مثلث ا د ف = مثلث هـ د ف بالمساحة

كذلك : مثلث حـ ن ع = مثلث هـ ع ن بالمساحة

إذن : الشكل الرباعي هـ ف ب ن = مثلث ا ب حـ + مثلث هـ د ع

لتكن دائرة ك = قطاع ا هـ حـ ب - [قطعة ا ء ب + قطعة ب ط حـ + مثلث ا هـ د + مثلث هـ حـ ع]. فناتج الدعوى أن :

هلال ا ء ب ح ا + هلال ب ط حـ م ب + دائرة ك = مثلث ا ب حـ + مثلث هـ د ع = شكل رباعي هـ ف ب ن .

النظرية (١١) : يقول ابن الهيثم : «*ولنعد الصورة : ونصل خط هـ ل ب*» وهذا يعني : عندنا نفس الشكل ونفس المعطيات كما في النظرية (١٠) السابقة، ونصل ب هـ الذي يقطع ا حـ على النقطة ل :

أولاً : ليكن ا ب = ب حـ ، ويتبع هذا الفرض أمور عديدة متساوية، مثل :

قطاع ا هـ ب = قطاع ب هـ حـ ، ومجموعهما قطاع ا هـ حـ ب .

كذلك : مثلث ا هـ د = مثلث هـ حـ ع ، قطعة ا ء ب = قطعة ب ط حـ ، مثلث ب ف هـ = مثلث ب ن هـ = نصف الشكل الرباعي ب ف هـ ن .

ونأخذ:نصف دائرة ك = دائرة ش = قطاع ا هـ ب - [قطعة ا ء ب + مثلث ا هـ د].

= قطاع ب هـ حـ - [قطعة ب ط حـ + مثلث هـ حـ ع].

فيصبح عندنا :

هلال ا ء ب ح ا + دائرة ش = مثلث ف هـ ب = مثلث ن هـ ب = دائرة ش + هلال ب ط حـ م ب . وهذه النتيجة حالة خاصة للنظرية (١٠) التي سبقتها .

ثانياً : ليكن ا ب أصغر من ب حـ . [أي : ب حـ ≠ ا ب ، فليكن ا ب أصغر من ب حـ].

ولتكن : دائرة ش = قطاع ا هـ ب - [قطعة ا ء ب + مثلث ا ف هـ]،

فحاصل الدعوى : هلال ا ء ب ح ا + دائرة ش = مثلث ف هـ ب .

ثم يقول: بنفس الطريقة نحصل على نتيجة مماثلة بخصوص الهلال الأكبر ب ط حـ م ب.

النظريــة (١٢) : زاوية ب أ حـ أكبر من نصف قائمة. أيضاً يقول : « *ولنعد الصورة* »
أي : نفس الشكل السابق الوارد في النظريتين السابقتين (١٠، ١١).
يحصل في البرهان على : (قطعة ب ط حـ + مثلث ن هـ حـ) أكبر من قطاع ب هـ حـ م.
ولتكن : دائرة ر = (قطعة ب ط حـ + مثلث ن هـ حـ) - قطاع ب هـ حـ م.
ويحصل على : هلال ب ط حـ م ب - دائرة ر = مثلث ب هـ ن.
ثم يعود إلى الدائرة ك التي عَرَّفها في النظرية العاشرة، ويحصل على :
هلال أ ء ب ح أ + دائرة ك + دائرة ر = مثلث ف هـ ب.

[٤] بعد أن ينتهي ابن الهيثم من براهين النظريات العامة (٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢)، ينتقل إلى مجموعة أخرى من النظريات. ويبدأ كلامه بقوله :
«*ولكي يكون هذا المعنى ظاهراً ويكون منطقاً، نجعل النسبة بين القوسين عددية*».

وتعني جملة ابن الهيثم الأخيرة هذه الآتي : وتسهيلاً للأمور، التطبيقية والحسابية فإننا نجعل نسبة قوس أ ب إلى قوس ب حـ عدد حقيقي قياسي (نسبي) = «*ونجعل النسبة بين القوسين عددية*».

ويمكننا اعتبار النظريات (١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨) بأنها تطبيقات عملية حسابية على النظريات الخمس السابقة (٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢). غير أنه يمكننا اعتبار كل واحدة من النظريات (١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨) بأنها نظرية قائمة بذاتها، علماً بأن هذه النظريات طويلة قوية وتتضمن أفكاراً جديدة.

النظريــة (١٣) : تطبيق على النظرية (٨) وعلى القسم الثاني من النظرية (٩).
يأخذ الوتر (الضلع) أ ب = نصف قطر الدائرة أ ب حـ التي تحيط بمثلث أ ب حـ القائم الزاوية على ب. فالقطعة أ ب حـ نصف دائرة قاعدتها (قطرها) أ حـ. القطعة أ هـ ب نصف دائرة قاعدتها (قطرها) أ ب. القطعة ب ح حـ نصف دائرة قاعدتها (قطرها) ب حـ. فالقِطَع الثلاث متشابهة. الهلالان هما : أ هـ ب د أ، ب ح حـ ط ب. ء مركز الدائرة أ ب حـ.
المعطيات الحسابية : لتكن دائرة ك = $\frac{١}{٢٤}$ (دائرة أ ب حـ)، دائرة م = $\frac{١}{١٢}$ (دائرة أ ب حـ)، إذن : م = ٢ ك.

يثبت ابن الهيثم الآتي :

هِلال أ هـ ب د أ + دائرة ك = مثلث أ ء ب .

هِلال ب ح حـ ط ب − دائرة ك = مثلث ب ء حـ .

هِلال أ هـ ب د أ + هلال ب ح حـ ط ب = مثلث أ ء ب + مثلث ب ء حـ = مثلث أ ب حـ .

بما أن مثلث أ ء ب = مثلث ء ب حـ (بالمساحة)، وكذلك م = ٢ ك ، فإن :

هِلال أ هـ ب د أ + دائرة م = هلال ب ح حـ ط ب .

النظرية (١٤) : تطبيق على القسم الأول من النظرية (١١) .

الوتر أ حـ = ضلع المثلث المتساوي الأضلاع الذي تحيط به الدائرة أ ب حـ . فالقوس أ ب حـ = ثلث محيط الدائرة أ ب حـ ، فالقطعة أ ب حـ أقل من نصف دائرة . النقطة ب منتصف القوس الصغرى أ ب حـ . إذن القوس أ ب = القوس ب حـ = $\frac{١}{٦}$ (محيط الدائرة أ ب حـ).

لتكن : الدائرة س = $\frac{١}{٩}$ (مساحة الدائرة أ ب حـ)، الدائرة ص = $\frac{١}{٢}$ (س) = $\frac{١}{١٨}$ (مساحة الدائرة أ ب حـ) .

يرسم مثل النظريات السابقة وبالذات مثل شكل النظرية (١١) مع تغيير في الأحرف الهندسية، لذا نحث القارىء بمراجعة الشكل المرفق مع النظرية (١٤) في التحقيق للتعرف على الأحرف الهندسية. القطعتان أ ح ب ، ب ك حـ متساويتان بالمساحة وتشبهان القطعة الأصلية أ ب حـ .

يتضح أن الهلالين أ ح ب ط أ ، ب ك حـ م ب متساويان .

ويحصل على :

مجموع الهلالين + دائرة س = شكل رباعي ر ف ب ى = مثلث ف ب ر + مثلث ى ب ر = مثلث أ ب حـ + مثلث ء ر هـ .

نقسم على ٢ فنحصل على :

هلال + دائرة ص = نصف الشكل الرباعي ر ف ب ى = مثلث ف ب ر = مثلث ى ب ر .

وَيُلاحظ : القـــوس أ ب = القوس ب حـ = نصف القوس أ ب حـ = (أقل من ربع محيط الدائرة) .

ويعطي ملاحظة بنهاية برهان النظرية (١٤) قائلاً ما معناه : إن النتائج التي حصل عليها في هذه النظرية تصح في حالة أي قوس أ ب أقل من ربع دائرة، إذا رسمنا على وترها قطعة شبيهة بالقطعة المرسومة على وتر ضعف القوس أ ب . وبلغة ابن الهيثم :

«ويتبيّن من هذا البيان : ان كل قوس من دائرة، تكون أقل من ربع دائرة، إذا أوترت بخط مستقيم، وَعُمِلِ على ذلك الخط قطعة شبيهة بالقطعة التي تجوزها ضعف تلك القوس؛ فإن الهلال الذي يحدث يكون مع دائرة معلومة، مساوياً لمثلث معلوم».

النظريـــة (١٥) : تطبيقان على النظريتين (١٠ ، ١١) .

دائرة أ ب حـ . مثلث أ ب حـ . الوتر أ حـ يفصل ثُلُث محيط الدائرة أ ب حـ . الوتر أ ب يفصل رُبع محيط الدائـرة أ ب حـ . ء مركز الدائـــرة أ ب حـ . يرسم على أ ب ، ب حـ قطعتين شبيهتين بالقطعة الأولى أ ب حـ . يصل ب ء الذي يقطع أ حـ على ط . ل نقطة على أ حـ بحيث تكون: زاوية أ ب حـ = زاوية ب ل حـ = زاوية ب ط أ . يأخذ د ف قطراً للدائرة د ف ، ومساحة الدائرة د ف = ثلث مساحة الدائرة أ ب حـ .

يأخذ ن س قطراً للدائرة ن س بحيث تكون : $\frac{(\text{د ف})^2}{(\text{ن س})^2} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{ط ل}}$.

فحسب النـظرية (٦) في هذه المقـالة أو النظرية (٢) من المقالة (١٢) في أصول أُقليدِس، يحصل على :

$$\frac{(\text{ن س})^2}{(\text{د ف})^2} = \frac{\text{مساحة دائرة ن س}}{\text{مساحة دائرة د ف}} = \frac{\text{ط ل}}{\text{أ حـ}}$$

ويحصل على النتيجة التالية :

هـلال أ هـ ب م أ + هـلال ب ع حـ ك ب + دائرة ن س = مثلث أ ب حـ + مثلث ء ط ل . يُـكمل عمله باعطاء ما يمكننا اعتباره تطبيقاً آخر أو نظرية أخرى أو كمـــا كتبنا في التحقيق « نتيجة » :

بما أن أ حـ = ضلع المثلث المتساوي الأضلاع المحاط بالدائرة أ ب حـ ، فإن :
$(أ حـ)^2 = \frac{3}{4}$ (مربع قطر الدائرة أ ب حـ).

بما أن القوس أ ب = $\frac{1}{4}$ محيـط الدائرة، إذن : الضلـع أ ب = ضلع مربـع محاط بالدائرة أ ب حـ .
لذا، فإن : $(أ ب)^2 = \frac{1}{2}$ (مربع قطر الدائرة أ ب حـ).
إذن : $(أ ب)^2 = \frac{2}{3}$ $(أ حـ)^2$، ط أ = $\frac{2}{3}$ (أ حـ) ، ط حـ = $\frac{1}{3}$ (أ حـ)،
زاوية أ ب حـ = زاوية أ ط ب = زاوية ب ل حـ = $\frac{4}{3}$ (قائمة) ،
زاوية ب ط ل = زاوية ب ل ط = $\frac{2}{3}$ (قائمـة) ، مثلث ط ب ل متساوي الأضـلاع .
أيضاً ، تصبح : قوس أ ب = ٣ (قوس ب حـ) .
لتكن دائرة و = $\frac{1}{36}$ (مساحة دائرة أ ب حـ).
لتكن دائرة ص = دائرة ن س - دائرة و . فيحصل على :
هلال أ هـ ب م أ + دائرة و = مثلث أ ب ط ،
هلال ب ع حـ ك ب + دائرة ص = مثلث ب ط حـ + مثلث ط ى ل .

النظريـة (١٦) : تطبيقين على النظريتين (١٠ ، ١٢) .

النقطـة ى مركز الدائرة أ ب حـ ، أ ى حـ قطرهـا . هـ منتصف نصـف القطر أ ى . هـ ب عمود على القطر ، ب على المحيـط ، فعندنا مثلث أ ب حـ قائم الزاوية على ب في نصف الدائرة أ ب حـ .
إذن : أ ب = أ ى = ب ى = نصف قطر الدائرة أ ب حـ ،
كذلك: قوس أ ب = $\frac{1}{6}$ (محيط الدائرة)، قوس ب حـ = $\frac{1}{3}$ (محيط الدائرة) .
لتكـن : أ ع = $\frac{1}{4}$ (قوس أ ب) = $\frac{1}{24}$(محيط الدائرة)،

فتكون ، قوس ع ب = $\frac{3}{4}$ (قوس أ ب) = $\frac{1}{8}$ (محيط الدائرة) = $\frac{3}{8}$ (قـوس ب حـ) = ($\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{8}$) (قوس ب حـ) .
ويكـون أ هـ = $\frac{1}{3}$ (هـ حـ) .
ليكن : أ ر = $\frac{3}{8}$ (ر حـ) ، ط نقطة تقاطع العمود ب هـ والوتر ع حـ ،
وليكن أيضاً : ر ك عمود على ع حـ

فحسب النظرية (٤) من هذه المقالة، تصبح زاوية ب ط حـ = زاوية ع ب حـ المنفرجة، ويلاحظ هنا أن المثلث المنفرج الزاوية الذي يعنينا هنا هو المثلث ع ب حـ .

لتكن س نقطة على القاعدة ع حـ بحيث تكون زاوية ب س ع = زاوية ع ب حـ .

إذن ، أصبح عندنا المثلث ع ب حـ منفرج الزاوية على ب ، والنقطتان س ، ط على ع حـ ، وزاوية ع ب حـ = زاوية ب س ع = زاوية ب ط حـ .

فالمثلث ع ب حـ المنفرج الزاوية يلعب دوراً مماثلاً لدور المثلث أ ب حـ المنفرج الزاوية في النظريات السابقة .

ويعمل عملاً مشابهاً لما سبق ، مثلاً : يصل الخطوط ء د ، ء ع ، ء س ، ء ط ، ط د ، ع س كما في النظريتين (١٠ ، ١٢) مع تغيير الأحرف الهندسية . علماً بأن س ع يوازي ء ع ، ط د يوازي ء حـ ، ع على حـ ب ، د على ب حـ ، وكذلك، القطعتان ع ن ب ، ب ل حـ تشبهان القطعة ع ب حـ .

ولتكن : دائرة و = قطاع حـ ء ع ب .

ولتكن : $\frac{\text{مساحة دائرة ص}}{\text{مساحة دائرة و}} = \frac{\text{س ط}}{\text{ع حـ}}$

ولتكن : $\frac{\text{مساحة دائرة ي}}{\text{مساحة دائرة و}} = \frac{\text{ط ك}}{\text{ع حـ}}$

فيحصل «*كما تبيّن في الشكل الذي قبل هذا*» [أي : بالنظرية (١٥)] على :

هلال ع ن ب ف ع + هلال ب ل حـ م ب + دائرة ص = مثلث ء ع ب + مثلث ء ب د
= شكل رباعي ء ع ب د .

ثم يحصل على : هلال ب ل حـ م ب = مثلث ب ء د + دائرة ي

وكذلك : هلال ع ن ب ف ع + دائرة ص + دائرة ي = مثلث ء ع ب .

النظريـة (١٧) : المعطيات : دائرة أ ب حـ . قوس أ حـ = $\frac{١}{٣}$ (محيط الدائرة).
قوس أ ب = $\frac{١}{٤}$ (محيط الدائرة). ء مركز الدائرة. ط نقطة تقاطع أ حـ ، ب ء .

يعمل على الوتـر أ ب قطعتين، قطعـة أ هـ ب شبيهة بالقطعة أ ب حـ ، وكذلك القطعة أ د ب التي هي نصف دائرة قطرها الوتر أ ب .

فيصبح عندنا ثلاثة أهلّة :

— هلال أ هـ ب ح أ ، وهو هلال القطعة الشبيهة أ هـ ب ، وينطبق عليه النتائج السابقة الواردة في النظرية (١٥).

— هلال أ د ب ح أ يخص القطعة التي هي نصف دائرة .

— هلال أ د ب هـ أ = قطعة أ د ب - قطعة أ هـ ب .

ويثبت أن القوس أ د ب جميعها خارجة عن قوس أ هـ ب ، وقد يكون هذا الأمر بدهياً، لكن عمق تفكير ابن الهيثم يضطره لوضع برهان لهذه الحقيقة .

ولتكن : دائرة ك = $\frac{١}{٣٦}$ (مساحة الدائرة أ ب حـ)، فيحصل على :

هلال أ د ب هـ أ - دائرة ك = مثلث أ ء ط .

ويجدر بنا أن نلاحظ أن الهلال أ د ب هـ أ يختلف تماماً عن الأهلة السابقة ، فجميع الأهلة السابقة كانت محصورة بين الدائرة الأصلية أ ب حـ والقطعة الشبيهة ، ولكن في هذه الحالة ، فإن الهلال محصور بين قطعتين (دائرتين) خارج الدائرة الأصلية أ ب حـ .

ويلاحظ أيضاً أنه برهن أن القوس أ د ب خارجة جميعها عن القوس أ هـ ب التي هي بدورها خارجة عن الدائرة أ ب حـ . وهذا الأمر فيه شبه من النظرية (٧) .

وفي نهاية النظرية ، عمل هلالاً آخر، خارج الشكل الأصلي كلية ، وأوجد علاقة بينه وبين الهلال أ د ب هـ أ ، وقد سمينا هذا العمل «نتيجة» .

النظرية (١٨): دائرة أ ب حـ . ء المركز. قوس أ حـ = $\frac{١}{٣}$ (محيط الدائرة أ ب حـ). ب منتصف قوس أ حـ .

ينشىء على أ ب ، ب حـ قطعتين أ هـ ب ، ب ط حـ شبيهتين بالقطعة الأصلية أ ب حـ . ويكمل رسم الشكل كما سبق ، حيث : ل ، م نقطتان على أ حـ بحيث تكون الزوايا الثلاث (ب ل أ ، ب م حـ ، أ ب حـ) متساوية . يتضح أن :

هلال أ هـ ب ح أ = هلال ب ط حـ ك ب .

لتكن : دائرة د = $\frac{١}{٩}$ (مساحة دائرة أ ب حـ) .

حسب النظرية (١٤) فإن :

هلال أ هـ ب ح أ + هلال ب ط حـ ك ب + دائرة د = مثلث أ ب حـ + مثلث ء ل م .

ثم ينشىء على ا حـ نصف دائرة ا ق حـ (قطرها ا حـ)، فيصبح عنده شكل جديد محصور بين الأقواس ا ق حـ ، ا هـ ب ، ب ط حـ ، وهو الشكل ا ق حـ ط ب هـ ا .

ثم يبرهن هنا، أيضاً، ما يبدو لنا بأنه بدهي - كما فعل في النظريتين (٧ ، ١٥) - وهو أن قوس ا ق حـ خارجة جميعها عن قوسي ا هـ ب ، ب ط حـ ، وبالتالي خارجة عن الدائرة الأصلية ا ب حـ .

ولتكن : دائرة ص = $\frac{١}{٢٤}$ (مساحة الدائرة ا ب حـ).

ويحصل على :

شكل (جديد) ا ق حـ ط ب هـ م = دائرة د + دائرة ص - مثلث ء ل م

= دائرة ف - مثلث ء ل م

ثم يعمل عملاً آخر - سميناه «نتيجة» - يشبه ما عمله في نهاية النظرية (١٧) السابقة .

النظريــة (١٩) : الهدف هنا إنشاء قطعة ا ب هـ حـ من الدائرة محصورة بين وترين متوازيين داخل الدائرة (ا حـ يوازي ب هـ) مساحتها تساوي ربع مساحة الدائرة. ويلاحظ أن هذه القطعة تختلف عن القطع التي تحدثنا عنها في النظريات (٨ - ١٨)، فهذه القطعة داخل الدائرة، وهي جزء من الدائرة (يساوي ربعها) ، ومحيطها : القوس ا ب ، الوتر ب هـ ، القوس هـ حـ ، الوتر حـ ا على الترتيب . وهــذه النظرية حالة خاصة من النظرية (٢٩) من كتاب أقليدس في القسمة، وتحدثنا في هذا الموضوع آنفاً .

النظريــة (٢٠) : دائرة ا ب حـ ء ع . يُنشىء قطعة ا ب حـ ء داخل الدائرة تساوي ربع مساحة الدائرة، محصورة بين الوترين المتوازيين ب حـ ، ا ء ، حسب النظرية (١٩). ويقلب القوس ا ب حـ ء داخل الدائرة، فيحصل قوس ا هـ ر ء داخل الدائرة .

كذلك عندنا، حسب النظرية (١٩) : قوس ا ب = قوس ب حـ = قوس حـ ء = قوس ء ر = قوس هـ ر = قوس هـ ا = $\frac{١}{٨}$ (محيط الدائرة) .

أيضاً : قطعة هـ ر = قطعة ب حـ ، [هنا : « قطعة » بالمعنى السابق في النظريات (٨ - ١٨)، أي : القطعة هـ ر هي المساحة المحصورة بين الوتر هـ ر والقوس هـ ر] .

وبما أن القطعة الأصلية ا ب حـ ء - حسب النظرية (١٩) - تساوي ربع مساحة

الدائرة، فالقطعة الجديدة أ ب حـ ء ر هـ أ - التي نشأت بعد قلب القطعة الأولى - المحصورة بين الخطين المتوازيين هـ ر ، ب حـ تساوي نصف مساحة الدائرة أ ب حـ .

ويلاحظ، بعد قلب القطعة الأولى أ ب حـ ء ، انقلبت القوس أ ب حـ ء داخل الدائرة، فحصل قوس أ هـ ر ء داخل الدائرة أ ب حـ ، وحصل هلال أ ح ء ر هـ أ داخل الدائرة أيضاً.

الآن : القطعة أ ب حـ ء ر هـ أ = نصف مساحة الدائرة،
إذن : هلال أ ح ء ر هـ أ + قطعة هـ ر + قطعة ب حـ = نصف مساحة الدائرة .

ثم يعمل ما نسميه «نتيجة» تشبه النتائج السابقة، ولعلنا نتحدث عن هذه النتيجة، إذ اننا لم نتحدث عن النتائج السابقة المشابهة. يقول :
لتكن ط دائرة = ربع الدائرة الأصلية أ ب حـ ء ح ،
ليكن مثلث ك م د قائم الزاوية متساوي الساقين، م الزاوية القائمة،
لتكن مساحة المثلث ك م د = مساحة شبه المنحرف أ هـ ر ء ، فيصبح عندنا :
هلال أ ح ء ر هـ أ = دائرة ط + مثلث م ك د (بالمساحة) .

وكذلك ، يرسم ربع دائرة ك ص د مركزها م ، ونصف قطرها = ك م .

ثم يقيم على الخط ك د نصف دائرة جديدة، حيث ك د قطرها، فيصبح عنده هلالاً جديداً ك ف د ص ك مساوياً للمثلث ك م د [حسب القسم الأول من النظرية (٩)] ،

وعليه فإن :
هلال أ ح ء ر هـ أ = دائرة ط + هلال ك ف د ص ك
= دائرة ط + مثلث ك م د

النظريـة (٢١) : نصها بلفظ ابن الهيثم : «*ولهذا الهلال*[٨] ، *ولكل هلال قوساه مساويتان لدائرة تامة، خاصة، ليست لسائر الأهلة. وذلك : أن الخطوط المتوازية التي تقع فيه، وتكون إذا امتدت على استقامة، لقيت خط أ حـ على زوايا قائمة، جميعها متساوية .*

---

٨ - أي : الهلال أ ح ء ر هـ أ المذكور في النظرية السابقة (٢٠)، وهو «هلال قوساه مساويتان لدائرة تامة»، ولكنه هلال خاص ليس عاماً. أما هلال النظرية (٢١) فقوساه مساويتان لدائرة تامة، ولكنه هلال عام. والأفضل أن تبدأ النظرية (٢١) بالكلمات : «ولكل هلال قوساه . . .».

[وَ] الذي يقع في وسط الهلال منها، مساو للذي يقع عند طرفه».

وتعني هذه النظرية الآتي : إذا أخذنا دائرة أ ب حـ ، وكان أ حـ وتراً عاماً ـ كيفما اتفق ـ في الدائرة، وقلبنا القوس الصغرى أ حـ داخل الدائرة؛ فنحصل على هلال داخل الدائرة «قوساه مساويتان [لمحيط] دائرة تامة». وإذا أخذنا نقطتين ر ، ع عامتين ـ كيفما اتفق ـ على القاعدة (الوتر) أ حـ ، وأقمنا عمودين ر هـ ب ، ع ن م من النقطتين ر ، ع على الخط أ حـ ، فهما خطان متوازيان؛ فإن القطعتين هـ ب ، ن م ـ من الخطين المتوازيين ـ المحصورتين بين قوسي الهلال متساويتان.

النظرية (٢٢) : يقول ابن الهيثم : «ونقول أيضاً : إن كل هلالين من قطعتين متشابهتين معمولتان على قوسين متشابهتين من دائرتين؛ فإن نسبة الهلال إلى الهلال، كنسبة الدائرة إلى الدائرة». وهذه نظرية سهلة واضحة.

النظرية (٢٣) : مساحة الدائرة هـ ر ح = ثلاثة أضعاف مساحة الدائرة أ ب حـ .
هـ ر ضلع المسدس المنتظم المحاط بالدائرة هـ ر ح . أ ب ، أيضاً، ضلع المسدس المنتظم المحاط بالدائرة أ ب حـ . ط مركز الدائرة هـ ر ح . نرسم قوس هـ ف ر تساوي ثلث محيط الدائرة التي تحيط بالمثلث المتساوي الأضلاع هـ ط ر .
ك مركز الدائرة أ ب حـ . المثلث أ ب د متساوي الأضلاع، حيث د خارج الدائرة أ ب حـ .

بطبيعة الحال، القوس أ م ب تساوي سُدس محيط الدائرة أ ب حـ . كما أن القوس هـ ع ر تساوي سُدس محيط الدائرة هـ ر ح .
وحاصل الدعوى : هلال هـ ف ر ع هـ = الشكل أ د ب م أ .
ثم يعطي ما سميناه «نتيجة» : ليكن القوس أ س ب = ثلث محيط دائرة تحيط بالمثلث المتساوي الأضلاع أ ب ك . ويحصل على :
شكل أ د ب س أ = ضعف هلال أ س ب م أ .

ونتيجة لذلك : إذا رسمنا دائرة تساوي ضعف الدائرة أ ب حـ ، وعملنا فيها عملاً مماثلاً للعمل السابق [أي : رسمنا ضلع المسدس المنتظم، ورسمنا عليه ثلث قوس دائرة تحيط بالمثلث المتساوي الأضلاع هـ ط ر] فإن الهلال الذي يحدث يساوي الشكل أ د ب س أ .

وينهي ابن الهيثم مقالته بقوله : «*وقد يمكن أن نعمل أنواع كثيرة من الأهلة على الوجوه التي بيّناها . وإنما ذكرنا ما ذكرنا . . . وفيما ذكرناه منها مقنع (؟) في إيضاح ما قصدنا لتبيينه . فلنختم الآن هذا القول*» .

وبهذا تنتهي «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية» لابن الهيثم .

لقد تحدثنا في فصل سابق عن اسلوب ابن الهيثم في كتابة الهندسة ، وينطبق كثيراً مما قلناه هناك على اسلوب هذه المقالة ، مثل : ظاهرة التكرار ، والشرح بالتفصيل ، والابتعاد عن الاختصار الذي قد يضر بالمعنى ، واثبات ما يبدو لنا بدهياً وواضحاً ، ووضع نظريات كمقدمة للموضوع الرئيسي ، وقسمة النظرية إلى أقسام (حالات) عديدة ، ووضع براهين لكل أقسام (حالات) النظرية ، وحرصه على اثبات كل صغيرة وكبيرة بدقة متناهية ، واختياره لكلماته بدقة ودراية .

وقبل أن نقدم تحقيقنا لِ : «مقالة مستقصاة للحسن بن الحسن بن الهيثم في الأشكال الهلالية» ، نتحدث قليلاً عن مخطوطاتها وملاحظاتنا عليها وطريقتنا في تحقيقها :

نحن على علم بوصـول ثلاث مخطوطات للمقالة . لم يسعفنا الحظ بالاطلاع على واحدة منها ، موجودة في المكتب الهندي بلندن ، يعود تاريخ نسخها للقرن العاشر الهجري ، هي : London, Ind. off. 1270/12 (ff. 70-78, 10 Jh. H., S. Loth No. 734) **ويـوحي عدد أوراقها أنها ليست كاملة .**

واعتمدنا في تحقيق «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية» مخطوطتين من المخطوطات الثلاث المذكورة في كتاب فؤاد سزكين ([١٢] : م ٥ : ٣٦٥ ـ ٣٦٦) ، هما :

المخطوطة الأولى[٩] **ـ ل ـ مخطوطة لينتغراد**[١٠] ٣/٨٩ ، ص ص : ٥٢ ب ـ ٧٢ ب ، التي يعود تاريخ نسخها إلى سنة ٦١٣ هـ .

ويكتب الدكتور أحمد جبّار[٩] في بداية هذه المخطوطة (ل) ما يلي :



---

٩ ـ زوّدنا بصورة عن المخطوط (ل) هذه ، الدكتور أحمد جبّار ، فله منا جزيل الشكر ، وجزاه الله خيراً .

Ms. Leningrad[10] Inst. Mar. B. 1030/3c, 613 H, ff.50a – 76b

نسخ في : 613 هجرية

أما فؤاد سزكين ([١٢] : م ٥ : ٣٦٦) فيكتب :

Petersberg[10] 89/3 (ff 50 – 72, 133 – 144, 613 H., s. Rosen No. 192)

والمقصود هنا : St. Petersberg[10], Or. Inst. 89/3 (ff 50 – 72, 133 – 144, 613 H.)

وفي حين أننا لا نجد في الصفحة ٥٠أ، منها، إلّا كلمات العنوان : «مقالة في الأشكال الهلالية» إلّا أننا نجدها تبدأ ـ فعلياً ـ في الصفحة ٥٠ ب بالبسملة. وتشتمل الصفحات ٥٠ب ـ ٧٢ب على حوالي ثلثي مقالة ابن الهيثم : «في الأشكال الهلالية». أما الصفحات ٧٣أ ـ ٧٦ب فهي الجزء الأخير من مقالة ابن الهيثم : «مساحة الكرة»[11]. ولعل الأوراق ١٣٣ ـ ١٤٤ تشتمل على بقية مقالة ابن الهيثم : «في الأشكال الهلالية».

ولأول وهلة، يبدو المزيج ($\frac{٢}{٣}$ أشكال هلالية + $\frac{١}{٣}$ مساحة الكرة) وكأنّه مقالة واحدة ذات بداية ونهاية. ولكن، بعد إنعام النظر في الجزء ـ الذي بحوزتنا صورة عنه ـ من مخطوطة لينينغراد ٨٩، يتضح أن جامع هذه المخطوطة قد أخطأ في ترتيب أوراقها.

ومن الغريب أن نجد هذه المخطوطة ـ مع أنها نسخت سنة ٦١٣هـ ـ تكاد تكون خالية من التنقيط، إذ إننا نجد أن معدل الكلمات المنقوطة في الصفحة الواحدة لا يعدو كلمة واحدة. وفي كثير من الأحيان، نجد عدداً من الكلمات (يصل ـ أحياناً ـ إلى أربع أو خمس كلمات) متصلاً بعضها ببعض، فتبدو وكأنها كلمة واحدة. وخط المخطوطة قريب من خط الثُلث، ولكن ثمة صعوبة ماثلة في قراءته. ومجمل القول؛ إن تحقيق مقالة ابن الهيثم ـ بالاعتماد على هذه المخطوطة وحدها ـ صعب جداً، حتى ولو كانت هذه المخطوطة كاملة. ولكن، لندرة الأخطاء اللغوية فيها، ولكونها المخطوطة الأقدم، فإننا نعتبرها ـ لأغراض التحقيق ـ المخطوطة الرئيسية.

١٠ ـ «لينينغراد» : مدينة في وسط غرب روسيا الأوروبيّة، وهي ميناء على الطرف الشرقي من خليج فنلندا. كان إسمها : «سانت بيتر زبورغ» St. Petersburg (أي : مدينة القديس بطرس) وذلك خلال الفترة ١٧٠٣ ـ ١٩١٤م. ثم سميت خلال الفترة ١٩١٤ ـ ١٩٢٤م : « بيتروغراد » Petrograd (أي : مدينة بطرس). ثم أصبح اسمها : « لينينغراد » Leningrad (أي : مدينة لينين) وذلك سنة ١٩٢٤م، وهذه هي التسمية المعتمدة لغاية كتابة هذه السطور

١١ ـ نُذَكِّر القارىء أننا تحدثنا عن مقالة «مساحة الكرة» [أي : حجم الكرة] في فصل سابق.

المخطوطة الثانية ـ ع ـ مخطوطة عاطف[١٢] **١٧/١٧١٤، ص ص ١٥٨ب ـ ١٧٧ب، التي** يعود تاريخ نسخها إلى سنة ١١٥٨هـ.

ويكتب فؤاد سزكين ([١٢] : م ٥ : ٣٦٦)

Atif 1714/17 (ff 162 – 182, 1158 H. S. Krause 476)

وقد يكون من المناسب القول : إننا تصفحنا مخطوطة عاطف ١٧١٤، بكاملها في مكتبة عاطف في صيف ١٩٨٦ .

ويتضح أن هناك اختلافاً بين أرقام الأوراق التي كتبناها وبين أرقام الأوراق التي كتبها فؤاد سزكين. ويعود السبب في ذلك إلى وجود نوعين من الأرقام على أوراق المخطوطة :

- أرقام عربية مشرقية (١، ٢، ٣، ...)، مكتوبة في أعلى الأوراق بخط صغير وبالحبر الأحمر. وهذه الأرقام، مكتوبة على جميع أوراق المخطوطة بما في ذلك الأوراق الفارغة.
- أرقام عربية مغربية (1 , 2 , 3 , ...)، مكتوبة بخط كبير وبقلم رصاص. وهذه الأرقام، نجدها مكتوبة على أوراق المخطوطة التي تتضمن الرسائل فقط، فهي ليست مكتوبة على الأوراق الفارغة. ويبدو لنا أن أحد المسؤولين الأتراك (بعد أتاتورك) أضاف هذه الارقام. وحسب علمنا، فهذه هي الأرقام الرسمية بالنسبة للمسؤولين الأتراك في الوقت الحاضر. وهذه هي الأرقام التي أوردناها أعلاه والتي نوردها في التحقيق.

ثمة مستطيلات مذهبة وجميلة، في كل صفحات المخطوطة، بما في ذلك الصفحات الفارغة. كما أن رسائل المخطوطة منسوخة داخل المستطيلات المذهبة.

ويوجد في الصفحة الأولى من مخطوطة عاطف ١٧١٤ نوع من فهرست، يتضمن عناوين ٢٤ رسالة فلكية وهندسية وحسابية، ونجد في الصفحة التالية، مستطيلاً مذهباً وبداخله ما يلي :

- السطر الأول : «قول في سمت القبلة بالحساب لابن الهيثم».

---

١٢ ـ نقدم شكرنا وامتناننا للمسؤولين الأتراك الذين أتاحوا ـ بما قدموه من مساعدة لنا ـ فرصة حصولنا على شريط مصوّر (ميكروفيلم) للمخطوطة : عاطف ١٧/١٧١٤ .

ـ السطر الثاني : «وهو الشيخ أبو علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف بالغريب»[١٣].

ـ ثم أسطر على شكل مثلث، بالأحمر هي :

«وما في هذا المجلد عشرون رسالة للمولى المذكور
ورسالة ليحيى بن أحمد الكاشي وأخرى
لمن لم يدر اسمها فالمجموع
اثنان وعـــشرون
رسالـــة»

ـ ثم ختم دائري، وهذا الختم موجود أيضاً في صفحات عديدة من المخطوطة ويتضمن :

«مما وقفه العبد الفقير إلى ربـــه الغني
عز الدين حسام في دار الكتب التـــي بناهـــا
جدي الحـــاج مصطفى عاطـــــف رحمـــه المولى
بشـــرط أن لا تخـــرج على خزانـــــــة
المؤمن محمـــول على أمانيـــــه
١٢٨٣هـ»

ويتضح مما ذكرنا، أن المخطوطة : عاطف ١٧١٤ جميلة جداً. كما أنها مكتوبة بخط جميل واضح مقروء تماماً.

وعلى عكس كثير من المخطوطات، فإننا نجد المخطوطة (ع) هذه منقوطة بشكل تام. ويستخدم الناسخ الأفعال : «يكون، يقع، . . .» في المخطوطة كلها، سواء كان مرفوعها

---

١٣ ـ يبدو أن الناسخ كتب السطر الثاني ليُعَرِّفنا باسم ابن الهيثم المذكور في السطر الأول. أما كلمة «بالغريب» فمكتوبة وحدها، وحولها إشارتان على شكل قلبين، وهذا يوحي أن الناسخ اعتقد أن ابن الهيثم كان معروفاً «بالغريب» أو كان يُلَقَّب «بالغريب». وعلى ما نعلم، لم يكن ابن الهيثم معروفاً «بالغريب». ولعلنا نذكر أن بحوزتنا صورة، نجد أصلها في مخطوطة عاطف ١٣/١٧١٤، ص : ١١٦ب ـ ١٢٥أ موسومة : «قول للشيخ أبي علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف بالغريب في حساب المعاملات». ونحن نرى أن الكلمة «بالغريب» تعود إلى «القول»، أي : القول المعروف بـ «الغريب في حساب المعاملات». ويبدو أن سزكين ([١٢] : م ٥ : ٣٦٦) يتفق معنا في وجهة نظرنا هذه، فهو يكتب : «القول المعروف بالغريب في حساب المعاملات»، عاطف ١٣/١٧١٤ (أوراق : ١١٧ ـ ١٢٧).

مذكراً أو مؤنثاً، وهو استخدام صحيح، ولكنه غير فصيح في الاستعمال. وتتكرر هذه الأفعال كثيراً في المخطوطة، ولا نجد كلمة «تكون» في المخطوطة قطعاً. ولا نعتقد أن ابن الهيثم كتب : «يكون الزاوية، يقع النقطة، . . .»، بل نعتقد أن هذه المخطوطة قد نسخت عن مخطوطة منقوطة جزئياً، وأن ناسخ هذه المخطوطة اختار أن يكتب الأفعال المضارعة بصيغة المذكر : وأما نحن، فنؤثر أن نكتب في تحقيقنا : «تكون الزاوية، ويكون الخط، . . .» دون التنبيه إلى الأصل في الحواشي.

ونكتب ـ كالعادة ـ «ثلاثة، كيفما، . . .» بدلاً من «ثلثة، كيف ما، . . .» المستعملة في المخطوطتين.

ويجدر أن نذكر أننا لم نحوّر لفظاً اعتبرناه ـ ههنا ـ لغة المؤلف، إذا كان اللفظ في التركيب غير منفّر، ولا يخلّ وجوده في التركيب بالمعنى الهندسي الصحيح، وذلك محافظة منا على لغة المؤلف، وذلك مثل قوله : «فتسقط المشتركات، وهي . . .» فلا نصوب هذه الكلمات لاقتناعنا بأنها لغة خاصة بالمؤلف، مع أن عدد المشتركات اثنان. وعموماً، وبعكس الكثير من علماء الهندسة المسلمين، فإن لغة ابن الهيثم العربية جيدة.

أمّا ما وقع في المخطوطتين من أخطاء هندسية عفوية، فقد قمنا بتصويبه. علماً بأننا لم نجد فيهما أخطاء هندسية جوهرية، وقد نبهنا إلى أصل ما قمنا بتصويبه في الحواشي.

وفي حالات قليلة، نجد الناسخ يكرر بعض الكلمات تكراراً عفوياً يضعف الأسلوب، فقمنا بحذف الكلمات الزائدة بسبب التكرار، ولم نجد ضرورة للتنبيه إلى ذلك في الحواشي.

وتمضي المقالة ـ في المخطوطتين ـ فقرة واحدة من الأول إلى الآخر، خالية من علامات الترقيم، ففصلناها إلى : نظريات، ونتائج، وأقسام، وفقرات كثيرة قصيرة، مساعدة للقارىء، كي يلتقط أنفاسه في أثناء قراءة هذه النظريات الطويلة. كما أننا وضعنا علامات ترقيم بين كلمات المؤلف، حتى يكون الكلام مكتوباً حسب معانيه، وهذا يساعد القارىء في فهم خطوات المؤلف.

وقد وجدنا بعض الأشكال الهندسية الرئيسية مرسومة بشكل مغلوط فيه، فرسمناها بشكل صحيح. وأما ما أضفناه إلى هذه الرسومات، فقد رسمناه مقطعاً. ويقول المؤلف :

«ونجعل دائرة ك مساوية لجزء من أربعة وعشرين جزءاً من الدائرة ا ب حـ »، ويرسم الناسخ هذه الدوائر حول الأشكال الرئيسيّة، ولا يرسمها على النحو: $\frac{1}{24}$ من الدائرة ا ب حـ . وكذلك قمنا برسمها ـ أيضاً ـ حول الأشكال الهندسية الرئيسيّة، ولم نشأ أن تكون على النحو : $\frac{1}{24}$ من الدائرة ا ب حـ ، ذلك لصعوبة رسم الدوائر الصغيرة بالفرجار. كما أننا قمنا برسم أشكال هندسية إضافية لتناسب أقسام النظرية، وفي هذه الحالات، نرفق الرسم بالكلمتين : [رسم المحقق] .

الرموز المستعملة في التحقيق :

ل : مخطوطة ليننغراد ٨٩/٣ .

ع : مخطوطة عاطف ١٧١٤/١٧ .

[. . .] : الكلمة المحصورة بين القوسين المعقوفين [. . .] هي إضافة من طرفنا، لملء السقط أو للتوضيح .

☆ . . . ☆ : الكلام المحصور بين علامتي (☆) هو عبارة عن برهان لنظرية صغيرة مبرهنة ضمن برهان النظرية الرئيسيّة، ونكتب نص النظرية الصغيرة في الحاشية .

★ . . . ★ : الكلام المحصور بين علامتي (★) هو عبارة عن السقط الطويل (أكثر من كلمتين) الموجود في إحدى المخطوطتين، وللتأكيد، نكرر كتابته في الحاشية .

(٢٣) : انظر (٢٣) في الحاشية .

ونكتب ـ في تحقيقنا ـ أرقام الصفحات على النحو التالي :

[ل : ٦٥أ] : بداية وجه الورقة ٦٥ من مخطوطة ليننغراد ٨٩/٣، (أ = وجه الورقة).

[ع : ١٧١ب] : بداية ظهر الورقة ١٧١ من مخطوطة عاطف ١٧١٤/١٧، (ب = ظهر الورقة).

وننتقل الآن إلى تحقيق المقالة :

[ل: ٥٠ب]، [ع: ١٥٨ب] **بسم الله الرحمٰن الرحيم**

مقالة مستقصاة[١] للحسن بن الحسين[٢] بن الهيثم في الأشكال الهلالية

كان بعض إخـواني، سألني عن الشكل الهلالي، الذي يعمل على محيط الدائرة، فألّفت قولاً مختصراً، في الأشكال الهلالية بطرق جزئية، لاستعجال صاحب السؤال لي، ولاقتناعه بالجزئي من القول.

ولما تمادى الزمان من بعد ذلك: عنّ لي الفكر في هذا المعنى، فاستخرجته بطرق كُلِّية، واستخرجت معه أيضاً أنواعاً من الأشكال الهلالية، لم تكن في القول الأول. فرأيت أن أستأنف معه[٣] في هذه الأشكال مقالةاستقصي الكلامَ فيها على هذا المعنى. فألّفت هذه المقالة، وقدمت فيها مقدمات تستعمل في براهينها.

والمقدمـــات

[النظرية (المقدمــة) ـ ١ ـ] : ـ

كل مثلث، قائم الزاوية: يكون ضلعاه المحيطان بالزاوية القائمة مختلفين، ويُخرج من زاويته القائمة عمود على قاعدته، التي هي وتر الزاوية القائمة:

فإن نسبة القسم الأصغر من قسمي القاعدة إلى [ل: ٥١أ] جميع القاعدة، هي أصغر من نسبة الزاوية التي يوترها الضلع الأصغر من زوايا المثلث إلى زاوية قائمة.

وإن نسبة القسم الأعظم من قسمي القاعدة إلى جميع القاعدة، هي أعظم من نسبة الزاوية التي يوترها الضلع الأعظم إلى زاوية قائمة.

مثال ذلك :

---

(١) ل: سقط: مستقصاة.

(٢) ع: «الحسين». أما في (ل) فمن غير الواضح إذا كانت الكلمة «الحسن» أم «الحسين»، فالكلمة غير منقوطة ومتصلة مع الكلمة التالية «بن»، ولكننا نرجح أنها «الحسن».

(٣) ل: سقط : معه.

مثلث أ ب جـ : زاوية أ ب جـ منه قائمة، وضلع أ ب أصغر من ضلع ب جـ . وخرج فيه عمود ب د .

فأقول : إن نسبة د أ إلى أ جـ أصغر من نسبة زاوية أ جـ ب إلى زاوية قائمة ، وإن نسبة د جـ إلى جـ أ أعظم من نسبة زاوية ب أ جـ إلى زاوية قائمة .

برهان ذلك :

إنا نجعل د هـ مثل د أ . ونصل ب هـ . فيكون جـ ب أعظم من ب هـ . و ب هـ أعظم من ب د ، لأن زاوية ب د جـ قائمة .

☆ فنجعل نقطة ب مركزاً . وندير ببعد ب هـ قوساً من دائرة ، فهي تقطع خط ب جـ ، وتقع خارجاً عن[٤] خط ب د . فلتكن القوس هـ ز ح .

فتكون [ع : ١٥٩أ] نسبة مثلث ب جـ هـ إلى مثلث ب هـ د أعظم من نسبة قطاع ب هـ ز[٥] إلى قطاع ب هـ ح .

وبالتركيب [ل: ٥١ب] تكون نسبة مثلث ب جـ د إلى مثلث ب د هـ أعظم من نسبة قطاع ب ز ح[٦] إلى قطاع ب ح هـ .

(☆) من الممكن اعتبار الفقرات المحصورة بين علامتي (☆) بأنها برهان لنظرية مستقلة، هي : مثلث ب د جـ ، والزاوية ب د جـ قائمة (أو منفرجة)، والنقطة هـ تقع على أحد ضلعي الزاوية القائمة (المنفرجة)، وليكن جـ د ؛ فإن نسبة جـ د إلى د هـ أعظم من نسبة زاوية د ب جـ إلى زاوية د ب هـ .

(٤) ل: من.

(٥) ل: ب د هـ. [يوجد ما يبدو بأنه نوع من تصحيح على الحرف الثاني « د» ليبدو وكأنه «ز» بسن طويلة].

(٦) ل: ب د ح. [ربما التصحيح على الحرف الثاني يجعله يبدو وكأنه الحرف «ز» بسن طويلة].



فتكون نسبة خط حـ ء إلى خـط ء هـ أعظم من نسبة زاويـة ع ب ر إلى زاويـة ع ب هـ ☆ .وَهـ ء مثل ء أ ، وزاوية ء ب هـ مثل زاوية ء ب أ ؛ فنسبة حـ ء إلى ء أ أعظم من نسبة زاوية حـ ب ء إلى زاوية ء ب أ .

وبالتركيب : تكـون نسبة حـ أ إلى أ ء أعظم من نسبة زاويـة حـ ب أ إلى زاويـة ء ب أ . فبالعكس : تكـون نسبة ء أ إلى أ حـ أصغر من نسبة زاوية أ ب ء إلى زاويـة أ ب حـ .

وزاوية أ ب ء مثل زاوية أ حـ ب ، وزاوية أ ب حـ قائمة ؛ فنسبة ء أ إلى أ حـ أصغر من نسبة زاوية أ حـ ب إلى زاوية قائمة .

وأيضاً : فلأن نسبة حـ ء إلى ء أ أعظم من نسبة زاوية حـ ب ء إلى زاوية أ ب ء ؛ تكون بالعكس: نسبة أ ء إلى ء حـ أصغر من نسبة زاوية أ ب ء إلى زاوية ء ب حـ .

وبالتركيب : تكون نسبة أ حـ إلى حـ ء أصغر من نسبة زاويـة أ ب حـ إلى زاويـة ء ب حـ . فبالعكس: تكون نسبة ء حـ إلى حـ أ [ل: ٥٢أ] أعظم من نسبة زاويـة حـ ب ء إلى زاوية حـ ب أ .

وزاوية حـ ب ء مثل زاوية ب أ حـ ؛★ فنسبة ء حـ إلى حـ أ أعظم من نسبة زاوية ب أ حـ ★(٧) إلى زاوية قائمة .

وذلك ما أردنا أن نبيّن .

[النظرية (المقدمـة) ـ ٢ ـ] :

ونقول أيضـاً : إذا كان مثلث أ ب حـ منفرج الزاوية ، وكانت زاوية أ ب حـ منـه منفرجة، وكان خط أ ب منه أصغر من خط ب حـ . وخرج خط ب ء حتى صارت زاوية ب ء أ [ع: ١٥٩ب] مساوية لزاوية أ ب حـ .

فـإن نسبة ء أ إلى أ حـ أصغر من نسبة زاويـة أ حـ ب إلى الزاوية التي تلي زاويـة أ ب حـ .

---

(٧) ل: سقط: فنسبة ء حـ إلى حـ أ أعظم من نسبة زاوية ب أ حـ .

برهان ذلك :

إنا نخرج ب هـ أيضاً حتى تكون زاوية ب هـ جـ [ل: ٥٢ب] مثل زاوية ب د أ ؛ فتكون زاوية ب هـ د مثل زاوية ب د هـ ؛ فيكون خطا ب د ، ب هـ متساويين .

وتكون نسبة أ د إلى د ب ، كنسبة أ ب إلى ب جـ . وكذلك تكون نسبة ب هـ إلى هـ جـ ، كنسبة[8] أ ب إلى ب جـ ؛ فنسبة أ د إلى د ب ، كنسبة ب هـ إلى هـ جـ ؛ فضرب جـ هـ في د أ مساوٍ لمربع د ب[9] .

وخط أ د أصغر من خط د ب ، فهو أصغر من خط[10] هـ جـ ، فهــو أصغر بكثير من (★) خط د جـ . وضرب جـ د في د أ أصغر من مربع نصف أ جـ ؛ فضرب جـ هـ في د أ أصغر بكثير من (★)[11] مربــع نصف أ جـ ؛ فمربـع د ب أصغر من مربع نصف

(٨) ل: نسبة.

(٩) نحصل على جـ هـ × د أ = $(\text{د ب})^{2}$ من نسب المثلثات المتشابهة أ ب جـ ، أ د ب ، ب هـ جـ ، ويبــدو أن أحـد قراء المخطوطـة (ع) وجد أن هذه الخطوة تحتاج إلى تفسير، وكتب تفسيره في الهامش، ووقّع اسمه «سعيد». وفيما يلي نص التفسير :

«فضرب جـ هـ الرابـع في د أ أي الأول، مساوٍ لمربع د ب ، يعني أنـه مساو لضـــرب د ب الثاني في ب هـ الثالث، وضرب د ب في ب هـ مساوٍ لضرب د ب في د ب ، أي مربعه، لأن د ب مثل ب هـ . سعيد».

وللعلم: إن خط سعيد هذا، يختلف عن خط ناسخ المخطوطة (ع).

(١٠) ع: سقط: خط.

(١١) ع: سقط ما بين علامتي (★) وهي الجملة: «خـط د جـ ، وضرب جـ د في د أ أصغر من مربع نصف أ جـ ؛ فضرب جـ هـ في د أ أصغر بكثير من». وكشرح للخطوة جـ د × د أ < $(\frac{1}{2}\ \text{أ جـ})^{2}$ نذكر : إننا نعلم من النظرية الخامسة، المقالة الثانية من كتاب أُقليدس الأصول أن:

←

أحـ[12].

فَـ د ب أصغر من نصف أ حـ ؛ فنسبة د أ إلى نصف أ حـ أصغر مـن نسبـة[13] د أ إلى د ب . ولأن[14] نسبة ب هـ إلى هـ حـ ، كنسبة أ ب إلى ب حـ ؛ فيكون[15] ب هـ أصغر من هـ حـ .

فنخرج هـ ب على استقامة، ونجعل ط هـ مثل هـ حـ ، ونصـل حـ ط ؛ فيكون ط حـ أعظم من حـ ب . وَحـ ب أعظم من حـ هـ ، لأن زاوية ب هـ حـ منفرجة . فنجعل نقطـة حـ مركزاً، ونديربعد حـ ب قوساً من دائرة، ولتكن ك ب ح .

فتكون [ل: ٥٣أ] نسبة خط ط هـ[16] إلى خط هـ ب أعظم من نسبة زاوية ط حـ هـ إلى زاوية ب حـ هـ[17] فبالعكس: تكون [ع: ١٦٠أ] نسبة ب هـ إلى هـ ط أصغر من نسبة زاوية ب حـ هـ إلى زاوية ط حـ هـ . وزاوية ط حـ هـ[18] نصف زاوية ب هـ د المساوية للزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ ، وخط ط هـ مثل خط هـ حـ ؛ فنسبـة ب هـ إلى هـ حـ أصغر من نسبة زاوية أ حـ ب إلى نصف الزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ .

ونسبة ب هـ إلى هـ حـ ، هي كنسبة[19] أ د إلى د ب ؛ فنسبة أ د إلى د ب أصغـر من نسبة زاوية أ حـ ب إلى نصف الزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ .

وخط د ب ، قد تبيّن أنه أصغر من نصف أ حـ ؛ فنسبةد أ إلى نصف أ حـ أصغـر

← (½ أ حـ)² = حـ د × أ د + (حـ د − أ د)².

(١٢) ل: سقط: أحـ .

(١٣) ع: سقط: نسبة.

(١٤) ع: فلأن.

(١٥) ع: يكون.

(١٦) ع: ط ح .

(١٧) شـرح : (ط ب : ب هـ) = (مثلـث ط حـ ب : مثلـث ب حـ هـ) أكبر من (قطـاع حـ ح ب : قطاع حـ ب ك) = (زاوية ط حـ ب : زاوية ب حـ هـ). ثم، بالتركيب :(ط هـ : ب هـ) = (مثلـث ط حـ هـ : مثلث ب حـ هـ) أكبر من (قطاع حـ ح ب ك : قطاع حـ ب ك) =(زاويـة ط حـ هـ : زاويـة ب حـ هـ) .
والشرح الذي أوردناه للمثلث ط هـ حـ المنفرج الزاوية، هو نفس البرهان المحصور ضمن علامتي (☆) للمثلث ب د حـ القائم الزاوية في النظرية ـ ١ ـ.

(١٨) ع: سقط: وزاوية ط حـ هـ .

(١٩) ل: نسبة.

بكثير من نسبة زاوية ﺃ ﺣ ﺑ إلى نصف الزاوية التي تلي زاوية ﺃ ﺑ ﺣ ؛ فنسبة ﺀ ﺃ [٢٠] إلى جميع ﺃ ﺣ أصغر من نسبة زاوية ﺃ ﺣ ﺑ إلى جميع الزاوية التي تلي زاوية ﺃ ﺑ ﺣ .

وذلك ما أردنا أن نبيِّن.

[النظرية (المقدمـــة) - ٣ -] :

[ل: ٥٣ب] ونقول أيضاً: إنه إذا كانت زاوية ﺑ ﺃ ﺣ ليست بأعظم من نصف قائمة ؛ فإن نسبة ﻫ ﺣ إلى ﺣ ﺃ أصغر من نسبة زاوية ﺑ ﺃ ﺣ إلى الزاوية التي تلي زاوية ﺃ ﺑ ﺣ .

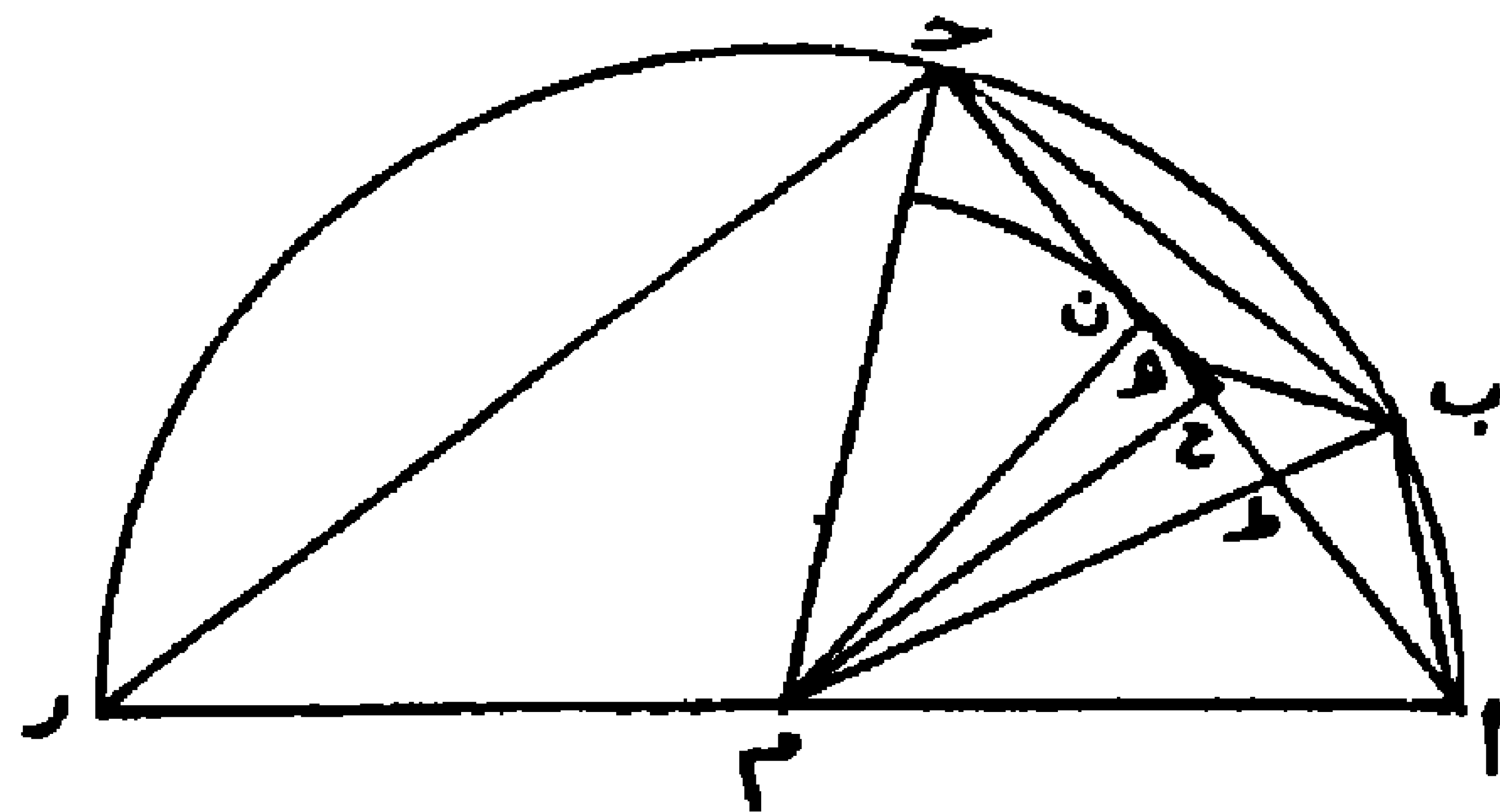
ولنعد صورة المثلث لئلا تكثر الخطوط.

وليكن مثلث ﺃ ﺑ ﺣ : ونديرعليـــه دائرة ، ولتكن دائرة ﺃ ﺑ ﺣ ، وليكن مركزهـــا م ، ونصل خط ﺃ م وننفذه إلى ﺭ . ونصل خطوط م ط ﺑ ، م ﺣ ، ﺣ ﺭ .

فمن أجل أن زاوية ﺃ ﺑ ﺣ منفرجة، تكون قوس ﺃ ﺑ ﺣ أقل من نصف دائرة ؛ (★) فهي إما أعظم من ربع دائرة وإما ليست بأعظم من ربع دائرة (★) [٢١].

[القسم الأول] :

[رسم المحقق]



فإن كانت [ل: ٥٤أ] قوس ﺃ ﺑ ﺣ ليست بأعظم من ربع دائرة:

فإن زاوية ﺃ م ﺣ ليست بأعظم من قائمة ؛ فزاوية ﺃ ﺭ ﺣ ليست بأعظم من نصف زاوية قائمة . وإذا كانت زاوية ﺃ م ﺣ ليست بأعظم من قائمة ؛ فإن كل واحدة من زاويتي م ﺃ ﺣ ، م ﺣ ﺃ ليست بأصغر من نصف زاوية قائمة ؛ فهي إما نصف قائمة أ و أعظم .

---

(٢٠) ع: ﺃ ﺀ .

(٢١) ع: سقط من الناسخ بين علامتي (★) يستدركه (أو يستدركه أحد العارفين بالهندسة) في الهامش مع اختلاف في نهاية الجملة، إذ يكتب ع: «منه» بينما نرى أن ل يكتب: «من ربع دائرة».

وزاوية ا ر ح إما نصف قائمة أو أصغر ؛ فزاوية ا ر ح ليست بأعظم من زاوية م ا ح . وزاوية م ط ح (★) أعظم من زاوية م ا ح ؛ فزاوية م ط ح (★)[٢٢] أعظم من [ع: ١٦٠ب] زاوية ا ر ح ؛ فزاوية ب ط ح ؛ فزاوية ب ط ح أصغر من زاوية ا ب ح ؛ فزاوية ب ه ح أعظم من زاوية ب ط ح ؛ فنقطة ه فيما بين نقطتي ط ، ح .

(☆) ونخرج من نقطة م عموداً على ا ح ، وليكن م ع ؛ فنقط ع فيما بين نقطتي ط ، ح ، لأن م ع يقسم قوس ا ب ح بنصفين إذا خرج على استقامة .

ونجعل ع د مثل ع ط ، فإذا جلعنا نقطة م مركزاً ، وأدرنا ببعد م د قوساً من دائرة ، يتبيّن أن نسبة ح ع إلى ع د المساوي لـِ ع ط أعظم من نسبة زاوية ح م ع إلى زاوية [ل: ٥٤ب] ع م د[٢٣] المساوية لزاوية ع م ط[٢٤] ؛ فنسبة ح ع إلى ع ط أعظم من نسبة زاوية ح م ع إلى زاوية ع م ط .

فبالعكس : تكون نسبة ط ع إلى ع ح[٢٥] أصغر من نسبة زاوية ط م ع إلى زاوية ع م ح .

وبالتركيب: تكون نسبة ط ح إلى ح ع أصغر من نسبة زاوية ط م ح إلى زاوية ع م ح . وتكون نسبة ط ح إلى ح ا أصغر من نسبة زاوية ب م ح إلى زاوية ح م ا .

---

(٢٢) ع: سقط ما بين علامتي (★): «أعظم من زاوية م ا ح ؛ فزاوية م ط ح».

(☆) الفقرات المحصورة بين علامة (☆) الاولى وعلامة (☆) الثانية هي عبارة عن برهان لنظرية مستقلة، هي : «إذا كان مثلث ا ب ح منفرج الزاوية على النقطة ب ، والضلع ا ب أصغر من الضلع ب ح ، ويحيط بالمثلث ا ب ح دائرة ا ب ح ، ومركزها م ، والخط ب م يقطع الضلع ا ح على النقطة ط ؛ فإن نسبة ط ح إلى ا ح أصغر من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح» . ونلاحظ أن البرهان المحصور بين علامتي (☆) صواب ، سواء كانت زاوية ب ا ح أعظم أو ليست بأعظم من نصف قائمة. والمؤلف يدرك أهمية هذه النظرية ويستند اليها في براهين لاحقة، كما أنه يقول هنا (خلال برهان «الجزء الثاني من القسم الثاني» من النظرية - ٣ - هذه) : «ويتبيّن على تصاريف الأحوال بالطريق الذي ذكرناه أن نسبة ط ح إلى ح ا أصغر من نسبة زاوية ط م ح إلى زاوية ح م ا» ، ونلاحظ أن نسبة زاوية ط م ح إلى زاوية ح م ا تساوي نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح .

(٢٣) ل: ح م د .

(٢٤) ع: ع م .

(٢٥) ع: ح ع .

وزاويــة ب م حـ ضعف زاويـة ب أ حـ ، وزاوية حـ م أ ضعف زاويــة أ ر حـ المساويـة للزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ ؛ فنسبة ط حـ إلى حـ أ أصغـر من نسبة زاويــة ب أ حـ إلى [الزاوية] التي تلي زاوية أ ب حـ (☆) .

فنسبة هـ حـ إلى حـ أ أصغر بكثير من نسبة زاويــة ب أ حـ إلى الزاويـــة التي تلي [زاوية] أ ب حـ .

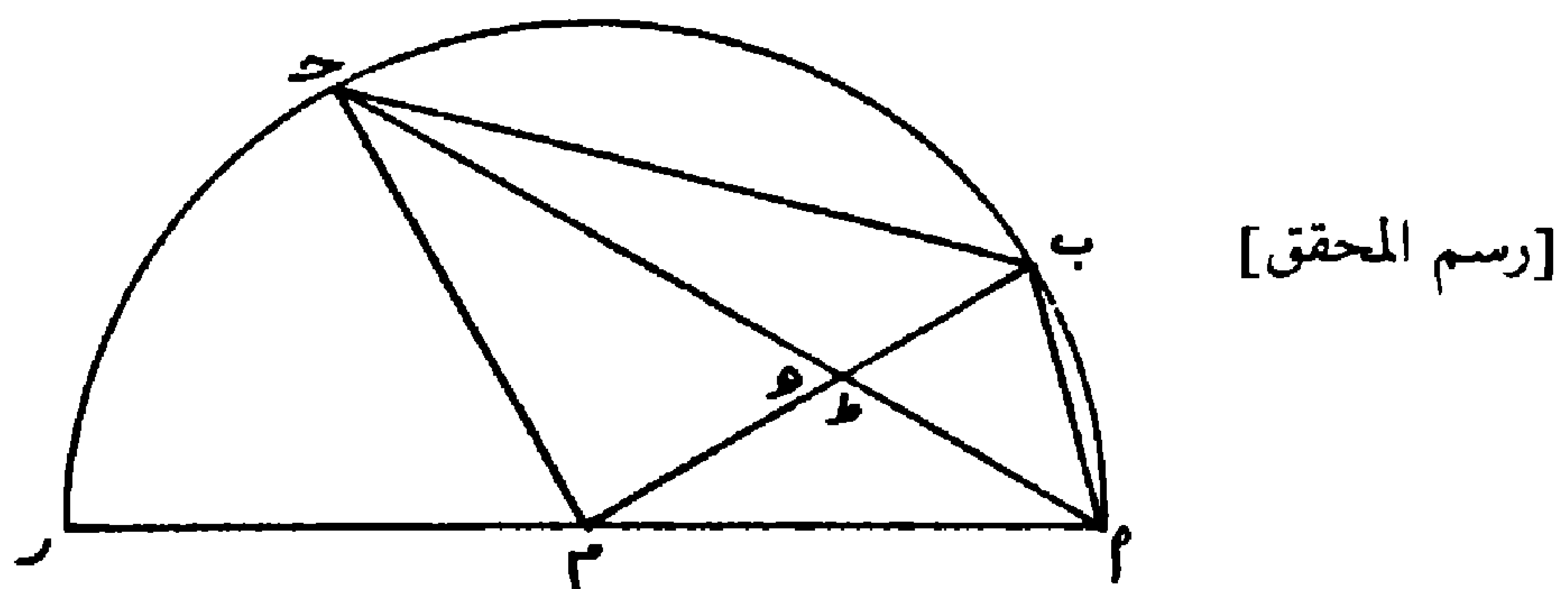
[القسم الثاني] :

وإن كانت قوس أ ب حـ أعظم من ربع دائرة :

فإن زاويـة أ م حـ أعظم من زاويــة قائمة . وزاويـة ب أ حـ بالفرض ليست بأعظم من نصف قائمة ، فهي إما نصف قائمة وإما أصغر ؛ فقوس ب حـ إما ربع دائرة وإما أصغر .

[الجزء الأول من القسم الثاني] :

[رسم المحقق]



فإن كانت قوس ب حـ ربع دائرة :

فإن زاويــة ب م حـ قائمـــة ؛ [ل : ٥٥أ] وتكون زاوية م ب حـ نصف قائمـــة ، وزاوية ب أ حـ نصف قائمة ؛ فتكون زاويـة حـ ب ط [٢٦] مثـل زاويــة ب أ حـ . وزاوية أ حـ ب مشتركة ؛ فزاوية ب ط حـ [٢٧] مساوية لزاوية أ ب حـ ؛ فنقطة هـ هي نقطة ط .

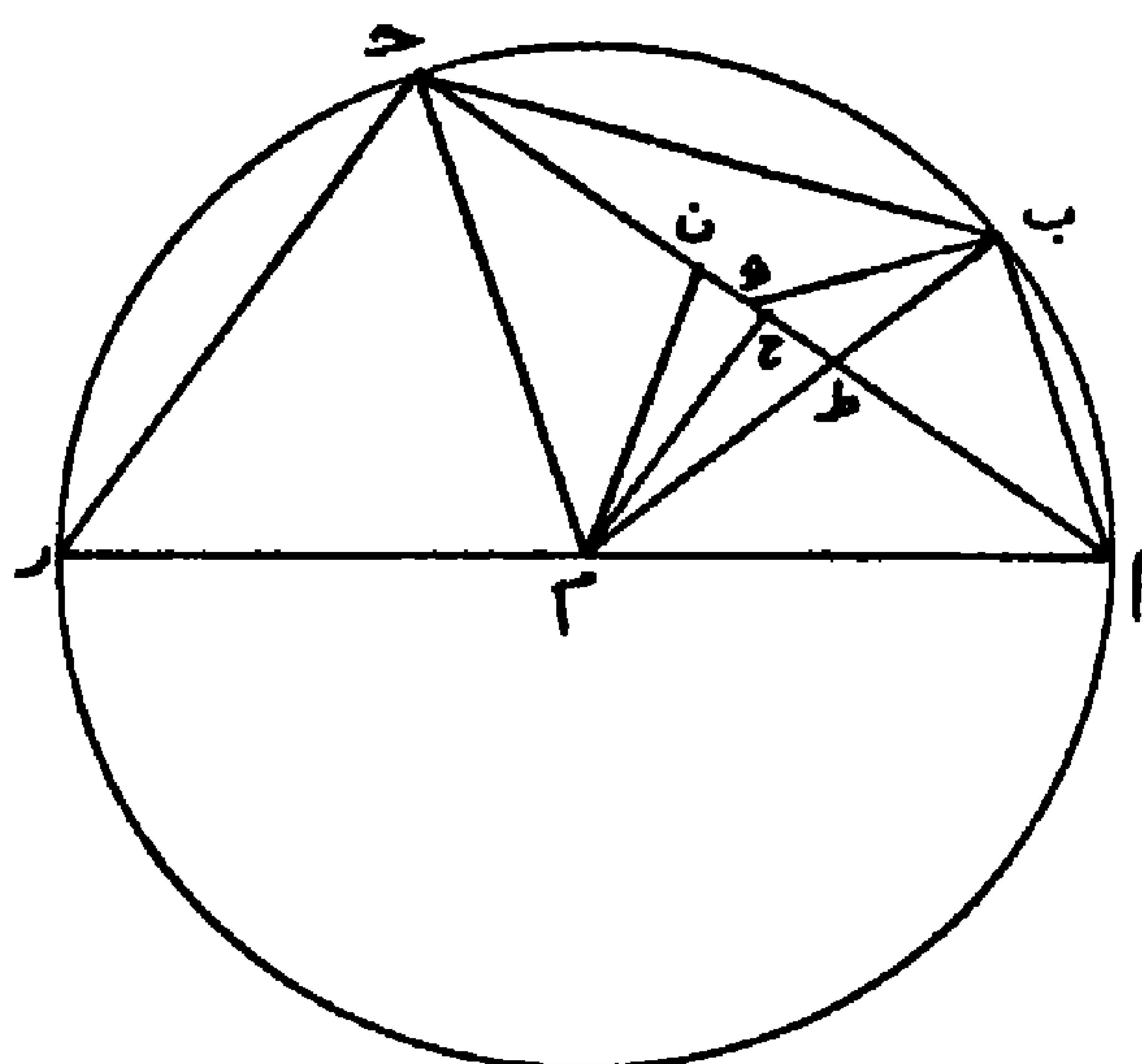
ويتبيّن كما تبيّن في القسم الأول أن نسبة ط حـ إلى حـ أ [ع : ١٦١ أ] أصغر من نسبـة زاوية ب أ حـ إلى الزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ ، ونقطــة هـ هي نقطة ط . فتكـون نسبة هـ حـ إلى حـ أ أصغر من نسبة زاوية ب أ حـ إلى الزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ .

---

(٢٦) ع : م ب ط .

(٢٧) ل : ب ط ح ؛ (ع) : ب ط هـ .

[الجزء الثاني من القسم الثاني] :



وإن كانت قوس ب ح أصغر من ربع دائرة :

فإن زاوية ب م ح أصغر من قائمة ؛ فتكون زاوية م ب ح أعظم من نصف قائمة ؛ وتكون زاوية ب ا ح أصغر من نصف قائمة ؛ فتكون زاوية م ب ح أعظم من زاوية ب ا ح ؛ فزاوية ح ب ه أصغر من زاوية م ب ح ؛ فنقطة ه فيما بين نقطتي ط ، ح .

ويتبيّن على تصاريف الاحوال بالطريق الذي ذكرناه: أن نسبة ط ح إلى ح ا أصغر من نسبة زاوية ط م ح إلى زاوية ح م ا ، لأن عمود [ل: ٥٥ب] م ع [٢٨] يقع أبداً فيما بين نقطتي ط ، ح ، لأن قوس ح ب أعظم من قوس ب ا .

وإذا كانت[٢٩] نقطة ه فيما بين نقطتي ط ، ح ؛ كان خط ه ح أصغر من خط[٣٠] ط ح . فتكون نسبة ه ح إلى ح ا أصغر بكثير من نسبة زاوية ب م ح إلى زاوية ح م ا . وزاوية ح م ا ضعف الزاوية التي تلي [زاوية] ا ب ح ، وزاوية ب م ح ضعف

(٢٨) ل، ع: م ح .

(٢٩) من الأفضل أن يقول المؤلف : «ولكون نقطة ه . . . » أو «بما أن نقطة ه . . . » وذلك لأنه قد برهن آنفاً أن زاوية ب ا ح = زاوية ح ب ه أصغر من زاوية م ب ح ، فنقطة ه تقع بين النقطتين ط ، ح .

(٣٠) ع: سقط: خط.

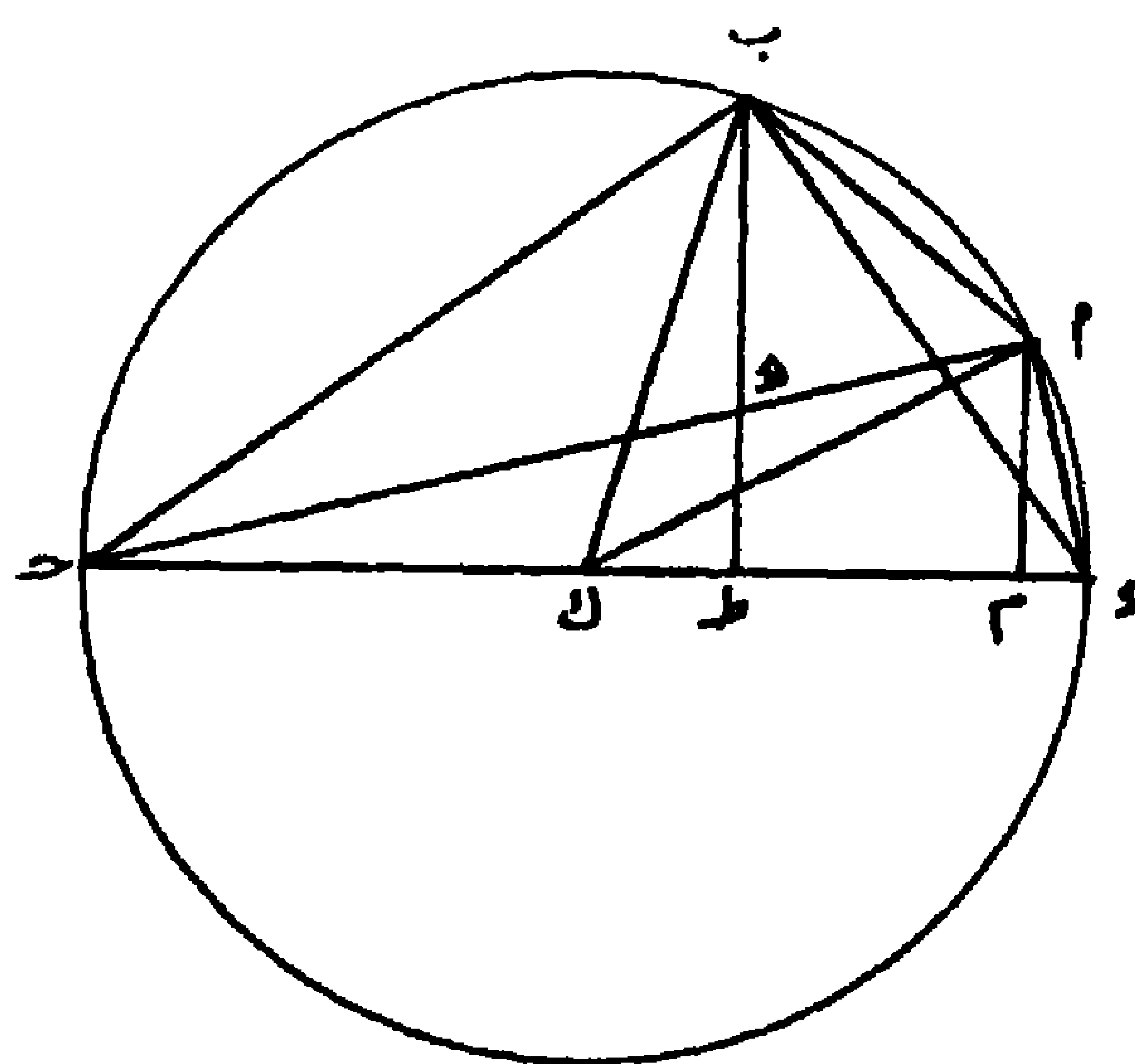
زاوية ب ا حـ ؛ فنسبة هـ حـ إلى حـ ا أصغر من نسبة زاويـــة ب ا حـ إلى الزاويـــة التي تلي زاويـــة ا ب حـ .

فإذا كانت زاوية ب ا حـ من مثلث ا ب حـ المنفرج الزاوية ليست بأعظم مـن نصف زاوية قائمة ؛ فإن نسبة هـ حـ إلى حـ ا [31] أصغر من نسبة زاوية ب ا حـ إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب حـ .

[ع : ١٦١ب] وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية (المقدمـــة) - ٤ -] :

[ل : ٥٦ أ] ونقــول أيضـاً : إن زاويـــة ب ا حـ إذا كانت أعظم من نصف زاويـــة قائمة ؛ فـإن نسبة هـ حـ إلى حـ ا [32] قد تكـــون أعظم من نسبة زاويـــة ب ا حـ إلى الزاويـــة التي تلي زاوية ا ب حـ .



فلنرسم دائرة عليها ا ب حـ د ، وليكن مركزها ك ، ونخرج قطرحـ ك د ، ونفـرض على خط ك د نقطة كيفما اتفقت، ولتكن ط ، ونخرج منها عمود ط ب ، ونصل خطــوط حـ ب ، ب د ، ك ب .

فيكون مثلث د ب حـ قائم الزاوية؛ فتكون نسبة ط حـ إلى حـ د أعظم مـــن نسبة

---

(٣١) ع: سقط: حـ ا .
(٣٢) ع: ا حـ .

زاوية ب ء ح إلى زاوية قائمة، كما تبيّن في الشكل الأول من هذه المقالة . فنسبة ط ح إلى ح ء أعظم من نسبة زاوية ب ك ح إلى زاويتين قائمتين ، فهي أعظم من نسبة قوس ب ح إلى قوس ح ب ء .

فبالعكس : تكون نسبة ء ح إلى ح ط أصغر من نسبة قوس ء ب ح إلى قوس ح ب .

فبالتفصيل : تكون نسبة ء ط إلى ط ح أصغر من نسبة قوس ء ب إلى قوس ب ح .

[القسم الأول] :

فنسبة ء ط [ل: ٥٦ب] إلى ط ح هي كنسبة بعض قوس ء ب إلى قوس ب ح ؛ فلتكن ذلك البعض قوس ٲ ب .

ونصل خطوط ح ه ٲ ، ٲ ب ، ٲ ء .

فتكون زاوية ء ٲ ح قائمة ، وتكون زاوية ٲ ب ح منفرجة . فلأن زاوية ء ٲ ح قائمة، تكون مساوية لزاوية ه ط ح . وزاوية ٲ ح ء مشتركة لمثلثي ٲ ء ح ، ه ط ح ؛ فتبقى زاوية ٲ ء ح مساوية لزاوية ط ه ح . وزاوية ٲ ء ح هي مساوية للزاوية التي تلي زاوية ٲ ب ح ؛ فزاوية ط ه ح مساوية للزاوية التي تلي زاوية ٲ ب ح ؛ فزاوية ب ه ح مساوية لزاوية ٲ ب ح .

ونخرج عمود ٲ م ؛ فتكون نسبة ح ط إلى ط م كنسبة ح ه إلى ه ٲ . ونسبة ح ط إلى ط م أعظم من نسبة ح ط إلى ط ء ؛ فنسبة ح ه إلى ه ٲ أعظم من نسبة ح ط إلى ط ء . ونسبة ح ط إلى ط ء هي كنسبة قوس ح ب إلى قوس ب ٲ ؛ فنسبة ح ه إلى ه ٲ أعظم من نسبة قوس ح ب إلى [ل: ٥٧أ] قوس ب ٲ .

فبالعكس: تكون نسبة ٲ ه إلى ه ح أصغر من نسبة قوس ٲ ب إلى قوس ب ح .

وبالتركيب: تكون نسبة ٲ ح إلى ح ه أصغر من [ع: ١٦٢أ] نسبة قوس ٲ ب ح إلى قوس ح ب . وبالعكس: تكون نسبة ه ح إلى ح ٲ أعظم من نسبة قوس ب ح إلى قوس ح ب ٲ .

ونصل ا ك ؛ فتكون نسبة قوس ب ح إلى قوس ح ب ا كنسبة زاوية ب ك ح إلى زاوية ح ك ا ؛ فنسبة هـ ح إلى ح ا أعظم من نسبة زاوية ب ك ح إلى زاوية ح ك ا .

وزاوية ب ك ح ضعف زاوية ب ا ح ، وزاوية ح ك ا ضعف زاوية ا د ح المساوية للزاوية التي تلي زاوية ا ب ح ؛ فنسبة هـ ح إلى ح ا أعظم من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح .

[القسم الثاني] :

وكذلك يلزم : إن كانت نسبة قوس ا ب إلى قوس ب ح أعظم من نسبة د ط إلى ط ح ؛ فإنه تصير نسبة ح ط إلى ط د أعظم من نسبة قوس ح ب إلى قوس ب ا [33]

ونسبة[34] ح هـ إلى هـ ا أعظم من نسبة ح ط إلى ط د ؛ فتكون نسبة ح هـ إلى [ل: ٥٧ب] هـ ا أعظم من نسبة قوس ح ب إلى قوس ب ا .

فيتبيّن كما تبيّن من قبل : أن نسبة هـ ح إلى ح ا أعظم من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح .

فيتبيّن من جميع ذلك أنه : إذا كانت نسبة قوس ا ب إلى قوس ب ح ليست بأصغر من نسبة خط د ط إلى خط ط ح ؛ فإن نسبة هـ ح إلى ح ا أعظم من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح .

فأما أن هذه النسبة ممكنة ، أعني أن نسبة قوس ا ب إلى قوس ب ح قد تكون مساوية لنسبة خط د ط إلى خط ط ح ، وقد تكون أعظم منها، فذلك بيّن .

أما إمكان ذلك على الإطلاق؛ فلأن قوسي ا ب ، ب ح من دائرة واحدة، فقد يصح أن يقع بينهما كل نسبة تكون بين مقدارين متجانسين. وأما وجود ذلك بالفعل بطريق العمل[35] ويعمل سهل:

---

(٣٣) (ع) : ب ا د .

(٣٤) ع: نسبة.

(٣٥) ل: فبطريق للعمل.

فإن خط ط ء [٣٦]، إذا كانت نسبته إلى خط ط ح نسبة الأنصاف، أعنى أن يكون ء ط [٣٧] نصف ط ح ، أو نصف نصفه ، أو نصف نصف نصفه ، وعلى ذلك إلى ما لا نهاية. [ع : ١٦٢ ب] فإن وجود قطعة من قوس ء ب تكون [ل : ٥٨ أ] نسبتها إلى قوس ب ح هذه النسبة ، ممكن متسهل . وهو بأن تُقسم قوس ب ح بنصفين، ونصفها بنصفين، ونصفها بنصفين[٣٨] إلى أنْ تنتهي القسمة إلى الجزء النظير لجزء ء ط من ط ح ، ثم نجعل قوس ا ب التي هي بعض ء ب مساوية للجزء الذي انتهت إليه القسمة ؛ فتكون نسبة قوس ا ب إلى قوس ب ح كنسبة خط ط ء [٣٩] إلى خط ط ح .

وإذا كان ء ط أصغر من ط ح ؛ فإن قوس ح ب تكون أعظم من قوس ب ء . فتكون زاوية ب ا ح أعظم من نصف زاوية قائمة، ويكون خط ح ب أعظم من خط ب ا ، وتكون نسبة ه ح إلى ح ا أعظم من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح .

فقد تبيّن مما بيّناه أنّه: قد يكون مثلث منفرج الزاوية، ويكون الخطان المحيطان[٤٠] بزاويته المنفرجة مختلفين. ويكون الخط الذي يخرج من الزاوية المنفرجة إلى وترها ويحيط مع الوتر بزاوية مساوية للزاوية المنفرجة، مما يلي الضلع الأعظم، يفصل من وتر الزاوية المنفرجة، مما يلي الضلع الأعظم، خط تكون نسبته إلى جميع الوتر أعظم من نسبة الزاوية التي يوترها الضلع الأعظم إلى [ل: ٥٨ب] الزاوية التي [ع: ١٦٣أ] تلي الزاوية المنفرجة.

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

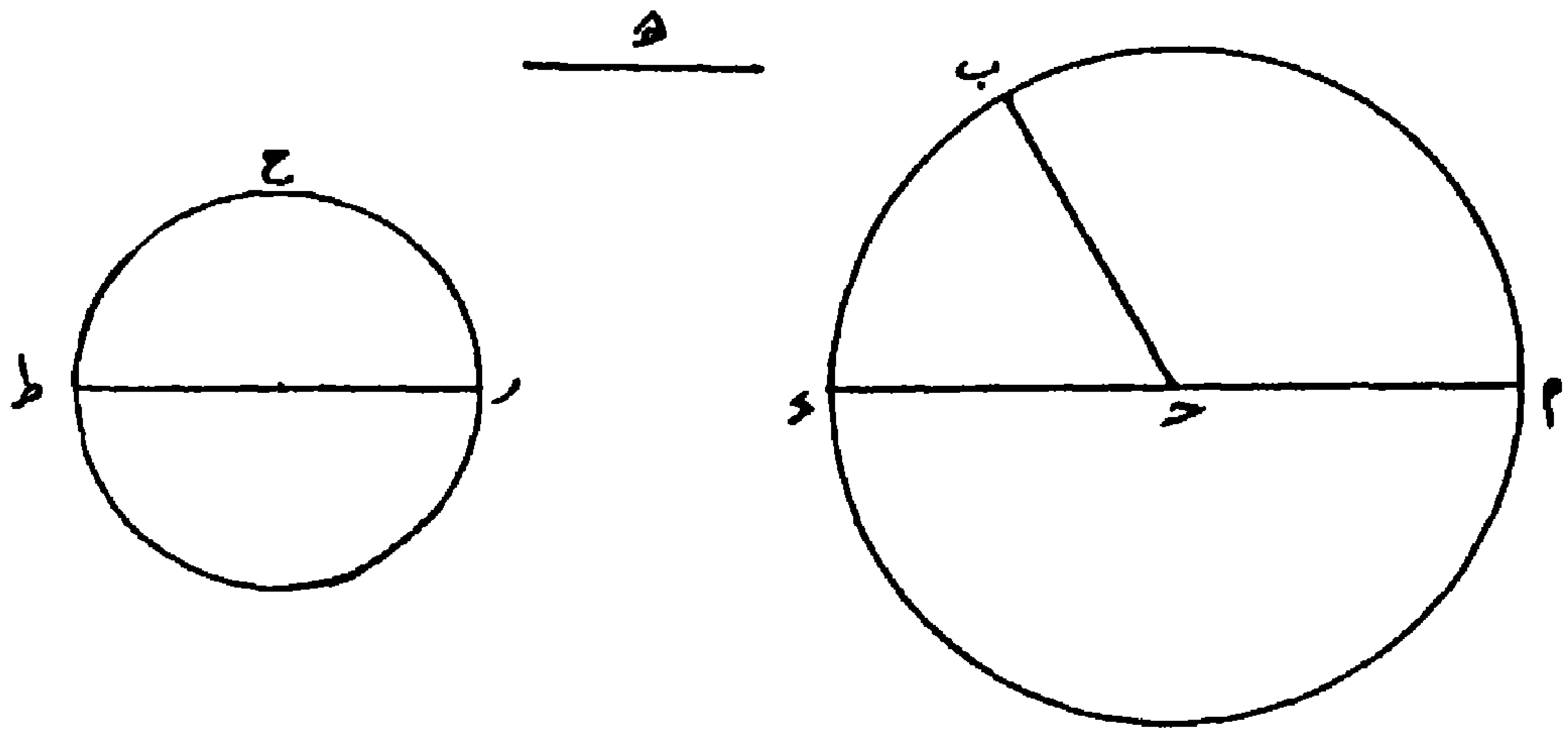
[النظرية (المقدمة) ـ ٥ ـ] :

ونقول أيضاً: إن كل قطاع من دائرة، يكون رأسه مركزاً للدائرة؛ فإنه مساوٍ لدائرة تامة.

مثال ذلك :

---

(٣٦) ع: ء ط .
(٣٧) ع: ء ح .
(٣٨) في الغالب: سقط في «ل» الكلمات: «ونصفها بنصفين». ونعتقد من الضروري تكرار الكلمات: «ونصفها بنصفين» كما هو وارد في «ع».
(٣٩) ع: ء ط .
(٤٠) ع: سقط: المحيطان.



قطاع ا ب ﺟ ، في دائرة ا ب ء [41]، ورأسه وهو مركز الدائرة نقطة ﺟ . فأقول : إنه مساوٍ لدائرة تامة .

برهان ذلك :

إن نسبة قوس ا ب إلى محيط الدائرة، هي كنسبة قطاع ا ب ﺟ إلى جميع الدائرة.

وقوس ا ب [42] ومحيط الدائرة مقداران من جنس واحد، يصح بينهما التطابق والتفاضل. وكل نسبة ـ بين مقدارين [ل: ٥٩أ] متجانسين يصح بينهما التطابق والتفاضل ـ (★) فإنها تقع بين كل مقدارين متجانسين يصح بينهما التطابق والتفاضل (★)[43].

أما إن كانت النسبة عددية، فذلك ظاهر. وأما إن كانت النسبة غير عددية، فهي تقع بين كل مقدارين متجانسين؛ وجدنا نحن تلك النسبة، أم لم نجدها. لأن النسبة هي معنى يخص المقادير المتجانسة، لا من أجل علمنا بها وجودنا لها. وليست واحدة من النسب أولى بالمقادير المتجانسة من غيرها.

فنسبة قوس ا ب إلى محيط الدائرة، هي كنسبة خط مستقيم إلى قطر الدائرة الذي هو خط ا ء ؛ وجدنا نحن ذلك الخط، أم لم نجده؛ فليكن ذلك الخط خط ﻫ [44]. وليكن خط ر ط متوسطاً في النسبة بين[45] خط ﻫ وخط ا ء .

(٤١) ع: ا ب ﺟ .
(٤٢) ل، ع: ا ب ﺟ .
(٤٣) ع: سقط ما بين علامتي (★): «فإنها تقع بين كل مقدارين متجانسين يصح بينهما التطابق والتفاضل».
(٤٤) ع: سقط: خط.
(٤٥) ع: من.

وندير على خط ر ط دائرة، يكون قطرها ر ط ، ولتكن دائرة ر ح ط .

فلأن نسبة خط هـ إلى خط ر ط ، كنسبة ر ط إلى أ ء ؛ تكون نسبة هـ إلى أ ء ، كنسبة مربع ر ط إلى مربع أ ء . ونسبة مربع ر ط إلى مربع أ ء ، هي [ل: ٥٩ ب] كنسبة دائرة ر ح ط إلى دائرة أ ب حـ ؛ [ع: ١٦٣ب] فنسبة دائرة ر ح ط إلى دائرة أ ب ء ، هي كنسبة خط هـ إلى خط أ ء .

ونسبة هـ إلى أ ء ، هي كنسبة قوس أ ب إلى محيط الدائرة. ونسبة قوس أ ب إلى محيط الدائرة، (★) هي كنسبة قطاع أ حـ ب إلى جميع الدائرة[٤٦] (★) ؛ فنسبة دائرة ر ح ط إلى دائرة أ ب ء ، هي كنسبة قطاع أ حـ ب[٤٧] إلى دائرة أ ب ء ؛ فدائرة ر ح ط مساوية لقطاع أ حـ ب .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية (المقدمة) - ٦ -] :

ونقول[٤٨] أيضاً: إن كل قطعتين متشابهتين من دائرتين مختلفتين؛ فإن نسبة إحداهما إلى [ل: ٦٠أ] الأخرى، هي كنسبة الدائرة إلى الدائرة، وكنسبة مربع قاعدة القطعة إلى مربع قاعدة القطعة.

مثال ذلك :

قطعتا أ ب حـ ، هـ ر ح : قطعتان متشابهتان، وهما من دائرتين مختلفتين.

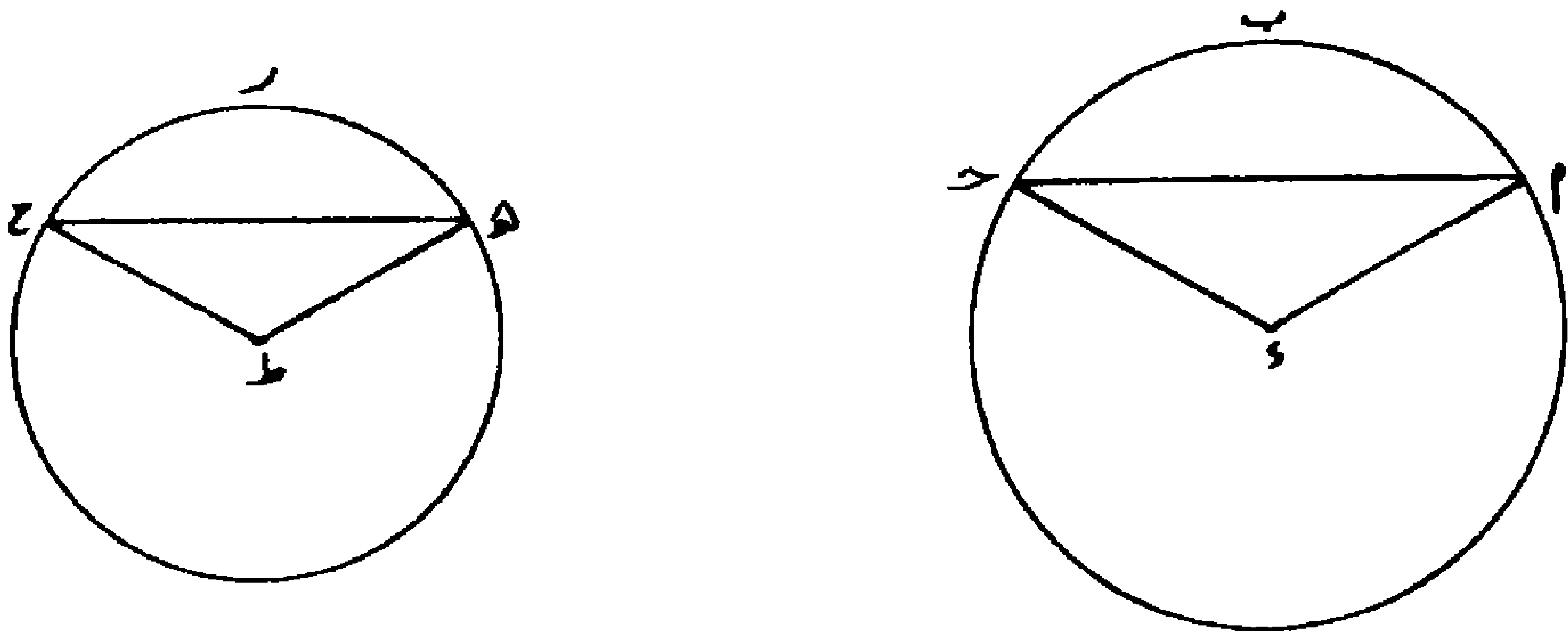
فأقول : إن نسبة قطعة أ ب حـ إلى قطعة هـ ر ح ، هي كنسبة الدائرة إلى الدائرة.

ولنُتَمم الدائرتين، وليكن مركز دائرة أ ب حـ نقطة ء ، ومركز دائرة هـ ر ح نقطة ط ، ونصل خطوط أ ء ، حـ ء ، هـ ط ، ح ط .

فلأن قطعتي أ ب حـ ، هـ ر ح متشابهتان ؛ تكون زاويتا أ ء حـ ، هـ ط ح متساويتين. فمثلثا أ ء حـ ، هـ ط ح متشابهان ؛ فنسبة مثلث أ ء حـ إلى مثلث هـ ط ح ،

---

(٤٦) ع: سقط ما بين علامتي (★): «هي كنسبة قطاع أ حـ ب إلى جميع الدائرة».
(٤٧) ع: أ حـ ء .
(٤٨) ل: فنقول.



هي كنسبة مربع أ ء إلى مربع هـ ط ، فكنسبة مربع أ حـ إلى مربع هـ ح .

ونسبة مربع أ ء إلى مربع هـ ط ، كنسبة دائرة أ ب حـ إلى دائرة هـ ز ح . ونسبة دائرة أ ب حـ إلى دائرة هـ ز ح ، هي كنسبة قطاع أ ء حـ ب إلى قطاع هـ ط ح ز ، لأن نسبة كل قطاع [ل: ٦٠ب] إلى دائرته، هي كنسبة كل قطاع شبيه به[49] إلى دائرته؛ فنسبة قطاع [ع: ١٦٤أ] أ ء حـ [ب] إلى قطاع هـ ط ح ز ، هي كنسبة مثلث أ ء حـ إلى مثلث هـ ط ح ، وكنسبة[50] الباقي إلى الباقي؛ فنسبة قطعة أ ب حـ إلى قطعة هـ ز ح ، هي كنسبة قطاع أ ء حـ ب إلى قطاع هـ ط ح ز .

ونسبة القطاع إلى القطاع، هي[51] كنسبة الدائرة إلى الدائرة؛ فنسبة قطعة أ ب حـ إلى قطعة هـ ز ح ، هي كنسبة دائرة أ ب حـ إلى دائرة هـ ز ح ، وكنسبة مربع أ حـ إلى مربع هـ ح ؛ لأن نسبة هذين المربعين، هي نسبة مربع القطر إلى مربع القطر.

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية (المقدمة) - ٧ -] :

[ل: ٦١أ] ونقول أيضاً: إن كل قطعة من دائرة، يُخرج فيها وتر كيفما اتفق، ونعمل عليه قطعة شبيهة بالقطعة الأولى؛ فإن جميع محيط القطعة الثانية، يقع خارجاً عن الدائرة الأولى.

(٤٩) ل، ع: نسبيه به. [غير منقوطة في «ل». وقد تكون: «نشبه به» أو «نشبهه به». وآثرنا أن نقرأها: «شبيه به». أما: «نسبيه به» فهي منقوطة في «ع»].

(٥٠) ع: فكنسبة.

(٥١) ل: سقط: هي.

مثال ذلك :

قطعة ا ب حـ من دائرة ا ب حـ د ، خرج فيها وتر ا ب ، وَعُمل عليه قطعة ا هـ ب شبيهة بقطعة[٥٢] ا ب حـ[٥٣] .

فأقول: إن محيط قطعة ا هـ ب يقع جميعه[٥٤] خارجاً عن قطعة ا ب حـ .

برهان ذلك :

إنا نخرج خـــط ا ك مماساً[٥٥] لدائـــرة ا ب حـ د ؛ فتكون زاوية ك ا حـ مساوية للزاوية التي تقع في قطعة ا د حـ ؛ فزاوية[٥٦] ك ا ب أصغر من الزاوية التي تقع في تمامه قطعة ا هـ ب[٥٧] .

---

(٥٢) ع: سقط: بقطعة.

(٥٣) ع: ام ب حـ .

(٥٤) ع: جمعه.

(٥٥) ع: مما نشأ.

(٥٦) ع: بزاوية.

(٥٧) «الزاوية التي تقع في تمامه قطعة ا هـ ب» تعني: الزاوية التي تقع في القطعة الأخرى من الدائرة ا هـ ب ، والتي اتحادها مع قطعة ا هـ ب المعطاة، هو الدائرة ا هـ ب . وهذه الزاوية تساوي الزاوية ك ا حـ . لأن القطعة الأخرى المتممة للدائرة ا هـ ب تشبه القطعة ا د حـ .

فخط ا ك يقطع[٥٨] محيط قطعة ا ﻫ ب ، وهو مماس لقوس ا ب ح ؛ فخط ا ك متوسط بين القوسين[٥٩] .

فزاوية ﻫ ا ط [٦٠] خارجة عن قوس ا ب . وزاوية ﻫ ا ب مساوية لزاوية ﻫ ب ا ، وزاوية ط ا ب [٦١] مساوية لزاوية ط ب ا ؛ فتبقى زاوية ﻫ ب ط مساوية لزاوية ﻫ ا ط .

فجميع قوس ا ﻫ ب خارجة عن قطعة [ل: ٦١ب] ا ب ح ؛ فقوس ا ﻫ ب يحيط مع قوس ا ط ب بشكل هلالي جميعه خارج عن قطعة ا ب ح .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[ع: ١٦٤ب] **وإذ قد ثبت[٦٢] هذه المقدمات :**

[النظريــة ـ ٨ ـ] :

فإنا نقول: إن كل دائرة، يُخرج فيها قطر من أقطارها، يتعلّم على محيط أحد نصفيها نقطة كيفما اتفقت. ونوصل بين تلك النقطة وبين طرفي القطر بخطين مستقيمين، ونعمل على كل واحد من الخطين نصف دائرة.

فإن الهلالين اللذين يحدثان من محيطي هذين النصفين مع محيط نصف الدائرة الأولى، مساويان بمجموعهما للمثلث الذي حدث في نصف الدائرة.

مثال ذلك :

دائرة ا ب ح : خرج فيها قطر ا ح ، وَفُرض على نصف ا ب ح نقطة ب ، وَوُصِلَ خطا ا ب ، ب ح ، وَعُمل على خطي ا ب ، ب ح نصفا دائرتين، وهما [ل: ٦٢أ] ا ء ب ، ب ﻫ ح .

---

(٥٨) ع: يقع.

(٥٩) «فخط ا ك متوسط بين القوسين» تعني: فخط ا ك يقع بين القوسين ا ﻫ ب ، ا ب ح .

(٦٠) المقصود هنا: أن النقطة ﻫ هي منتصف القوس ا ﻫ ب . ومع أن المؤلف لا يقول ذلك، إلّا أن بقية البرهان تدل على أنه يفترض ذلك. [هنا يصبح البرهان غير واضح، وفي الغالب هناك سقط ما].

(٦١) ع: ط ب ا . [والمقصود هنا: أن النقطة ط هي منتصف القوس ا ط ب . ومع ان المؤلف لا يقول ذلك، إلا أن بقية البرهان تدل على أنه يفترض ذلك].

(٦٢) ل: ـــــ [بدون نقط، والكلمة مكونة من أربعة أسنان ثم «ب». وقد تكون الكلمة «تثبتت»، وآثرنا الكلمة الواردة في «ع» وهي «ثبت»].

فأقول: إن هلالي أ ء ب ر أ ، ب ه ح ع ب مساويان بمجموعهما لمثلث أ ب ح .

برهان ذلك :

إن نسبة كل دائرة إلى كل دائرة، هي كنسبة مربع قطرها إلى مربع قطرها ؛ فنسبة دائرتي أ ء ب ، ب ه ح مجموعتين إلى دائرة أ ب ح ، هي كنسبة مربعي أ ب ، ب ح إلى مربع أ ح . ومربعا أ ب ، ب ح مساويان لمربع[٦٣] أ ح ؛ فدائرتا أ ء ب ، ب ه ح مساويتان بمجموعهما لدائرة أ ب ح .

فنصفا[٦٤] [الدائرتان] أ ء ب ، ب ه ح ، مساويان بمجموعهما لنصف دائرة أ ب ح . فتسقط قطعتا أ ر ب ، ب ع ح المشتركتان ؛فيبقى هلالا أ ء ب ر أ ، ب ه ح ع ب مساويين بمجموعهما لمثلث أ ب ح .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية - ٩ -] :

[ع: ١٦٥أ] ولنعد الصورة: وليكن مركز الدائرة نقطة [ل: ٦٢ب] ط ، ونصل ط ب .

فإن كان قوسا أ ب ، ب ح متساويتين؛ فإن قطعتي أ ء ب ، ب ه ح متساويتان، ومثلثا أ ب ط ، ب ط ح متساويان؛ فيكون الهلالان متساويين، ويكون كل هلال[٦٥]

---

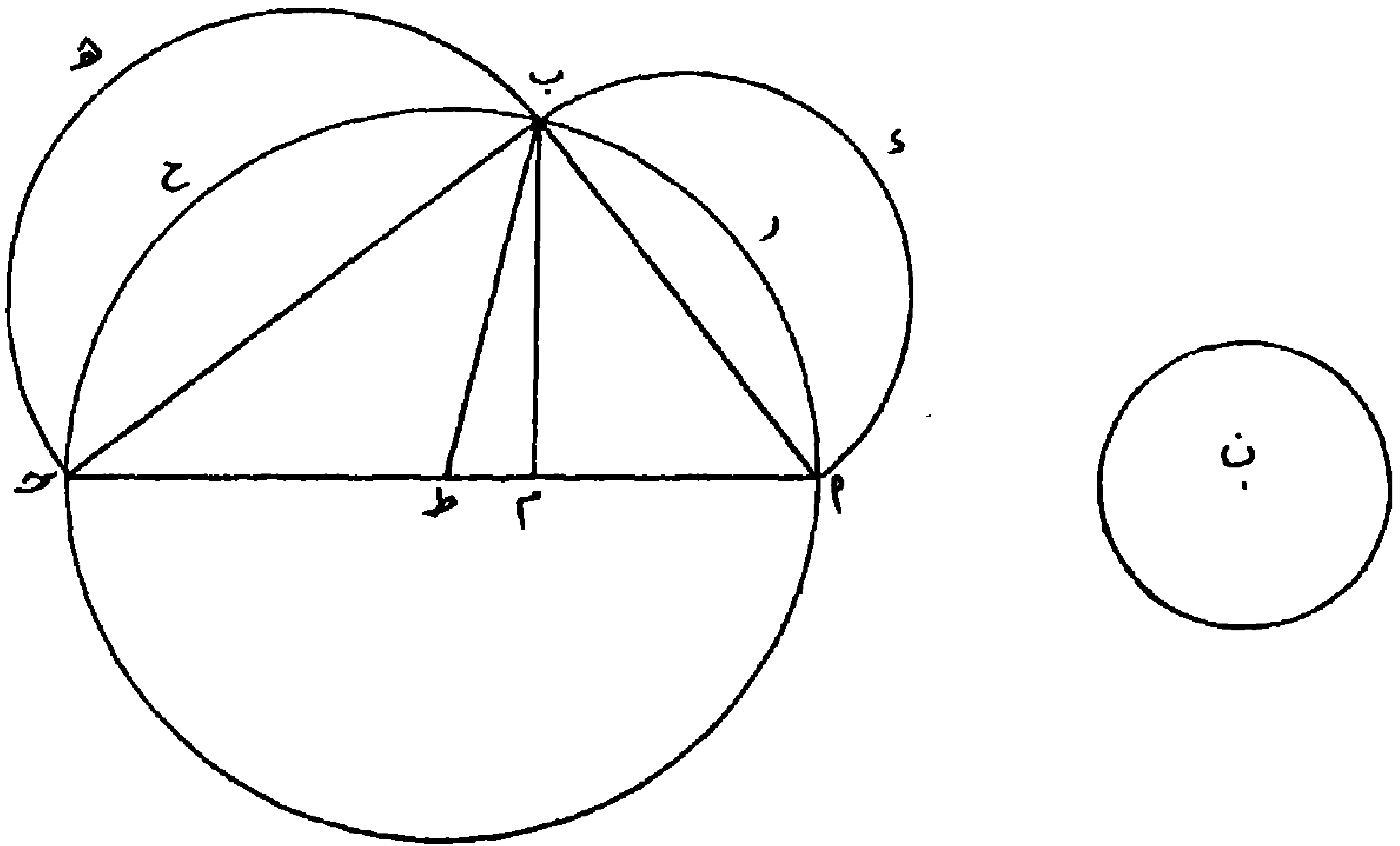
(٦٣) ع: لمربعي.

(٦٤) ل: فنصفها.

(٦٥) ع: ويكون كل ذلك هلال.

مساوياً للمثلث الذي يليه .

وإن كان قوسا أ ب ، ب حـ مختلفتين ؛ فإن الهلالين يكونان مختلفين. [و] لأن المثلثين متساويان، فنقول: إن أصغر الهلالين مع دائرة تامة، مساويان بمجموعها للمثلث الذي يلي الهلال الأصغر. وإن المثلث الباقي مع تلك الدائرة بعينها، مساوٍ للهلال الباقي .



ولتكن قوس أ ب أصغر من قوس ب حـ ، ونخرج من نقطة ب عمود ب م .

فتكون نسبة م أ إلى أ حـ كنسبة مربع أ ب إلى مربع أ حـ (٦٦) ، وكنسبة نصف دائرة أ ء ب إلى نصف دائرة أ ب حـ .

وقد تبينّ في الشكل الأوّل من المقدمات أن نسبة م أ إلى أ حـ ، هي أصغر من نسبة زاوية أ حـ ب إلى زاوية قائمة. وزاوية أ ط ب هي ضعف زاوية أ حـ ب ؛ فنسبة م أ إلى أ حـ ، هي أصغر من نسبة زاوية أ ط ب إلى زاويتين قائمتين .

[ل: ٦٣أ] ونسبة زاوية أ ط ب إلى زاويتين قائمتين، هي كنسبة قطاع أ ط ب ر إلى نصف دائرة أ ب حـ ؛ فنسبة نصف دائرة أ ء ب إلى نصف دائرة أ ب حـ ، هي أصغر

(٦٦) شرح: من تشابه المثلثين أ ب م ، أ ب حـ ؛ (م أ : أ ب) = (أ ب : أ حـ)؛ م أ × أ حـ = (أ ب)^{٢}؛ (م أ : أ حـ) = (أ ب)^{٢} : (أ حـ)^{٢}.

[ع: ١٦٥ب] من نسبة قطاع ا ط ب إلى نصف دائرة ا ب ﺣ ؛ فقطاع ا ط ب أعظم من نصف دائرة ا ء ب .

وكل قطاع فهو مساوٍ لدائرة تامة. وكل نصف دائرة فهو مساو لدائرة تامة. وكل دائرتين مختلفتين، فإن العظمى تزيد على الصغرى بدائرة تامّة .

فقطاع ا ط ب يزيد على نصف دائرة ا ء ب بدائرة تامة. فلتكن تلك الدائرة، دائرة د . فتكون نصف دائرة ا ء ب مع دائرة د ، مساويتين بمجموعهما لقطاع ا ط ب . فتسقط قطعة ب ر ا المشتركة؛ فيبقى هلال ا ء ب ر ا (٦٧) مع دائرة د ، مساويين بمجموعها لمثلث ا ط ب .

وقد تبيّن: أن الهلالين مجموعين مساويان لمثلث ا ب ﺣ . وإذا كان مثلث ا ط ب يزيد على هلال ا ء ب ر ا بدائرة د ، فإن مثلث ب ط ﺣ ينقص عن هلال [ل: ٦٣ب] ب ﻫ ﺣ ح ب بدائرة د ؛ فمثلث ب ط ﺣ مع دائرة د ، مساويان بمجموعها لهلال ب ﻫ ﺣ ح ب .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وقد تبيّن مما بيّناه في أول هذا الفصل: أن كل هلال يُعمل على ربع دائرة، ويكون محيطه نصف دائرة، فإنه مساوٍ للمثلث القائم الزاوية الذي يقع في ربع الدائرة.

[النظرية - ١٠ -]:

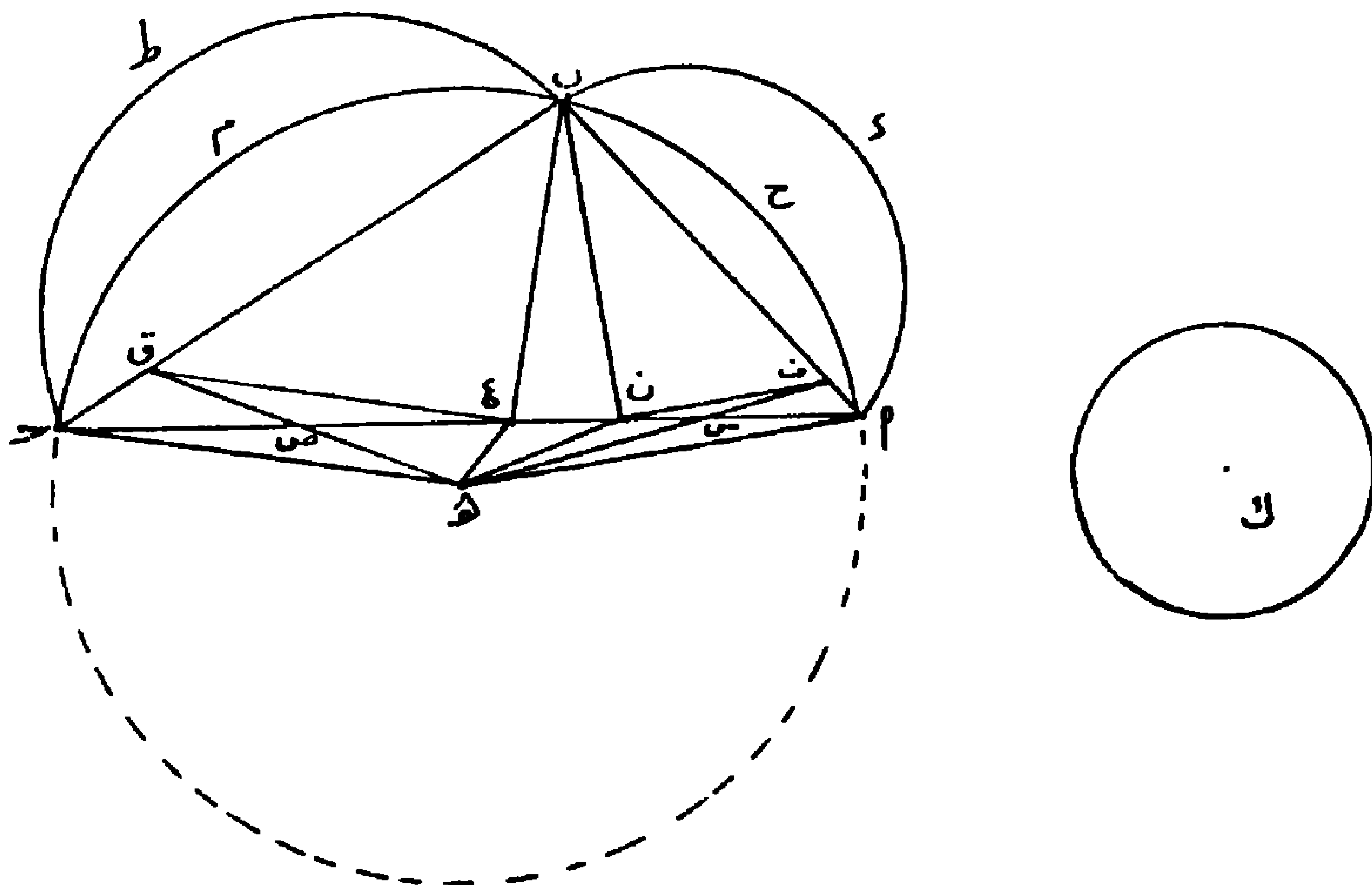
ولنرسم أيضاً: دائرة عليها ا ب ﺣ ، ومركزها ﻫ . ونخرج فيها وتراً كيفما اتفق، يَفصل منها [ع: ١٦٦أ] قطعة هي أصغر من نصف دائرة، وهي قطعة ا ب ﺣ . ونفرض على قوس ا ب ﺣ نقطة كيفما اتفق، ولتكن نقطة ب . ونصل خطي ا ب ، ب ﺣ . ونعمل على كل واحد من خطي ا ب ، ب ﺣ قطعة شبيهةبقطعة ا ب ﺣ ، ولتكن قطعتي ا ء ب ، ب ط ﺣ . [ل: ٦٤أ] ونخرج خطي ب د ، ب ع ، حتى تصير كل واحدة من زاويتي ب د ا ، ب ع ﺣ ، مساوية لزاوية ا ب ﺣ . ونصل خطوط ﻫ ا ، ﻫ ﺣ ، ﻫ د ، ﻫ ع .

---

(٦٧) ع: ا ء ر ب . [الخطأ في ترتيب الأحرف. وسقط الحرف الهندسي الأخير «ا»].

فأقول: إن هلالَيْ ا ء ب ح ا ، ب ط ح م ب مع دائرة تامة، مساويات بمجموعها لمثلث ا ب ح مع مثلث هـ د ع .

برهان ذلك :



إن نسبة ح ا إلى ا د ، هي كنسبة مربع ح ا إلى مربع ا ب[68]، وكنسبة مربع قطر دائرة ا ب ح إلى مربع قطر دائرة[69] ا ء ب ، وكنسبة قطعة ا ب ح إلى قطعة ا ء ب .

وكذلك نسبة ا ح إلى ح ع ، هي كنسبة مربع ا ح إلى مربع ح ب ، وكنسبة قطعة (★) ا ب ح إلى قطعة (★)[70] ب ط ح .

فنسبة ا ح إلى خطي ا د ، ح ع مجموعتين، هي كنسبة قطعة[71] ا ب ح إلى قطعتي ا ء ب ، ب ط ح .

ونسبة ا ح إلى خطي ا د ، ح ع ، هي[72] كنسبة مثلث ا هـ ح إلى مثلثي ا هـ د ، ح هـ ع . فنسبة قطعة ا ب ح إلى قطعتي ا ء ب ، ب ط ح هي كنسبة مثلث

---

(٦٨) شرح: من تشابه المثلثين ا ب د ، ا ب ح . [راجع (٦٦)].

(٦٩) ع: سقط: دائرة.

(٧٠) ع: سقط ما بين علامتي (★): «ا ب ح إلى قطعة»

(٧١) ع: سقط: قطعة.

(٧٢) ع: سقط: هي.

ا هـ حـ إلى مثلثي ا هـ د ، حـ هـ ع ، وكنسبة الجميع إلى الجميع(٧٣).

فنسبة [ل: ٦٤ب] ا حـ إلى ا د ، حـ ع مجموعين، هي كنسبة قطاع ا هـ حـ ب إلى قطعتي ا ء ب ، ب ط حـ مع مثلثي ا هـ د ، حـ هـ ع .

وَ ا حـ أعظم من خطي ا د ، حـ ع مجموعين ؛ فقطاع ا هـ حـ ب أعظم من قطعتي ا ء ب ، ب ط حـ مع مثلثي ا هـ د ، حـ هـ ع .

ونسبة ا حـ إلى خطي ا د ، حـ ع مجموعين، هي كنسبة قوس ا ب حـ إلى بعضها، وكنسبة قطـــاع ا هـ حـ ب إلى القطـــاع الذي قاعدته تلك القوس التي هي بعــض قوس ا ب حـ .

فذلك القطـــاع الذي قاعدته بعـــض قـــوس ا ب حـ ، مســاوٍ لقطعتي ا ء ب ، ب ط حـ مع مثلثي ا هـ د ، هـ حـ ع . وزيادة قطاع ا هـ حـ [ب] على ذلك القطاع [ع: ١٦٦ ب] هو قطاع في دائرة ا ب حـ رأسه نقطة هـ ؛ فهومســاوٍ لدائرة تامــة . فلتكن(٧٤) تلك الدائـرة دائرة ك .

فيكون قطاع ا هـ حـ ب مساوياً لقطعتي ا ء ب(٧٥)، ب ط حـ مع مثلثي ا هـ د ، حـ هـ ع ومع دائرة ك . فتسقط المشتركات وهي قطعتا ا ح ب ، ب م حـ ومثلثا ا هـ د ، حـ هـ ع ؛ فيبقى هلالا ا ء ب ح ا ، ب ط حـ م ب مع دائرة ك ، مساويات [ل: ٦٥أ] بمجموعها لمثلثي ا ب حـ ، هـ د ع .

ونخرج خط د ف موازياً لخط ا هـ ، ونصل هـ س ف ؛ فيكــون مثلث ا س ف مساويـاً لمثلث هـ س د .

ونخرج خط ع ن موازياً لخط هـ حـ ، ونصل هـ ص ن ؛ فيكون مثلث(٧٦) حـ ص ن

---

(٧٣) ما يقصـــده المؤلف بقوله «وكنسبة الجميع إلى الجميع» هو : وكنسبة (قطعـــة ا ب حـ مـــع مثلث ا هـ حـ) إلى (قطعتي ا ء ب ، ب ط حـ مـــع مثلثي ا هـ د ، حـ هـ ع). ونتذكـــر أن قطعـــة ا ب حـ مع مثلث ا هـ حـ تساوي قطاع ا هـ حـ ب . وما يستعمله المؤلف هنا هو: إذا كان ا : ب = حـ : ء فـــإن ا : ب = (ا + حـ) : (ب + ء)، وهذا صواب، وهو نتيجة مباشرة للنظرية ـ ١٩ ـ المقالة الخامسة من كتاب الأصول لاقليدس (كتاب هيث [٩٢]).

(٧٤) ع: فيكن.

(٧٥) ع: لقطتي ا ر ب .

(٧٦) ع: سقط: مثلث.

مساوياً لمثلث هـ ص ع .

فيسقط مثلثـا أ س ف ، حـ ص ق مـن مثلث أ ب حـ ، ويزيد مثلثـا هـ س د ، هـ ص ع على مثلث هـ د ع ؛ فيصير مربـع[77] هـ ف ب ق ، مساويـاً لمثلثي أ ب حـ ، هـ د ع .

فيكون هلالا أ ء ب ح أ ، ب ط حـ م ب مع دائرة ك ، مساويـات بمجموعهـا لمربع هـ ف ب ق .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية ـ ١١ ـ] :

ولنعد الصورة: ونصل خط هـ ل ب .

فإن كان قوسا أ ب ، ب حـ متساويتين :

فإن خطي أ ب ، ب حـ متساويان، وخطي أ د ، حـ ع متساويـان، وخطي ف ب ، ق ب متساويان، ومثلثي ف هـ ب[78]، ق هـ ب متساويـان، [ل: ٦٥ب] ويكـون الهـلالان متساويين ؛ فيكـون كل واحـد من الهلالين مع دائرة تامـة [ع: ١٦٧أ] مساويـة لنصف دائرة ك ، مساويين بمجموعهمـا للمثلث الذي يلي الهلال من مثلثي ف هـ ب ، ق هـ ب .

وإن كان قوسا أ ب ، ب حـ مختلفتين، وكانت قوس أ ب أصغر القوسين:

فإن هلال أ ء ب [ح أ] مع دائرة تامة، أيضاً مساويان بمجموعها لمثلث ف ب هـ .

برهان ذلك :

إنه قد تبيّن: أن نسبة د أ[79] إلى أ حـ أصغر من نسبة زاوية ب حـ أ إلى الزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ[80].

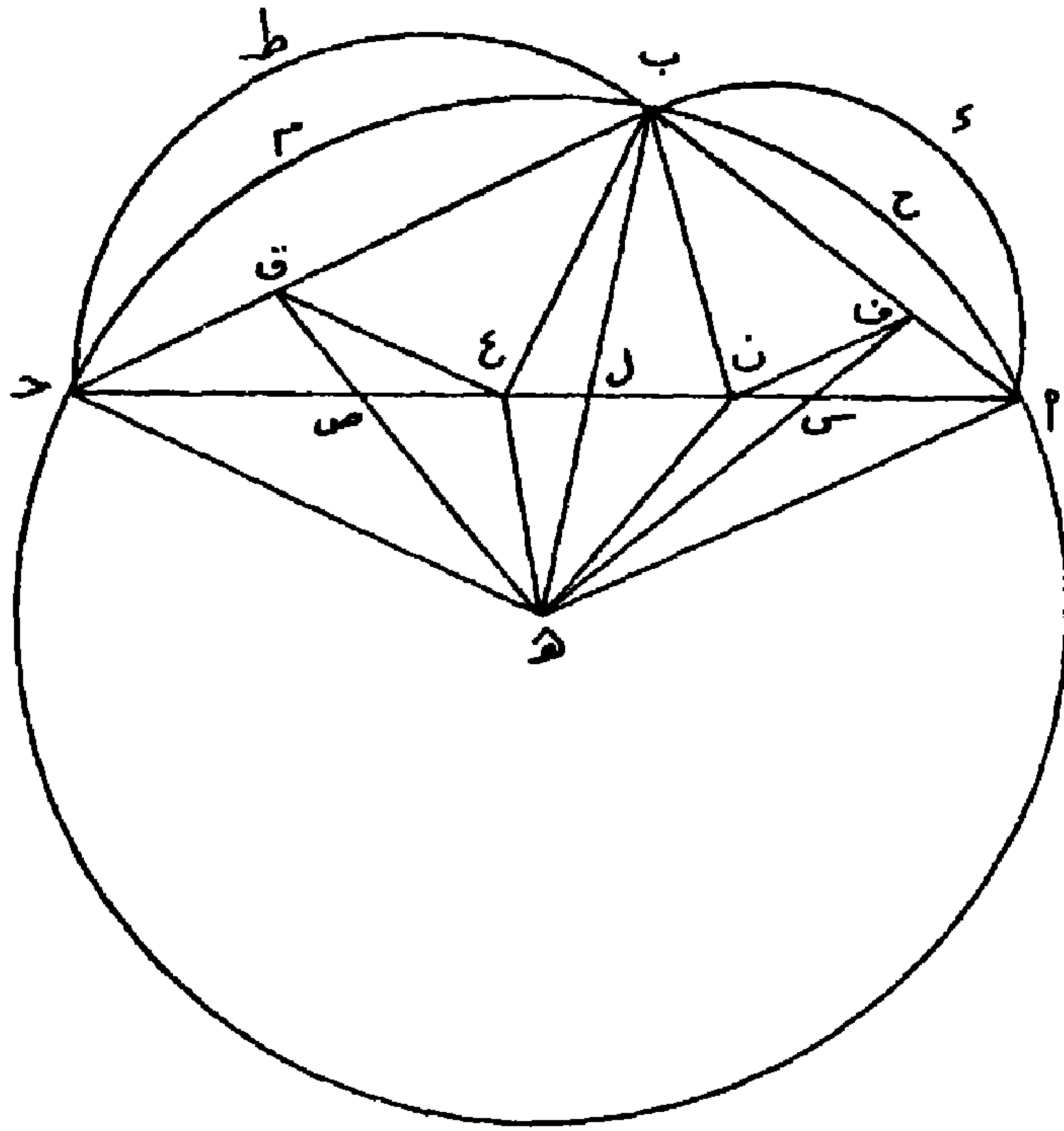
---

(٧٧) الكلمة «مربع» هنا تعني «شكل رباعي».

(٧٨) ع: ب هـ ب .

(٧٩) ع: ر أ .

(٨٠) شرح: راجع النظرية ـ ٢ ـ من هذه المقالة.



وزاوية ب هـ ا هي ضعف زاوية ب جـ ا ، وزاويـة ا هـ جـ ضعف الزاوية التي تلي زاويـة ا ب جـ ؛ فنسبة د ا إلى ا جـ أصغر من نسبة زاوية ب هـ ا إلى زاوية ا هـ جـ ؛ فهي أصغر من نسبة قطاع ب هـ ا إلى قطاع ا هـ جـ .

ونسبة د ا إلى ا جـ هي كنسبة مربـع ب ا إلى مربع ا جـ ؛ وكنسبة قطعة ا د ب إلى قطعة ا ب جـ .

فنسبة قطعة ا د ب إلى قطعة ا ب جـ ، هي أصغر من نسبة قطاع ب هـ ا إلى قطاع ا هـ جـ ؛ [ل: ٦٦أ] فنسبة قطعة ا د ب إلى قطعـة ا ب جـ ، هي كنسبة قطاع هو أصغر من قطاع ب هـ ا إلى قطاع ا هـ جـ .

فنسبة القطاع الذي هو أصغر من قطاع ب هـ ا إلى قطاع ا هـ جـ ، هي كنسبـة د ا إلى ا جـ ، وكنسبة مثلث ا هـ د إلى مثلث ا هـ جـ ، وكنسبة زيادة القطاع الأصغر على مثلث ا هـ د إلى قطعة ا ب جـ (٨١) .

فنسبة قطعة ا د ب إلى قطعة ا ب جـ ، هي كنسبة زيادة القطاع الأصغـر على مثلث ا هـ د إلى قطعة ا ب جـ ؛ فزيادة القطاع الأصغر على مثلث ا هـ د ، مساوٍ لقطعة ا د ب .

(٨١) شرح : نعلم من النظرية ـ ١٩ ـ المقالـة الخامسة ـ من كتـاب الأصول لاقليدس (كتاب هيث [٩٢]) أنه إذا كان (ا : ب) = (جـ : د) فإن (ا : ب) = (ا ـ جـ) : (ب ـ د) .

فقطعة ا ء ب مع مثلث ا هـ د ، أعني مثلث ا ف هـ [٨٢] ، مساوٍ للقطاع الأصغر الذي نسبته إلى قطاع ا هـ حـ ، كنسبة د ا إلى ا حـ .

وزيادة قطاع ا هـ ب على القطاع الأصغر، هو دائرة تامة . والقطاع الأصغر مع الدائرة [التامة] ، مساويان بمجموعهما لقطاع ا هـ ب . وقطعة ا ء ب [٨٣] مع مثلث ا هـ ف مع الدائرة التامة، مساويات بمجموعها لقطاع ا هـ ب .

فتسقط المشتركات: [ل: ٦٦ب]، وهي قطعة ا ع ب [٨٤] ومثلث ا ف هـ . فيبقى هلال [ع: ١٦٧ ب] ا ء ب ع ا [٨٥] مع الدائرة التامة، مساويين لمثلث ف هـ ب .

وإذا كانت زاوية ب ا حـ ليست بأعظم من نصف[٨٦] زاوية قائمة؛ فإن نسبة ع حـ إلى حـ ا أصغر من نسبة زاوية ب ا حـ إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب حـ [٨٧] .

فيتبينّ كما تبينّ في خط د ا [٨٨] : أن[٨٩] هلال ب ط حـ م ب مع دائرة تامة، أيضاً مساويان بمجموعهما لمثلث ق هـ ب .

وقد كان تبينّ : أن مجموع الهلالين - على تصاريف الأحوال - مع دائرة تامة ، مساويات لمربع ف هـ ن ب ، الذي هو[٩٠] مجموع مثلثي ف هـ ب ، ب هـ ن [٩١] .

فتكون الدائرتان اللتان مع الهلالين، مساويتين بمجموعهما للدائرة التي مع مجموع الهلالين[٩٢] .

---

(٨٢) ع: ا ب هـ .
(٨٣) ع: قطعة ا ى ب .
(٨٤) ع: ا ع د .
(٨٥) ع: ا ء ب حـ ا .
(٨٦) ع: سقط: نصف.
(٨٧) شرح: راجع النظرية - ٣ - من هذا الكتاب.
(٨٨) يقصد: أنه لو أقمنا برهاناً مماثلاً لما سبق، وذلك باستعمال الخط حـ ع كما استعملنا الخط د ا فيما سبق، فإن: «هلال ب ط حـ م ب مع دائرة تامة أيضاً مساويان بمجموعهما لمثلث ن هـ ب» .
(٨٩) ع: إلى.
(٩٠) ع: سقط: هو.
(٩١) شرح: راجع النظرية - ١٠ - من هذه المقالة.
(٩٢) ع: الهلالي.

فقد تبيّن ممـا[93] بيّناه: أن كل واحد من الهلالين مع دائرة تامة، إذا كانت زاوية [ل: ٦٧أ] ب ا ح ليست بأعظم من نصف زاوية قائمة، مساويان لمثلث معلوم.

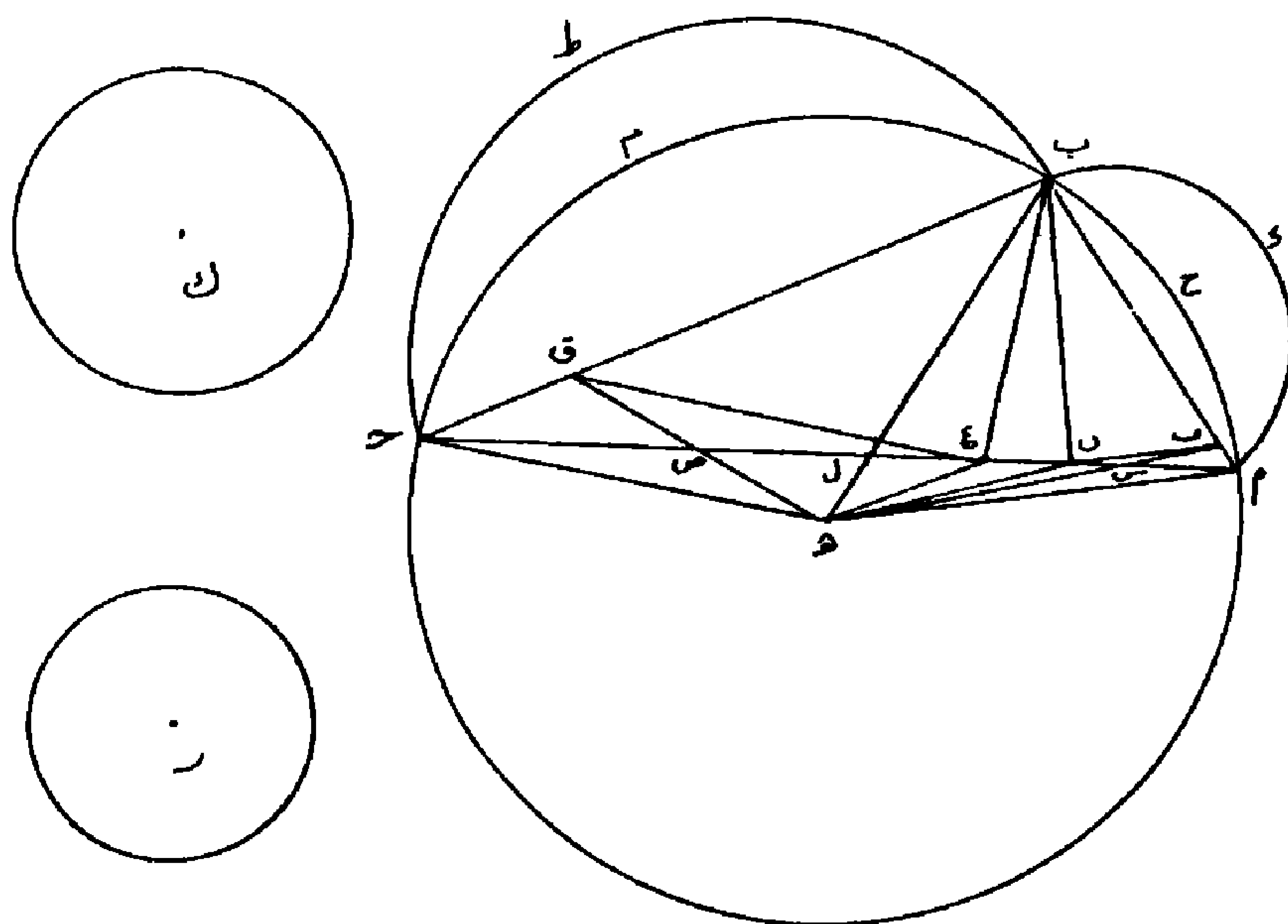
وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية - ١٢ -]:

ولنعد الصورة: فلتكن زاوية ب ا ح أعظم من نصف قائمة. ولتكن نسبة ع ح إلى ح ا[94] أعظم من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح.

فتكون نقطة ع خارجة عن مثلث ب ه ح، لأنه قد تبيّن أن نسبـة ل ح إلى ح ا أصغر من نسبة زاوية ب ا ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ا ب ح[95].

فأقول: إن هلال ب ط ح م ب يزيد على مثلث ق ه ب بدائرة تامة، وإن هـلال ا ء ب ح ا[96] مع الدائرة التي يزيد بها مربع ب ف ه ں على الهلالين ومع الدائرة التي يزيد بها هلال ب ط ح م ب على مثلث ںه ب مساويان لمثلث ف ه ب.



(٩٣) ع: بما.

(٩٤) ع: سقط: ح ا.

(٩٥) شرح: راجع ما بين العلامتين (☆) في النظرية - ٣ -، والنظرية المستقلة (☆) في حاشية النظرية - ٣ - علماً بأن النقطتين ل، ه هما ط، م (على الترتيب) في النظرية - ٣ -.

(٩٦) ع: ا ء ب ح ا.

[ع : ١٦٨أ] برهان ذلك :

إن نسبة ع حـ إلى حـ أ ، هي كنسبة مربع ب جـ إلى مربع حـ أ ، وكنسبة[٩٧] قطعة ب ط حـ إلى قطعة حـ ب أ ، وكنسبة[٩٧] مثلث ع هـ حـ إلى مثلث حـ هـ أ ، وكنسبة قطعة ب ط حـ مع مثلث ع هـ حـ إلى قطاع هـ حـ ب أ[٩٨] .

ونسبة زاوية ب أ حـ [ل : ٦٧ب] إلى الزاوية التي تلي زاوية أ ب حـ ، هي كنسبة زاوية ب هـ حـ إلى زاوية حـ هـ أ ، وكنسبة قطاع ب هـ حـ م إلى قطاع هـ حـ ب أ .

فنسبة قطعة ب ط حـ مع مثلث ع هـ حـ ، أعني مثلث ن هـ حـ إلى قطاع هـ حـ ب أ أعظم من نسبة قطاع ب هـ حـ م[٩٩] إلى قطاع هـ حـ ب أ ؛ فهي كنسبة قطاع أعظم من قطاع ب هـ حـ م إلى قطاع هـ حـ ب أ . وذلك القطاع الأعظم يزيد على قطاع ب هـ حـ م بدائرة تامة ، فلتكن تلك[١٠٠] الدائرة دائرة ر[١٠١] ؛ فتكون قطعة ب ط حـ مع مثلث ن هـ حـ ، مساويين لقطاع ب هـ حـ م مع دائرة ر .

فتسقط المشتركات : وهي قطعة ب م حـ مع مثلث ن هـ حـ . فيبقى هلال ب ط حـ م ب ، مساوياً لمثلث ب هـ ن مع دائرة ر . فهلال ب ط حـ م ب[١٠٢] يزيد على مثلث ب هـ ن[١٠٣] بدائرة ر .

وأيضاً فإنه قد تبيّن في الشكل العاشر من هذه المقالة ، أن هلالي أ ء ب ح أ[١٠٤] ، ب ط حـ م ب مع دائرة ك ، مساوية بمجوعها لمثلثي ب ف هـ ، ب هـ ن[١٠٥] .

[ع : ١٦٨ب] فمثلثا ف هـ ب ، ب هـ ن يزيدان على الهلالين بدائرة ك .

---

(٩٧) ع : أو كنسبة .
(٩٨) راجع (٧٣)، (٨١).
(٩٩) ع : ب هـ حـ ص .
(١٠٠) ع : سقط : تلك.
(١٠١) ع : هـ ر .
(١٠٢) ع : ب ط حـ م د .
(١٠٣) ع : ر هـ ف.
(١٠٤) ع : أ ء ب حـ أ .
(١٠٥) ع : ب ن هـ ، ب هـ ف [صواب . اختلاف بترتيب الأحرف].

فإذا كان مثلث ب هـ ن ينقص عن هلال ب ط حـ م ب بدائرة س ؛ فـإن مثلث ب ف هـ يزيد على هلال [ل: ٦٨أ] ا ء ب ع ا مع دائرة ك بدائرة س[١٠٦].

فهلال ا ء ب ع ا مع دائرتي ك ، س ، مساويات لمثلث ف هـ ب .

وذلك ما أردنا أن نبيّن .

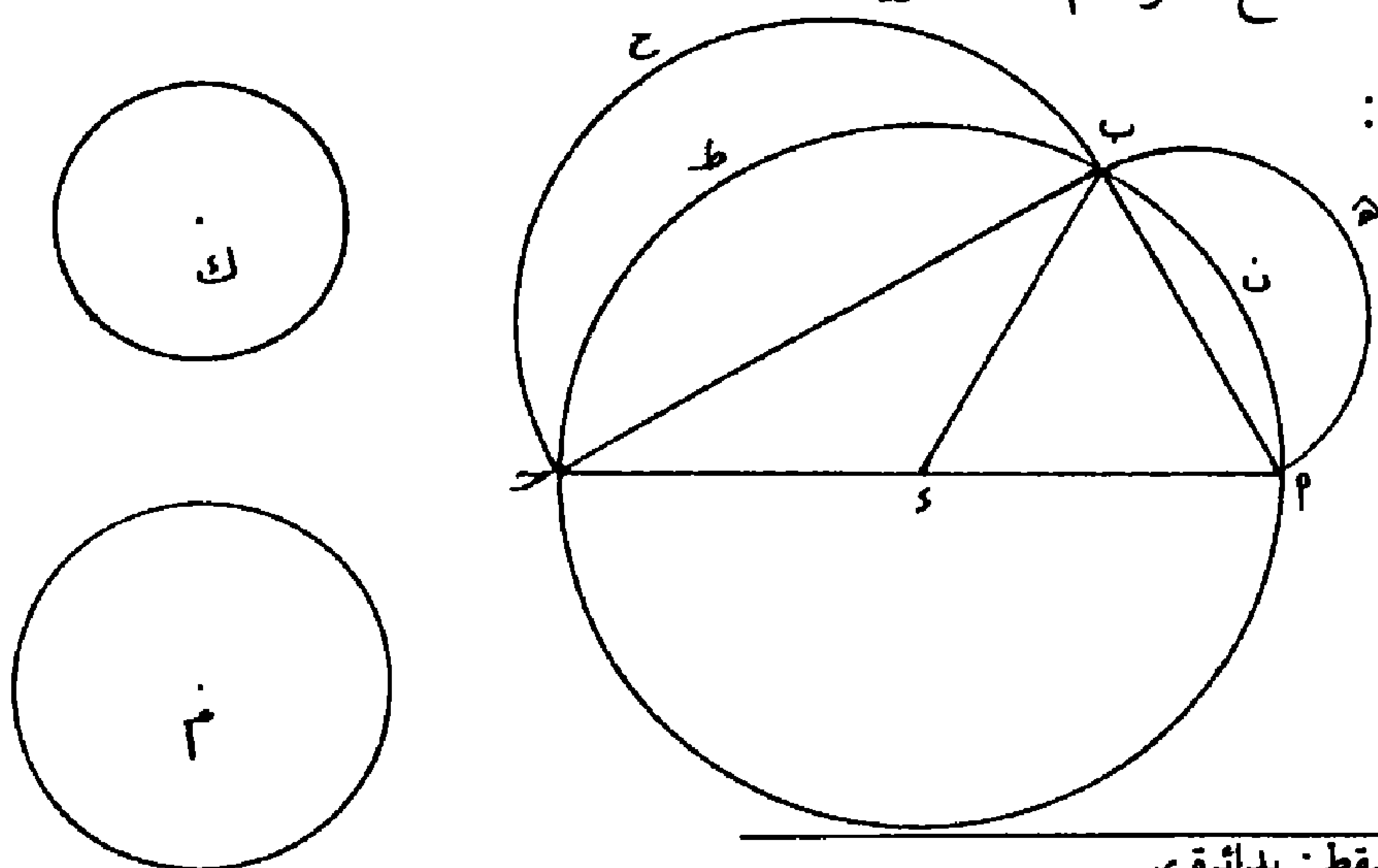
ولكي[١٠٧] يكون هذا المعنى ظاهراً ويكون منطقاً: نجعل النسبة بين القوسين نسبة عددية.

[النظرية ـ ١٣ ـ] :

فنرسم : دائرة عليها ا ب حـ ، وليكن مركزها ء . ونخرج قطر ا ء حـ . ونخرج وتر ا ب ، ونجعلـه مساوياً لنصف القطر. ونصل ب حـ ، ب ء . ونعمل على كل واحد من خطي ا ب ، ب حـ نصف دائرة، وليكونـا [ل: ٦٨ ب] نصفي ا هـ ب ، ب ع حـ . ونجعل دائرة ك مساوية لجزء من أربعة وعشرين جزءاً من دائرة ا ب حـ ، وذلك ممكن ومتسهل. ونجعل دائرة م جزءاً من اثني عشر جزءاً من دائرة ا ب حـ .

فأقول: إن هلال ا هـ ب د ا مع دائرة ك ، مساويـان بمجموعهما لمثلث ا ء ب . وإن مثلــث ب ء حـ مع دائـــرة ك ، مساويان لهـــلال ب ع حـ ط ب . وإن هـــلال ا هـ ب د ا[١٠٨] مع دائرة م ، مساويان لهلال ب ع حـ ط ب .

برهان ذلك :



(١٠٦) ع: سقط: بدائرة س .

(١٠٧) ع: ولكن.

(١٠٨) ع: ا ب هـ د ا [خطأ في ترتيب الأحرف الهندسية].

إن مربع ا ب ربع مربع ا ح ؛ فنصف دائرة ا ه ب ربع نصف دائرة ا ب ح .
ولأن ا ب مثل نصف القطر ، يكون قطاع ا ء ب سدس الدائرة [ا ب ح]؛ فنصف [الدائرة] ا ب ح ثلاثة أمثال قطاع ا ء ب ، وهو أربعة أمثال نصف دائرة ا ه ب .

فقطاع ا ء ب ، يزيد على نصف دائرة ا ه ب بنصف سدس نصف دائرة ا ب ح . ونصف سدس النصف، هو جزء من أربعة وعشرين من الكل؛ فقطاع ا ء ب يزيد على نصف دائرة ا ه ب بدائرة ك .

فنصف دائرة ا ه ب مع دائرة ك ، مساويان لقطاع ا ء ب . فتسقط [ل: ٦٩أ] قطعة ا د ب المشتركة؛ فيبقى هلال ا ه ب د ا مع دائرة ك ، مساويين لمثلث ا ء ب .

وإذا كان هلال ا ه ب [ع: ١٦٩أ] د ا مع دائرة ك ، مساويين لمثلث ا ء ب ؛ فإن مثلث ا ء ب يزيد على هلال ا ه ب د ا بدائرة ك .

وقد تبيّن أن مثلث ا ب ح مساوٍ لهلالي ا ه ب د ا ، ب ح ح ط ب[109]؛ فمثلث ب ء ح ينقص عن هلال ب ح ح ط ب بدائرة ك ؛ فمثلث ب ء ح مع دائرة ك مساويان لهلال ب ح ح ط ب ؛ فهلال ب ح ح ط ب ،يزيد على مثلث ب ء ح بدائرة ك . ومثلث ب ء ح ، يزيد على هلال ا ه ب د ا بدائرة ك ، لأن مثلث ب ء ح مساوٍ لمثلث ا ء ب . فهلال ب ح ح ط ب ، يزيد على هلال ا ه ب د ا بضعف[110] دائرة ك .

ودائرة م ضعف دائرة ك ؛ فهلال ب ح ح ط ب ، يزيد على هلال ا ه ب د ا بدائرة م .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية - ١٤ -] :

[ل: ٦٩ب] ولنرسم أيضاً: دائرة عليها ا ب ح . ونخرج فيها وتراً مساوياً لضلع المثلث المتساوي الأضلاع الذي تحيط به الدائرة، وليكن خط ا ح .

---

(١٠٩) راجع النظرية (٨) من هذه المقالة.

(١١٠) ل: فضعف؛ ع: نصف.

ولتكن القـوس الصغرى ا ب حـ ، ونقسمهـا بنصفين على نقطـة ب ، ونصل ا ب ، ب حـ .

ونخرج خطي ب د ، ب هـ حتى تصير كل واحدة مـن زاويتي ب د ا ، ب هـ حـ ، مساوية لزاوية ا ب حـ .

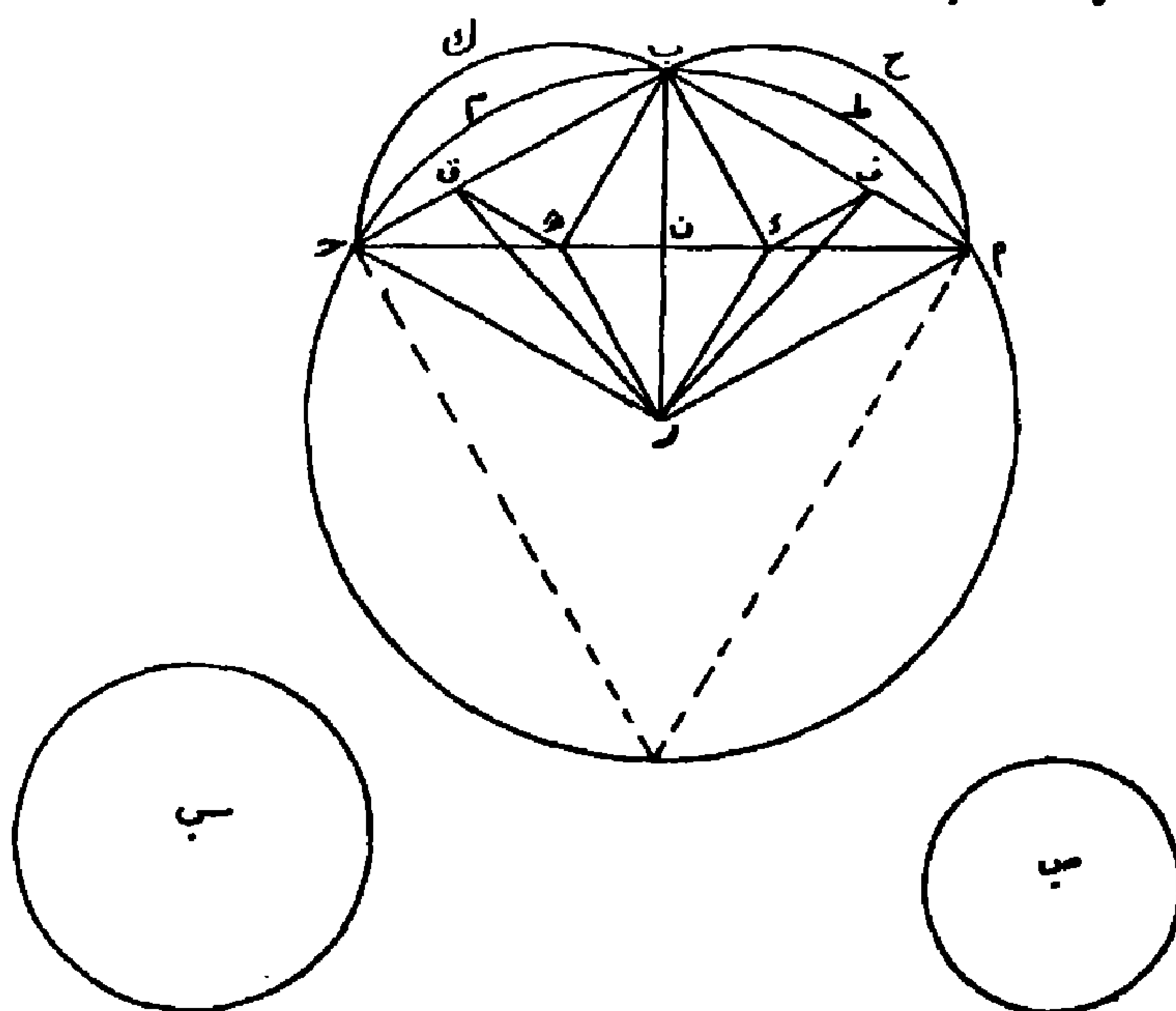
ونعمـل على كل واحـد من خطي ا ب ، ب حـ قطعـة شبيهة بقطعة ا ب حـ ، ولتكن قطعتي ا ح ب ، ب ك حـ .

[ع : ١٦٩ ب] ونجعل دائـرة س تُسع دائرة ا ب حـ . ونجعل دائرة ص نصـف دائرة س .

وليكن مركز دائرة ا ب حـ نقطة ر . ونصل ا ر ، حـ ر ، ب د ر ، د ر ، هـ ر . ونخرج خـط د ف موازياً لخـط ر ا ، وخـط هـ ق موازيـاً لخـط ر حـ . ونصـل ف ر ، ق ر .

فأقـول : إن هلالَي ا ح ب ط ا ، ب ك حـ م ب مع دائرة س ، مساويات لمربع ر ف ب ق . وإن كل واحـد من الهلالين مع دائـرة دائرة ص ، مساويان لأحد مثلثي ف ب ر ، ق ب ر (١١١) .

برهان ذلك :



(١١١) ل، ع: حـ ب ر .

إن قوس ا ب حـ ثلث الدائرة؛ فقــوس [ل: ٧٠أ] ا ب سدس الدائرة؛ فمربــع ا ب ثلث مربع ا حـ؛ فخط ء ا ثلث ا حـ. وكذلك هـ حـ ثلث ا حـ؛ فخطــا ء ا، هـ حـ ثلثا ا حـ؛ فمربعا ا ب، ب حـ ثلثا مربع ا حـ؛ فقطعتا ا ع ب، ب ك حـ[112] ثلثا قطعة ا ب حـ؛ ومثلثا ا ر ء، هـ ر حـ[113] ثلثا مثلث ا ر حـ.

فقطعتا ا ع ب، ب ك حـ مع مثلثي ا ر ء، حـ ر هـ مجموعة، مساوية لثلثي قطاع ا ر حـ ب. وقطاع ا ر حـ ب هو[114] ثلث دائـرة ا ب حـ، ودائـرة س هي تُسع دائــرة ا ب حـ؛ فدائرة س هي ثُلث قطاع ا ر حـ ب.

فقطعتــا ا ع ب[115]، ب ك حـ مــع مثلثي ا ر ء، هـ ر حـ مــع دائـرة س، مساويات لقطاع ا ر حـ ب.

ومثلثا ا ر ء، هـ ر حـ مساويـان لمثلثي ا ر ف، حـ ر ق؛ فقطعتــا ا ع ب، ب ك حـ مع مثلثي ا ر ف، حـ ر ق مع دائرة س (★) مساويات لقطاع ا ر حـ ب. فتسقط المشتركات: فيبقى هلالا ا ع ب ط ا، ب ك حـ م ب مع دائرة س[116] (★)، مساويات لمربع ب ف ر ق.

فلأن خطي ا ب، ب حـ متساويان، يكون الهلالان متساويين، ويكون مثلثا (★) ا ب د، حـ ب د متساويين (★)[117]، ويكــون مثلثــا ر ء د، ر هـ د متساويين، ويكون مثلثــا ف ب ر، ب ر ق متساويين، ويكــون مثلث ر ف ب مساويــاً لمثلثي ا ب د [ل: ٧٠ب] ر ء د، ويكون مثلث ر ق ب مساوياً لمثلثي حـ ب د، ر هـ د.

فيكــون كل واحد من الهلالين مع دائرة ص التي هي نصف دائــرة س، مساوين لأحد مثلثي ف ب ر، ب ر ق، ولأحــد مثلثي ا ب د، حـ ب د مـع أحــد مثلثي ر ء د، ر هـ د.

---

(١١٢) ل، ع: ب ط حـ.
(١١٣) ع: هـ ر ع.
(١١٤) ع: وهو.
(١١٥) ع: ا حـ ب.
(١١٦) ل: سقـط ما بــين علامتي (★): «مساويات لقطــاع ا ر حـ ب. فتسقط المشتركات: فيبقى هــلالا ا ع ب ط ا، ب ك حـ م ب مع دائرة س».
(١١٧) ل: سقط ما بين علامتي (★): «ا ب د، حـ ب د متساويين».

وذلك [ع: ٧٠أ] ما أردنا أن نبين.

ويتبينّ من هذا البيان: أن كل قوس من دائرة، تكون أقل من ربع دائرة، إذا أوترت بخط مستقيم، وَعُمل على ذلك الخط قطعة شبيهة بالقطعة التي تجوزها ضعف تلك القوس؛ فإن الهلال الذي يحدث، يكون مع دائرة معلومة، مساوياً لمثلث معلوم.

[النظرية - ١٥ -]:

ولنرسم[١١٨] أيضاً: دائرة عليها ا ب حـ، ونخرج فيها وتر ا حـ يفصل منها ثلثها، ونخرج ا ب يفصل منها ربعها، وليكن مركز الدائرة ء. ونصل خطوط ا ء، حـ ء، ب ط ء، ب حـ. ونعمل على خطي[١١٩] ا ب، ب حـ قطعتين[١٢٠] شبيهتين بقطعة ا ب حـ، ولتكونا ا هـ ب، ب ع حـ. ونخرج [ل: ٧١أ] ب ل حتى تكون زاوية ب ل حـ مساوية لزاوية ا ب حـ. ونصل ء ل.

ونجعل دائرة د ف ثلث دائرة ا ب حـ. ونخرج قطرها، وليكن د ف. ونجعل نسبة مربع د ف إلى مربع خط ى س، كنسبة ا حـ إلى ط ل. ونجعل ى س قطراً، وندير[١٢١] عليه دائرة، ولتكن دائرة ى س. فتكون نسبة دائرة [ع: ١٧٠ب] ى س إلى دائرة د ف كنسبة ط ل إلى ا حـ.

فأقول: إن هلالَي ا هـ ب [م ا]، ب ع حـ [ك ب] مع دائرة ى س، مساويات بمجموعها لمثلثي ا ب حـ، ء ط ل.

برهان ذلك:

إن قوس ا ب حـ ثلث دائرة؛ فزاوية ا ء حـ قائمة وثلث [قائمة]، وزاوية ء ا حـ ثلث قائمة. وقوس ا ب ربع دائرة؛ فزاوية ا ء ب قائمة. وزاوية ا ط ب مساوية لزاويتي ا ء ط، ء ا ط؛ فزاوية ا ط ب قائمة وثلث [قائمة]. وزاوية ا ب حـ قائمة وثلث [قائمة]، لأنها في ثلث دائرة؛ فزاوية ا ط ب مساوية لزاوية ا ب حـ.

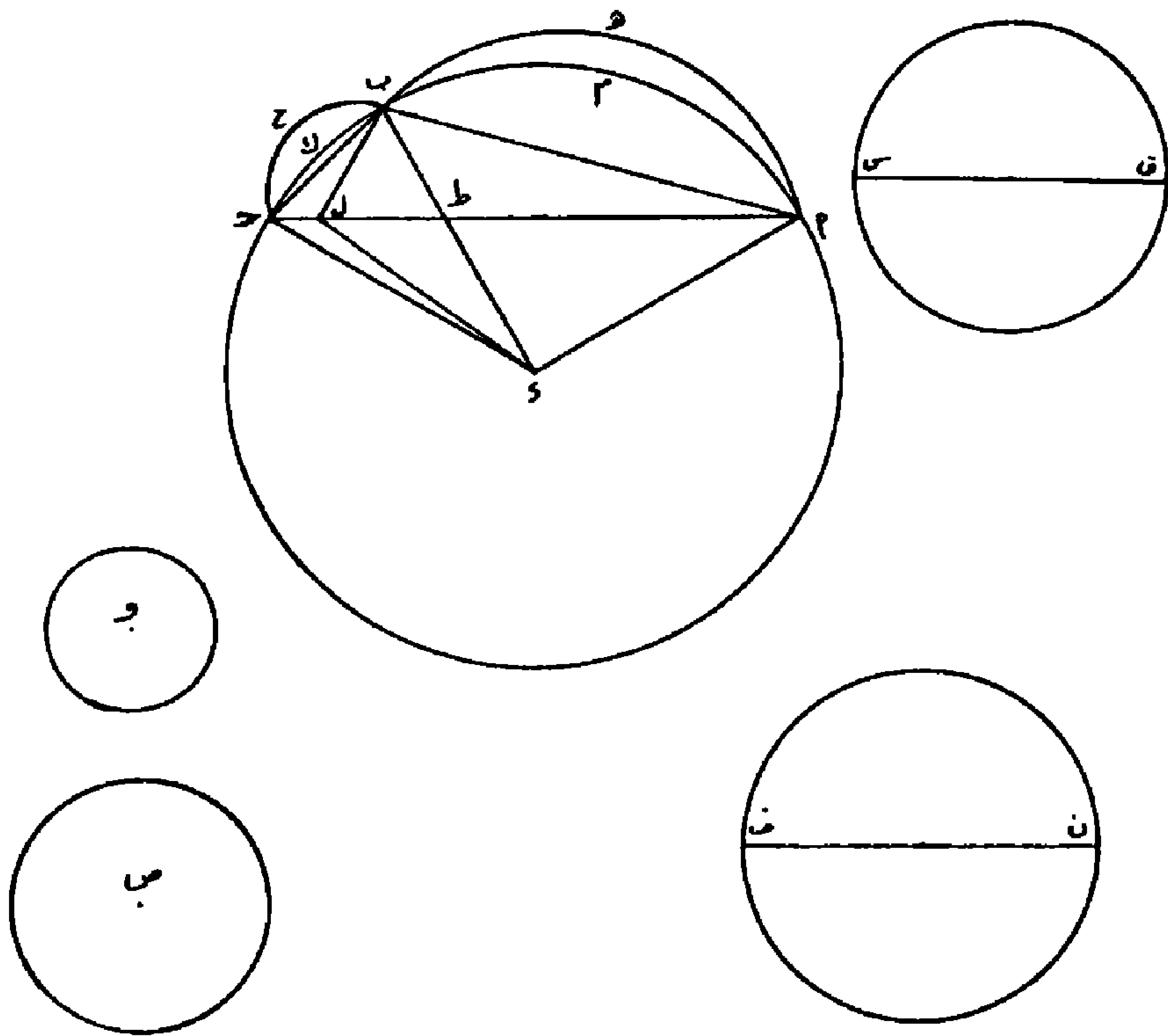
---

(١١٨) ع: فلنرسم.

(١١٩) ل: خط.

(١٢٠) ع: سقط: قطعتين.

(١٢١) ع: ونزيد.



فضرب حـ ا (١٢٢) في ا ط مثل مربع ا ب (١٢٣). وكذلك ضرب ا حـ في حـ ل مثل مربع حـ ب ، لأن زاوية ب ل حـ مثل زاوية ا ب حـ .

[ل: ٧١ب] فنسبة خطي ط ا ، ل حـ إلى خط ا حـ ، هي كنسبة مربعي ا ب ، ب حـ إلى مربع ا حـ ، وكنسبة قطعتي ا هـ ب ، ب ح حـ إلى قطعة ا ب حـ ، وكنسبة مثلثي ا ى ط ، ل ى حـ (★) إلى مثلث ا ى حـ ، وكنسبة قطعتي ا هـ ب ، ب ح حـ مع مثلثي ا ى ط ، ل ى حـ (★)(١٢٤) مجموعة إلى قطاع ا ى حـ ب . فنسبة خطي ط ا ، ل حـ إلى خط ا حـ ، هي كنسبة قطعتي ا هـ ب ، ب ح حـ مع مثلثي ا ى ط ، ل ى حـ إلى

(١٢٢) ع: ا حـ .

(١٢٣) شرح: من تشابه المثلثات ا ب حـ ، ا ط ب ، ب ل حـ .

(١٢٤) ع: سقط ما بين علامتي (★) : «إلى مثلث ا ى حـ ، وكنسبة قطعتي ا هـ ب ، ب ح حـ مع مثلثي ا ى ط ، ل ى حـ».

دائرة(١٢٥) ه ف(١٢٦).

ونسبة دائرة ن س إلى دائرة ه ف هي كنسبة ط ل إلى ا ح ؛ فنسبة خطوط ط ا ، ط ل ، ل ح إلى خــط ا ح ، هي كنسبة قطعتي ا ه ب ، ب ع ح مع مثلثي ا د ط ، ل د ح مع دائرة ن س إلى دائرة ه ف المساوية لقطاع ا د ح [ب ح] .

فقطعتـا ا ه ب ، ب ع ح مع مثلثي ا د ط ، ل د ح(١٢٧) ومـع دائرة ن س ، مساويات بمجموعها لقطاع ا د ح ب(١٢٨) .

وتسقط المشتركات : وهي قطعتـا ا م ب ، ب ك ح مع مثلثي ا د ط ، ل د ح . فيبقى هلالا ا ه ب م ا ، ب ع ح ك ب مع دائرة ن س ، مساويــات لمثلثي ا ب ح ، د ط ل .

[نتيجة] :

ولأن خط ا ح ضلع المثلث [ل: ٧٢أ] المتساوي الأضلاع [ع: ١٧١أ] يكون مربعه ثلاثة أرباع مربع(١٢٩) قطر الدائرة.

وخط ا ب ضلع المربع؛ فمربعه نصف مربع قطر الدائرة.

فمربع ا ب ثلثا مربع ا ح ؛ فخــط ط ا(١٣٠) ثلثا خــط ا ح(١٣١)؛ فخـــط

(١٢٥) ع: سقط: إلى دائرة.

(١٢٦) شرح: بمـا أن ا ح × ا ط = (ا ب)٢، ا ح × ح ل = (ح ب)٢.
إذن، (ط ا : ا ح) = [(ا ب)٢ : (ا ح)٢] وكذلك (ل ح : ا ح) = [(ح ب)٢ : (ا ح)٢].
وأيضاً: [ط ا + ل ح) : ا ح] = {[(ا ب)٢ + (ب ح)٢] : (ا ح)٢} = النسب الأخرى المذكورة.
ولنتذكر أنه: إذا كان (ا : ب) = (ح : د) = (ه : و)، فإن (ا : ب) = [(ح + ه) : (د + و)].
[راجع (٧٣)].
ونتذكر أن: (قطعة ا ب ح + مثلث ا ب ح) = قطاع ا د ح ب = ثلث دائرة ا ب ح = دائرة ه ف.

(١٢٧) ع: ل ط ح .

(١٢٨) (ط ا + ط ل + ل ح) = ا ح . أي أن النسبة الأخيرة المذكورة في الفقرة السابقة تساوي «واحد».
وعليه، نحصل على هذه النتيجة.

(١٢٩) ع: سقط: مربع.

(١٣٠) ع: ط ل .

(١٣١) نعلم مما سبق أن ط ا : ا ح = (ا ب)٢ : (ا ح)٢. راجع (١٢٦).

ط حـ ثلث أ حـ .

وكل واحدة من زاويتي أ ط ب ، ب ل حـ قائمة وثلث [قائمة] ؛ فكل واحدة من زاويتي ب ط ل ، ب ل ط ثلثا قائمة ؛ فمثلث ط ب ل متساوي الأضلاع .

ونسبة ب ل إلى ل حـ ، هي كنسبة أ ب إلى ب حـ . وَ أ ب أعظم من ب حـ ، لأن قوس أ ب ربع الدائرة وقوس أ ب حـ ثلثها ؛ فقوس أ ب ثلاثة أمثال قوس ب حـ ؛ فخط ب ل أعظم من خط ل حـ (١٣٢) ؛ فخط ط ل أعظم من خط ل حـ .

وخط ط حـ [ل : ٧٢ب] ثلث أ حـ ؛ فخط ط ل أعظم من سدس أ حـ (١٣٣) ؛ فدائرة ن س أعظم من سدس قطاع أ ء حـ ب (١٣٤) ، فهي أعظم من جزء من ثمانية عشر جزءاً من دائرة أ ب حـ .

فنجعل دائرة و جزءاً من ستة وثلاثين جزءاً من دائرة أ ب حـ ؛ فتكون دائرة و أصغر بكثير من دائرة ن س . فنجعل دائرة ص مساوية لزيادة دائرة ن س على دائرة و .

فأقول : إن هلال أ هـ ب م أ مع دائرة و ، مساويان لمثلث أ ب ط . وإن هلال ب ح حـ ك ب مع دائرة ص ، مساويان لمثلثي ب ط حـ ، ط ء ل .

برهان ذلك(١٣٥) :

إن قطاع أ ء ب م أ ربع الدائرة ، وقطاع أ ء حـ ب ثلث الدائرة ؛ فقطاع أ ء ب م ثلاثة أرباع قطاع أ ء حـ ب . ومربع أ ب ثلثا مربع أ حـ ؛ فقطعة أ هـ ب ثلثا قطعة أ ب حـ . وخط أ ط ثلثا خط أ حـ ؛ فمثلث أ ء ط ثلثا مثلث أ ء حـ ؛ فقطعة أ هـ ب مع مثلث أ ء ط مجموعين ثلثا قطاع أ ء حـ ب .

---

(١٣٢) من تشابه المثلثين أ ب حـ ، ب ل حـ .

(١٣٣) ط ل أكبر من ل حـ .
إذن ط ل أكبر من نصف ط حـ .
ولكن ط حـ = ثلث أ حـ .
إذن ط ل أكبر من سدس أ حـ .

(١٣٤) ل : أ حـ حـ ب .

(١٣٥) ع : سقط : ذلك.

فقطاع ا ء ب م ، يزيد على قطعة ا هـ ب مع مثلث ا ء ط بجزء [ع : ١٧١ب] من إثني عشر جزءاً من قطاع ا ء حـ ب . وقطاع ا ء حـ ب ثلث الدائرة، والجزء من اثني عشر منه هو جزء من ستة وثلاثين جزءاً ★ من الدائرة؛ فقطعة ا هـ ب مع مثلث ا ء ط مع دائرة و ، مساويات لقطاع ا ء ب م .

وتسقط المشتركات : وهي قطعة ا م ب مع مثلث ا ء ط ؛ فيبقى هلال ا هـ ب [م ا] مع دائرة و ، التي هي جزء من ستة وثلاثين جزءاً من دائرة ا ب حـ ، مساويين لمثلث ا ب ط .

وقد كان الهلالان مع دائرة ن س ، مساويات لمثلثي ا ب حـ ، ء ط ل . ودائرتا و ، ص ، مساويتان لدائرة ن س . فالهلالان مع دائرتي و ، ص مساويات لمثلثي ا ب حـ ، ء ط ل .

وإذ قد تبيّن أن هلال ا هـ ب م ا مع دائرة و ، مساويان لمثلث ا ب ط ؛ فإن هلال ب ع حـ ك ب مع دائرة ص ، مساويان لمثلثي ب ط حـ ، ء ط ل .

ولأن دائرة ن س أعظم من جزء من ثمانية عشر جزءاً من دائرة ا ب حـ ، ودائرة و جزء من ستة وثلاثين جزءاً من دائرة ا ب حـ ، تكون دائرة ص أعظم من دائرة و .

فكل واحد من الهلالين مع دائرة معلومة، مساويان لمثلث معلوم .

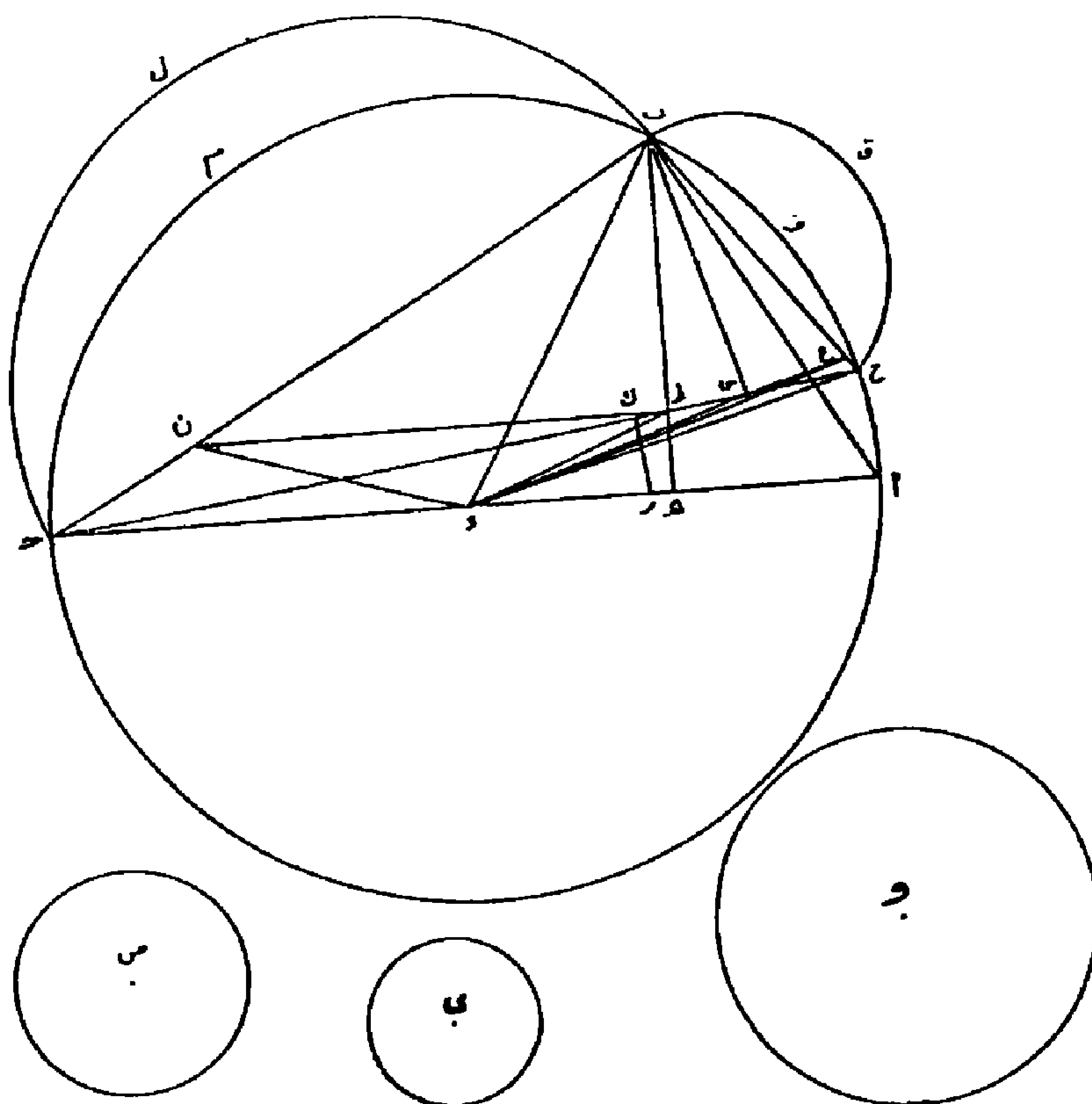
وذلك ما أردنا أن نبيّن .

[النظرية ـ ١٦ ـ] :

ولنرسم أيضاً : دائرة عليها ا ب حـ ، وليكن مركزها ء . ونخرج قطر ا ء حـ ، ونقسم ا ء بنصفين على نقطة هـ ، ونخرج عمود هـ ب ، ونصل خطوط حـ ب ، ب ا ، ب ء .

فلأن ا هـ مثل هـ ء ، وَ هـ ب عمود، يكون ا ب مثل ب ء . فمثلث ا ب ء متساوي الأضلاع . فقوس ا ب سدس الدائرة . وقوس ب حـ ثلث الدائرة . فنقسم قوس

(★) الكلمة «جزءاً» هي آخر كلمة في الصفحة «٧٢ ب» من مخطوطة «ل : الأشكال الهلالية» . أما الصفحات : «٧٣أ إلى ٧٦ب» من مخطوطة «ل» فهي الجزء الأخير من مقالة ابن الهيثم «مساحة الكرة» .



ا ب بنصفين، ونصفها نصفين. ولتكن ا ح (١٣٦) ربع قوس ا ب ؛ فتكون قوس ح ب ثلاثة أرباع قوس ا ب ؛ فهي ربع وثمن قوس ب جـ ؛ فهي أكثر من ثلث قوس ب جـ . وخط ا هـ ثلث خط هـ جـ .

فنجعل خط ا ز ربع وثمن خط ز جـ (١٣٧). ونصل خطوط د ح ، ب ح ، ح ا (١٣٨)، ح ط جـ . فتكون زاوية ب ط جـ مساوية لزاوية ح ب جـ ، كما تبيّن في الشكل الرابع من هذه المقالة(١٣٩). ونخرج من نقطة ز ، على خط ح جـ ، عمود ز ك (١٤٠)؛ فيكون موازياً لخط ا ح ، لأن زاوية ا ح جـ قائمة. وتكون [ع: ١٧٢أ] نقطة ك فيما بين نقطتي ط ، جـ لأن زاوية هـ ط جـ حادة.

(١٣٦) ع: ا جـ .
(١٣٧) ع: ب جـ .
(١٣٨) ع: جـ ا .
(١٣٩) راجع أوائل برهان القسم الأول من النظرية ـ ٤ ـ من هذه المقالة.
(١٤٠) قد يكون من الأفضل تغيير ترتيب الكلمات في هذه الجملة هكذا: «ونخرج من نقطة ز . عمود ز ك على خط ح جـ ».

ولأن ك ر موازٍ لـ ح أ ، تكون نسبة ح ك إلى ك ح كنسبة أ ر إلى ر ح . ونسبة أ ر إلى ر ح ، هي كنسبة قوس ح ب إلى قوس ب ح ؛ فنسبة ح ك إلى ك ح ، هي كنسبة قوس ح ب إلى قوس ب ح .

وبالتركيب [وبالعكس]: تكون نسبة خط ك ح [141] إلى ح ح ، كنسبة قوس ب ح إلى قوس ح ب ح ؛ فنسبة ط ح إلى ح ح أعظم من نسبة قوس ب ح إلى قوس ح ب ح .

ونسبة قوس ب ح إلى قوس ح ب ح ، هي كنسبة زاوية ب ء ح إلى زاوية ح ء ح ، وكنسبة زاوية ب ح ح إلى الزاوية التي تلي زاوية ح ب ح ، وكنسبة قطاع ب ء ح م إلى قطاع ح ء ح ب ؛ فنسبة ط ح إلى ح ح أعظم من نسبة قطاع ب ء ح م إلى قطاع ح ء ح ب .

ونخرج خط ب س ، حتى تكون زاوية ب س ح مساوية لزاوية ح ب ح . ونخرج خط س ع موازياً لخط ء ح ، ونصل ء ع ، ونخرج خط ط د موازياً لخط ء ح ، ونصل خطوط ء ط [142]، ء س .

ونجعل دائرة و مساوية لقطاع ح ء ح ب ، وذلك ممكن، لأن نسبة قطاع ح ء ح ب إلى دائرة أ ب ح نسبة معلومة. ونجعل نسبة دائرة ص إلى دائرة و ، كنسبة خط س ط إلى خط ح ح . ونجعل دائرة ي إلى دائرة و كنسبة خط ط ك إلى خط ح ح . ونعمل على خطي ح ب ، ب ح قطعتين شبيهتين بقطعة ح ب ح [143]، ولتكن قطعتي ح ن ب ، ب ل ح .

فيكون هلالا ح ن ب ف ح ، ب ل ح م ب مع دائرة ص ، مساوية لمثلثي ء ع ب ، ء ب د ، كما تبيّن في الشكل الذي قبل هذا[144].

---

(١٤١) ع : ح ح .

(١٤٢) ع : ء د .

(١٤٣) ع : أ ب ح .

(١٤٤) نلاحظ أن : (دائرة ن س ، دائرة د ف = قطاع أ ء ح ب ، ط ل ، أ ح) في النظرية السابقة -١٥- ، تعادل - وعلى الترتيب - في هذه النظرية (دائرة ص ، دائرة و = قطاع ح ء ح ب ، س ط ، ح ح).

ولأن نسبة ك حـ إلى حـ ح ، كنسبة قوس ب حـ [١٤٥] إلى قوس حـ ب ح ، تكون نسبة ط ك إلى حـ ح هي زيادة نسبة ط حـ إلى حـ ح على نسبة قوس ب حـ إلى قوس حـ ب ح .

ونسبة ك حـ إلى حـ ح ، هي كنسبة قطاع ب ء حـ م إلى قطاع حـ ء ح ب . فنسبة ط ك إلى حـ ح ، هي زيادة نسبة[١٤٦] ط حـ إلى حـ ح على نسبة [ع : ١٧٢ب] قطاع ب ء حـ م إلى قطاع حـ ء ح ب .

ونسبة ط ك [١٤٧] إلى حـ ح ، هي كنسبة دائـرة ي إلى [دائرة] و المساوية لقطاع حـ ء ح ب ؛ فنسبة ط حـ إلى حـ ح ، هي كنسبة قطاع ب ء حـ م مع دائرة ي إلى قطاع حـ ء ح ب .

ونسبة ط حـ إلى حـ ح ، هي كنسبة مربع ب حـ إلى مربـع حـ ح [١٤٨] ، وكنسبة قطعة ب ل حـ [١٤٩] إلى قطعة حـ ب ح ، وكنسبة مثلث ط ء حـ إلى مثلث حـ ء ح ، وكنسبة قطعة ب ل حـ مع مثلث ط ء حـ أعني مثلث ء د حـ إلى قطاع حـ ء ح ب .

فنسبة قطعـة ب ل حـ مع مثلث ء د حـ إلى قطـاع حـ ء ح ب ، هي كنسبة قطاع ب ء حـ م مع دائرة ي إلى قطـاع حـ ء ح ب ؛ فقطعـة ب ل حـ مـع مثلث ء د حـ ، مساويان لقطاع ب ء حـ م مع دائرة ي .

فتسقـط المشتركـات : وهي قطعــة ب م حـ ومثلث ء د حـ . فيبقى هـلال ب ل حـ م ب مساوياً لمثلث ب ء د مع دائرة ي .

ولأن مثلثي ء ع ب ، ء د ب ، مساويان بمجموعهما لهـلالَي ح ن ب ف ح ، ب ل حـ م ب مع دائرة ص ، ومثلث ء د ب ينقص [عن] هـلال ب ل حـ م ب بدائرة ي ؛ يكون مثلث ء ع ب ، يزيد على هلال ح ن ب ف ح مع دائرة ص ، بدائرة ي .

فهلال ح ن ب ف ح مع دائرتي ص ، ي ، مساويات بمجموعها لمثلث ء ع ب.

---

(١٤٥) ع : ف حـ .

(١٤٦) ع : هي نسبة زيادة .

(١٤٧) ع : ط حـ .

(١٤٨) من تشابه المثلثين ب ط حـ ، حـ ب ح .

(١٤٩) ع : ب م ح .

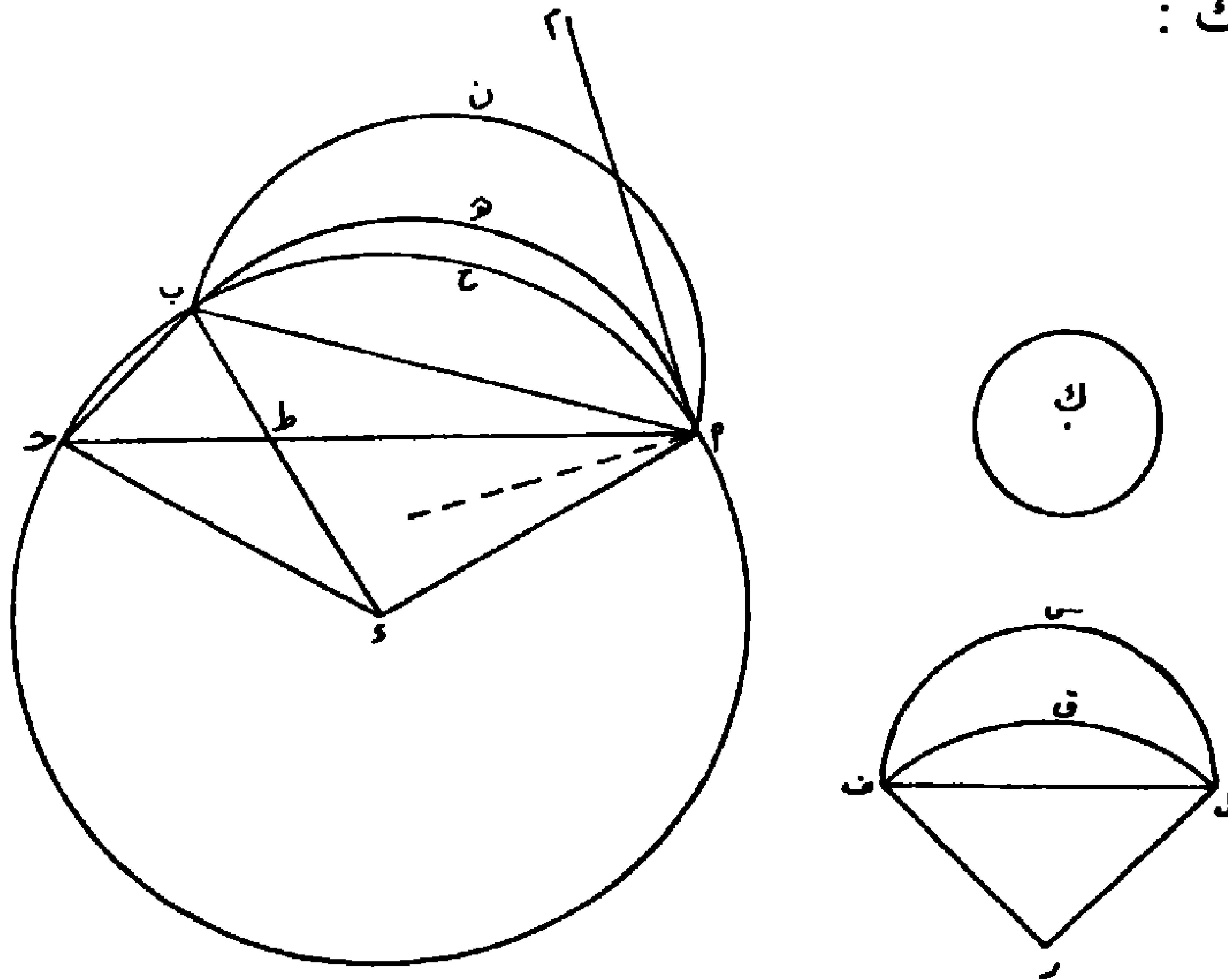
وذلك ما أردنا أن نبيّن .

[النظرية ـ ١٧ ـ] :

ولنرسم أيضاً : دائرة عليها ا ب حـ [ع : ١٧٣ أ] ونخرج وتر ا حـ يفصل منها ثلثها ، ووتر ا ب يفصل منها ربعها . فليكن مركزها ء . ونصل خطوط ا ء ، حـ ء ، ب ط ء ، ب حـ . ونعمل على خط ا ب قطعة دائرة شبيهة بقطعة ا ب حـ ، ولتكن قطعة ا هـ ب . ونجعل دائرة ك جزءاً من ستة وثلاثين جزءاً من دائرة ا ب حـ ؛ فيكون هلال ا هـ ب ح ا مع دائرة ك ، مساويين لمثلث ا ب ط ، كما تبيّن في الشكل الخامس عشر من هذه المقالة . ونعمل على خط ا ب نصف دائرة ، ولتكن ا د ب .

فأقول : أولاً ، إن قوس ا د ب جميعها خارجة عن قوس ا هـ ب .

برهان ذلك :



إنا نخرج خط ا م مماساً لقوس ا هـ ب ؛ فتكون زاوية م ا ب ثلثي قائمة ؛ فخط ا م يقطع قوس ا د [150] ؛ فخط ا م متوسط بين قوسي د ا [151] ، ا هـ . وكذلك يتبيّن

(١٥٠) المماس ا م يعمل ثلثي زاوية قائمة ، بينما مماس الدائرة ا د ب يعمل زاوية قائمة ؛ إذن ا م يقطع قوس ا د .

(١٥١) ء ا .

أن المماس الذي يخرج من نقطة ب يقطع قوس ب د ؛ فجميع قوس أ د ب خارجة عن قوس أ هـ ب .

فإذ قد تبيّن ذلك،

فإنا نقول: إن هلال أ د ب هـ [أ][152]، مساوٍ لمثلث أ ء ط مع دائرة ك .

برهان ذلك :

إن هلال أ هـ ب ح أ مع دائرة ك ، مساويان لمثلث أ ب ط [153] . ونأخذ مثلث أ ء ط مشتركاً؛ فيكون هلال أ هـ ب ح أ مع دائرة ك مع مثلث أ ء ط ، مساويات لمثلث أ ء ب . وهلال أ د ب ح أ ، مساوٍ لمثلث أ ء ب ، كما تبيّن في الشكل التاسع من هذه المقالة ؛ فهلال[154] أ هـ ب ح أ مع دائرة ك مع مثلث أ ء ط ، مساويات لهلال أ د ب ح أ .

فَيُلقى هلال أ هـ ب ح أ المشترك ؛ فيبقى هلال أ د ب هـ أ مساوياً لمثلث أ ء ط مع دائرة ك .

[نتيجة] :

ولنجعل أيضاً : مثلث ل ر ف قائم الزاوية، متساوي الساقين، مساوٍ لمثلث أ ء ط ؛ فيكون هلال أ د ب هـ أ ، مساوياً لمثلث ل ر ف مع دائرة ك .

ونجعل ر مركزاً. ونديز ببعد ل ر [155] قوسا من دائرة، ولتكن ل ق ف . ونعمل على خط [ل] ف نصف دائرة، ولتكن ل س ف.

فيكون هلال ل س ف ق ل مساوياً لمثلث ل ر ف[156] . فيكون هلال أ د ب هـ أ ، مساوياً لهلال ل س ف ق ل مع دائرة ك .

وذلك ما أردنا أن [ع : ١٧٣ ب] نبيّن.

---

(١٥٢) ع: أ د هـ ب (ترتيب الأحرف خطأ).

(١٥٣) بُرهنت خلال التطبيق على النظرية ـ١٥ـ.

(١٥٤) ع: بهلال.

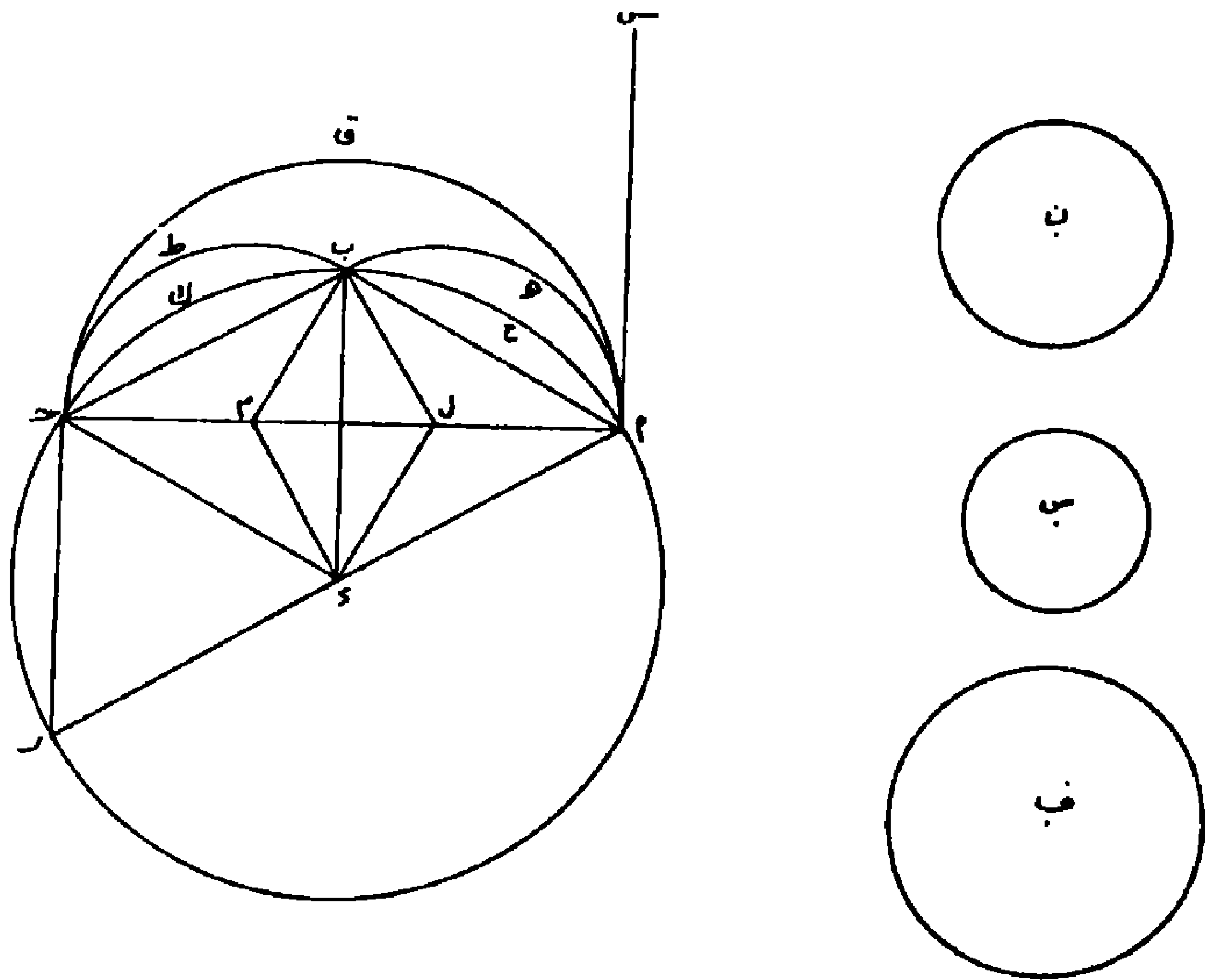
(١٥٥) ع: ببعدي ل ف.

(١٥٦) كما تبيّن في القسم الأول من النظرية ـ ٩ ـ.

[النظرية ـ ١٨ ـ] :

ولنرسم أيضاً : [دائرة] عليها ا ب ح ، ومركزها د . ونخرج فيها خط ا ح ، يفصل منها ثلثها . ونقسم قوس ا ب ح بنصفين على نقطة ب . ونصل خطوط ا ب ، ب ح ، ا د ، ب د ، ح د . ونعمل على خطي ا ب ، ب ح قطعتين شبيهتين بقطعة ا ب ح ، ولتكونا قطعتي ا هـ ب ، ب ط ح . ونخرج خطي ب ل ، ب م حتى تكون كل واحدة من زاويتي ب ل ا ، ب م ح ، مساوية لزاوية ا ب ح . ونصل خطي د ل ، د م . ونجعل دائرة ذ تُسع دائرة ا ب ح .

فيكون هلالا ا هـ ب ع ا ، ب ط ح ك ب مع دائرة ذ ، مساويات لمثلثي ا ب ح ، د ل م ، كما تبيّن في الشكل الرابع عشر من هذه المقالة .



ونعمل على خط ا ح نصف دائرة ، ولتكن ا ى ح .

فأقول : أولاً ، إن قوس ا ى ح جميعها خارج عن قوسي ا هـ ب ، ب ط ح .

برهان ذلك :

إنا نخرج ا س مماسا لقوس ا هـ ب ؛ فتكون زاوية س ا ب ثلثي قائمة . وزاوية

ب أ ح ثلث قائمة؛ فزاوية س أ ح قائمة؛ فخط أ س مماس لقوس أ ق ح ، وهو مماس لقوس أ ه ب ؛ فقوس أ ه ب [مماسة لقوس أ ق ح] . وكذلك يتبين أنها[157] مماسة لقوس ح ط ب ؛ فجميع قوس أ ق ح خارجة [ع : ١٧٤ أ] عن قوسي أ ه ب ، ب ط ح .

وإذ قد تبيّن ذلك ،

فإنا نقول : إن شكل أ ق ح [ط] ب [ه] أ مع مثلث معلوم ، مساوٍ لدائرة معلومة .

برهان ذلك :

إنا نخرج أ ء إلى ر ، ونصل ح ر ؛ فيكون مثلث أ ح ء ، مساوياً لمثلث ح ء ر . وقطاع ح ء ر [158] سدس الدائرة؛ فمثلث ح ء ر أقل من سدس الدائرة؛ فمثلث أ ء ح أقل من سدس الدائرة. ومثلث ء ل م ثلث مثلث أ ء ح ؛ فمثلث ء ل م أقل من جزء من ثمانية عشر جزءاً من الدائرة. ودائرة د تسع الدائرة ؛ فمثلث ء ل م أقل من نصف دائرة د .

وهلالا أ ه ب ع أ [159] ، ب ط ح ك ب مع دائرة د ، مساويان لمثلثي أ ب ح ، ء ل م [160] ؛ فالهلالان مع زيادة دائرة د على مثلث ء ل م ، مساويات لمثلث أ ب ح .

ونجعل دائرة ص مساوية لجزء من أربعة وعشرين جزءاً من دائرة أ ب ح . فيكون الهلالان مع زيادة دائرة د على مثلث ء ل م مع دائرة ص ، مساويات لمثلث أ ب ح مع دائرة ص .

ومثلث أ ب ح مساو لمثلث أ ء ح ، لأن خطي أ ب ، ب ح مساويان لخطي أ ء [161] ، ح ء ؛ فيكون الهلالان مع زيادة دائرة د على مثلث ء ل م مع دائرة ص ،

---

(١٥٧) أي : إن قوس أ ق ح مماسة لقوس ح ط ب .

(١٥٨) ع : ح ء د .

(١٥٩) ع : أ ه ب ح أ .

(١٦٠) كما تبيّن في النظرية - ١٤ - .

(١٦١) ع : أ ب .

مساويـات لمثلث ا ء حـ مـع دائرة ص . ومثلث ا ء حـ مـع دائرة ص ، مساويان لهـلال ا ى حـ ب ا ، كما تبيّن في الشكل الثالث عشر؛ فهلالا ا هـ ب ع ا ، ب ط حـ ك ب مع زيادة دائرة ق على مثلث ء ل م مع دائرة ص ، مساويات لهلال ا ى حـ ب ا .

فيسقط الهلالين المشتركين : فيبقى شكل ا ى حـ ط ب هـ ا ، الذي يحيط بـه ثـلاث قسيّ، مساوياً لزيادة دائرة ق على مثلث ء ل م مع دائرة ص .

فيكون شكل ا ى حـ ط ب هـ ا مع مثلث ء ل م ، مساويـــين لدائرتي ق ، ص . ونجعل دائرة ف مساوية لدائرتي ق ، ص .

فيكون شكل ا ى حـ ط ب هـ ا مع مثلث ء ل م ، مساويين لدائرة ف .

[نتيجة] :

وإذا عملنا مثلثـاً قائم الزاوية متساوي الساقين. وعملنا على وتر القائمة هلالاً ، كمـا عملنا في الشكل الذي قبل هذا الشكل؛ كان ذلك الهلال [ع : ١٧٤ب] مساوياً لمثلث ء ل م .

فيكون شكل ا ى حـ ط ب هـ ا مع ذلك الهلال، مساويين لدائرة ف .

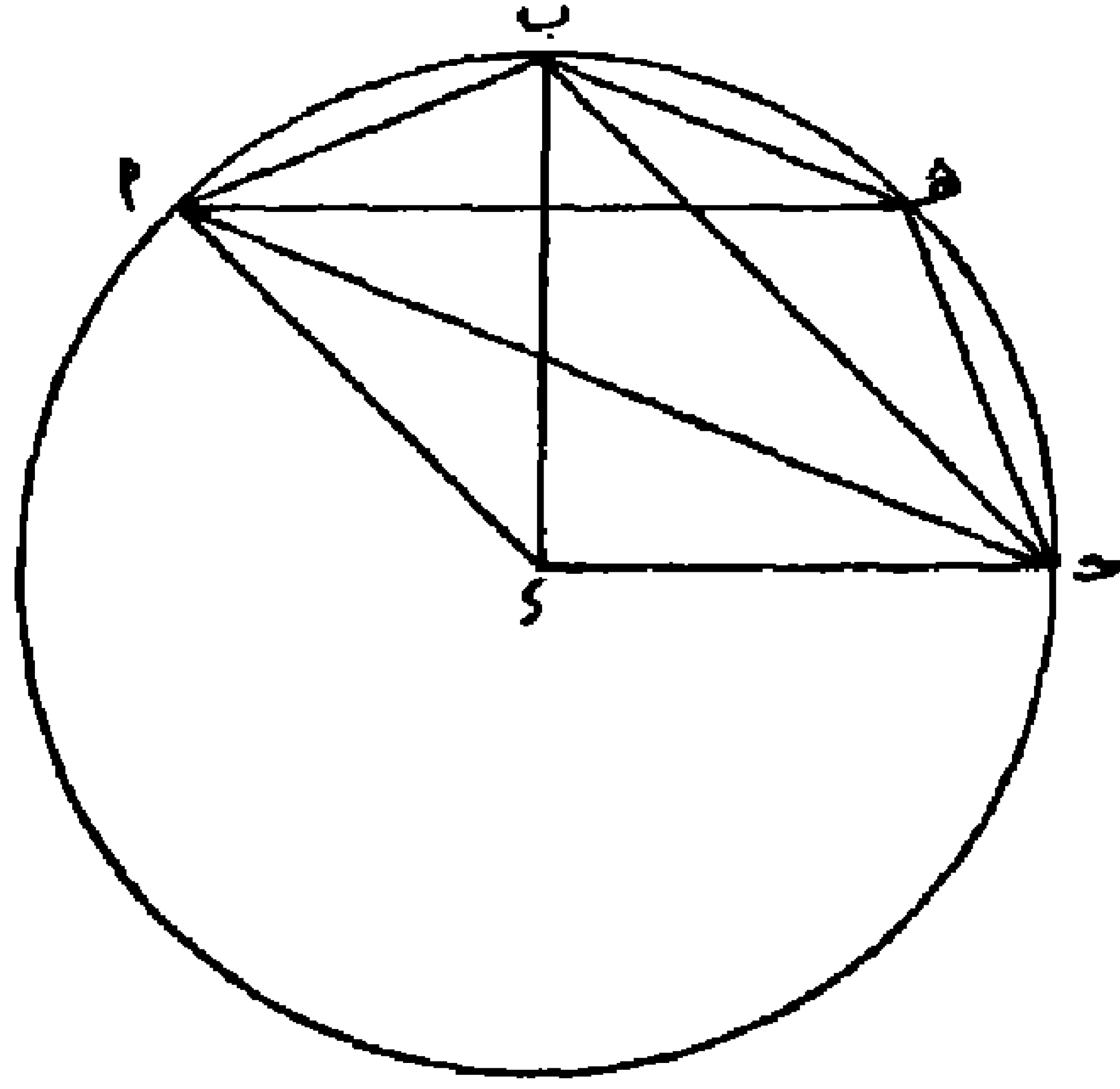
وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وأيضـاً : فإنه قد بيّن أُقليدِس في كتابه في القسمة : كيف نفصل من دائرة معلومة، قطعة فيما بين خطين متوازيين تكون نسبتها إلى جميع الدائرة، نسبة معلومة. ونحن نبيّن ما نستعمله نحن من ذلك، في هذا الموضع.

[النظرية ـ ١٩ ـ] :

فليكن : دائرة عليها ا ب حـ ، ومركزها ء . وليكن قطـــاع ء ب حـ ربع الدائرة ، ونصل ب حـ ، ونقسم قوس ب حـ بنصفين على نقطـة هـ ، ونصـل خطي ب هـ ، هـ حـ . ونخرج ء ا موازياً لخط ب حـ ، ونصل حـ ا ، هـ ا ، ب ا .

فيكـون مثلث ا ب حـ ، مساوياً لمثلث ب ء حـ . ومثلث ب هـ حـ مشترك؛ فمربع ا ب هـ حـ ، مساوٍ لمربع ء ب هـ حـ .



ولأن قطاع ء ب حـ ربــع دائرة ، تكـون زاويــة ب ء حـ قائمــة ، وتكون زاويـة ء ب حـ نصف قائمة، وتكون زاوية ب ء أ نصف قائمة.

فتكـون قوس أ ب ثمن الدائرة. وقـوس ب هـ ثمن الدائرة؛ [فَـ]قطعة أ ب مثل قطعة ب هـ .

فنأخـذ قطعـــة أ ب بـدل قطعـــة ب هـ . فيكـون مربـع أ ب هـ حـ مع قطعتي [ع: ١٧٥أ] أ ب ، هـ حـ ، مساوية لقطاع ب ء حـ هـ . فتكون قطعة أ ب هـ حـ (١٦٢) ربـع دائرة أ ب حـ .

ولأن قوس هـ حـ مثل قوس أ ب ، تكون زاوية حـ أ هـ مثل زاوية أ هـ ب ؛ فيكون خط أ حـ موازياً لخط ب هـ ؛ فقطعة أ ب هـ حـ (١٦٢)، هي فيما بين خطين متوازيين .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وإذ قد تبيّن ذلك،

[النظرية ـ ٢٠ ـ] :

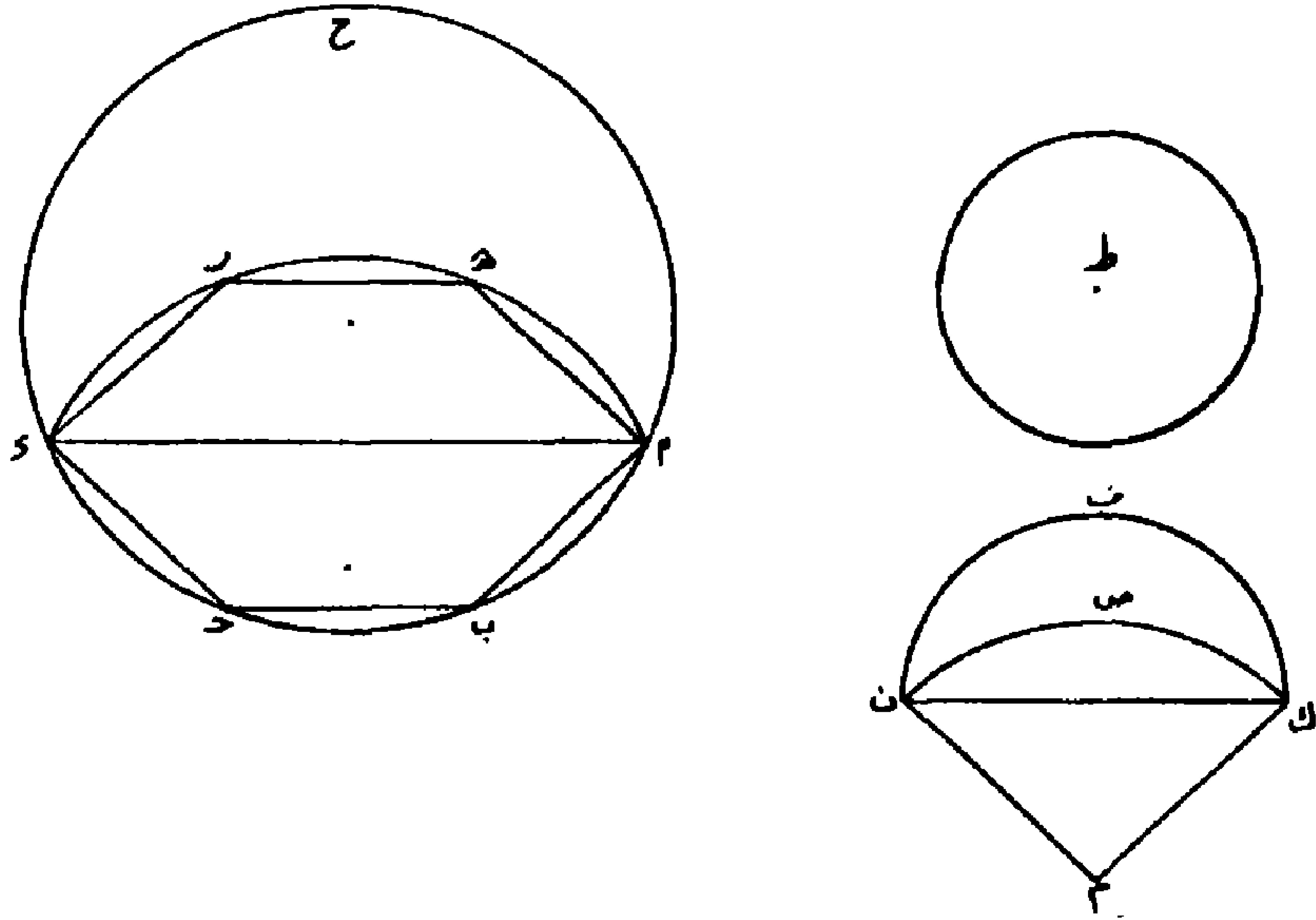
فلنرسم : دائرة عليها أ ب حـ . ونفصل منها قوس أ ب حـ ء ، تكون ثلاثة أثمـــان الدائرة. ونقسـمها بثلاثة أثمان(١٦٣)، ولتكن قسيّ أ ب ، ب حـ ، حـ ء . ونخـرج خـــط

---

(١٦٢) «قطعة أ ب هـ حـ ء: هنا: هي قطعة الدائرة المحصورة بين الوترين ب هـ ، أ حـ .

(١٦٣) «ونقسمها بثلاثة أثمان» هنا تعني : نقسم القوس أ ب حـ ء (التي هي ثلاثة أثمان الدائرة أ ب حـ) إلى ثلاثة قسيّ متساوية أ ب ، ب حـ ، حـ ء . فكل قوس هو ثمن الدائرة أ ب حـ .

ب حـ ؛ فيكــون موازياً لخــط أ ء ، كمـا تبيّن في الشكل الذي قبل هذا . وتكـون قطعة أ ب حـ ء ، التي فيمـا بين الخطين المتوازيين، ربع الدائرة[١٦٤] . ونعمل على خـط أ ء قطعة دائرة في الجهة الأخرى، مساوية لقطعة أ ب حـ ء ، ولتكن قطعة أ هـ ر ء . ونقسمها أيضـاً بثلاثة أثمان، ولتكن قسيّ أ هـ ، هـ ر ، ر ء . ونصــل ر هـ ، فيكون موازياً لخـط أ ء . وتكون قطعة أ هـ ر ء ، التي بين الخطين المتوازيين، ربع الدائرة[١٦٤] .



فتكون قطعة حـ ب أ هـ ر ء حـ ، التي بين خطي ب حـ ،هـ ر المتوازيين، نصـف دائرة أ ب حـ ؛ فيبقى هلال أ ح ء ر هـ أ مع قطعتي ب حـ ، هـ ر ، نصف دائرة أ ب حـ .

فيكــون هــلال أ ح ء ر هـ أ مــع قطعتي هـ ر ، ب حـ ، مساويـــات لقطعـة حـ ب أ هـ ر ء حـ ، التي [ع : ١٧٥ب] هي [بين] خطي [ب حـ ، هـ ر] المتوازيين .

ونصل خطوط أ هـ ، ء ر ، ء حـ ، ب أ ؛ فتكــون قطعتـا أ هـ ، ر ء مساويتين لقطعتي هـ ر ، ب حـ . فتسقط قطعتي أ هـ ، ر ء من قطعة حـ ب أ هـ ر ء حـ ، التي هي [بين] خطــي هـ ر ، ب حـ المتوازيين ؛ فيبقى هـــلال أ ح ء ر هـ أ ، مساوياً لقطعـة أ ء حـ ب أ ، التي [هي] بـين خطي أ ء ،ب حـ المتوازيين ، التي هي ربــع الدائرة مـع [مربع] أ هـ ر ء .

[نتيجة] :

(١٦٤) كما تبيّن في برهان النظرية السابقة ـ ١٩ ـ.

ولتكن دائرة ط ، ربع دائرة أ ب حـ ء . وليكن مثلث ك م د قائم الزاوية ، متساوي الساقين، وزاوية م منه قائمة، وضلعا م ك ، م د منه متساويان. وليكن هذا المثلث مساوياً لمربع أ هـ ر ء ؛ فيكون هلال أ ح ء ر هـ أ ،مساوياً لدائرة ط مع مثلث م ك د .

ونجعل م مركزاً. ونذير ببعد ك م [165] قوسا من دائرة ، ولتكن ك ص د . ونعمل على خط ك د نصف دائرة، ولتكن ك ف د ؛ فيكون هلال ك ف د ص ك [مساوياً] لمثلث م ك د [166،167] ؛ فيكون هلال أ ح ء ر [هـ] أ [168] ، مساوياً لهلال ك ف د ص ك مع دائرة ط .

وذلك ما أردنا أن نبيِّن.

[النظرية - ٢١ -] :

ولهذا الهلال[169]، ولكل هلال قوساه مساويتان لدائرة تامة، خاصة، ليست لسائر [ع : ١٧٦أ] الأهلَّة.

وذلك: إن الخطوط المتوازية التي تقع فيه، وتكون إذا امتدت على استقامة، لقيت خط أ حـ على زوايا قائمة، جميعها متساوية. [و] الذي يقع في وسط الهلال منها، مساوٍ للذي يقع عند طرفه.

فلنبيِّن ذلك بالبرهان:

فنرسم : دائرة عليها أ ب حـ . ونفصل منها قطعة أقل من نصف دائرة، كيفما اتفق، ولتكن قطعة أ ء حـ . ونصل أ حـ . ونعمل على خط أ حـ قطعة أ هـ حـ ، مساوية لقطعة أ ء حـ . ونقسم خط أ حـ بنصفين على نقطة ر [170]. ونخرج عمود ر هـ ب ، ونبعده

(١٦٥) ع: ببعدي ك د .

(١٦٦) ع: م ط د .

(١٦٧) كما تبيَّن في القسم الأول من النظرية - ٩ -.

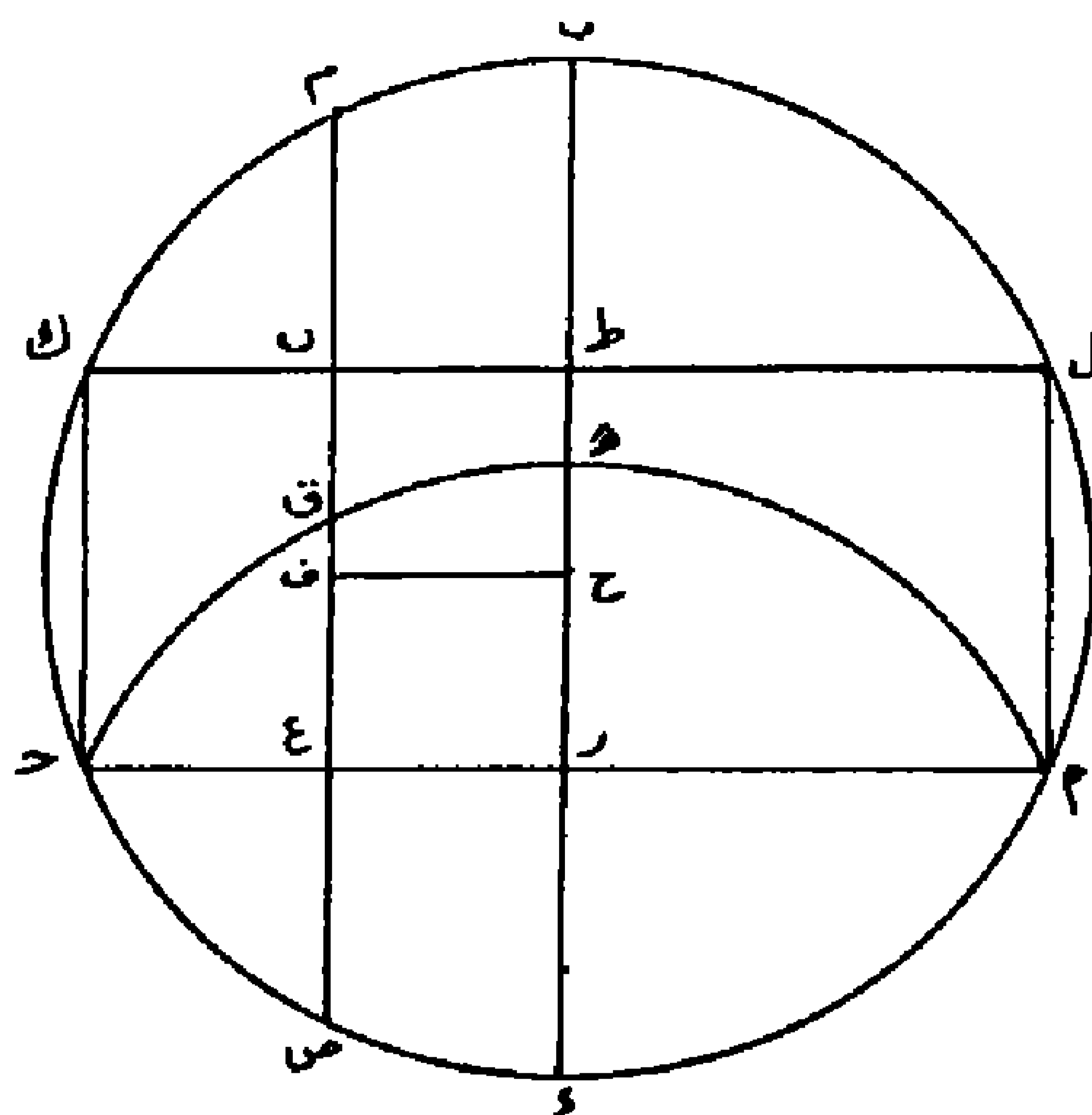
(١٦٨) ع: أ ح ء أ ر أ .

(١٦٩) أي الهلال أ ح ء ر هـ أ في النظرية السابقة - ٢٠ - ؛ فهذا الهلال: «قوساه مساويتان لدائرة تامة». أي اننا لو قلبنا القوس ء ر هـ أ حول الخط أ ء لحصلنا على الدائرة التامة الأصلية أ ب حـ . ونلاحظ أن الخط أ ء في النظرية - ٢٠ - يعادل الخط أ حـ في النظرية الحالية - ٢١ -.

(١٧٠) ع: ء .

إلى ى . ونفرض على قـــوس ب ح نقطة ، كيف ما اتفقت ، ولتكن م . ونخرج عمـــود م ف ع ص .

فأقول : إن خط م ف مثل خط ب هـ .



برهان ذلك :

إن ب ى قطر، فنقسمه بنصفين على نقطـــة ح ، فتكون ح مركز الدائرة. ونخرج من نقطة ح عمود ح ف، فيقسم م ص بنصفين على نقطة ف .

ولأن قطعة أ ى ح أقل من نصف دائرة، يكون خط ب ر أعظم من خـــط ر ى . فنجعل ب ط مثل ر ى ؛ فيبقى ط ح مثل ح ر . ونخـــرج من نقطـــة ط خط ل ط ك عموداً على خط ب ى . فتكون قطعة ل ب ك ، مساوية لقطعـــة أ ى ح . وليقطع خـــط ل ك ، خط م ص على نقطة د . فيكون خط ف د ، مساوياً لخط ف ع . ويبقى خـــط م د ، مساوياً لخط ع ص .

ونصل أ ل ، ح ك ؛ فيكونان متساويين متوازيين ، مساويين أيضـاً لخط ط ر [171] وموازيين له .

فلأن ب ط مساوٍ لـِ ر ى ، يكون ط ر هو زيادة ب ر [172] على ر ى . ولأن م د مساوٍ لـِ ع ص ، يكون د ع هو زيادة م ع على ع ص .

(171) ع: ط د .
(172) ع: ب ى .

وَ ه ع مثل ط ر . فزيادة ب ر على ر ى ، مساوٍ لزيادة م ع على ع ص .
وَ ر ى مثل ر ه . وَ ع ص مثل ع ق . فزيادة ب ر على ر ه ، مساوٍ لزيادة م ع على ع ق . فخط ب ه مساوٍ لخط م ق .

فلأن كل واحد من ب ه ، م ق ، مساوٍ لزيادة ب ر على ر ه (173) ، [ع : 176ب] يكون كل واحد من ب ه ، م ق ، مساوياً لخط ط ر . وكل واحد من خطي أ ل ، ح ك ، مساوٍ لخط ط ر (174). فكل واحد من خطي أ ل ، ح ك ، مساوٍ لكل واحد من ب ه ، م ق .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

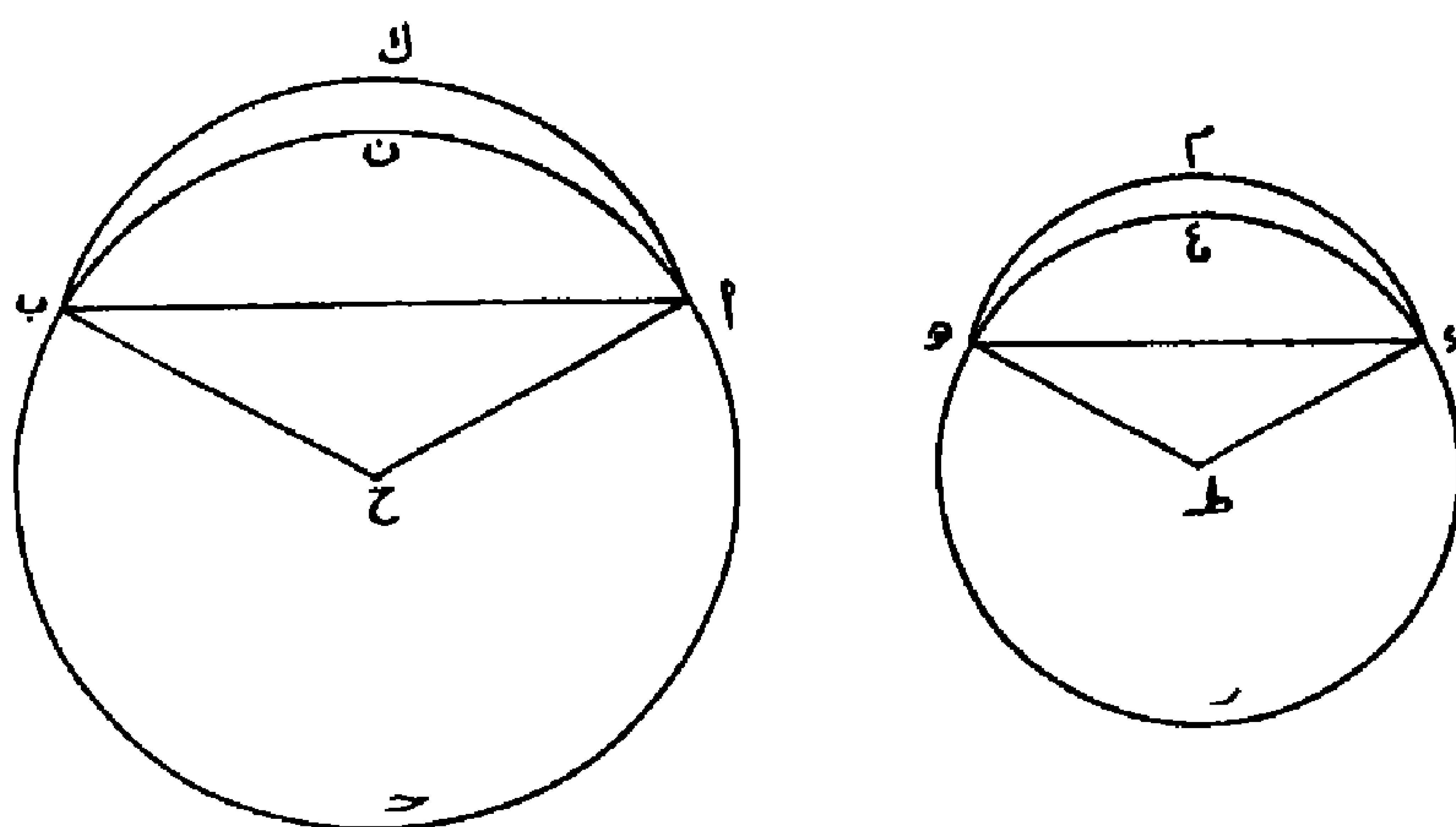
[النظرية ـ 22 ـ] :

ونقول أيضاً : إن كل هلالين من قطعتين متشابهتين معمولتان على قوسين متشابهتين من دائرتين؛ فإن نسبة الهلال إلى الهلال، كنسبة الدائرة إلى الدائرة.

مثال ذلك :

هلالا أ ك ب ن أ ، ى م ه ع ى على قوسي أ ن ب ، ى ع ه المتشابهتين من دائرتي أ ب ح ، ى ه ر . وقوسا أ ك ب ، ى م ه متشابهتان .

فأقول: إن نسبة الهلال إلى الهلال، هي كنسبة الدائرة إلى الدائرة.



(173) ع: ر ح .
(174) ع: ط ب .

برهان ذلك :

إنا نجد مركزي الدائرتين ، وليكونا ح ، ط . ونصل خطوط أ ح ، أ ب ، ب ح [175] ، ء ط ، ء ﮬ ، ﮬ ط .

فلأن قوسي أ د ب ، ء ع ﮬ متشابهتان، تكون نسبة مربع أ ب إلى مربع ء ﮬ ، كنسبة مربع قطر الدائرة إلى مربع قطر الدائرة، وكنسبة الدائرة إلى الدائرة، وكنسبة قطاع أ ح ب إلى قطاع ء ط ﮬ ، وكنسبة مثلث أ ح ب إلى مثلث ء ط ﮬ ، وكنسبة قطعة أ د ب إلى قطعة ء ع ﮬ ، وكنسبة قطعة أ ك ب إلى قطعة ء م ﮬ .

فنسبة قطعة أ ك ب إلى قطعة ء م ﮬ ، هي كنسبة قطعة أ د ب إلى قطعة ء ع ﮬ ، و[ع: ١٧٧أ] كنسبة الباقي إلى الباقي.

فنسبة هلال أ ك ب د أ إلى هلال ء م ﮬ ع ء ،هي كنسبة قطعة أ د ب إلى قطعة ء ع ﮬ . ونسبة [قطعة] أ د ب إلى قطعة ء ع ﮬ ، هي كنسبة دائرة أ ب ﺣ إلى دائرة ء ﮬ ر .

فنسبة هلال أ ك ب د أ إلى هلال ء م ﮬ ع ء ، كنسبة دائرة أ ب ﺣ إلى دائرة ء ﮬ ر .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[النظرية - ٢٣ -] :

ولنرسم أيضاً: دائرة عليها أ ب ﺣ . ونخرج فيها ضلع المسدس، وليكن أ ب [176] . ونعمل على خط أ ب مثلثاً متساوي الأضلاع خارجاً من الدائرة، وليكن أ ء ب . ونجعل دائرة ﮬ ر ح ثلاثة أمثال دائرة أ ب ﺣ . ونخرج فيها ضلع المسدس أيضاً،وليكن ﮬ ر [177]. ونعمل على خط ﮬ ر قطعة يكون محيطها ثلث دائرة، ولتكن قطعة ﮬ ف ر .

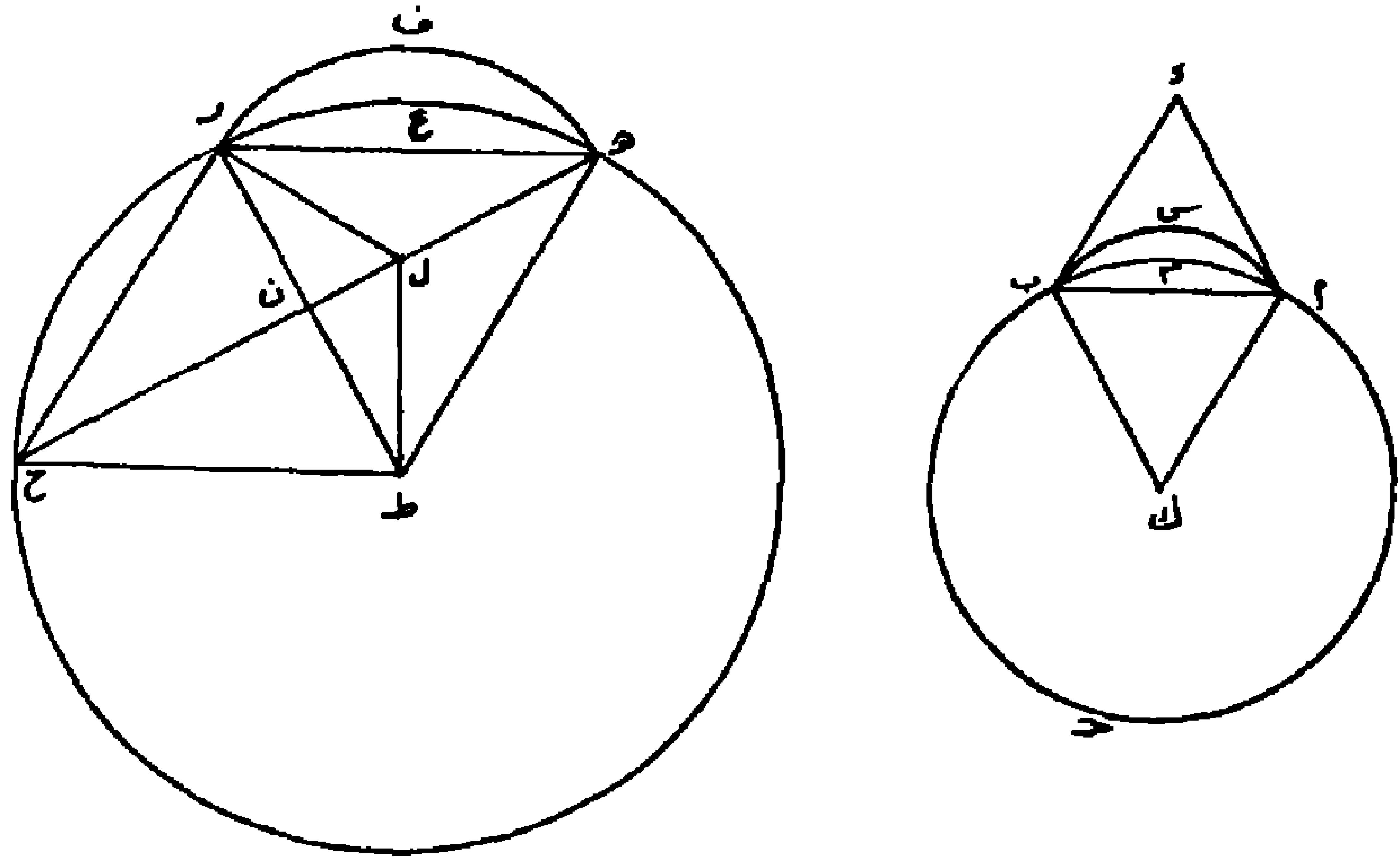
فأقول : إن هلال ﮬ ف ر ع ﮬ ، مساوٍ لشكل أ ء ب م أ .

---

(١٧٥) ع: ب ﺣ .

(١٧٦) يقصد: ان الوتر أ ب هو ضلع مسدس منتظم، والدائرة أ ب ﺣ تحيط بهذا المسدس المنتظم؛ فالقوس أ ب (أي: أ م ب) = سدس محيط الدائرة أ ب ﺣ .

(١٧٧) تماماً مثل (١٧٦)، فالقوس ﮬ ر (أي: ﮬ ع ر) سدس محيط الدائرة ﮬ ر ح .



برهان ذلك :

انا نجد مركزي الدائرتين، وليكونا ك ، ط . ونخرج هـ ح مساوياً لضلع المثلث[١٧٨]. ونصل خطوط أ ك ، ب ك ، هـ ط ، ر د ط ، ح ط ، ر ح . ونخرج خط ر ل حتى تكون زاوية ر ل هـ مساوية لزاوية هـ ر ح .

فيكون هلال هـ ف ر ع هـ مع نصف تسع دائرة هـ ر ح ، مساوياً لمثلثي هـ ر د ، ط ل د ، كما تبيّن في الشكل الرابع عشر. ومثلث هـ ر د مساوٍ لمثلث ط ح د ، لأن مثلثي هـ ر ح ، هـ ط ح متساويان، وخط ط د ر يقسم كل واحد منهما بنصفين.

فهلال هـ ف ر ع هـ مع نصف تسع دائرة هـ ر ح ، مساويان لمثلث ح ل ط [أعني لثلثي] مثلث هـ ط ح ، لأن خط هـ ل ثلث خط هـ ح . ومثلث هـ ط ح ، مساوٍ لمثلث هـ ط ر ، لأن كل واحد منهما نصف مربع [ع: ١٧٧ ب] هـ ط ح ر .

فهلال هـ ف ر ع هـ مع نصف تسع دائرة هـ ر ح ، مساويان لثلثي مثلث هـ ط ر . ولأن دائرة هـ ر ح ثلاثة أمثال دائرة أ ب حـ ، يكون مثلث هـ ط ر ثلاثة أمثال مثلث أ ك ب . فثلثا مثلث هـ ط ر ، مساوٍ لضعف مثلث أ ب ك . ومعين أ ء ب ك هو ضعف مثلث أ ب ك ؛ فثلثا مثلث هـ ط ر ، مساوٍ لمعين أ ء ب ك ؛ فهلال هـ ف ر ع هـ

(١٧٨) يقصد: ان الوتر هـ ح هو ضلع مثلث متساوي الأضلاع، والدائرة هـ ر ح تحيط بهذا المثلث المتساوي الأضلاع، فالقوس هـ ح (أي: هـ ر ح) = ثلث محيط الدائرة هـ ر ح .

مع نصف تسع دائرة ه ر ح ، مساوٍ لمعين ا ء ب ك .

وقطاع ا ك ب [م] هو سدس دائرة ا ب ح ، ودائــرة ا ب ح ثلث دائرة ه ر ح ؛ فقطاع ا ك ب م نصف تسع دائرة ه ر ح . فهلال ه ف ر ع ه مع قطـاع ا ك ب م ، مساويان لمعين ا ء ب ك .

فيسقط القطاع المشترك. فيبقى هلال ه ف ر ع ه ، مساوياً لشكل ا ء ب م ا .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[نتيجة] :

ونعمل أيضاً على خط ا ب قوساً مساويـــة لثلث دائرة ، ولتكن ا س ب ؛ فتكـون نسبة هلال ه ف ر ع ه إلى هلال ا س ب م ا ، كنسبة دائرة ه ر ح إلى دائرة ا ب ح ؛ فيكون هلال ه ف ر ع ه ثلاثة أمثال هــلال ا س ب م ا ؛ فيكون شكل ا ء ب س ا ضعف هلال ا س ب م ا .

فإن عملنـا دائـرة مساوية لضعف دائرة ا ب ح ، وأخرجنا فيها ضلع المسدس، وعملنا عليه ثلث دائرة؛ كان الهلال الذي يحدث، مساوياً لشكل ا ء ب س ا .

وقد يمكن أن نعمل أنواع كثيرة من الأهِلَّة على الوجوه التي بيناها. وإنما ذكرنا ما ذكرنا من المنطقة على طريق الأمثلة، لينكشف بها المعنى الكلي الذي قدمنا تبيينه. وفيما ذكرناه منها مقنع(١٧٩) في إيضاح ما قصدنا لتبيينه.

فلنختم الآن هذا القول.

تــم.

---

(١٧٩) ع: مفيع.

وقد تكون الكلمة «مفيد»، ولكننا نرجح الكلمة «مقنع»، علماً بأن ابن الهيثم قد استعمل كلمة «مقنع» في مناسبات مشابهة.

Contents of Ibn Al-Haytham's Treatise On Lunar Figures

(Enunciations - Without Proofs)

Lunar figures = crescent-shaped figures (al-ashkāl al-hilāliyya).

We study and edit this treatise using Ms. St. Petersburg (Leningrad), Or. Inst. 89/3, pp $50^{aa} - 76^{b}$ and Ms. 'Atif 1714/17, pp. $158^{b} - 177^{b}$. Sezgin writes: Atif 1714/17, ff. 162 – 182. We may mention that there are several empty pages in 'Atif 1714 that are included in Sezgin's numbering.

We translate the geometrical letters of the figures in agreement with Gerard of Cremona's translation of Banū Mūsa's Book "On Measurement of Plane and Spherical Figures". We may note that Gerard translated Arabic letters to Latin according to their pronunciations, whereever possible. A = أ, B = ب, G = ج, D = د, U = و, Z = ز, T = ط, Y = ي, K = ك, L = ل, M = م, N = ن, S = س, F = ف , R = ر. Gerard also translated the Arabic letters ه, ح, خ that have no equivalent pronunciations in Latin according to their order in the old eastern Arabic (أبجد هوز...) and Latin alphabets, E = ه, H = ح, Q = خ, and these are the 5th, 8th, and 16th letters in both alphabets. Apparently, he translated p = ص, arbitrarily. We also translate V = ث , arbitrarily as it does not appear in Banū Mūsa's book.

Before we go into the book (treatise), we mention, as a by-product, that Ibn Al-Haytham talked about "ratio" in propositions 4, 5, and in several other treatises such as: "Quadrature of the Circle", "On Analysis and Synthesis" and others. Suter [40] in 1899 considered Ibn Al-Haytham's talk about ratio in the treatise "Quadrature of the Circle" as philosophical. We see it differently. We say Ibn Al-Haytham considered ratios as real numbers, and he divided the real numbers into two types: rational and irrational, and he divided the irrational numbers into two types: constructible and non-constructible.

Ibn Al-Haytham writes, at times, the enunciations in words and then he says: "For example", and re-writes the enunciations using letters, and at other times he only writes them using letters without saying: "For example". Sometimes the enunciations and proofs are mixed.

Ibn Al-Haytham divides the book into 23 propositions, however it contains some by-product propositions and corollaries. Even though, most of the proofs are rather lengthy and the ideas are somewhat complicated, however the proofs are written in detail, and consequently, they are easy to follow.

Now we go into the book (treatise):

I) Introduction: Here he mentions that he wrote a shorter treatise (now lost) on lunar figures previously, because someone asked him to do so. Then, later on, he decided to write this longer treatise and he will start it with some needed lemmas.

II) Lemmas (مقدمات): Seven lemmas that are also called (ashkāl) propositions. The first four of them are lengthy and complicated. The last three are very easy. Prop. 6 is also ascribed to Hippocrates of Chios. We indicate the end of our literal translation of the proposition by. □.

Prop. (1) – Triangle ABG. Angle ABG is right. Side AB is smaller than side BG. BD is drawn perpendicular [to AG, $D \in AG$]. I say; that ratio DA to AG is smaller than the ratio of angle AGB to a right angle, and that ratio DG to GA is greater than the ratio of angle BAG to a right angle. □.

Prop. (2) – We also say: If triangle ABG has obtuse angle, and angle ABG is obtuse. And if line AB is smaller than line BG, and line BD is drawn such that angle BDA is equal to angle ABG [Here $D \in AG$], then the ratio of DA to AG is smaller than the ratio of angle AGB to the supplementary angle of ABG. □.

Within the proof of Prop. (1), the author proves another proposition and refers to it in Prop. (2), because the proof is correct for both right and obtuse angled triangles. He also refers to that proof in later propositions. We state this by-product Prop. as follows: Triangle ABG, angle A is right or obtuse, $D \in AG$. Then the ratio of AG to DG is greater than the ratio of angle ABG to angle DBG.

We remark: that within the proof of Prop. (2), the author draws a line BE ($E \in AG$) such that $\angle BEG = \angle ABG$. In the enunciation of the next Prop. (3), the author refers to the same triangle of Prop. (2) along with whatever construction he made along the way.

Prop. (3) – We also say: that if angle BAG is not greater than half right [angle], then the ratio of EG to GA is less than the ratio of angle BAG to the supplementary angle of ABG. □.

We remark: that the author constructs several lines, and divides the *very lengthy* proof into two parts and the second part into two other parts, i.e., he proves all possible cases. In order to appreciate this very lengthy and rather complicated proof, one has to read it.

We also have within Prop. (3), another by-product proposition, which is referred to in the next Prop. (4) and in later propositions. We may

state it as follows: Triangle ABG is circumscribed by circle ABG whose center is M. Angle B is obtuse. AB is less than BG. BM intersects AG at T. Then, the ratio of TG to AG is less than the ratio of angle BAG to the supplementary angle of ABG. (The proof is true in all cases: whether angle BAG is greater than, equal to, or less than half right angle).

Prop. (4) – We also say [refers to the previous obtuse angled triangle ABG, $E \in AG$, <BEG = <ABG]: that if angle BAG is greater than half right angle, then the ratio EG to AG can be greater than the ratio of angle BAG to the supplementary angle of ABG. □.

Here again, the proof is rather lengthy, complicated and is divided into two cases. Again: to appreciate it, you have to read it.

Prop. (5) – We also say: That every sector of a circle whose vertex is the center of the circle is equal [in area] to a [i.e. someother] whole circle. □.

The author gives a proof, because he is keen on proving everything, even little matters that seem obvious. In order to justify his steps, he talks about "ratio" (real numbers) which we referred to earlier.

Prop. (6)– We also say: [For] every [givn] two similar segments of two different circles, the ratio of one [segment] to the other [segment] is the same as the ratio of the circle to [the other] circle, and is the same as the ratio of the square of the base of [one] segment to the square of the base of [the other] segment. □.

Prop. (7) – We aslo say: For every segment of a circle, in which a chord is drawn [i.e. inside it] anywhere, and we draw on it [i.e. on the inside chord] a segment similar to the first segment. Then all the circumference [he means the arc only] of the second segment falls outside the first circle. □. (i.e. all the circular arc of the second segment will be outside of the first circle].

This statement seems obvious, but the author gives a neat geometrical proof for it. We also remark that, when the author says: "circumference of a segment (lune)", he means: the external arc of the segment (lune).

III After having proved the first seven propositions (lemmas), he said: "And since the lemmas have been established". Then he goes on to give five major propositions on lunar figures. We mention that the first part of Prop. (9) is ascribed to Hippocrates of Chios and it is a special case of Prop. (8). The proofs of the propositions 10, 11, 12 are lengthy. We indicate the end of our literal translation of the proposition by. □.

Prop. (8) – [We give the "For example" statement, because it is needed in Prop. (9)]. Circle ABG. Diameter AG is drawn in it. A point B is assumed [somewhere] on half [the circle] ABG. The two lines AB, BG have been connected. Two semicircles are made [i.e. drawn] on the two lines AB, BG, and they are ADB, BEG. I say: that the sum of the two lunes ADBRA, BEGHB is equal to the triangle ABG. □.

Prop. (9)– Let us repeat the figure [i.e. let us re-draw the figure of Prop. 8]: Let T be the center of the circle. We connect TB. [1] Then if the two arcs AB, BG are equal, then the two segments ADB, BEG are equal, and the two triangles ABT, BTG are equal [i.e. congruent]. The two lunes will be equal. And every lune will be equal to the triangle next to it [i.e. equal in area]. [2] And if the two arcs AB, BG are different [i.e. not equal in length], then the two lunes will be different [i.e. not equal in area]. And because the two triangles are equal [in area, but not congruent], we therefore say: that the sum of the smaller lune and some whole circle will be equal to the triangle next to the smaller lune, and that the remaining [i.e. the other] triangle added to the very same whole circle will be equal to the remaining [i.e. the other, larger] lune. □.

We remark that, after the author completes the proof of Prop. 9, he states the particular case which is ascribed to Hippocrates of Chios, he says: "And it has been shown, by what we have shown at the beginning of this part [i.e. the first part of this prop. (9)] that: Every lune which is made on a quarter of a circle and whose [external] circumference is a semicircle, is equal to the right triangle in the quarter of the circle".

Prop. (10) – Let us also draw: Circle, on it ABG [i.e. circle ABG]. Its center is E. We draw in it any chord that separates a segment less than semicircle, and it is segment ABG. We assume any point on arc ABG, let it be B. We connect the two lines AB, BG. We make on each one, of the two lines AB, BG a segment similar to the segment ABG, let the two segments be ADB, BTG. We draw two lines BN, BQ such that each one of the two angles BNA, BQG is equal to the angle ABG. We connect the lines EA, EG, EN, EQ. I say: that the sum of the two lunes ADBHA, BTGMB plus some whole circle is equal to triangle ABG plus triangle ENQ. □. [Here: H, M are points on arcs AB, BG (of circle ABG) respectively. They are mentioned to help define the arcs AHB, BMG and consequently, the two lunes ADBHA, BTGMB will be properly defined and will be distinguished from the two segments ADB (A), BTG(B)].

We remark: The figure of Prop. (10) is needed in all the propositions 10 to 18. While proving Prop. (10), the author draws the two lines NF, QV parallel to the two lines EA, EG respectively. F, V belong to the two chords AB, BG respectively. He also connects EF, EV and both of these lines will intersect AG at S, P respectively. In the next prop. (11), he connects EB which intersects AG at L. The so-called "some whole circle" in the enunciation is called (in the proof of Prop. 10): "circle K". The last statement of the proof of Prop. (10) is: "Then the sum of the two lunes ADBHA, BTGMA plus circle K is equal to quadrilateral EFBV". Actually, the author proves (within the proof of Prop. 10) that: quadrilateral EFBV = $\triangle ABG + \triangle ENQ$. Also, he calls EFBV (مربع), and this means today "square", however he does mean "quadrilateral EFBV". Circle K = Sector AEGB − [segment ADB + segment BTG + $\triangle$ AEN + $\triangle$ EGQ].

Prop. (11) − Let us repeat the figure [i.e. let us re-draw the figure of Prop. 10]: We connect ELB. [L $\in$ AG]. [1] Then if the two arcs AB, BG are equal, then the lines AB, BG are equal, and the two lines AN, GQ are equal, and the two lines FB, VB are equal, and the two triangles FEB, VEB are equal, and the two lunes will be equal. Then the sum of each one of the two lunes plus a whole circle, which is equal to half circle K, will be equal to the triangle which is next to the lune of the two triangles FEB, VEB. [2] And if the two arcs AB, BG are different, and if arc AB is the smaller of the two arcs, then the sum of lune ADBHA plus some whole circle will be equal to triangle FBE. □.

We remark: he considers different cases and proves a similar result, namely: lune BTGMB + some whole circle = $\triangle$VEB. At the end of the proof he writes: "And it has been shown, by what we have shown [i.e. proved] that: the sum of each one of the two lunes plus some whole circle, when angle BAG is not greater than half right angle, will be equal to a known triangle".

Prop. (12) − Let us repeat the figure [i.e. the figure of Props. 10, 11]: Let angle BAG be greater than half right angle. Let the ratio of QG to GA be greater than the ratio of angle BAG to the supplementary angle of ABG. Then point Q will be outside of triangle BEG, because it was shown that the ratio of LG to GA is less than the ratio of angle BAG to the supplementary angle of ABG. I say: that lune BTGMB is in excess over triangle VEB by a whole circle, and that lune ADBHA together with the circle which is the excess of quadrilateral BFEV over the two lunes and together with the circle which is the excess of lune BTGMB over triangle VEB is equal to triangle FEB. □.
[Here: Lune BTGMB − $\triangle$ VEB = circle R;

quadrilateral BFEV – two lunes = circle K (by Prop. 10).
Then: Lune ADBHA + circle K + circle R = triangle FEB].

IV) After completing the proof of Prop. (12), he says: "In order to make this matter [i.e. what we have proved in Propositions 8-12] clear and logical, we let the ratio between the two arcs [i.e. AB, BG] be a rational ratio". [see earlier remark concerning ratios and real numbers]. Here he gives six propositions [13-18] that may be considered as applications of the previous four (9-12) propositions, however they have lengthy proofs, elegant constructions, new ideas, and each one of them deserves careful study. Prop. 16 has no enunciation [i.e. enunciation, construction and proof are done together], and the enunciations of the other propositions are very lengthy. Consequently, and *in order to save space*, we will not translate literally, but we give all the necessary information in a brief manner. We note that, the geometrical letters here are different from those of the previous propositions. We indicate the end of the proposition by. □.

Prop. (13)– Circle ABG, its center D, its diameter ADG, chord AB = its radius. Semicircles AEB, BHG are drawn on chords AB, BG respectively. Circles K, M are equal (in area) to 1/24, 1/12 of circle ABG respectively. Arcs are called ANB, BTG. Then:

(1) Lune AEBNA + circle K = △ ADB
(2) △ BDG + circle K = lune BHGTB
(3) Lune AEBNA + circle M = lune BHGTB. □.

□**Prop. (14)** – Circle ABG. Chord AG is the side of an inscribed equilateral triangle. Therefore, arc ABG = 1/3 circle ABG. B is midpoint of arc ABG. AB, BG are drawn. BD, BE are drawn such that each one of the angles BDA, BEG is equal to angle ABG. (D, E ∊ AG). The two segments AHB, BKG are drawn on bases AB, BG respectively, and each one is similar to segment ABG.
Circle S = 1/9 circle ABG (in area). Circle P = 1/2 circle S (in area). Center of circle ABG is R. Lines AR, GR, BNR, DR, ER are drawn, N ∊ AG. Lines DF, EV are parallel to lines RA, RG respectively. FR, VR are drawn. Arcs are called ATB, BMG. Then:

(1) Lune AHBTA + lune BKGMB + circle S = quadrilateral RFBV.
(2) Each one of the two lunes + circle P = one of the two triangles FBR, VBR. □.

We remark: that the proposition was done for arc AB = 1/6 circle ABG, he then says that the same thing can be done for any arc AB < 1/4 circle ABG.

Prop. (15) – Circle ABG, its center is D. Arc ABG = 1/3 circle ABG. Arc AMB = 1/4 circle ABG. Lines AB, AG, AD, GD, BTD, BG are drawn (T ∈ AG). Segments AEB, BHG are drawn with bases AB, BG respectively, and each one is similar to segment ABG. BL is drawn such that angle BLG is equal to angle ABG, (L ∈ AG). DL is drawn. Circle NF = 1/3 circle ABG (in area), NF is diameter (of circle NF). Let $(NF)^2/(VS)^2 = AG/TL$. VS is diameter of circle VS. Then:

Lune AEBMA + lune BHGKB + circle VS = △ ABG + △ DTL. □.

We remark: he shows in the proof that <BTA = < ABG = (4/3) ($\pi/2$).

Cor.: If circle u = 1/36 circle ABG (in area), and circle P = circle VS – circle u. Then:

(1) Lune AEBMA + circle u = △ABT.
(2) Lune BHGKB + circle P = △BTG + △TDL. □.

At the end of the proof, he says: "Consequently, each one of the two lunes plus a known circle equals a known triangle".

Prop. (16) – Circle ABG, its center is D, its diameter is ADG. E is midpoint of AD. EB ⊥ AG. Lines GB, BA, BD are drawn. [consequently, arcs AB, BG are 1/6, 1/3 of circle ABG respectively]. Arcs BH, HA are 3/4, 1/4 of arc AB respectively. Let R ∈ AG such that line AR = 3/8 line RG. lines DH, BH, HA, HTG are drawn, (T ∈ EB). RK ⊥ HG (K ∈ HG, K falls between T,G). BS (S ∈ HG) is drawn such that angle BSH = angle HBG. Lines SQ, TN are parallel to lines DH, DG respectively (Q ∈ BH, N ∈ BG). Lines DQ, DT, DS are drawn. [by construction, sector GDHB is now known to be 11/24 circle ABG (in area)]. Let circle U = sector GDHB. [He proves that angle BTG = angle HBG]. Let (circle P)/(circle U) = ST/HG. Let (circle Y)/(circle U) = TK/HG. The two segments HVB, BLG are drawn on bases HB, BG respectively and each one is similar to segment HBG. Then:

(1) Lune HVBFH + lune BLGMB + circle P = △ DQB + △DBN (as shown in Prop. 15). [Here F ∈ arc HB, M ∈ arc BG].
(2) Lune BLGMB = △ DNB + circle Y.
(3) Lune HVBFH + circle Y + circle P = △DQB. □.

Prop. (17)– Circle ABG, its center is D. Arc ABG = 1/3 circle ABG. Arc AHB = 1/4 circle ABG. Lines AB, AG, AD, GD, BTD, BG are drawn (T ∈ AG). Segment AEB, with base AB, is similar to segment ABG. Let circle K = 1/36 circle ABG (in area). Semicircle ANB is drawn with base (diameter) AB. Then:

(1) Arc ANB will be outside arc AEB. [This seems obvious, but he proved it].
(2) Lune ANBEA = △ ADT + circle K. □.

Cor.: Let △ LRF = △ ADT (in area), such that △ LRF is an isoscles right angled triangle, R is right angle. With R as center, draw arc LVF. Semicircle LSF is drawn with base (diameter) LF. Then:

(1) Lune LSFVL = △ LRF
(2) Lune ANBEA = lune LSFVL + circle K. □.

Prop. (18) –Circle ABG, its center is D. Arc ABG = 1/3 circle ABG. B is midpoint of arc ABG. Lines AB, AG, BG, AD, BD, GD are drawn. Segments AEB, BTG are drawn with bases AB, BG respectively, and each one is similar to segment ABG: Lines BL, BM are drawn such that <BLA = <BMG = <ABG (L, M ∈ AG). Lines DL, DM are drawn. Let circle N = 1/9 circle ABG (in area). Semicircle AVG is drawn with base (diameter) AG. Then:

(1) Arc AVG is outside arcs AEB, BTG [consequently, also outside circle ABG].
(2) Figure AVGTBEA + known triangle = known circle. □.

[In the proof: let circle P = 1/24 circle ABG (in area), also he makes circle F = circle N + circle P. Then in the end he proves statement (2) which becomes,

(2) Figure AVGTBEA + △ DLM = circle F].

Cor.: He says (we translate): "If we make a right angled isosceles triangle, and on its base [opposite of right angle] we make a lune as we did in the previous proposition [previous Cor.], then this lune will be equal to triangle DLM. Figure AVGTBEA plus this lune will be equal to circle F". □.

V) Ibn Al-Haytham now moves to a new set of propositions. In 19, 20, the enunciation and proof are mixed, consequently we write them in our own way. We translate literally 21, 22, 23. We indicate the end of the proposition by. □.

He starts by saying: "Also: Euclid showed in his book On Divisions [of plane figures] how to cut from a known circle, a segment between two parallel lines whose ratio to the whole circle is a known ratio. We will demonstrate here what we use from that". The proposition that he refers to, is Prop. 29 of Euclid's book "On Divisions". You may consult R.C. Archibold's book [100], where he gives Leonardo's de-

monstration of one-third. Ibn Al-Haytham gives the case of one-quarter.

Prop. **(19)** – Circle ABG, its center is D. Let sector DBG = 1/4 circle ABG. E is midpoint of arc BG. Lines BG, BE, EG are drawn. DA is drawn parallel to BG. Lines GA, EA, BA are drawn. Then, the segment ABEG between the two parallel lines GA, BE is one-quarter of circle ABG. □.

We may note that the boundary of this segment is the union of the two parallel lines GA, BE and the two *arcs* BA, EG. Clearly arc AB = arc BE = arc EG = 1/8 circle ABG, and arc ABEG = 3/8 circle ABG.

Prop. **(20)**– Circle ABG. Arc ABGD = 3/8 circle ABG. Each of the arcs AB, BG, GD is 1/8 circle ABG. AD is therefore parallel to BG as demonstrated in Prop. 19. With base AD as mirror, we draw segment AERD [inside circle ABG] similar [mirror image] to segment ABGD [E, R are images of B, G respectively]. Segment AERD between the two parallel lines AD, ER is now one-quarter of circle ABG. Segment GBAERDG between the two parallel lines BG, ER is half circle ABG. Let H be any point on the other arc of circle ABG [i.e. the circle is now ABGDHA]. We now have:

Lune AHDREA + (small) segment ER + (small) segment BG = segment GBAERDG = half circle ABG.
Draw lines AE, DR, DG, BA, then:

Lune AHDREA = (segment ADGBA between parallel lines AD, BG) + quadrilateral AERD. □. [quadrilateral AERD is a parallel trapezoid]

Cor.: Let circle T = 1/4 circle ABG, triangle KMN = quadrilateral AERD (in area). Triangle KMN is isosceles, M is right angle. It is clear that:

Lune AHDREA = circle T + triangle KMN.

With M as center, we draw arc KPN. We draw semicircle KFN on base (diameter) KN. It is clear that:

(1) Lune KFNPK = triangle KMN (by Prop. 9).
(2) Lune AHDREA = lune KFNPK + circle T. □.

Prop. **(21)** – And for this lune [i.e. lune of Prop. 20], and for every lune [such that] the sum of its two arcs is a whole circle, a special property which does not apply to all lunes, and it is: that all parallel lines that fall in it [i.e. parallel lines connecting the two arcs of the lune] which when produced will intersect the line [i.e. base] AG at

right angles, are all equal [to each other]. The one in the middle of the lune will be equal to the one at the edge of it. □.

Prop. (22)— We also say: that every two lunes of two similar segments that are drawn on two similar arcs of two circles, then the ratio of the lune [no. 1] to the lune [no. 2] is as the ratio of the circle [no. 1] to the circle [no. 2]. □.

Prop. (23) — Let us also draw: Circle ABG. Draw the side of a hexagon [regular], let it be AB. We make on line AB an equilateral triangle outside the circle, let it be ADB. We make circle ERH three times as circle ABG [in area], and we also make in it the side of a hexagon [regular], let it be ER. We make on line ER a segment whose circumference [i.e. arc] is one-third of a circle, let it be EFR. I say: that lune EFRQE equals figure ADBMA. □. [Here Q is a point on arc ER, and M is a point on arc AB].

Cor.: We also make on line AB an arc which is equal to one-third of a circle, let it be ASB. Then, ratio lune EFRQE to lune ASBMA is as ratio circle ERH to circle ABG. Then, lune EFRQE is three times lune ASBMA. Then figure ADBSA is twice lune ASMBA. And if we make a circle twice the circle ABG, and we drew in it the side of a hexagon [regular], and we made on it one-third of a circle. Then the resulting lune will be equal to figure ADBSA. □.

Ibn Al-Haytham finally says, we can make many kinds of lunes along the lines that we have demonstrated.



الفصل الخامس عشر

أوسعية الكرة والدائرة

بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر وتمم بالخير

مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في ان الكرة اوسع
الاشكال المجسمة التي احاطتها متساوية وان الدائرة اوسع
الاشكال المسطحة التي احاطتها متساوية ان اصحاب التعاليم
الهندسية التي يعتمدونها في الاستدلال على كرية السماء وكرية
جملة العالم هو ان اوسع الاشكال المجسمة المتساوية الاحاطة
التي احاطة كل واحد منها متساوية الاجزاء فاعظمها مساحة
هو شكل الكرة وان اوسع الاشكال المسطحة المتساوية الاحاطة
التي احاطة كل واحد منها متساوية الاجزاء واعظمها مساحة
هو شكل الدائرة وان كلما كان اقرب الى الاستدارة من اشكال المجسمة
والمسطحة كان اعظم مساحة مما يبعد منها واعني بالمتشابهة
الاحاطة التي اجزاء محيطها شبيهة بعضها ببعض وهي من الاشكال
المجسمة الكرة والاشكال المستقيمة الخطوط التي قواعدها متساوية
الاضلاع متشابهة ومن الاشكال المسطحة الدائرة
والاشكال المستقيمة الخطوط المتساوية الاضلاع والزوايا
والاقرب الى الاستدارة من الاشكال المجسمة ذوات القواعد
هي التي قواعدها اكثر عددا وقواعدها شبيهة بقواعد المجسم
الاجزاء والاقرب الى الاستدارة من الاشكال المسطحة هو التي
اضلاعها اكثر عددا وقد ذكر اصحاب التعاليم هذا المعنى واستعملوه
الا انه لم يقع الينا برهان على هذا المعنى ولا دليل مقنع عندنا
هذه الحال الا انهم انطقوا في ذلك فمن لنا برهان كلي مستوعب
لجميع معانيه فانشانا هذا القول كل دائرة محيطها مساو
لمحيط شكل مستقيم الخطوط متساوي الاضلاع والزوايا فان
مساحتها اعظم من مساحته فلتكن دائرة اب محيطها مساو
لمحيط شكل جدهزح المستقيم الخطوط المتساوي الاضلاع

والزوايا

الصفحة الأولى، «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في أن الكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها متساوية، وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها متساوية»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص ١٧٨ب (ظهر الورقة 178 ـ الرقم بالعربية المغربية. أما بالعربية المشرقية فالصفحة هي ظهر الورقة ١٨٢).

أوسعية الكرة والدائرة

بحوزتنا مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ١٧٨أ ـ ١٩٩ب. أرقام الأوراق مكتوبة بالعربية المغربية: 178-199. وهناك أرقام للأوراق مكتوبة بالعربية المشرقية: ١٨٢-٢٠٣، أي، الصفحات: ١٨٢أ ـ ٢٠٣ب(★). ونحيل القارىء على الفصل السابق «أشكال ابن الهيثم الهلالية» حيث تحدثنا عن المخطوطة عاطف ١٧١٤ بشيء من التفصيل، فمعظم ما ذكرناه هناك بخصوص هذه المخطوطة وبعض مصطلحاتها الهندسية ساري المفعول هنا.

لم يكن تحقيق هذه المقالة أمراً يسيراً، ذلك أن أخطاء الناسخ الهندسية بلغت المئات، وتحدثنا عن هذا الأمر في الجزء الأخير من مقدمة كتابنا هذا. غير أن المقالة أصبحت، بعد التحقيق، في متناول القارىء العارف بالهندسة دون صعوبة. لذا فإننا لا نرى ضرورة لشرحها. علماً بأننا شرحنا بعض الخطوات في الحواشي مساعدة منا للقارىء العارف بالهندسة الذي لا يرغب في استعمال ورقة وقلم في أثناء قراءة البراهين. أما القارىء غير العارف في الهندسة فلن يستطيع متابعة البراهين ولا شرحنا لها، ولكن بإمكانه أن يَتَعَرَّف على فحوى محتويات المقالة من خلال حديثنا هنا الذي نورده قبل التحقيق.

نجد في الصفحة ١٧٨أ عنواناً مختصراً للمقالة، هو: **«في أوسعية الدائرة والكرة من غيرها من المسطحة والمجسمة لابن الهيثم»** أما باقي هذه الصفحة فهو بياض. وتبدأ الصفحة التالية ١٧٨ب هكذا: **«بسم الله الرحمن الرحيم ـ رب يسر وتمم بالخير»**، ثم يأتي عنوان المقالة الذي يشير إلى فحوى أهم جزء من محتوياتها، وهو: **«مقالة للحسن بن الحسن ابن الهيثم في أن الكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها متساوية، وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها متساوية»**.

(★) يكتب سزكين ([١٢]: م٥: ٣٦٦): عاطف ١٧١٤ / ١٨ (أوراق ١٨٢ ـ ٢٠٤)، ويذكر أن جمال الدباغ ترجم هذه المقالة إلى اللغة الروسية سنة ١٩٦٦. ونحن لم نطلع على عمل جمال الدباغ لأننا لا نعرف الروسية، إضافة إلى أنه من الصعب جداً الحصول على الأبحاث المطبوعة في الاتحاد السوفييتي.

وبخصوص نظريات المقالة، يقول ابن الهيثم : «*وقد ذكر أصحاب التعاليم هذا المعنى واستعملوه، إلّا أنه لم يقع إلينا برهان على هذا المعنى ولا دليل مقنع. فدعتنا هذه الحال إلى إنعام النظر في ذلك، فَعَنَّ لنا برهان كُلّي، مستوفٍ لجميع معانيه، فأنشأنا فيه هذا القول*». وليس لدينا ما يدعونا للشك في صحة هذه الجملة. ففي مراجعتنا للأعمال الإغريقية والعربية التي سبقت ابن الهيثم، لم نجد أي شيء يتناقض مع هذه الجملة.

وحول هذا الموضوع نذكر ما يلي :

(أ) اكتشف الرياضيون القدامى خمسة مجسمات منتظمة، هي :

(١) ذو الأربع قواعد، وهو الهرم الثلاثي الذي كل قاعدة فيه مثلث متساوي الأضلاع .

(٢) ذو الست قواعد، وهو المكعب الذي كل قاعدة فيه مربع قائم الزوايا .

(٣) ذو الثماني قواعد، الذي كل قاعدة فيه مثلث متساوي الأضلاع .

(٤) ذو الاثنتي عشرة قاعدة، الذي كل قاعدة فيه مخمس منتظم .

(٥) ذو العشرين قاعدة، الذي كل قاعدة فيه مثلث متساوي الأضلاع .

يقول هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد في كتابهما «موجز تاريخ الرياضيات» ([١٠٩] : ٨١) : «*اكتشف الفيثاغوريون المجسم المنتظم ذا الاثني عشر وجهاً والذي كل وجه فيه مخمس منتظم، والمجسم المنتظم ذا العشرين وجهاً الذي كل وجه فيه مثلث متساوي الأضلاع*». كما قالا في الصفحة التالية (٨٢) : «*فإن هناك خمسةً فقط من هذه المجسمات المنتظمة، اكتشف المصريون الثلاثة الأخرى منها وهي المكعب والهرم الثلاثي والمجسم ذو الثمانية أوجه كل منها مثلث متساوي الأضلاع*»★.

وفي مقالته «أوسعية الكرة والدائرة. . .» ذكر ابن الهيثم المكعب ذا الاثنتي عشرة قاعدة. ونحن نعلم أن ابن الهيثم كان على معرفة تامّة بكتاب أقليدس «الأصول»، فلا بد أنه قد اطلع على النظريّات ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، المقالة ١٣ في كتاب أصول أقليدس ([٩٦] : م١١ : ٣٨١ ـ ٣٩٣). وهذه النظريات الخمس تخص إنشاء كُلٍّ من المجسمات الخمسة المنتظمة ثم إحاطة كُلٍ منها بكرة.

★ يعطي هاشم أحمد الطيار ويحيى عبد سعيد مرجعاً لهذه الجملة في قائمة المراجع هكذا : «رواد الرياضيات تأليف الفريد هوبر، ترجمة لبيب جورجي».

قام بابوس الإسكندري (Pappus of Alexandria) (أواخر القرن الثالث الميلادي) بعمل كتاب قيِّم جامع شامل يُعْرَف بالمجموعة الرياضية (The Mathematical Collection) ويوصف أحياناً بخزينة التحليل (Treasury of Analysis) ، ويشتمل على مراجعة للأعمال الرياضية الإغريقية القديمة؛ وبالذات الهندسيّة منها (Geometry) مضافاً إليها براهين وضعها بابوس نفسه. وجعل كتابه في ثماني مقالات (Eight Books) . وقام فردريك هالتش (Fridericus Hultsch) [٣٣] بتحقيق هذا الكتاب باليونانيّة وترجمه إلى الفرنسية في القرن التاسع عشر الميلادي.

وأورد السير توماس هيث (Sir Thomas Heath) في الصفحات (٣٥٥ ـ ٤٣٩)، المجلد الثاني من كتابه تاريخ الرياضيّات الإغريقية [٨١] مختصراً لمادة كتاب بابوس الإسكندريّ بجميع مقالاته.

ونفهم من هيث ([٨١] : م٢ : ٣٦٨ ـ ٣٦٩) أن بابوس استطاع في المقالة الثالثة (Section 4, book 3) أن يحيط كُلًّ من المجسمات الخمسة المنتظمة بكرةٍ مستعملاً طريقة التحليل والتركيب للوصول إلى هدفه. علماً بأن طريقة بابوس في براهينه تختلف عن براهين النظريات ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، المقالة ١٣ في أصول أقليدس.

ويقول هيث في الصفحتين ٣٩٣، ٣٩٤ ([٨١] : م٢) الآتي : «*يبدأ الجزء الذي يخص الأشكال المجسمة في الكتاب الخامس [المقالة الخامسة من كتاب بابوس المجموعة الرياضية] بجملة [مفادها] : أن الفلاسفة اعتبروا أن الخالق أعطى الكون شكل الكرة، ذلك لأنها أجمل الأشكال [المجسمة]، وادّعوا أن [حجم] الكرة هو أكبر الأشكال المجسمة التي سطوحها متساوية؛* ***ولكنهم لم يبرهنوا هذا الأمر، كما أنه لا يمكن برهنته دون بحث طويل. أما بابوس نفسه فلم يحاول أن يبرهن أن [حجم] الكرة هو أكبر من كُلٍ [من] المجسمات التي لها نفس السطح [يقصد : التي لها سطوح متساوية]، ولكنه [برهن] فقط أن [حجم] الكرة أكبر من [حجم] كل من المجسمات الخمسة المنتظمة التي لها نفس السطح [يقصد : التي سطوحها متساوية]***».

ولعل هيث يقصد بجملته : «كما أنه لا يمكن برهنته دون بحث طويل» أنه لم يكن بإمكان «الفلاسفة» [العلماء القُدامى] إثبات هذه الأمور بالوسائل التي كانت متوافرة لديهم.

كما يذكر هيث في الصفحة ٣٩٥ من مجلده المذكور أن بابوس أوضح في المقالة الخامسة [الكتاب الخامس في المجموعة الرياضية] أنه : إذا كانت سطوح كل من المجسمات الخمسة المنتظمة متساوية فإن حجم (المجسّم) المنتظم الذي قواعده أكثر عدداً أكبر من حجم المجسم المنتظم الذي قواعده أقل عدداً. أي أن بابوس بَيَّنَ أن حجوم المجسمات الخمسة المنتظمة (٤، ٦، ٨، ١٢، ٢٠) ـ التي سطوحها متساوية ـ تتزايد تصاعدياً.

وعلى ذلك فنحن نستنتج أن علماء الأغريق استطاعوا برهنة بعض الحالات الخاصة التي لها علاقة بمادة مقالة أبن الهيثم «أوسعية الكرة والدائرة...».

والمعروف لدى المختصين أن كتاب بابوس المذكور لم يصل إلى العرب، وبالذات المقالات (الكتب) السبع الأولى. وهذا يعني أن ابن الهيثم لم يطلع على المادة الواردة في كتاب بابوس التي لها علاقة بمادة مقالته «أوسعية الكرة والدائرة...».

وسواء اطلع ابن الهيثم على بعض هذه الحقائق في طيات بعض الكتب الإغريقية التي تواتفرت للعرب أم لا، فيبقى أن علماء الإغريق لم يبرهنوا سوى بعض الحالات الخاصة. وعلى ذلك فيبدو لنا أن جملة ابن الهيثم التي أوردناها أعلاه صحيحة.

(ب) يقول ابن النديم ([٦] : ٣١٦) : إن للكندي «كتاب رسالته في أن الكرة أعظم من الأشكال الجرميَّة، والدائرة الأعظم من جميع الأشكال البسيطة». وعلى ما نعلم فإنه لم يكتشف أية مخطوطة لرسالة الكندي هذه، أي أنها مفقودة لغاية يومنا هذا. وعلى ذلك لم يكن بإمكاننا الاطلاع على محتويات هذه الرسالة المهمّة.

وعلى ما نعلم فقد وضع (أو: أنهى) ابن النديم كتابه الفهرست سنة ٩٨٧/٣٧٧ وتوفي حوالي ٩٩٠/٣٨٠، فابن الهيثم كان معاصراً لابن النديم، وفي الغالب فقد اطلع على كتاب الفهرست وعلى رسالة الكندي المذكورة، ومع ذلك قال : «*وقد ذكر أصحاب التعاليم هذا المعنى واستعملوه، إلّا أنه لم يقع الينا برهان على هذا المعنى ولا دليل مقنع*».
ورأينا في مقالات ابن الهيثم السابقة الذكر أنه كان يذكر أعمال القدماء في موضوع المقالة التي يؤلفها، ولعل القارىء يرجع إلى مقدمات بعض المقالات، مثل: «مساحة المجسم المكافىء»، وَ «مساحة الكرة». لذا فإننا نرجح أن رسالة الكندي المذكورة لا تتضمن براهين دقيقة مقنعة تخص النظريات الواردة في مقالة ابن الهيثم التي هي موضوعنا، بل نرجح أن

رسالة الكندي قد عالجت الموضوع من زاوية أخرى.

وهناك احتمال أن رسالة الكندي ليس لها علاقة بمقالة ابن الهيثم، غير أننا نستبعد هذا الاحتمال، ذلك أن عنوانيْ رسالة الكندي ومقالة ابن الهيثم يوحيان بصلة قوية بينهما، بل يمكننا القول إنّهما ـ على وجه التقريب ـ متطابقان. فالأشكال البسيطة = الأشكال المسطّحة = الأشكال المستوية. وإذا أضفنا الكلمات «التي إحاطتها متساوية» إلى نهاية عنوان رسالة الكندي فيصبح النصف الثاني في عنوان رسالة الكندي يطابق تماماً النصف الثاني في عنوان مقالة ابن الهيثم. وكذلك فابن الهيثم يقول في بداية مقالته: *«إن أحد المعاني الهندسية التي يُعْتَمَد عليها في الاستدلال على كُرَيَّة السماء واستدارة جملة العالم هو...»* وهذه الجملة لها علاقة بالجزء الأول من عنوان رسالة الكندي، كما أنها تدعم ترجيحنا في أن رسالة الكندي عالجت الموضوع من زاوية أخرى.

ويلاحظ أن الكندي توفي حوالي ٢٥٢هـ، بينما توفي ابن الهيثم حوالي ٤٣٢هـ. وذكرنا أعلاه أن كتاب بابوس «المجموعة الرياضية» لم يصل إلى العرب. وكذلك فإن كثيراً من الأعمال الهندسية الإغريقية، التي وصلت العرب، قد وصلت بعد زمن الكندي. لذا فهناك احتمال أن الكندي قد وضع هذه الحقائق الهندسية وبحث فيها باستقلالية عن الأعمال الإغريقية. وسواء وضع الكندي هذه الحقائق باستقلالية عن الأعمال الإغريقية أم لا، فنحن نرى أنه ربما كان أول عالم عربي تمكن من وضع هذه الحقائق الهندسية أو على أقل تقدير بحث فيها واستعملها في أمور أخرى تهمُّه، وربما وضع لها براهين غير مقنعة هندسياً، أو ربما لم يضع البراهين لها. وعلى كل الأحوال فهذا عمل رائع بالنسبة لزمانه.

كما أننا نرى أن ابن الهيثم ـ في الغالب ـ قد اطلع على رسالة الكندي ورأى أنه ذكر هذه الحقائق الهندسية واستعملها دون أن يضع البراهين لها أو دون أن يضع براهين دقيقة مقنعة لها، فقال: *«وقد ذكر أصحاب التعاليم هذا المعنى واستعملوه، إلّا أنه لم يقع إلينا برهان على هذا المعنى ولا دليل مقنع...»*.

وخلاصة القول: على ما نعلم فإن ابن الهيثم هو أول عالم يضع البراهين الصحيحة للحقائق الهندسية الواردة في مقالته «أوسعية الكرة والدائرة...».

يقول أحمد سليم سعيدان ([٣]: ج٢، م٢٩: ٥٧٢): *«أضف إلى ذلك أن هنالك إجماعاً على أن أكثر الإنتاج العربي أصالة، كان في علمي المثلثات والهندسة الكروية. حتى*

ليقال: كما وضع الإغريق علوم الهندسة، المستوية والمجسمة والقطوع المخروطية، وضع العرب علم المثلثات وعلم الهندسة الكروية». ولما كانت معظم نظريات مقالة ابن الهيثم «أوسعية الكرة والدائرة. . . » تنتمي إلى علم الهندسة الكروية، فابن الهيثم هو من واضعي هذا العلم. وكذلك فإن النظريات المستوية في هذه المقالة هي نظريات أصيلة مبتكرة أيضاً.

لا يوجد في المخطوطة أرقام لنظريات المقالة، لذا قسمناها في بداية الأمر إلى أربع عشرة نظرية. ثم غيَّرنا رأينا وقَسَمْناها إلى اثنتي عشرة نظرية لأننا نعتقد أن ابن الهيثم قسمها إلى اثنتي عشرة نظرية وكتب، عندما ألّف مقالته، أرقام النظريات في هوامش مقالته الأصلية. ست من هذه النظريات، نظريات رئيسية، والباقي سماها «مقدمات». وهناك مقدمات للمقدمات.

والسبب الذي جعلنا نقسمها إلى أربعة عشرة نظرية هو أن هنالك أربعة عشر نصاً للنظريات، كما أن هنالك نظريتين داخل نظريتين، لذا يمكن قسمة النظريات إلى أربع عشرة أو اثنتي عشرة نظرية.

أما الذي جعلنا نستنتج أن ابن الهيثم قسمها إلى اثنتي عشرة نظرية فهو إشارته إلى أرقام بعض النظريات السابقة خلال برهانه للنظريات اللاحقة. فمثلاً، يقول ابن الهيثم خلال برهانه النظرية (المقدمة) - ١٠ -: *«كما تَبيَّن في الشكل السادس من هذه المقالة. . . كما تبيّن في الشكل السابع من هذه المقالة»*. وقال خلال برهانه للنظريه - ١١ -: *«لأنه قد تبيّن في الشكل الثامن من هذه المقالة»* وقال خلال برهانه للنظرية -١٢-: *«كما تبيّن في الشكل التاسع من هذه المقالة. . . كما تبيّن في الشكل ي من هذه المقالة»*.

ويلاحظ، أن كلمة «شكل» تعنى «نظرية أو مسألة»، كما أن: شكل ي = الشكل العاشر = النظرية العاشرة. وعند قوله: **«كما تبيّن في الشكل السادس من هذه المقالة»** اطلعنا على المعطيات ورجعنا إلى النظريات السابقة وسمينا النظرية التي تنطبق عليها تلك المعطيات بالنظرية (المقدمة) -٦-. وعملنا عملاً مماثلاً بالنسبة للأشكال السابع والثامن والتاسع والعاشر. وعلى ذلك قسمنا المقالة إلى اثنتي عشرة نظرية.

ويذكر ابن الهيثم في بداية مقالته موجزاً لنص النظريات الست الرئيسيّة، غير أننا

نرى من الأوضح للقارىء غير العارف في الهندسة أن نكتب نص النظريات الست الرئيسيّة كما وردت في جوهر المقالة وليس كما وردت في مقدمتها.

[النظرية -١-]: *«كل دائرة، محيطها مساوٍ لمحيط شكل مستقيم الخطوط متساوي الأضلاع والزوايا، فإن مساحتها أعظم من مساحته»*.

[النظرية -٢-]: *«كل شكلين مستقيمي الخطوط متساويي الاحاطة، وكل واحد منهما متساوي الأضلاع والزاويا، ويكون أضلاع أحدهما أكثر عدداً من أضلاع الآخر؛ فإن مساحته أعظم من مساحة الآخر»*.

[النظرية -٣-]: *«ونقول أيضاً: إن كل شكلين، كل واحد منهما متساوي الأضلاع والزوايا. يحيط بهما دائرة واحدة، وأضلاع أحدهما أكثر عدداً من أضلاع الآخر، فإن مساحة الشكل الذي هو أكثر أضلاعاً أعظم من مساحة الشكل الآخر، ومحيطه أعظم من محيطه»*.

[النظرية -٤-]: *«ونقول أيضاً: إن كل كرة، يكون سطحها المحيط بها مساوياً لسطح شكل مجسم متساوي القواعد وقواعده متساوية الأضلاع ومتشابهة، فإن مساحة [أي: حجم] الكرة أعظم من مساحة [أي: حجم] المجسم المتساوي القواعد»*.

[النظرية -١١-]: *«ونقول أيضاً: إن كل مجسمين، يكون كل واحد منهما متساوي القواعد، وقواعده متساوية الأضلاع ومتشابهة، وقواعد أحدهما شبيهة بقواعد الآخر، وقواعد أحدهما أكثر عدداً من قواعد الآخر. إذا كان السطح المحيط بأحدهما مساوياً للسطح المحيط بالآخر، أعني أن مجموع قواعد أحدهما مساوٍ لمجموع قواعد الآخر؛ فإن مساحة [أي: حجم] المجسم الذي قواعده أكثر عدداً أعظم من مساحة [أي: حجم] المجسم الآخر»*.

[النظرية -١٢-]: *«ونقول أيضاً: إن كل مجسمين، يكون كل واحد منهما متساوي القواعد، وقواعده متساوية الأضلاع ومتشابهة، وقواعد أحدهما شبيهة بقواعد الآخر، وقواعد أحدهما أكثر عدداً من قواعد الآخر، إذا أحاط بهما كرة واحدة؛ فإن السطح المحيط بالمجسم، الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من السطح المحيط بالمجسم الآخر، ومساحة [أي: حجم] المجسم الذي قواعده أكثر عدداً أعظم من مساحة [أي: حجم] المجسم الآخر»*.

ويلاحظ أن النظريات ٤ ، ١١ ، ١٢ نظريات في ثلاثة أبعاد، وهي امتداد للنظريات ١ ، ٢ ، ٣ في بعدين.

وهناك نظرية (مقدمة) قائمة بذاتها، وضعت كمقدمة للنظرية -٣-. وكذلك فإن النظريات (المقدمات) ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ هي نظريات قائمة بذاتها ولكنها مقدمات للنظريتين الرئيسيتين ١١ ، ١٢ . ومعظم المقدمات ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ نظريات معقدة طويلة، أطولها وأكثرها تعقيداً المقدمة -٦-. والمقدمة -٦- مكونة من جزأين، الجزء الثاني منها نظرية قائمة بذاتها وهي أكثر نظريات المقالة تعقيداً كما أنها أطول برهاناً من كل نظريات المقالة.

ويلاحظ أننا إذا اعتبرنا مقدمة النظرية -٣- والجزء الثاني من المقدمة -٦- نظريتان، يصبح عدد النظريات أربع عشرة نظرية.

واذا لم نقرأ النظريات الرئيسية، ونظرنا إلى النص الكلامي للمقدمات الست (الثماني) لاعتقدنا بأنها نظريات ليس لها علاقة بالنظريات الست الرئيسيّة، غير أنها بالتأكيد ضرورية لبراهين النظريات الرئيسيّة، وابن الهيثم يرجع إلى جميع هذه المقدمات في أثناء برهانه النظريات الست الرئيسيّة.

لقد كتبنا في حاشية النظرية (المقدمة) الأولى من مقالة ابن الهيثم «مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية» نصاً لنظرية صغيرة، برهنها ابن الهيثم خلال برهانه للنظرية (المقدمة) الأولى من تلك المقالة. والنص الذي كتبناه هو:

«مثلث بء ح ، والزاوية ب ء ح قائمة أو منفرجة (أي: ليست بأصغر من قائمة) والنقطة ه تقع على أحد ضلعي الزاوية القائمة (المنفرجة)، وليكن ح ء ؛ فإن نسبة ح ء إلى ء ه أعظم من نسبة زاوية ء ب ح إلى زاوية ء ب ه ».

ويلاحظ أن عندنا مثلثاً أعظم، وفصلنا منه مثلثاً أصغر. والنتيجة التي حصلنا عليها هي: «نسبة قاعدة المثلث الأعظم إلى قاعدة المثلث الأصغر، أعظم من نسبة زاوية رأس المثلث الأعظم إلى زاوية رأس المثلث الأصغر». كما يلاحظ أن هذه النظرية في بُعْدَين، بُرْهانها قصير مُتَيَسِّر.

ويبدو لنا أن النظرية (المقدمة) - ٦- في مقالته الحالية «أوسعية الكرة والدائرة. . .» هي امتداد إلى ثلاثة أبعاد للنظرية الصغيرة في بعدين التي ذكرناها في الفقرات الأخيرة. غير أن برهان النظرية (المقدمة) -٦- من المقالة الحالية «أوسعية. . .» هو الأطول والأكثر تعقيداً في هذه المقالة كما ذكرنا أعلاه.

أما نص النظرية (المقدمة) -٦- في هذه المقالة «أوسعية. . .» فهو: *«كل مخروط مستقيم الخطوط، قاعدته مثلث، يكون أحد أضلاعه الذي يخرج من رأسه إلى إحدى زوايا قاعدته يحيط مع كل واحد من ضلعي الزاوية التي خرج إليها بزاوية ليست بأصغر من قائمة، إذا خرج من رأسه خط إلى أحد ضلعي القاعدة اللذين تقدم ذكرهما فقطع ذلك الضلع، ثم خرج، من طرف ذلك الخط، خط إلى طرف الضلع الآخر، ففصل مثلثاً هو بعضها، وفصل من المخروط مخروطاً هو بعضه، وكانت إحدى زاويتي المثلث اللتين عند القاعدة ليست بأصغر من قائمة؛ فإن نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر، أعظم من نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر»*.

ويلاحظ، حصلنا على نتيجة في ثلاثة أبعاد تماثل النتيجة التي حصلنا عليها في بعدين.

ونحصل على نتائج مماثلة في النظريتين (المقدمتين) -٧، ٨- من المقالة «أوسعية. . .». ففي كل من هاتين النظريتين يكون عندنا مخروط قاعدته مثلث. نفصل من القاعدة مثلث أصغر بمواصفات مُعَيَّنة. فيصبح عندنا مثلث (قاعدة) أعظم ومثلث (قاعدة) أصغر، وكذلك يكون قد انفصل من المخروط الأعظم مخروط أصغر. والنتيجة في هاتين النظريتين -٧، ٨- هي: نسبة قاعدة المخروط الأعظم (أي المثلث الأعظم) إلى قاعدة المخروط الأصغر (أي: المثلث الأصغر) أعظم من نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر.

أما في النظريتين (المقدمتين) -٩، ١٠- من المقالة «أوسعية. . .» فتتغير إشارة المتباينة (متراجحة) في النتيجة، أي يحصل على «أصغر من» بدلاً من «أعظم من». ففي هاتين النظريتين (المقدمتين) -٩، ١٠- عندنا مخروط كبير ومخروط صغير بمواصفات مُعَيَّنَة داخل كرة واحدة، قاعدة كل من المخروطين مثلث. والنتيجة التي يحصل عليها هي: نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر أصغر من نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى

زاوية المخروط الأصغر. أما المؤلف فيكتب «أعظم من» ويستبدل طرفي المتباينة، فهو يكتب: نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر أعظم من نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر.

ويلاحظ أن النتائج في النظريات ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ هي علاقة بين نسبة القاعدة الكلية إلى جزء من القاعدة وبين نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر.

أما في مقالته «الأشكال الهلالية» فنجد أن نتائج النظريات (المقدمات) - ١، ٢، ٣، ٤ - هي علاقة بين نسبة جزء من القاعدة إلى القاعدة الكلية وبين نسبة زاوية إلى زاوية.

فالنتائج والأفكار في النظريات (المقدمات) المذكورة في المقالتين: «أشكال هلالية»، «أوسعية...»، متشابهة. علماً بأن معظم براهين هذه النظريات (المقدمات) في المقالتين طويلة ومعقدة.

ونعود الآن إلى المقالة «أوسعية...».

فالنظرية (المقدمة) - ٥ - تكاد تكون بدهيّة لا تحتاج إلى برهان، غير أن ابن الهيثم - كعادته - يقدم البرهان عليها. ونص هذه النظرية - ٥ - هي: *«كل مخروطين، مستقيمي الخطوط، يقعان في كرة، ويكون رأساهما مركز الكرة؛ فإن نسبة زاوية المخروط إلى زاوية المخروط [الآخر]، كنسبة القطعة من سطح الكرة التي توتر زاوية المخروط إلى القطعة من سطح الكرة التي توتر زاوية المخروط الآخر، وكنسبة القطاع الكري الذي قاعدته القطعة من سطح الكرة إلى القطاع الكري الذي قاعدته القطعة الأخر[ى]»*.

ولأول وهلة، إذا نظرنا إلى نص النظريات (المقدمات) ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ونص النظريتين الرئيسيتين -١١، ١٢- فإننا لا نرى العلاقة بينهما. وحقيقة الأمر أن النظريات ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ عبارة عن مقدمات ضرورية للنظريتين -١١، ١٢- وعلاقتها علاقة مباشرة. ذلك أن المجسم المنتظم - الذي قواعده متشابهة - له مركز، فإذا وصلنا المركز بالقواعد يصبح عندنا مخروطات متشابهة، لأن القواعد متشابهة. وإذا أخذنا أحد هذه المخروطات فإن قاعدته شكل مسطح (بسيط، مستو) مثل: مربع، مخمس، شكل سداسي.. وهكذا، ويمكننا قسمة جميع هذه الأشكال المستوية (المسطحة) المستقيمة الخطوط إلى مثلثات. وإذا وصلنا رؤوس هذه المثلثات بالمركز، فيصبح عندنا مخروطات

قواعـدها مثلثات. وهكذا تصبح علاقة النظريات ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ بالنظريتين - ١١، ١٢ - علاقة مباشرة.

وكذلك، إذا أخذنا مجسمين منتظمين، يحيط بهما كرة واحدة، وكانت قواعد أحد المجسمين أكثر عدداً من عدد قواعد المجسم الآخر، فكل قاعدة من قواعد المجسم الأول - الذي قواعده أكثر عدداً - أصغر من كل قاعدة من قواعد المجسم الثاني الذي قواعده أقل عدداً. ونـأخذ قاعدة واحدة من المجسم الأول وقاعدة واحدة من المجسم الثاني. فكل واحدة من هاتين القاعدتين تقع على سطح يقطع الكرة في دائرة، أي: كل واحدة من هاتين القاعدتين محاطة بدائرة تقع على سطح الكرة. وهنا يمكننا عمل عملية دوران تجعل الدائرة الصغـرى «تحت» الـدائرة العظمى بحيث يمكننا إنزال عمود واحد من مركز الكرة على الدائرتين يمر بمركزيهما. وهنا أيضاً تقسم كل قاعدة من القاعدتين إلى مثلثات. ونأخذ مثلثاً من هنا ومثلثاً من هناك، ونصل رؤوسهما بمركز الكرة، فيصبح عندنا مخروطان، قاعدة كل منهما مثلث.

وعلى ذلك تصبح علاقة النظريات (المقدمات) ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠ بالنظريتين ١١، ١٢ واضحة.

وبـالرجوع إلى ما ذكرناه وإلى براهين النظريات، يمكننا القول دون تحفظ وبكل تأكيد، إن هذا الرجل - ابن الهيثم - كان ذا أفكار خلاقة عميقة، وذا باعٍ طويلٍ في علم الهندسة.

ونأتي الآن إلى تحقيق المقالـــة:

[١٧٨ ب] بسم الله الرحمن الرحيم رب يسر وتمّم بالخير

مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في أن الكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها[1] متساوية، وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها[1] متساوية[2]

إن أحد المعاني الهندسية التي يُعتمد عليها في الاستدلال على كُرَيَّة السماء واستدارة جملة العالم هو:

— إن أوسع الأشكال المجسمة المتساوية الإحاطة، التي إحاطة كل واحد منها متساوي الأجزاء، فأعظمها مساحة[3] هو شكل الكرة.

— وإن أوسع الأشكال المسطحة[4] المتساوية الإحاطة، التي إحاطة كل واحد منها متساوية الأجزاء، فأعظمها[5] مساحةً هو شكل الدائرة.

— وإن كلّما كان أقرب إلى الاستدارة من الأشكال المجسمة والمسطحة، كان أعظم مساحةً[6] مما بَعُدَ منها.

وأعني بالمتشابه[7] الإحاطة، التي أجزاء محيطه شبيهة بعضها ببعض. وهي من الأشكال المجسمة: الكرة والأشكال المستقيمة الخطوط التي قواعدها متساوية الأضلاع متشابهة. ومن الأشكال المسطحة: الدائرة والأشكال المستقيمة الخطوط المتساوية الأضلاع والزوايا. والأقرب إلى الاستدارة، من الأشكال المجسمة ذوات القواعد، هي التي قواعدها

---

(١) في الأصل: احاط بها.

(٢) الجملة: «مقالة . . . متساوية» مكتوبة في الأصل بالحبر الأحمر، وهي عنوان المقالة. وكذلك فإن الأحرف الهندسية مكتوبة في الأصل بالحبر الأحمر. أما بقية المقالة فمكتوبة بالحبر الأسود.

(٣) هنا، «مساحة» = «حجم».

(٤) المسطحة = المستوية.

(٥) في الأصل : وأعظمها.

(٦) هنا، كلمة «مساحة» تعني «حجم» بالنسبة للمجسم، كما تعني «مساحة» بالنسبة للمسطح.

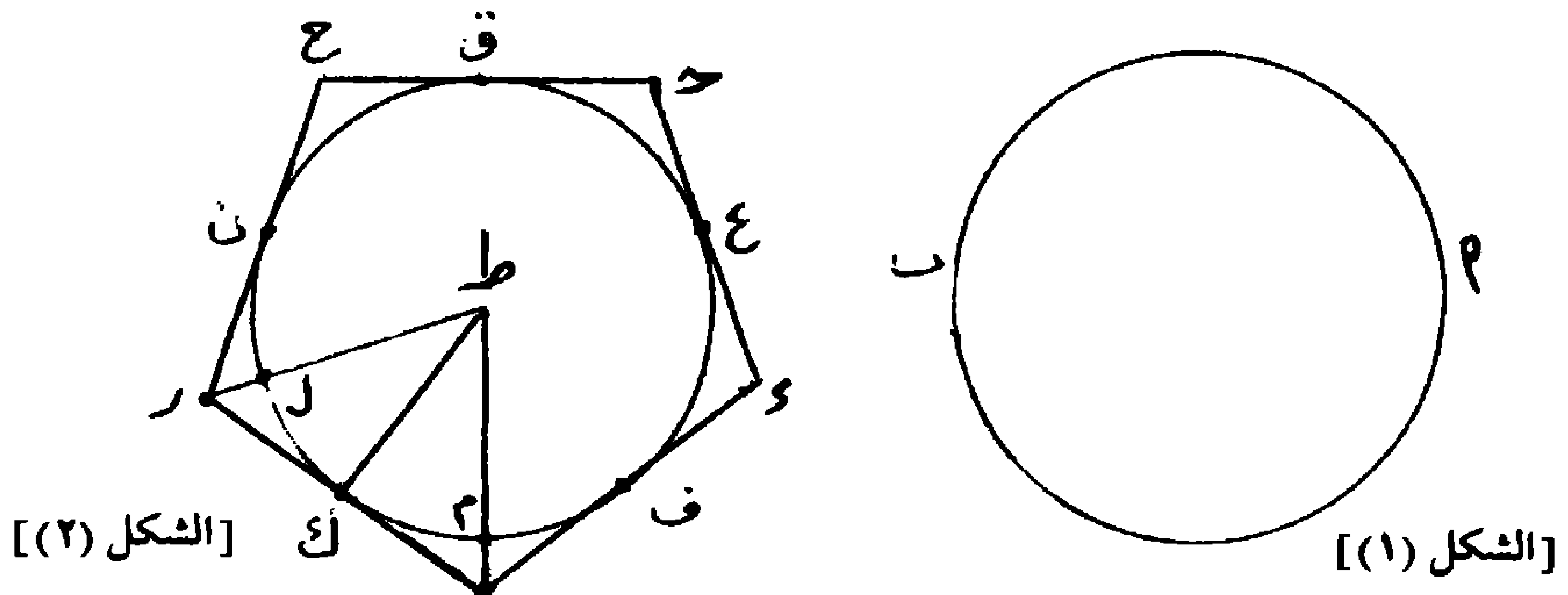
(٧) يصبح المعنى واضحاً، من سياق الكلام، لاحقاً.

أكثر عدداً، وقواعدها شبيهه بقواعد المجسم الأجزاء. والأقرب إلى الاستدارة من الأشكال المسطحة، هي التي أضلاعها أكثر عدداً.

وقد ذكر أصحاب التعاليم(٨) هذا المعنى واستعملوه، إلّا أنّه لم يقع إلينا برهان لهم على هذا المعنى ولا دليل مقنع. فدعتنا هذه الحال إلى إنعام النظر في ذلك، فَعَنَّ لنا برهان كُلّي، مستوفٍ لجميع معانيه، فأنشأنا(٩) فيه هذا القول.

[نظرية -١-]: كل دائرة، محيطها مساوٍ لمحيط شكل مستقيم الخطوط متساوي الأضلاع والزوايا، فإن مساحتها أعظم من مساحته.

مثال ذلك(١٠): دائرة ا ب، محيطها مساوي لمحيط شكل حـ د هـ ر ح المستقيم الخطوط المتساوي الأضلاع [١٧٩أ] والزوايا. فأقول: إن مساحة دائرة ا ب أعظم من مساحة شكل حـ د هـ ر ح.



[الشكل (٢)]

[الشكل (١)]

برهان ذلك: إن شكل حـ د هـ ر ح، من أجل أنه متساوي الأضلاع والزوايا، فإنه يقع في داخله دائرة تماس جميع أضلاعه؛ لأنه إذا قُسِمَت كل واحدة من زواياه بنصفين، وأُخرِجَت الخطوط التي تقسمها؛ فإنها تلتقي على نقطة واحدة في داخل الشكل، وتكون المثلثات التي تحدث - التي رؤوسها تلك النقطة - جميعها متساوية متشابهة، فتكون الأعمدة التي تخرج من تلك النقطة إلى جميع أضلاع الشكل متساوية. فإذا جُعِلت تلك النقطة مركزاً، وأُدير ببعد أحد الأعمدة دائرة فإنها تماس جميع أضلاع الشكل.

(٨) أصحاب التعاليم = علماء العلوم، وفي هذا الموقع فتعني: علماء الهندسة.

(٩) في الأصل: فانشنا. [في مقالات أخرى، قال المؤلف: فألفنا فيه هذا القول].

(١٠) يرجى متابعة البرهان في الشكلين (١)، (٢) معاً.

فلتكن الدائرة التي تماس أضلاع الشكل دائرة ك د ى ع ف، وليكن مركزها ط. ونصل خطي ط م ه، ط ل ر [11]. ونُخرج عمود ط ك. فيكون ضرب عمود ط ك في نصف ه ر مساوياً لمساحة مثلث ط ه ر. وضرب ط ك في ل ك [12] هو نصف قطر الدائرة في نصف قوس م ل مساوٍ لمساحة قطاع ط م ك ل.

ومثلث ط ه ر أعظم من قطاع ط م ك ل [13]؛ فخط ه ر أعظم من قوس م ل. وكذلك نُبَيِّن أن كل ضلع من أضلاع الشكل أعظم من القوس التي يوترها الخطان الخارجان من نقطة ط إلى طرفي ذلك الضلع.

فمحيط شكل ح ء ه ر ح أعظم من محيط دائرة ك د ى ع ف. ومحيط شكل ح ء ه ر ح مساوٍ لمحيط دائرة أ ب؛ فمحيط دائرة أ ب أعظم من محيط دائرة ك د ى ع ف؛ فنصف قطر دائرة [١٧٩ب] أ ب أعظم من خط [ط] ك.

وضرب نصف قطر دائرة أ ب في نصف محيطها مساوٍ لمساحتها، وضرب خط ط ك في نصف محيط شكل ح ء ه ر ح [هو مساحة شكل ح ء ه ر ح؛ فمساحة دائرة أ ب أعظم من مساحة شكل ح ء ه ر ح].

وذلك ما أردنا أن نُبَيِّن.

[نظرية ـ ٢ ـ]: كل شكلين مستقيمي الخطوط متساويي الإحاطة، وكل واحد منهما متساوي الأضلاع والزوايا، ويكون أضلاع أحدهما أكثر عدداً من أضلاع الآخر؛ فإن مساحته أعظم من مساحة الآخر.

مثال ذلك [14]: شكلا أ ب ح ء ه، ى ح ط ك ل م كل واحد منهما متساوي الأضلاع والزوايا، وأضلاع شكل ى ح ط ك ل م أكثر عدداً من أضلاع

---

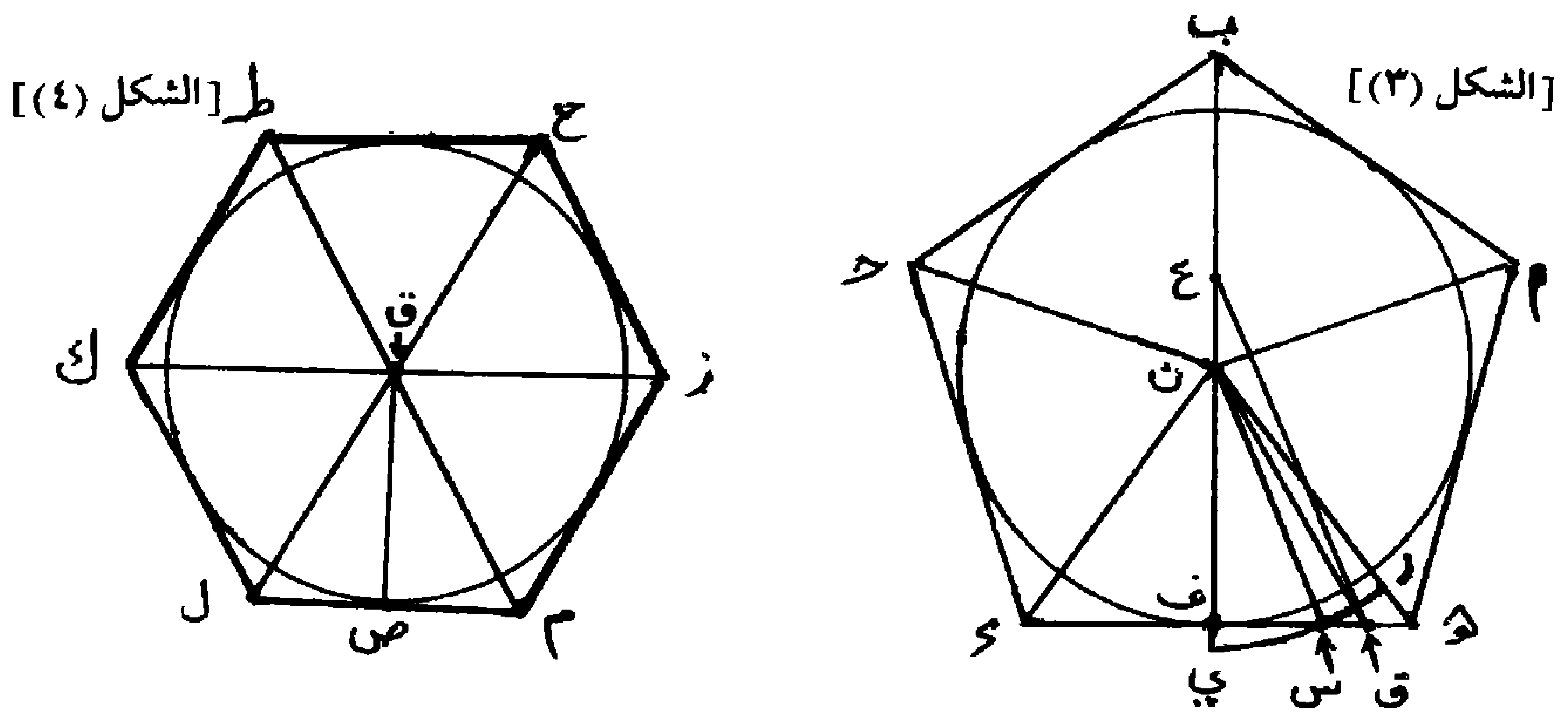
(١١) كان الإغريق والعرب يعتبرون الشكل (الرسم) جزءاً من البرهان، لذا فالنقطة م (وكذلك النقطة ل) التي أوردها المؤلف في البرهان تعتبر مُعَرَّفة لأنه كتبها في الشكل (الرسم). لكننا اليوم نؤثر أن نقول: نصل ط ه، ولتكن م هي نقطة تقاطع الخط ط ه بالدائرة ك د ى ع ف. وبذلك نكون قد عَرّفنا النقطة م في البرهان.

(١٢) في الأصل: وضرب ط ك و ر ي.

(١٣) في الأصل: ط م ط ل.

(١٤) يرجى متابعة البرهان في الشكلين (٣)، (٤) معاً.

شكل ا ب حـ ء هـ ، ومحيطاهما متساويان. أقول: إن شكل ز ح ط ك ل م أعظم مساحة من شكل ا ب حـ ء هـ .



فليكن مركـــز الدائرة المحيطة[١٥] بشكل ا ب حـ ء هـ نقطـــة د ، ومركز الدائـــرة المحيطـــة[١٥] بشكل ز ح ط ك ل م نقطة ن . ونخـرج خطـوط : د ا ، د ب ، د حـ ، د ء ، د هـ ، وخطوط : ن ز ، ن ح ، [ن ط]، ن ك ، ن ل ، ن م . ونخـــرج عمـــود د ف[١٦]. ونخرج عمود ن ص .

فإذا أخرجنا من نقطة د أعمدة على جميع أضلاع شكل ا ب حـ ء هـ ، حدثت مثلثات متساويات القواعد، كل واحد منها مساوٍ لمثلث هـ د ف[١٧]، ومساويـ[ـة] زاويته التي عند المركز بزاوية [هـ] د ف .

وكذلك، إذا أخرجنا من نقطة ن أعمدة على أضلاع شكل ز ح ط ك ل م ، حدثت مثلثات متساويات القواعد، كل واحد منها مساوٍ لمثلث م ن ص ، [وَ] مساوية زاويته التي عند المركز لزاوية م ن ص .

---

(١٥) يتضح هنا أن المؤلف يقصد: الدائرة الداخلية المحاطة بالشكل المنتظم.

(١٦) في الأصل: د ن . وهناك لَبْسٌ متكرر ـ عند الناسخ ـ بين الحرفين ف ، ن خلال البرهان كله، لذا سوف نصحح الخطأ ـ في تحقيقنا ـ دون التنبيه إلى ذلك في الحاشية، كي لا تصبح الحاشية طويلة جداً. وأيضاً ينطبق هذا الكلام على الحرفين د ، ز ، علماً بأن ز قد وردت في المخطوطة بدون النقطة .

(١٧) في الأصل : د ن .

وتكون عدّة[18] قواعد المثلثات التي في كل واحد من الشكلين بعدّة الزوايا التي عند مركزه. فتكون نسبة زاوية ه د ف إلى جميع الزوايا التي عند مركز د ، كنسبة خط ه ف إلى جميع محيط شكل أ ب ج د ه ، لأن الزوايا متساوية، وقواعد المثلثات متساوية، وعدّة الزوايا كعدّة القواعد، وجميع[19] القواعد هو محيط الشكل.

وكذلك، تكون نسبة [١٨٠أ] زاوية م ن ص إلى جميع الزوايا التي عند مركز ن كنسبة م ص إلى جميع محيط شكل ز ح ط ك ل م .

وبالعكس تكون نسبة جميع الزوايا التي عند مركز ن إلى زاوية م ن ص ، كنسبة جميع المحيط إلى ضلع م ص .

وجميع الزوايا التي عند نقطة د هي مساوية لجميع الزوايا التي عند نقطة ن ، لأن الجميع هي أربع زوايا قائمة.

ومحيط أ ب ج د ه مساوٍ لمحيط ز ح ط ك ل م ؛ فنسبةزاوية [ه] د ف إلى جميع الزوايا التي عند ن ، كنسبة خط ه ف إلى جميع محيـــط شكل ز ح ط ك ل م . ونسبـة جميـع الزوايا التي عند ن إلى زاوية م ن ص ، كنسبة محيـــط شكل ز ح ط ك ل م إلى خط م ص . ففي نسبة المساواة، تكون نسبة زاوية ه د ف[20] إلى زاويـــــة م ن ص[21] كنسبة خـط ه ف إلى خط م ص[22].

ولأن شكل ز ح ط ك ل م أكثر قواعد من شكل أ ب ج د ه ، تكون كل واحدة من الزوايا التي عند ن ـ التي هي رأس المثلثات ـ أصغر من كل واحدة من الزوايا التي عند د . لأنــه إذا أحاط بكل واحــــد من هذين الشكلين دائرة، كان الضلع الواحد من شكل

---

(١٨) عدّة = عدد.

(١٩) وجميع = ومجموع.

(٢٠) في الأصل: ه ر ف.

(٢١) في الأصل: م ف س .

(٢٢) شـــرح : (زاوية ه د ف) / (٤ قائمة) = (خـط ه ف) / (شكل ز ح ط ك ل م) ، (٤ قائمـة) / (زاوية م ن ص) = (شكل ز ح ط ك ل م) / (خط م ص)

وبضرب النسب نحصل على : (زاوية ه د ف) / (زاوية م ن ص) = (خط ه ف) / (خط م ص)

ن ح ط ك ل م يفصل من دائرة ق (٢٣) جزءاً أصغر نسبة إلى دائرته من نسبة الجزء الذي يقطعه ضلع شكل ا ب ح ء ه إلى دائرته.

فزاوية م ق ص أصغر من زاوية ه د ف(٢٠). فيُفصل من زاوية ه د ف [زاوية] ف د س (٢٤) مساوية لزاوية م ق ص.

فتكون نسبة زاوية ه د ف إلى زاوية [١٨٠ ب] ف د س كنسبة خط ه ف إلى خط م ص.

ونجعل د مركزاً، وندير ببعد خط د س قوس ر س ي (٢٥)؛ فتكون نسبة زاوية ه د ف إلى زاوية س د ف، كنسبة قطاع ر د ي (٢٦) إلى قطاع س د ي. وقد كانت نسبة زاوية ه د ف(٢٠) إلى زاوية س د ف كنسبة خط ه ف إلى م ص؛ فنسبة قطاع ر د ي (٢٧) إلى قطاع س د ي كنسبة خط ه ف إلى خط م ص.

ونسبة خط ه ف إلى ف س (٢٨) أعظم من نسبة قطاع ر د ي إلى قطاع س د ي، لأن هذه النسبة بين نسبة مثلث ه د ف إلى مثلث س د ف التي هي أعظم من نسبة قطاع ر د ي إلى قطاع س د ي (٢٩). فنسبة خط ه ف إلى خط ف س أعظم من نسبة خط ه ف إلى خط م ص. فخط س ف أصغر من خط م ص.

فَنَفْصِل ف ق (٣٠) مثل م ص. وَنُخرج ق ع (٣١) موازياً لخط د س؛ فتكون زاوية ف ع ق مساوية لزاوية م ق ص، لأن كل واحدة منها مساوية لزاوية س د ف.

---

(٢٣) في الأصل: ب ه.

(٢٤) س نقطة تقاطع ه ف مع د س. أي: س تنتمي إلى ه ف.

(٢٥) في الأصل: د س ي.

(٢٦) ر نقطة تقاطع القوس ر س ي مع الخط د ه.

(٢٧) في الأصل: ر ب ي.

(٢٨) في الأصل: ح س.

(٢٩) الفقرة «ونسبة... س د ي» صواب، وتستند إلى برهان أورده ابن الهيثم ضمن برهانه للنظرية (المقدمة) الأولى في مقالته «الاشكال الهلالية» وكتبنا نصاً لها في حاشية ذلك البرهان.

(٣٠) وردت النقطة ق كمركز في الشكل (٤)، وترد الآن ثانية في الشكل (٣). ويتضح لنا، من سياق الكلام، أي نقطة تعنينا من النقطتين.

(٣١) النقطة ع هي تقاطع ق ع مع امتداد ف د.

والزاويتان اللتان عند نقطتي ص ، ف قائمتان ؛ فالزاوية الباقية من مثلث ع ى ف مساوية لزاوية ى م ص . وضلع ى ف مساوي لضلع م ص ؛ فمثلث ع ى ف مساوٍ لمثلث ى م ص ؛ فخط ع ف مساوٍ لعمود ى ص . وع ف أعظم من عمود د ف ؛ فعمود ى ص أعظم من عمود د ف .

وضرب عمود ى ص في نصف محيط شكل ن ح ط ك ل م هو مساحة شكل ن ح ط ك ل م . وضرب[٣٢] عمود د ف في نصف محيط شكل ا ب ح د ه هو مساحة شكل ا ب ح د ه . ومحيط الشكلين متساويان، وعمود ى ص أعظم من عمود د ف؛ فمساحة شكل ن ح ط ك ل م أعظم من مساحة شكل ا ب ح د ه .

وذلك ما أردنا أن نُبيِّن .

وقد تَبَيَّنَ هذا المعنى على جهة أخرى : وذلك أنه إذا انتهى البرهان إلى أن خط س ف أصغر من خط م ص ، يَتَبَيَّنُ أن خط د ف[٣٣] أصغر من خط ى ص ، وذلك أن زاوية ف د س مساوية لزاوية ص ى م [١٨١ أ] ، وكل واحدة من الزاويتين اللتين عند نقطتي ف، ص قائمة؛ فالزاويتان[٣٤] الباقيتان متساويتان؛ فمثلث م ى ص شبيه بمثلث س د ف . وخط م ص أعظم من خط س ف؛ فعمود ى ص أعظم [من عمود] د ف ، ومحيط شكل ن ح ط ك ل م مساوٍ لمحيط شكل ا ب ح د ه ؛ [فمساحة] شكل ن ح ط ك ل م أعظم من مساحة شكل ا ب ح د ه .

وذلك ما أردنا أن نُبيِّن .

[فقد تبيَّن] مما بَيَّنَّاه : ان الدائرة أوسع الأشكال المتساوية[٣٥] الإحاطة، وان ما قَرُب من الأشكال المستقيمة الخطوط من الاستدارة أعظم مما بَعُد.

[نظرية ـ ٣ـ] : ونقول أيضاً : إن كل شكلين، كل واحد منهما متساوي الأضلاع والزوايا، يحيط بهما دائرة واحدة، وأضلاع أحدهما أكثر عدداً من أضلاع الآخر؛ فإن مساحة

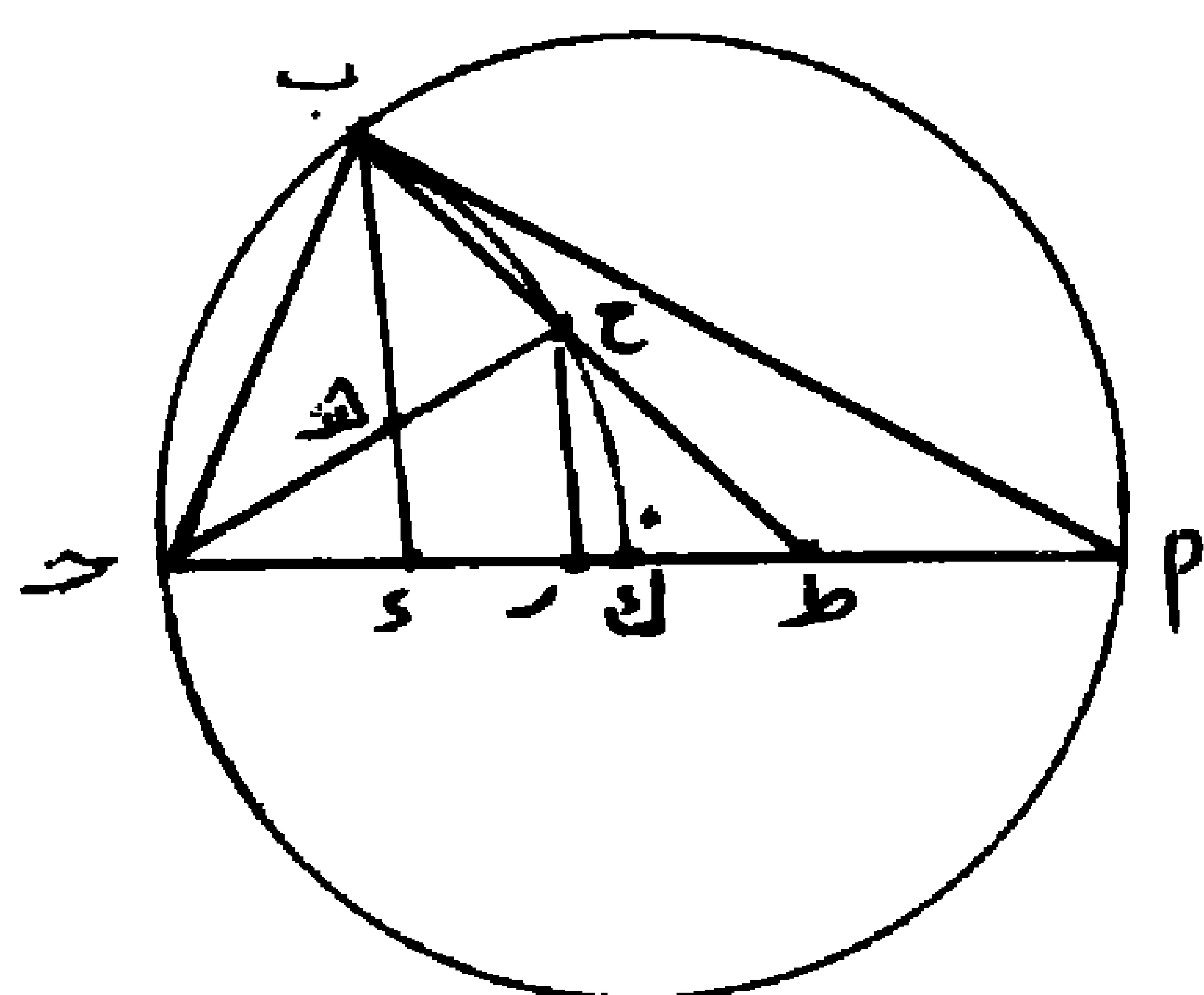
---

(٣٢) في الأصل : هو ضرب.
(٣٣) في الأصل : د ف ا ه .
(٣٤) في الأصل : فالزاوايا.
(٣٥) في الأصل : المتشابهة.

الشكل الذي هو أكثر أضلاعاً أعظم من مساحة الشكل الآخر، ومحيطه أعظم من محيطه.

[نـظريـة (مقدمة للنظرية ـ ٣ـ)]: ولنقدم لذلك مقدمة، وهي : إن كل قوسين مختلفين يكون مجموعهما ليس بأعظم من ثلثي دائرة؛ فإن نسبة القوس العظمى إلى القوس الصغرى أعظم من نسبة وتر القوس العظمى إلى وتر القوس الصغرى.

فليكن[٣٦] قوسان مختلفان، عليهمـا ا ب ، ب ح ، ومجموعهما وهو قوس ا ب ح ليست بأعظـم من ثلثي الدائرة، ووتراهمـا ا ب ، ب ح ؛ فأقول : إن نسبة قوس ا ب [العظمى] إلى قوس ب ح [الصغرى] أعظم من نسبة وتر ا ب إلى وتر ب ح .



[الشكل (٥)]

برهان ذلك: إنا نصل ا ح ، ونجعل زاوية ح ب ء [٣٧] مثل زاويـة ب ا ح التي هي أصغر من زاوية ا ب ح ، من أجل أن قوس ب ح أصغر من قوس ح ا ، لأن قـوس ب ح أصغر مـن ثلث[٣٨] الدائـرة، وقوس ح ا ليست بأصغر مـن ثلث[٣٩] الدائرة؛ فتكون زاوية ب ء ح مثل زاوية ا ب ح .

---

(٣٦) في كثير من الأحيان، وضع العرب عنواناً لمثل هذه الفقرة، هو: «مثاله» أو «مثال ذلك». ورأينا ابن الهيثم يقول «مثال ذلك» في النظريات السابقة من هذه المقالة. وهذه الفقرة هي عبارة عن إعادة كتابة نص النظرية باستعمال الرموز (الأحرف) الهندسية. ويمكن متابعة البرهان في الشكل (٥).

(٣٧) النقطة ء تقع على الخط ا ح .

(٣٨) في الأصل: ثلثي. [شرح: ب ح أصغر من ا ب ، فقوس ب ح أصغر من قـوس ا ب . وبالفـرض : قوس ب ح + قوس ا ب = قوس ا ب ح أصغـر من ثلثي الدائرة، إذن : قوس ب ح أصغـر من ثلث الدائرة] .

(٣٩) في الأصل: ثلثي. [شرح: قوس ا ب ح أصغر من ثلثي الدائرة بالفرض، إذن: القوس الباقية ح ا ليست بأصغر من ثلث الدائرة].

فيكون مثلثا ٲ ب ح ، ب ء ح متشابهين. فتكون نسبة ٲ ح إلى ح ب ، كنسبة ب ح إلى ح ء . وَ ٲ ح أعظم من ح ب ، فخط ب ح أعظم من خط ح ء .

فنجعل ح مركزاً، وندير ببعد ح ب قوساً من دائرة، فهي تقطع خط ٲ ح فيما بين نقطتي ٲ ، ء ، فلتقطعه على نقطة [١٨١ ب] ك .

ونجعل زاوية ء ح ه [٤٠] مثل زاوية ح ب ء [٤١]، التي هي مثل زاوية ب ٲ ح ، التي هي أصغر من زاوية ب ح ٲ . فتكون نقطة ه في حاصل قوس ب ك ، فنخرج ح ه إلى أن يلقى القوس، فليلقها على نقطة ع .

فتكون نسبة ع ح إلى ح ه ، التي هي كنسبة ب ء إلى ء ح ، وكنسبة ح ء إلى ء ه ، لأن مثلثي ب ح ء ، ء ح ه متشابهان .

ونخرج ع ر مواز لخط ب ء ، فتكون نسبة ع ر < إلى ه ب > إلى ه ء كنسبة ع ح إلى ح ه ، التي هي نسبة ب ح إلى ح ه ، التي هي نسبة ح ء إلى ء ه ؛ فخط ع ر مثل ء ح [٤٢].

وَ ب ء أعظم من ء ح لأن نسبته إليه كنسبة ٲ ب إلى ح ب ؛ فخط ب ء أعظم من خط ع ر ، وهما متوازيان.

ونصل ب ع ونخرجه على استقامة، فهو يلقى خط ٲ ح ، فليلقه على نقطة ط . فتكون نسبة ب ط إلى ط ع ، كنسبة ب ء إلى ع ر [٤٣]، التي هي نسبة ب ء إلى ء ح ، التي هي نسبة ٲ ب إلى ب ح .

ونسبة قطاع ح ب ع [٤٤] إلى قطاع ح ع ك أعظم من نسبة مثلث ح ب ع إلى مثلث ح ع ط [٤٥]؛ فنسبة قوس ب ع إلى قوس ع ك أعظم من نسبة خط ب ع إلى

(٤٠) النقطة ه تقع على الخط ب ء .

(٤١) في الاصل: ح ء ب .

(٤٢) في الأصل: ر ح .

(٤٣) في الأصل: ع ب .

(٤٤) في الأصل: ح ب ح .

(٤٥) شرح: مساحة قطاع ح ب ع أكبر من مساحة مثلث ح ب ع ، بينما مساحة قطاع ح ع ك أقل من مساحة مثلث ح ع ط ، وعليه فالخطوة المذكورة صواب.

خط ح ط [٤٦]؛ فنسبة زاوية ب حـ ح إلى زاويـة ح حـ ك أعظم من نسبـة خط ب ح إلى خـط ح ط .

وبالتركيب[٤٧]: تكون نسبة زاوية [١٨٢أ] ب حـ أ إلى زاويـة [ك]حـ ح ، المساوية لزاوية ب أ حـ ، أعظم من نسبة خط ب ط [٤٨] إلىخـط ط ح ، التي هي نسبة ب ء إلى ح ر ، التي هي نسبة ب ء إلى ء حـ ، التي هي نسبة خط أ ب إلى خط ب حـ .

ونسبة زاوية ب حـ أ إلى زاوية ب أ حـ هي نسبة قوس أ ب إلى قوس ب حـ ؛ فنسبة قوس أ ب إلى قوس ب حـ أعظم من نسبة [وتر أ ب إلى] وتر ب حـ .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وإذ قد تَبَيّن ذلك :

فلتكن[٤٩] دائـرة عليهـا أ ب حـ ، وفيها شكـــلان متساويا الأضلاع والزوايا، وأحدهمـــا أكثر أضلاعاً من الآخر، وليكونا أ ب حـ [ء]، ب هـ ر ح ط ؛ فأقول : إن مساحة شكل ب هـ ر ح ط أعظم من مساحة شكل أ ب حـ ء ، ومحيطه أعظم من محيطه.

برهان ذلك : إنه ليس يقع في الدائرة شكل متساوي الأضلاع أقل أضلاعاً من المثلث، وضلعـه يوتـر ثلث الـدائرة. وليس يقع فيها بعد المثلث من الأشكال المتساوية الأضلاع أقل أضلاعاً من المربع[٥٠]، وضلعه يوتر ربع الدائرة.

فليس في الدائرة الواحدة شكلان متساويا الأضلاع يكون ضلعان منهما يوتران من

---

(٤٦) في الأصل: ح ك .

(٤٧) أوردنا تعريف الكلمة «بالتركيب» في الفصل الذي يخص الأشكال الهلالية، وهي تعني هنا ما يلي:

$$\frac{\text{زاوية ب حـ ح}}{\text{زاوية ح حـ ك}} > \frac{\text{خط ب ح}}{\text{خط ح ط}}$$

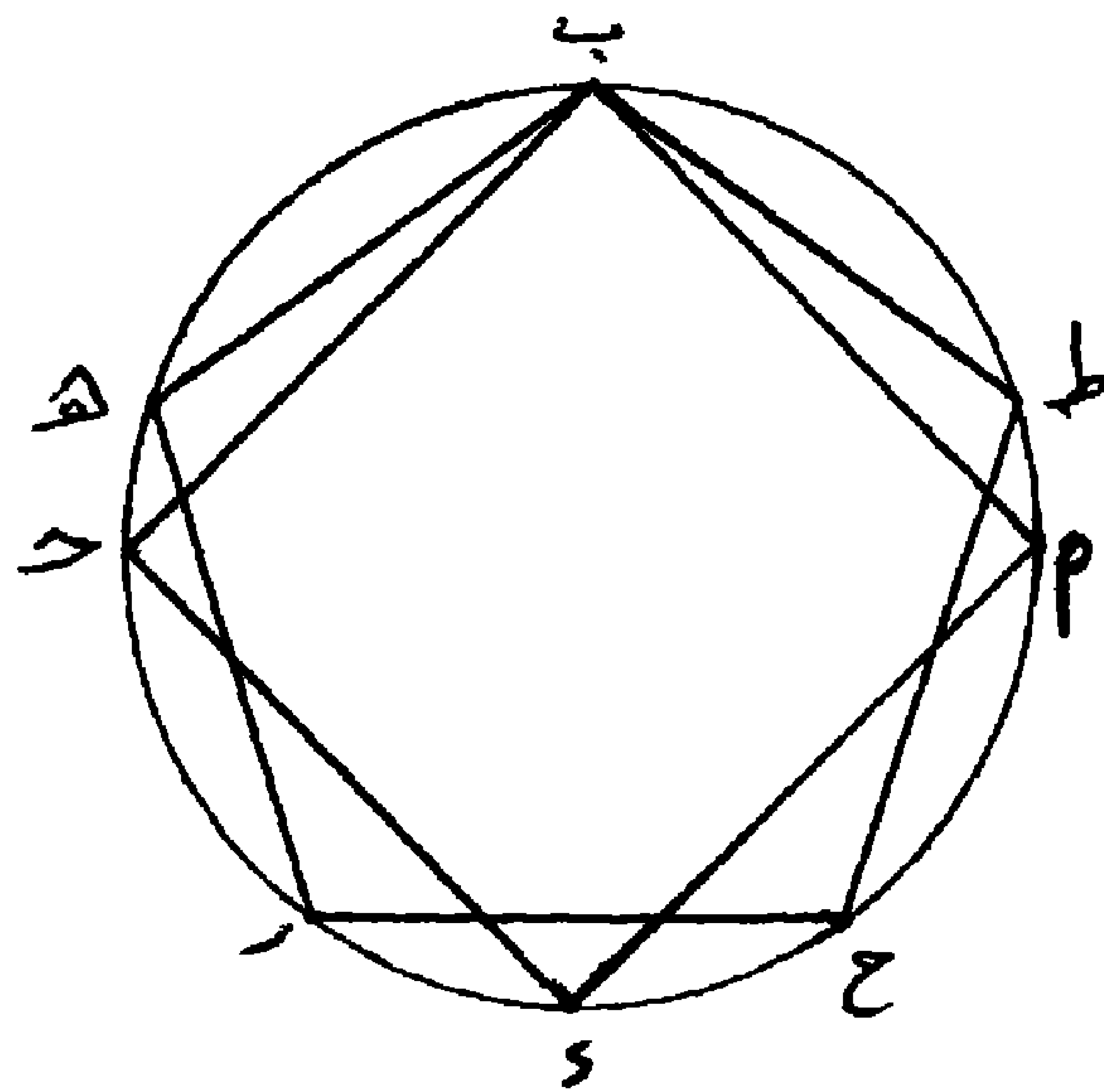
إذن :

$$\frac{\text{زاوية ب ح حـ + زاوية ح حـ ك}}{\text{زاوية ح حـ ك}} = \frac{\text{زاوية ب حـ أ}}{\text{زاوية ح حـ ك}} > \frac{\text{خط ب ح + خط ح ط}}{\text{خط ح ط}} = \frac{\text{خط ب ط}}{\text{خط ح ط}}$$

(٤٨) في الاصل: ب ء أ .

(٤٩) هذه الفقرة هي فقرة «مثاله» = «مثال ذلك» وتخص النظرية ـ ٣ ـ. ونتابع البرهان في الشكل (٦).

(٥٠) في الأصل: الربع.



[الشكل (٦)]

الدائرة أكثر من ثلثها وربعها، فكل شكلين متساويي الأضلاع يقعان في دائرة واحدة، فإن ضلعيهما يوتران من الدائرة قوساً أصغر من ثلثي الدائرة.

فقوسا ا ب ، ب هـ أصغر من ثلثي الدائرة. وقوس ا ب (٥١) أعظم من قوس ب هـ ؛ فنسبة قوس ا ب إلى قوس ب هـ أعظم من نسبة وتر ا ب إلى وتر ب هـ ؛ فنسبة قوس ا ب إلى قوس ب ط أعظم من نسبة وتر ا ب إلى وتر ب ط .

وقد بَيَّن بطلميوس هذه النسبة في المقالة الأولى من المجسطي بطريق غير هذا الطريق. وإنما استأنفنا تبيين هذه النسبة ليكون المعنى له [بَيِّناً، ولقد] قدمنا هذه المقدمة قبل قراءة كتاب المجسطي.

---

(٥١) في الأصل: ا ب هـ .

ونسبة[52] قوس أ ب إلى قوس ب ط مؤلفة من نسبة قوس أ ب [١٨٢ ب] إلى محيط الدائرة [التي هي] كنسبة ضلع أ ب إلى محيط شكل أ ب حـ ء ، لأن القسي والأضلاع متساوية العدد، و[من] نسبة محيط الدائرة إلى قوس ب ط [التي هي] كنسبة محيط شكل ب هـ ر ح ط إلى ضلع ب ط .

فنسبة قوس أ ب إلى قوس ب ط مؤلفة من نسبة ضلع أ ب إلى محيط شكل أ ب حـ ء ومن نسبة محيط شكل ب هـ ر ح ط إلى ضلع ب ط .

---

(٥٢) شرح : في الفقرات القليلة التالية، يقول المؤلف ما معناه :

$$\frac{\text{قوس أ ب}}{\text{قوس ب ط}} = \frac{\text{قوس أ ب}}{\text{محيط الدائرة}} \times \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{قوس ب ط}}$$

؛ وكذلك،

$$\frac{\text{قوس أ ب}}{\text{قوس ب ط}} < \frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{ضلع ب ط}}$$

ولكن :

$$\frac{\text{قوس أ ب}}{\text{محيط الدائرة}} = \frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}} \quad , \quad \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{قوس ب ط}} = \frac{\text{محيط شكل ب هـ ر ح ط}}{\text{ضلعه ب ط}} \quad ,$$

إذن :

$$\frac{\text{قوس أ ب}}{\text{قوس ب ط}} = \frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}} \times \frac{\text{محيط شكل ب هـ ر ح ط}}{\text{ضلع ب ط}} < \frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{ضلع ب ط}} \quad ,$$

ولكن :

$$\frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{ضلع ب ط}} = \frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}} \times \frac{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}}{\text{ضلع ب ط}}$$

إذن :

$$\frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}} \times \frac{\text{محيط شكل ب هـ ر ح ط}}{\text{ضلع ب ط}} < \frac{\text{ضلع أ ب}}{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}} \times \frac{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}}{\text{ضلع ب ط}} \quad ,$$

إذن :

$$\frac{\text{محيط شكل ب هـ ر ح ط}}{\text{ضلع ب ط}} < \frac{\text{محيط شكل أ ب حـ ء}}{\text{ضلع ب ط}}$$

وعليه فإن : محيط شكل ب هـ ر ح ط > محيط شكل أ ب حـ ء .

ونسبة قوس ا ب(٥٣) إلى قوس ب ط أعظم من نسبة ضلع ا ب إلى ضلع ب ط ؛ فالنسبة المؤلفة من نسبة [ضلع] ا ب إلى محيط شكل ا ب حـ ء وَمن نسبة محيط شكل ب هـ ر ح ط إلى ضلع ب ط أعظم من نسبة [ضلع] ا ب إلى [ضلع] ب ط .

ونسبة [ضلع] ا ب إلى [ضلع] ب ط مؤلفة من نسبة [ضلع] ا ب إلى محيط [شكل] ا ب حـ ء ومن نسبة محيط [شكل] ا ب حـ ء إلى [ضلع] ب ط .

فالنسبة المؤلفة من نسبة [ضلع] ا ب إلى محيط [شكل] ا ب حـ ء وَمن نسبة محيط [شكل] ب هـ ر ح ط إلى [ضلع] ب ط أعظم من النسبة المؤلفة من نسبة [ضلع] ا ب إلى محيط [شكل] ا ب حـ ء ومن نسبة محيط [شكل] ا ب حـ ء إلى [ضلع] ب ط .

فلنسقط نسبة [ضلع] ا ب إلى محيط [شكل] ا ب حـ ء المشتركة ؛ فتبقى نسبة محيط [شكل] ب هـ ر ح ط إلى [ضلع] ب ط أعظم من نسبة محيط [شكل] ا ب حـ ء إلى [ضلع] ب ط ؛ فمحيط [شكل] ب هـ ر ح ط أعظم من محيط[شكل] ا ب حـ ء .

والعمود الذي يخرج من مركز الدائرة إلى خط ب ط أعظم من العمود الذي يخرج من المركز إلى خط ا ب ، لأن ب ط أصغر من ا ب .

وضرب العمود الذي يخرج من المركز إلى [خط] ب ط في نصف محيط شكل ب هـ ر ح ط هو(٥٤) مساحة هذا الشكل. وضرب العمود الذي يخرج من المركز إلى خط ا ب في نصف محيط شكل ا ب حـ ء هو مساحة هذا الشكل.

فمساحة شكل ب هـ ر ح ط أعظم من مساحة [شكل] ا ب حـ ء ، ومحيط شكل ب هـ ر ح ط أعظم من(٥٥) محيط شكل ا ب حـ ء .

وذلك ما أردنا ان نُبيِّنَ [١٨٣أ] .

[نظرية ـ ٤ ـ]: ونقول أيضاً: إن كل كرة، يكون سطحها المحيط بها مساوياً لسطح شكل مجسم متساوي القواعد وقواعده متساوية الأضلاع ومتشابهة ؛ فإن مساحة(٥٦) الكرة

(٥٣) في الأصل: ب .

(٥٤) في الأصل: وهو.

(٥٥) في الأصل: منه.

(٥٦) كان العرب يقولون: مساحة الكرة ومساحة الإسطوانة ومساحة المجسم بمعنى: حجم الكرة وحجم الاسطوانة وحجم المجسم.

أعظم من مساحة المجسم المتساوي القواعد.

[مقدمات]: ولنقدم لذلك مقدمات، وهي: إنه قد بَيِّنَ أرشميدس الفاضل في كتابه «في الكرة والإسطوانة»:

— إن الكرة هي ثلثا الإسطوانة التي(٥٧) قاعدتها أعظم دائرة تقع في الكرة وارتفاعها قطر الكرة.

— وإن سطح الكرة هو أربعة أضعاف أعظم دائرة تقع في الكرة.

— ومساحة الإسطوانة هو ضرب ارتفاعها في قاعدتها.

فيلزم من ذلك:

— أن يكون ضرب قطر الكرة في ثلثي أعظم دائرة تقع في الكرة هو مساحة الكرة.

— وأن يكون ضرب نصف قطر الكرة في مثل(٥٨) وثلث أعظم دائرة تقع فيها هو مساحتها.

— ومثل(٥٩) وثلث أعظم دائرة تقع في الكرة هو ثلث جميع سطح الكرة، لأن سطح الكرة هو أربعة أضعاف أعظم دائرة تقع فيها.

— فيجب من جميع ذلك أن يكون مساحة الكرة هو ضرب نصف قطرها في ثلث سطحها.

فكل جسم يقع في الكرة، وتكون قواعده متساوية، ومتساوية الأضلاع، ويخرج من مركز الكرة سطوح إلى أضلاع أحد قواعده، وأنها تفصل من الكرة [١٨٣ ب] قطاعاً تكون نسبته إلى جميع الكرة، كنسبة السطح الكُرَي الذي هو قاعدة القطاع إلى جميع سطح الكرة، وكنسبة الزاوية المجسمة التي عند مركز الكرة ـ التي يحيط بها سطوح المخروط المستقيم الخطوط الذي قاعدته أحد قواعد المجسم ـ إلى ثمان زوايا قائمة مجسمة التي هي جميع الزوايا المجسمة التي عند مركز الكرة وعند كل نقطة في وسط كل مجسم:

---

(٥٧) في الأصل: إلى.

(٥٨) في الأصل: مثلث.

[شرح: مثل وثلث = (١ + $\frac{١}{٣}$). أي: نق × (١ + $\frac{١}{٣}$) نق^{٢} ط = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٣}ط = حجم الكرة].

(٥٩) في الأصل: وميل.

[شرح: (١ + $\frac{١}{٣}$). نق^{٢} ط = $\frac{٤}{٣}$ نق^{٢} ط = $\frac{١}{٣}$ (٤ نق^{٢} ط) = ثلث مساحة سطح الكرة].

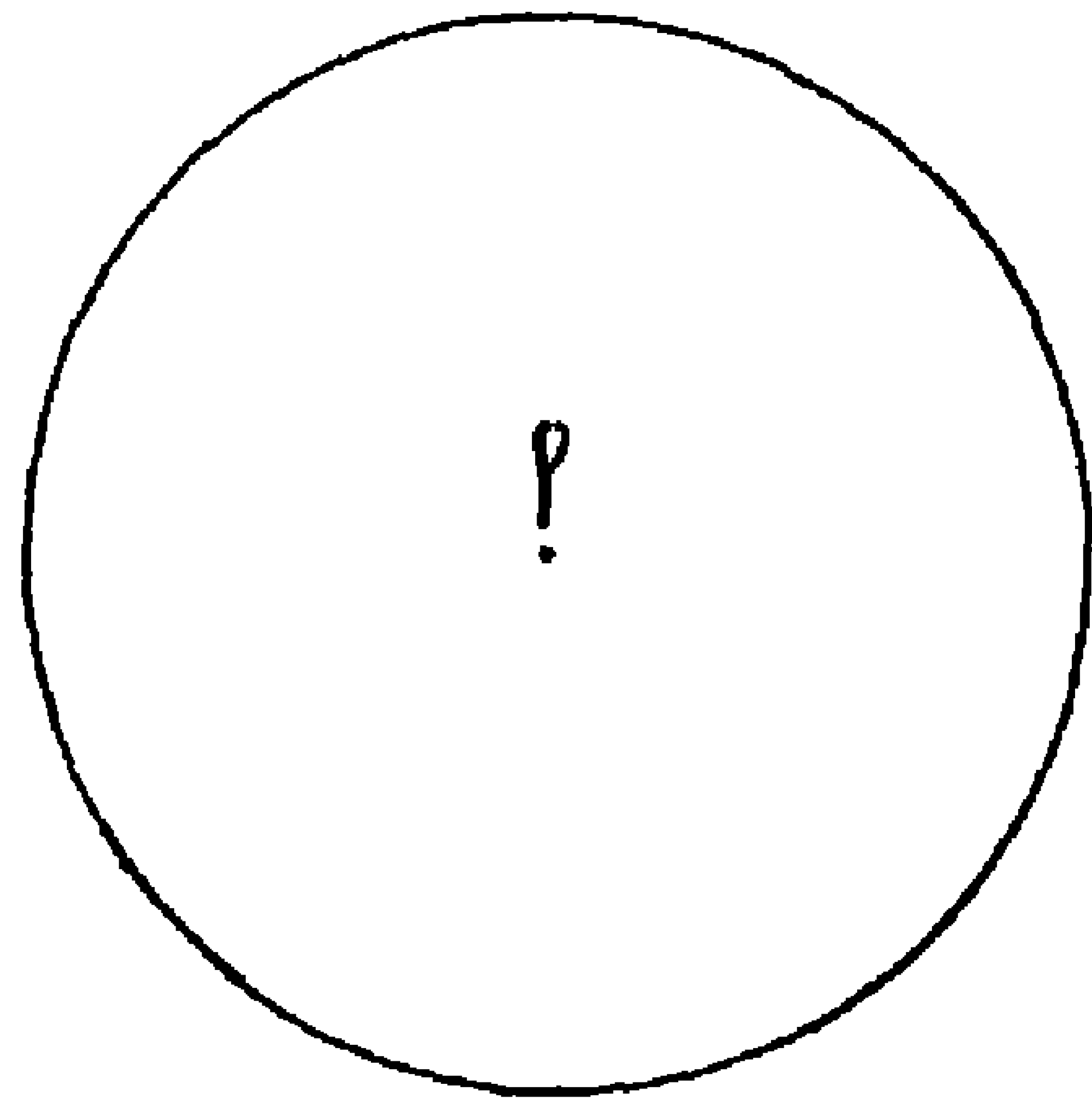
— لأن الكرة وسطح الكرة ينقسم بتلك السطوح بأقسام متساوية.

— وأما الزوايا، فلأن الكرة إذا خرج فيها دائرة عظيمة، وَأُخرج في الدائرة قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وَأُخرج من مركزها عمود على سطحها، وَأُبعد في الجهتين إلى سطح الكرة، وَأُخرج من طرفيه[٦٠] خطوطاً إلى أطراف القطرين، حَدَثَ في الكرة ثمان مخروطات متساويات، رؤوسها عند مركز الكرة، وزواياها التي عند رؤوسها متساوية، وكل واحدة من هذه الزوايا تسمى زاوية قائمة مجسمة، ومجموع هذه الزوايا هو مجموع زوايا كل مجسم يقع في الكرة وتكون الكرة محيطة به.

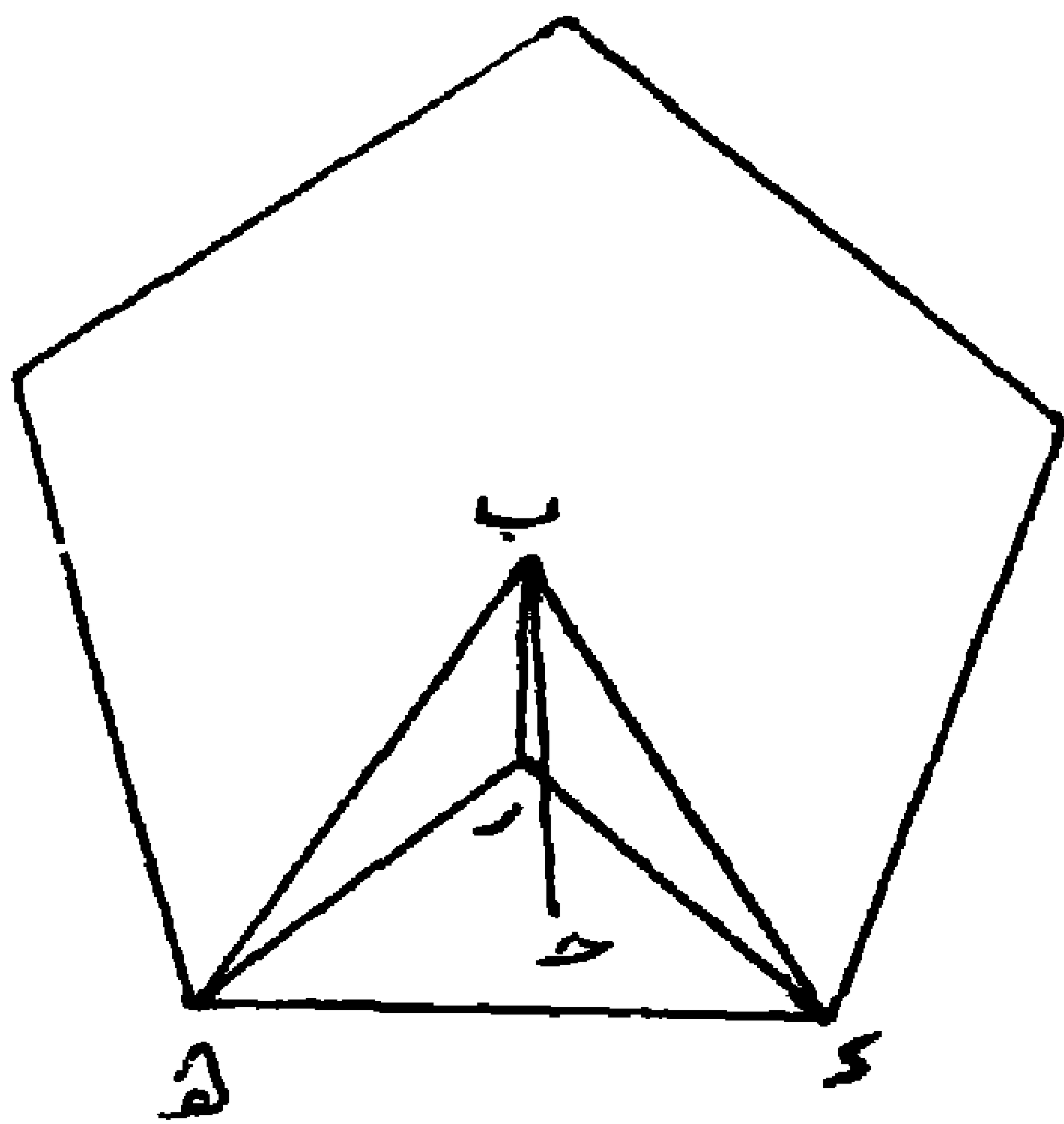
فيلزم من ذلك: أن يكون ضرب نصف قطر الكرة في ثلث السطح الكُرَي ـ الذي هو قاعدة القطاع الكُرَي ـ هو مساحة القطاع الكُرَي.

وإذ قد تَبَيّنَ ذلك:

ولتكن[٦١] كرة عليها أ. وليكن مجسم بح متساوي القواعد وقواعده متساوية الأضلاع، بأي شكل كان المجسم، وهو شكل كانت قواعده [متشابهة]، وليكن سطح هذا المجسم المحيط به مساوياً لسطح [الـ]كرة أ؛ فأقول: إن مساحة الكرة أعظم من مساحة المجسم.



[الشكل (٧)]



[الشكل (٨)]

(٦٠) طرفا العمود: نقطتا تقاطع هذا العمود مع سطح الكرة.

(٦١) هذه هي: فقرة مثالة = فقرة مثال ذلك. وتخص النظرية ـ ٤ ـ. ونتابع البرهان في الشكلين (٧)، (٨).

برهان ذلك : إن كل مجسم متساوي القواعد وقواعده [متشابهة] متساوية الأضلاع والزوايا، فإنه يحيط به كرة.

فليكن مركز الكرة ـ التي تحيط بمجسم بح ـ نقطة بح . وليكن أحد قواعد مجسم بح سطح ء ر ه . ونصل خطوط بح ء ، بح ر ، بح ه [62]، فتكون متساوية. وَنُخْـــرِجُ من نقطة بح عموداً على سطح ء ر ه ، وليكن بح ح [63]. فتكون نقطة ح في وسط [١٨٤ أ] شكل ء ر ه [64]، لأن نقطة ح هي مركز < الكرة > الدائرة المحيطـة بشكل ء ر ه التي تقع في الكرة المحيطة بمجسم بح .

وَيُتَوَهَّم[65] كرة نصف قطرها بح ح ، فهذه الكرة تمـــاس جميع قواعد شكل بح ، لأن الأعمدة التي تخـــرج من نقطة بح إلى جميع قواعد الشكل تكون متساوية، [ذلك] لأن شكل بح يحيـــط به كرة ، < بقواعد الشكل يكون متساويـــة لأن شكل بح يحيط به كرة > [66] فقواعده[67] المتساويـــة يحيط بها دوائر متساوية تقطـــع[68] الكرة؛ فالخطـــوط التي تخرج من مركز الكرة إلى مراكز تلك الدوائر متساوية وهي أعمدة على سطوحها.

ومخـروط بح ء ه ر تفصل سطوحه، من هذه الكرة[69]، جزءاً هو في داخل هذا المخروط. فمخروط [بح] ء ه ر أعظم من القطاع الكُرَي الذي في داخله [و] الذي هو جزء من الكرة[69] < كجزء المخروط من جميع الشكل المجسم الكبير القواعد> [70].

وضرب بح ح في ثلث سطح ء ه ر هو مساحة المخروط. وضرب بح ح في ثلث السطح الكُرَي ـ الذي هو قاعدة القطاع الكُرَي الذي في داخل المخروط المستقيم الخطوط ـ هو مساحة القطاع [الكري]، لأن نسبة سطح القطاع [الكري] إلى جميع سطح الكرة كنسبة القطاع [الكري] إلى جميع الكرة، فنسبة ضرب نصف قطر الكرة في ثلث قاعدة

(٦٢) في الأصل : ونصل خطوط بح ء ، بح ه ، بح ء . [يلاحظ: بح ء = بح ر = بح ه = نصف قطر الكرة].

(٦٣) ح هي نقطة تقاطع (لقاء) العمود مع قاعدة المجسم ء ر ه .

(٦٤) في الأصل : ء بح ه . [أما : «شكل بح ر ه » فتعني : قاعدة ء ر ه].

(٦٥) في الغالب، كتب ابن الهيثم : «وَ نَتَوَهَّم».

(٦٦) نذكر القارىء أننا ـ كالعادة ـ نقترح حذف ما نحصره بين زاويتين < ... > .

(٦٧) في الأصل: بقواعده.

(٦٨) محيطات هذه الدوائر تقطع (أو: تقع على) سطح الكرة الخارجية المحيطة بالمجسم بح .

(٦٩) يقصد: الكرة الداخلية التي تمس قواعد المجسم الكبير من الداخل.

القطاع الكري إلى ضرب نصف قطر الكرة في ثلث جميع سطح الكرة، كنسبة القطاع الكري إلى جميع الكرة.

وضرب نصف قطر الكرة في ثلث جميع سطح الكرة هو مساحة الكرة؛ فضرب نصف قطر الكرة في ثلث قاعدة القطاع الكري هو مساحة القطاع الكري.

فضرب خط ب ح في ثلث سطح ء ه ر أعظم من ضرب ب ح في ثلث [١٨٤ ب] قاعدة القطاع الكري؛ فسطح ء ه ر أعظم من السطح الكري الذي هو قاعدة القطاع [الكري].

وكذلك، كل قاعدة من قواعد الشكل المجسم، هي أعظم من السطح الكري الذي [في داخل] سطوح المخروط التي تخرج من مركز الكرة إلى أضلاع تلك القاعدة.

فَتَبَيَّنَ من ذلك، أن السطح المحيط بجميع مجسم ب أعظم من سطح الكرة التي في داخل هذا المجسم، التي نصف قطرها خط ب ح .

والسطح المحيط بمجسم ب هو مساوٍ لسطح كرة ا ؛ فسطح كرة ا أعظم من سطح [الـ]كرة التي نصف قطرها خط ب ح ؛ فنصف قطر كرة ا أعظم من خط ب ح .

وضرب خط ب ح في ثلث السطح المحيط بمجسم ب هو [مساحة] مجسم ب . وثلث سطح كرة[71] ا هو مساوٍ لثلث [الـ]سطح المحيط بمجسم ب . ونصف قطر كرة ا أعظم من خط ب ح ؛ فمساحة كرة ا أعظم من مساحة مجسم ب .

وذلك ما أردنا أن نُبَيِّنَ .

[نظرية - ١١ -]: ونقول أيضاً: إن كل مجسمين، يكون كل واحد منها متساوي القواعد، وقواعده متساوية الأضلاع ومتشابهة، وقواعد أحدهما شبيهه بقواعد الآخر، وقواعد أحدهما أكثر عدداً من قواعد الآخر - وذلك يكون في المجسمات التي < و > قواعدها مثلثات متساويات الأضلاع - إذا كان السطح المحيط بأحدهما مساوياً للسطح

(٧٠) لا يوجد ضرورة للجملة المحصورة بين الزاويتين. ولعل المؤلف أراد أن يقول: «والمخروط هو جزء من جميع الشكل المجسم الكبير». وفي الغالب فهناك خطأ من الناسخ.

(٧١) في الأصل: لحو.

المحيط بالآخر، أعني أن مجموع قواعد أحدهما مساوٍ لمجموع[٧٢] قواعد الآخر؛ فإن مساحة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً أعظم من مساحة المجسم الآخر.

[نظرية ـ ١٢ ـ]: ونقول أيضاً: إن كل مجسمين، يكون كل واحد منهما متساوي القـواعـد، وقواعده متساوية الأضلاع ومتشابهة، وقواعد أحدهما شبيهة بقواعد الآخر، وقواعد أحدهما أكثر عدداً من قواعد الآخر، إذا أحاط بهما كرة واحدة؛ فإن السطح المحيط بالمجسم، الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من السطح المحيط بالمجسم الآخر، ومساحة المجسم الذي [١٨٥أ] قواعده أكثر عدداً أعظم من مساحة المجسم الآخر.

ولنقدم لذلك **مقدمات**، وهي:

[نظرية (مقدمة) ـ ٥ ـ]: كل مخروطين[٧٣]، مستقيمي الخطوط، يقعان في كرة، ويكون رأساهما مركز الكرة؛ فإن نسبة زاوية المخروط إلى زاوية المخروط [الآخر]، كنسبة القطعة من سطح الكرة التي توتر زاوية المخروط إلى القطعة من سطح الكرة التي توتر زاوية المخروط الآخر، وكنسبة القطاع الكري الذي قاعدته القطعة من سطح الكرة إلى القطاع الكري الذي قاعدته[٧٤] القطعة الأخر[ى].

برهان ذلك: إنا إذا أخذنا لكل واحد من المخروطين أضعافاً متساوية كم كانت، فَصَلَت أضعاف المخروطات من الكرة قطاعات متساوية، وزواياها متساوية، وسطوحها كُرَيَّة متساوية.

فإن كانت القطعة من الكرة التي فَصَلَها جميع أضعاف أحد المخروطين أعظم من القطعة من الكرة التي فَصَلَها أضعاف المخروط الآخر، فإنّ الزاوية التي هي أضعاف زاوية المخروط أعظم من الزاوية التي هي أضعاف زاوية المخروط الآخر < والقطعة من سطح الكرة التي يوترها الزاوية الصغرى > .

وإن كانت القطعة من الكرة التي فَصَلَها أضعاف أحد المخروطين أصغر من القطعة من الكرة التي فَصَلَها أضعاف المخروط الآخر، فإن زاوية القطعة أصغر من زاوية القطعة

---

(٧٢) في الأصل: متساو بمجموع.

(٧٣) في الأصل: محصر وطين.

(٧٤) في الأصل: قاعدة.

[الأخرى]، والسطح الكري الذي [75] يوتر الزاوية الصغرى أصغر من السطح الكري[76] الذي يوتر الزاوية العظمى.

وإن كانت القطعة مساوية للقطعة، فإن الزاوية مساوية للزاوية، والسطح مساوٍ للسطح.

[فإذا كانت] الزاوية[77] التي هي أضعاف زاوية المخروط [أعظم من الزاوية التي هي أضعاف زاوية المخروط] الآخر، فإن السطح الكري أعظم من السطح الكري [الآخر]، والقطاع الذي هو القطعة من الكرة أعظم من القطاع الآخر الذي هو القطعة من الكرة

وإذا كانت الزاوية التي هي الأضعاف أصغر من الزاوية التي هي الأضعاف، فإن السطح الكري أصغر من السطح الكري، والقطاع أصغر من القطاع.

وإذا كانت [١٨٥ب] الزاوية التي هي الأضعاف مساوية للزاوية التي هي الأضعاف، فإن السطح الكري مساو للسطح الكري، والقطاع للقطاع.

وإن لم يمكن أن يوجد الأضعاف من كرة واحدة، أُحدث الأضعاف من كرتين أو أكثر، وتمام البرهان على ما تقدم لأن الأُكر تكون متساوية.

فنسبة زاوية أحد المخروطين إلى زاوية المخروط الآخر، كنسبة السطح الكري الذي يوتر تلك الزاوية إلى السطح الكري الذي يوتر الزاوية الأخرى، وكنسبة القطاع إلى القطاع.

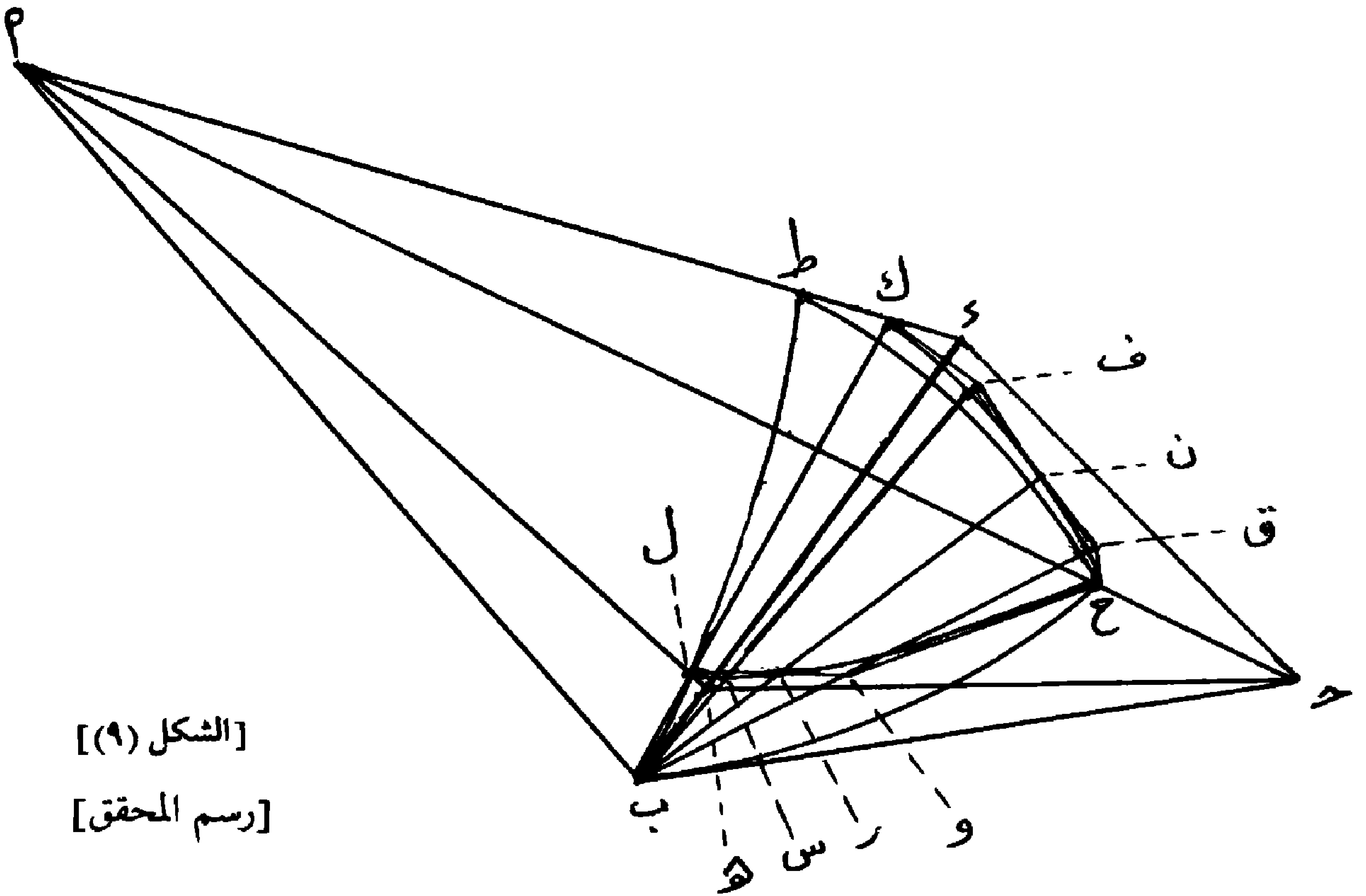
وذلك ما أردنا أن نبين.

[نظرية (مقدمة) -٦-]: كل مخروط مستقيم الخطوط، قاعدته مثلث، يكون أحد أضلاعه الذي يخرج من رأسه إلى إحدى زوايا قاعدته يحيط مع كل واحد من ضلعي الزاوية التي خرج إليها بزاوية ليست بأصغر من قائمة. إذا خرج من رأسه خط إلى أحد ضلعي القاعدة اللذين تقدم ذكرهما فقطع ذلك الضلع، ثم خرج - من طرف ذلك الخط - خط إلى طرف الضلع الآخر، فَفَصَلَ مثلثاً هو بعضها، وَفَصَلَ من المخروط مخروطاً هو بعضه،

(٧٥) في الأصل: التي.

(٧٦) في الأصل: الكبيري.

(٧٧) في الأصل: فالزاوية.



[الشكل (٩)]

[رسم المحقق]

وكانت إحدى زاويتي المثلث < الحادة> اللتين عند القاعدة ليست بأصغر من قائمة ؛ فإن نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر، أعظم من نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر.

مثال ذلك[٧٨] : مخروط ا ب ج د ، رأسه نقطة ا ، وقاعدته مثلث ج ب د ، وضلع ا ب يحيط مع كل واحد من ضلعي ب ج ، ب د بزاوية ليست بأصغر من قائمة، وَخَرَجَ من رأسه خط ا هـ ، وَوُصِلَ هـ ج ؛فَحَدَثَ مخروط ا ب هـ ج ، وكانت إحدى زاويتي ا هـ ج ، ا ج هـ ليست بأصغر من قائمة. فأقول: إن نسبة مثلث د ب ج إلى مثلث هـ ب ج أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ب ج د التي عند نقطة ا إلى زاوية مخروط ا ب هـ ج التي عند نقطة ا .

برهان ذلك : إنا نجعل ا مركزاً ، وندير ببعد ا ب قطعة من كرة، فهي تُحدِث في كل سطح من سطوح المخروط قوساً من دائرة . فلتكن القوس التي تحدث في سطح ا ب ج قوس ب ح [٧٩]، والقوس [١٨٦ أ] التي تحدث في سطح ا ب د قوس

(٧٨) نتابع البرهان في الشكلين (٩)، (١٠). علماً بأن نهاية برهان النظرية (المقدمة) ـ ٦ ـ يأتي بعد الانتهاء من نهاية برهان نظرية [مقدمة للمقدمة ـ ٦ ـ] طويلة معقدة.

(٧٩) في الأصل: ب ج .

ب ل ط ، والقـوس التي تحـدث في سطح ا ح ء قـوس ج ط ، والقـوس [التي] تحدث في سطح ا ح ه قوس ج ر ل .

وَنَصِـل خـط ب ل ، وَنُخْرِجُهُ على استقامة، فهو يلقى خـط ا ء ، لأن زاويـة ب ا ء حـادّة . وزاويـة ا ب ل حـادّة ، لأن ا ب مثل ا ل . فليلقـه على نقطـة ك ؛ فنقطة ك في سطح مثلث ا ح ء وتحت نقطة ط .

وكل خط يخرج من نقطة ب إلى نقطـة من قوس ج ر ل ، إذا خرج على استقامـة، لقي سطح ا ح ء ، لأن السطح الذي فيه ذلك الخط وخـط ا ب ، يقطـع سطح ا ح ه ويحدث فيه خط يحيط مع خط ا ب بزاوية حادّة.

فَيُتَوَهَّم مخروطاً رأسه نقطة ب ، وقاعدته قطـاع ا ج ر ل ، وَيُتَوَهَّم ممتـداً في جهة قاعدته، فهو يقطع سطح ا ح ء ، ويحدث فيه خطاً < ن > منحنياً طرفـاه نقطتـا(٨٠) ج ، ك . فليكن ذلك خط [أي : منحنى] ج د ك (٨١)، وهذا الخط خـارج عن السطح الكُرَي، لأن كل خط يخرج من نقطة ب إلى نقطة من قوس ل ر ج ، إذا امتد على استقامة، كان خارجاً عن السطح الكري.

فمن أجل ذلك، يكون القطـاع الكري ، الذي رأسه نقطة ا ، وقاعدتـه السطح الكري الذي يحدده قسي ج ط ، ج ل ، ل ط في داخل سطح مخـروط ا ج ر ل ك (٨٢) ، ويكون مخـروط ا ج ر ل ب (٨٣) في داخل القطـاع الكري الذي رأسه نقطة ا ، وقاعدتـه السطح الكري [الذي] يحدده(٨٤) قسي ب ج ، ب ل (٨٥) ، ل ج .

---

(٨٠) في الأصل: بقطبا. [الكلمة منقوطة].

(٨١) في الأصل: ج و ك .

(٨٢) في الأصل: ا ج ر ك ل . [وبالنسبة لحدود المخروط ا ج ر ل ك ؛ فـإن : ا ج ، ا ل ، ا ك ، ل ك خطوط مستقيمة. ج ك منحنى. ج ر ل قوس دائري على السطح الكري. والمخروط ا ج ر ل ك يقع «تحت» القطاع ا ج ر ل ط ، أي: القطاع جزء من «(في داخل)» المخروط].

(٨٣) في الأصـل: ا ج ء ل ب . [وبالنسبة للحـرف «ء» فهنـاك تصحيح في الهامش : ن ، ذ ، وفي الحالتين فالتصحيح خطأ. وبالنسبة لحدود المخروط ا ج ر ل ب فإن: ا ب ، ب ل ، ا ج خطـوط مستقيمة : ج ر ل ، ب ج قوسان على السطح الكري. والمخروط ا ج ر ل ب هو جزء من «(في داخل)» القطـاع الكري ا ج ر ل ب . ويلاحظ أن المخروط والقطاع الكري معرفان بالأحرف الهندسية نفسها.

(٨٤) في الأصل: يحوزه. [الكلمة هنا منقوطة، ووردت قبل قليل، دون تنقيط، وافترضنا أنها «يحدده»].

فتكون نسبة المخروط إلى المخروط أعظم من نسبة القطاع الكري[86] إلى القطاع الكري.

وبالتركيب[87]: تكون نسبة مخروط ح ا ك ب[88] المستدير - الذي رأسه نقطة ب وقاعدته ا ح د ك - إلى مخروط ا ح ر ل ب المستدير - الذي رأسه نقطة ب وقاعدته

قطاع [دائري] ا ح ر ل، أعظم من نسبة القطاع الكري الذي رأسه نقطة ا وزاويته زاوية مخروط ا ب حـ ء التي عند نقطة ا إلى القطاع الكري الذي رأسه نقطة ا وزاويته زاوية مخروط ا ب حـ ه التي عند نقطة ا.

[نظرية (مقدمة للمقدمة - ٦ -)][89]: **وأقول** [١٨٦ ب]: إن نسبة مثلث ا ه حـ إلى قطاع ا ل ر ح ليست بأعظم من نسبة مثلث ا ء حـ إلى قطاع ا ك د ح[90]، ولا يمكن [غير] ذلك، فإن أمكن:

فلتكن نسبة مثلث ا ه حـ إلى قطاع ا ل ر ح أعظم من نسبة مثلث ا ء حـ إلى قطاع ا ك د ح[90].

فتكون [نسبة] مثلث ا ء حـ إلى قطاع ا ك د ح[90] كنسبة مثلث ا ه حـ إلى سطح هو أعظم من قطاع ا ل ر ح. فليكن ذلك السطح، سطح لا. ولتكن زيادة سطح لا على قطاع ا ل ر ح، سطح ي.

فقد يمكننا أن نعمل على قوس ل ر ح شكلاً مستقيم الخطوط، مماسة أضلاعه لقوس ل ر ح، يكون السطح الذي هو زيادة على قطاع ا ل ر ح، أصغر من سطح ي.

فليكن ذلك الشكل: الشكل الذي أضلاعه خطوط ل س، س و، و ح. ولتكن مماسة، هذه الخطوط، لقوس ل ر ح على نقط ل، ر، ح.

(٨٥) في الأصل: رل. (٨٦) في الأصل: الكبرى.

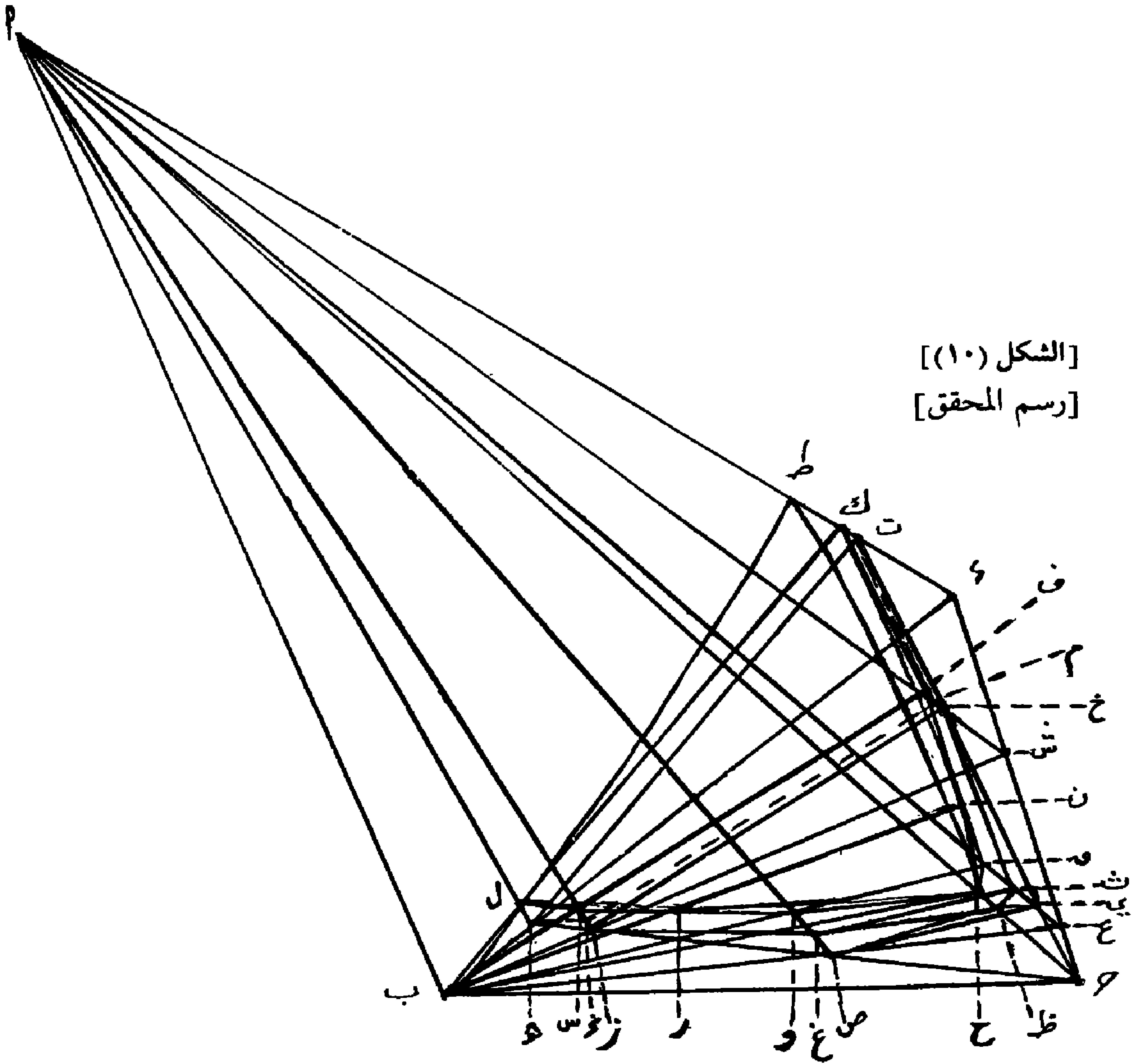
(٨٧) شرح:

$$\frac{\text{مخروط (١)}}{\text{مخروط (٢)}} > \frac{\text{قطاع (١)}}{\text{قطاع (٢)}} \text{ ، اذن: } \frac{\text{مخروط (١) + مخروط (٢)}}{\text{مخروط (٢)}} > \frac{\text{قطاع (١) + قطاع (٢)}}{\text{قطاع (٢)}}$$

(٨٨) في الأصل: ح د ك ب.

(٨٩) نتابع البرهان في الشكل (١٠). لقد رسمنا الشكلين (٩، ١٠) بالاستناد إلى تحقيقنا لنص المخطوطة. ويبدو أن الناسخ كان يريد أن يرسم شكلاً يخص النظرية (المقدمة -٦-) ومقدمتها هذه في الصفحة ١٨٨أ، ولكنه - بسبب صعوبة الرسم - آثر ان يترك الصفحة المذكورة فارغة (بياض).

(٩٠) في الأصل: ا ك ر ح.



[الشكل (١٠)]
[رسم المحقق]

فالخط الذي يخرج من نقطة ب إلى نقطة ر ، إذا امتد على استقامة، فهو ينتهي إلى خط ح د ك المنحني، فلينته إلى نقطة د . ونصل خطوط ب ح ، ب و ، ب س .

فيحدث مخروط رأسه نقطة ب ، وقاعدتـه شكل م ل س و ح المضلع . فإذا امتـدت سطوح مخروط ب م ل س و ح فإنها تلقى سطــح م ح ء ، ويحدث فيه خطوطاً مماسة لخــط ح د ك [91] [المنحني] على نقط ح ، د ، ك ، لأن سطوح المخــروط المضلع ليس [كذا]

(٩١) في الأصل: ر ح ك .

تلقى سطوح المخروط المستدير إلّا على خطـــوط ب ل ، ب س ، ب و (٩٢) ، ب ح . فقواعد هذا المخروط، التي في سطح أ ح ء ، ليس تلقى خط ح د ك [المنحني] إلّا على نقط [ح ، د ، ك] فقط. فلتكن تلك القواعد : ح ى ، ى د ، د ف، ف ك . فتكون نقط التماس، نقط ح ، د ، ك . فتكون نقطتا ق، ف خارجتين عن المخروط المستدير.

ونصل خط أ س ، ونبعده على استقامـــة، فهو يلقى خط ه ح ، فليلقه على نقطـــة ر (٩٣). ونصل خط أ و (٩٤)، ونبعده على استقامة، فهو يلقى خط ه ح ، فليلقه على نقطة ص . ونصل أ ف، ونبعده على استقامـــة، فهو يلقى خط ء ح ، فليلقه [١٨٧ أ] على نقطة ش(٩٥). ونصل أ ى ، ونبعده على استقامة، فهو يلقى خط ء ح ، فليلقـه على نقطة ع .

فلأن خط ب س ف يقطع خطوط أ ف، أ س ، أ ب ، تكون هـــذه الخطـوط في سطح واحد. فنقط(٩٦) ب ، ر ، ش في سطح هـــذه الخطوط، وهي في سطـــح مثلث ح ب ء ، فنقـــط ب ، ر ، ش على خط مستقيم، فنصل ذلك الخـط، وليكن [خط] ب ر ش. وكذلك نُبَيِّن أن خط ب ص ع [خط] مستقيم.

— ولتكن زاوية أ ه ح ، أولاً، قائمة :

فيكون خـــط ه ح موازياً لخـــط ل س . ونخرج من نقطـة ر خطـــاً موازياً لخط ب س ف، فهو يقطع خط أ ش فيما بين نقطتي ف، ش، لأنه يكون في داخل مثلث ب

---

(٩٢) في الأصل: ب ى .

(٩٣) لا يوجد نقطة على حرف الزاي «ز»، وقد كتب هذا الحرف في معظم المقالة دون نقطة مما أدى إلى لَبْس متكرر بين الحرفين ر ، ر . ومشكلة التمييز بين الأحرف الهندسية الخاطئة غير المتشابهة مشكلة، في الغالب صعبة، وهي مشكلة المحقق. أما التمييز بين الأحرف الهندسية الخاطئة المتشابهة فهو أمر سهل. ونحن لا نرى ضرورة للتنبيه إلى الأخطاء الهندسية المتشابهة، بسبب كثرتها، ولكي لا تصبح الحاشية أكبر من المتن. وسواء كان الأصل ر أو ر فسوف نكتب الصواب دون التنبيه ـ ثانية ـ إلى الأصل في الحواشي.

(٩٤) في الأصل: أ ف.

(٩٥) لا يوجد نقط فوق حرف الشين «ش»، فهناك لَبْسٌ متكرر بين حرفي س ، ش . وسواء كان الأصل س أو ش فسوف نكتب الصواب دون التنبية ثانية إلى الأصل في الحواشي .

(٩٦) في الأصل: فيبعد. [الكلمة منقوطة].

ف ش، فليقطعه على نقطة خ[٩٧].

ونخرج من نقطة ه خطاً موازياً لخط ب ل ك ، فهو يقطع خط ا د فيما بين نقطتي ك ، د ، فليقطعه على نقطة ت[٩٨]. ونصل خ ت. فلأن ه ت[٩٩] موازٍ لخط ل ك ، تكون نسبة ه ا إلى ا ل كنسبة ا ت إلى ا ك . ولأن ه ن موازٍ لخط ل س ، تكون نسبة ه ا إلى ا ل كنسبة ن ا إلى ا س . ولأن ن خ موازٍ لـ[خـط] س ف ، تكون نسبة ن ا إلى ا س كنسبة خ ا إلى ا ف.

فنسبة خ ا إلى ا ف كنسبة ت ا إلى ا ك ، فخط خ ت موازٍ لخط ف ك ؛ فنسبة مثلث ا خ ت إلى مثلث [ا] ف ك كنسبة مثلث ا ن ه [١٠٠] إلى مثلث ا س ل ، لأن نسبة ت ا إلى ا ك مثناة[١٠١] هي كنسبة ه ا إلى ا ل مثناة.

فنسبة مثلث ا ش د إلى مثلث ا ف ك [١٠٢] أعظم من نسبة مثلث ا ن ه إلى مثلث ا س ل [١٠٣].

---

(٩٧) لا يوجد نقطة فوق حرف الخاء «خ»، فهناك لَبْسٌ متكرر بين الأحرف ح ، خ، ج . وسواء كان الأصل ح أو خ أو ج فسوف نكتب الصواب دون التنبيه ثانية إلى الأصل في الحواشي .

(٩٨) في الأصل : ث.

(٩٩) في الأصل : ه ب [هناك لَبْسٌ متكرر بين الأحرف ب ، ت، ث. أحياناً يكتب الناسخ دون نقط، وأحياناً يكتب «ب» وهو يقصد «ت» أو «ث» وهكذا. وهذه مشكلة اتعبت المحقق، غير أنها مشكلته. وسواء كان الأصل «ب» أو «ت» أو «ث»، فسوف نكتب الصواب دون التنبية ثانية إلى الأصل في الحواشي].

(١٠٠) الحرف الثالث «ه» مطموس، وكتبنا ما نعتقد بأنه الصواب.

(١٠١) النسبة $\frac{\text{ات}}{\text{اك}}$ مثناه تعني $\left(\frac{\text{ات}}{\text{اك}}\right)^{2}$. ونعلم أن: $\frac{\text{اخ}}{\text{اف}} = \frac{\text{ات}}{\text{اك}}$

إذن : $\left(\frac{\text{ات}}{\text{اك}}\right)^{2} = \frac{\text{اخ} \times \text{ات}}{\text{اف} \times \text{اك}} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{اخ} \times (\text{ات} \times \text{حا ا})}{\frac{1}{2} \times \text{اف} \times (\text{اك} \times \text{حا ا})} = \frac{\Delta\,\text{اخت}}{\Delta\,\text{افك}}$

(١٠٢) في الأصل : ا ب ك .

(١٠٣) $\Delta\,\text{اشد} > \Delta\,\text{اخت}$ ؛ $\frac{\Delta\,\text{اخت}}{\Delta\,\text{افك}} = \frac{\Delta\,\text{انه}}{\Delta\,\text{اسل}}$ ؛

إذن : $\frac{\Delta\,\text{اشد}}{\Delta\,\text{افك}} > \frac{\Delta\,\text{انه}}{\Delta\,\text{اسل}}$

ونخرج من نقطة ن خط ن غ[104] موازياً لخط س و[105]، فهو يقطع خط أ ص فيما بين نقطتي و[106]، ص ، لأن زاويــة أ ن ص منفرجة وزاويـة أ س و حــادة[107] ، فليقطعه على نقطة غ .

ونخرج من نقطة غ خط غ ث موازياً لخط ب و ق ، فهو يقطع خط أ ع ، فليقطعه على نقطة ث[99] .

ونصل ث خ ، فتكون نسبة ث أ إلى أ ق[108] كنسبة غ أ إلى أ و . ونسبـة غ أ إلى أ و كنسبة ن أ[109] إلى أ س ، ونسبــة ن أ إلى أ س كنسبــة خ أ إلى أ ف[110] ؛ فنسبة خ أ إلى أ ف [187ب] كنسبة ث أ إلى أ ق ؛ فخط ث خ[111] مـوازٍ لخـط ق ف ، ونسبة مثلث أ خ ث إلى مثلث أ ف ق كنسبة مثلث أ ن غ إلى مثلث أ س و[112] .

ونخرج من نقطة ص خط ص ي موازياً لخط ب ق ، فهو يقطع أ ع فيما بين نقطتي ث[113]، ع ، فليقطعه على نقطة ي ؛ فنقطة ي فيمــا بــين نقطتي ث، ع ، لأن ص ي موازٍ لـ غ ث[114] .

---

(١٠٤) في الأصل: ن ع . [عندنا لَبْس متكرر بكثرة بين الحرفين ع ، غ بسبب نقطة الحرف « غ ». وسواء كان الأصل ع أو غ ، سوف نكتب الصواب دون التنبيه إلى الأصل في الحواشي].

(١٠٥) في الأصل: س ف.

(١٠٦) في الأصل: ق ص .

(١٠٧) شرح: مثلث أ هـ ن ، زاوية أ هـ ن فيه قائمة بالفرض، فزاوية أ ن ص الخارجة منفرجـــة . ونتوهـم مثلث أ ر س ، ر س مماس، فزاوية أ ر س قائمة وزاوية أ س و حادة .

(١٠٨) في الأصل: أ ف. [عندنا لَبْس متكرر : بين الحرفين ف، ق . وسواء كان الأصل ف أو ق سوف نكتب الصواب دون التنبيه إلى الأصل في الحواشي].

(١٠٩) في الأصل: ر أ ث.

(١١٠) في الأصل: ر ف.

(١١١) في الأصل: ف ح .

(١١٢) في الأصل: أ س ف.

(١١٣) في الأصل: ف.

(١١٤) في الأصل: ع ر .

ونصل ي خ، فتكون نسبة مثلث ا خ ي إلى مثلث ا خ ث كنسبة ي ا إلى ا ث[115].

ونسبة ي ا إلى ا ث كنسبة ص ا إلى ا غ، ونسبة ص ا إلى ا غ كنسبة مثلث ا ن ص إلى مثلث ا ن غ[115]؛ فنسبة مثلث ا خ ي إلى مثلث ا خ ث كنسبة مثلث ا ن ص إلى مثلث ا ن غ.

ونسبة مثلث ا ن غ إلى مثلث ا س و[116] كنسبة مثلث ا خ ث إلى مثلث ا ف ق؛ فنسبة مثلث ا خ ي إلى مثلث ا ف ق كنسبة مثلث ا ن ص إلى مثلث ا س و[116]؛ فنسبة مثلث ا ش ع إلى مثلث ا ف ق أعظم من نسبة مثلث ا ن ص إلى مثلث ا س و[116].

ونخرج من نقطة غ عموداً على خط ا ح، وليكن غ ظ[117]، فنقطة ظ فيما بين نقطتي ا، ح، لأن زاوية ا هـ ح قائمة؛ فخط غ ظ موازٍ لخط و ع[118]، لأن زاوية ا ع و[119] قائمة [وذلك] لأن ع و[120] مماس. ونصل ظ ث، ظ ي، ظ ص.

ونسبة ث ا إلى ا ق كنسبة غ ا إلى ا و <ف>؛ ونسبة غ ا إلى ا و كنسبة ظ ا إلى ا ع؛ فنسبة ظ ا إلى ا ع كنسبة ث ا إلى ا ق؛ فخط ظ ث موازٍ لخط ع ق؛ فنسبة مثلث ا ث ظ إلى مثلث ا ق ع كنسبة مثلث ا غ ظ إلى مثلث ا و ع[121].

---

(115) شرح: مثلثان يشتركان بالارتفاع؛ فنسبة المساحة إلى المساحة كنسبة القاعدة إلى القاعدة.

(116) في الأصل: ا س ف. نشرح الجزء الأخير من هذه الفقرة:

$$\triangle \text{اش ع} > \triangle \text{اخ ي}،\quad \frac{\triangle \text{اخ ي}}{\triangle \text{اف ق}} = \frac{\triangle \text{ان ص}}{\triangle \text{اس و}}؛$$

$$\text{إذن:}\quad \frac{\triangle \text{اش ع}}{\triangle \text{اف ق}} > \frac{\triangle \text{ان ص}}{\triangle \text{اس و}}$$

(117) في الأصل: ع ط. [هناك لَبس متكرر عند الناسخ بين الحرفين ط، ظ. وسواء كان الأصل ط أو ظ، فسوف نكتب الصواب دون التنبيه - ثانية - إلى الأصل في الحواشي].

(118) في الأصل: ف ع.

(119) في الأصل: ا ع ف.

(120) في الأصل: ع ق.

(121) في الأصل: ا ف ع.

ونسبة مثلث ا ي ظ إلى مثلث ا ث ظ كنسبة ي ا إلى ا ث(١١٥)، ونسبة ي ا إلى ا ث كنسبة ص ا إلى ا غ ، ونسبة ص ا إلى ا غ كنسبة مثلث ا ص ظ إلى مثلث ا غ ظ(١١٥)؛ فنسبة مثلث ا ي ظ إلى مثلث ا ن ح كنسبة مثلث ا ص ظ إلى مثلث ا و ح . < ونصل إلى مثلث ا ف ح > .

ونصل ي ح ، فتكون نسبة مثلث ا ي ح (١٢٢) إلى مثلث ا ي ظ كنسبة ح ا إلى ا ظ(١١٥)، ونسبة ح ا إلى ا ظ كنسبة مثلث ا ص ح إلى مثلث ا ص ظ(١١٥) ، ونسبة مثلث ا ص ظ إلى مثلث ا و ح (١٢١) كنسبة مثلث ا ي ظ إلى مثلث ا ن ح [١٨٨ ب](١٢٣)؛ فنسبة مثلث ا ي ح إلى مثلث ا ن ح كنسبة مثلث ا ص ح إلى مثلث ا و ح (١٢١) .

فنسبة مثلث ا ع ح إلى مثلث ا ق ح أعظم من نسبة مثلث ا ص ح إلى مثلث ا و ح (١٢٤) . فنسبة جميع مثلث ا ء ح إلى مضلع ا ك ف ق ح أعظم من نسبة مثلث

---

(١٢٢) في الأصل: ا ء ح .

(١٢٣) الصفحة ١٨٨ أ فارغة . وفي الغالب، فقد تركها الناسخ فارغة ليرسم فيها رسماً يخص النظرية ـ ٦ ـ غير أنه آثر في النهاية أن لا يرسم أي شيء بسبب صعوبة رسم ذلك الشكل .

(١٢٤) في الاصل: ا ف ح .

شرح : $\frac{\triangle \text{اثظ}}{\triangle \text{انح}} = \frac{\triangle \text{اغظ}}{\triangle \text{اوح}}$ ، $\frac{\triangle \text{ايظ}}{\triangle \text{اثظ}} = \frac{\triangle \text{اصظ}}{\triangle \text{اغظ}}$ ؛

إذن : $\frac{\triangle \text{ايظ}}{\triangle \text{انح}} = \frac{\triangle \text{اصظ}}{\triangle \text{اوح}}$.

وأيضاً : $\frac{\triangle \text{ايح}}{\triangle \text{ايظ}} = \frac{\triangle \text{اصح}}{\triangle \text{اصظ}}$ ؛ ونمزج النسبتين الأخيرتين فنحصل على:

$\frac{\triangle \text{ايح}}{\triangle \text{انح}} = \frac{\triangle \text{اصح}}{\triangle \text{اوح}}$ ؛ ولكن $\triangle \text{اعح} > \triangle \text{ايح}$

إذن : $\frac{\triangle \text{اعح}}{\triangle \text{انح}} > \frac{\triangle \text{اصح}}{\triangle \text{اوح}}$.

ا ه ح إلى مضلع ا ل س و ع (١٢٥).

ونسبة مثلث ا ه ح إلى مضلع ا ل س و ع (١٢٥) أعظم من نسبة مثلث ا ء ح إلى قطاع ا ع د ك ؛ فنسبة مثلث ا ء ح إلى مضلع ا ك ف ق ع أعظم من نسبة مثلث ا ء ح إلى قطاع ا ع د ك (١٢٦). فمضلع ا ك ف ں ع أصغر من قطاع ا ع د ك . وهذا محال(١٢٧). فليس نسبة مثلث ا ه ح إلى قطاع ا ع ر ل أعظم من نسبة مثلث ا ء ح إلى قطاع ا ع د ك (١٢٨).

---

(١٢٥) في الأصل: ا ل س ف ع .

شرح : نجمع أطراف المتراجحات (المتباينات) الثلاثة التي حصلنا عليها في ١٠٣، ١١٦، ١٢٤

فنحصل على :

$$\frac{\triangle\,\text{ا ء ح}}{\text{مضلع ا ك ف ں ع}} < \frac{\triangle\,\text{ا ه ح}}{\text{مضلع ا ل س و ع}}$$

(١٢٦) في الأصل: ا ع ف ل .

(١٢٧) قال المؤلف في بداية البرهان: «فإن أمكن: . . .»، فهناك سطح لا بحيث يكون :

$$\frac{\triangle\,\text{ا ه ح}}{\text{سطح لا}} = \frac{\triangle\,\text{ا ء ح}}{\text{قطاع ا ك د ع}} ،$$

ثم قال ما معناه: وبتغيير موقع الحرف ر ، يمكننا أن نعمل مضلع ا ل س و ع (أضلاعه: ل س ، س و ، و ع مماسة لقوس ل ر ع) بحيث يكون :

قطاع ا ل ر ع > مضلع ا ل س و ع > قطاع ا ل ر ع + سطح ي = سطح لا .

إذن :

$$\frac{\triangle\,\text{ا ه ح}}{\text{مضلع ال س و ع}} < \frac{\triangle\,\text{ا ء ح}}{\text{قطاع ا ك د ع}}$$

ونمزج المتراجحة (المتباينة) الأخيرة هذه مع المتراجحة التي حصلنا عليها في (١٢٥)، فنحصل على :

$$\frac{\triangle\,\text{ا ء ح}}{\text{مضلع ا ك ف ں ع}} < \frac{\triangle\,\text{ا ء ح}}{\text{قطاع ا ك د ع}}$$

لذا فإن : مضلع ا ك ف ں ع > قطاع ا ك د ع ؛ وهذا محال .

(١٢٨) في الأصل : ا ع ر ك .

ونسبة مثلث أ هـ حـ إلى قطاع أ ح ر ل كنسبة مخروط أ ب هـ حـ ـ الذي رأسه نقطة ب ـ إلى مخروط أ ح ر ل ب الذي رأسه نقطة ب [129].

فليس نسبة مخروط أ ب هـ حـ ـ الذي رأسه نقطة ب ـ إلى مخروط أ ح ر ل ب [130] ـ الذي رأسه نقطة ب ـ وقاعدته [قطــاع أ ح ر ل] ـ < إلى مخروط أ ح د ك ب الذي رأسه نقطة ب وقاعدته قطاع أ ح ر ب > بأعظم من نسبة مخروط أ ب حـ ء ـ الذي رأسه نقطة ب ـ إلى مخروط أ ح د ك ب ـ الذي رأسه نقطة ب وقاعدته قطاع أ ح د ك .

فنسبة مخروط أ ب حـ ء إلى مخروط أ ح د ك ب إما مساوية لنسبة مخروط أ ب حـ هـ إلى مخروط أ ح ر ل ب أو أعظم منها.

وبالتبديل، تكون نسبة مخروط أ ب حـ ء إلى مخروط أ ب حـ هـ إما مساوية لنسبة مخروط أ ب ح د ك إلى مخروط أ ب ح ر ل أو أعظم منها.

ونسبة مخروط [أ ح] د ك ب إلى مخروط أ ح ر ل ب أعظــم من نسبة القطــاع الكري الذي [زاويته] زاوية مخروط أ ب حـ ء التي عند نقطــة أ ، إلى القطاع الكري الذي زاويته زاوية مخروط أ ب حـ هـ التي عند نقطـة أ ؛ فنسبة مخــروط أ ب حـ ء إلى مخــروط أ ب حـ هـ أعظم من نسبة القطاع الكري [الأعظم] إلى القطاع الكري [الأصغر].

ونسبة مخروط أ ب حـ ء [189أ] إلى مخروط أ ب حـ هـ كنسبة مثلــث حـ ب ء إلى مثلث حـ ب هـ ، ونسبة القطــاع الكري الأعظم إلى القطاع الكري الأصغر كنسبة زاويــة مخروط أ ب حـ ء إلى زاوية مخروط أ ب حـ هـ اللتين عنـد نقطــة أ ؛ فنسبة مثلث حـ ب ء [إلى مثلث حـ ب هـ] أعظم من نسبة زاوية مخروط أ ب حـ ء التي عندنقطـة أ إلى زاويــة مخروط أ ب حـ هـ التي عند نقطة أ .

— وإن كانت زاوية أ هـ حـ منفرجة:

جعلنا زاوية أ هـ ذ [131] قائمة. [فخط هـ ذ يوازي خط ل س ، لأن ل س ممــاس.

---

(129) المخروطان لهما ارتفاع مشترك، وحجم المخروط = ثلث × القاعدة × الارتفاع، وعليه فإن :

$$\frac{\text{حجم المخروط أ ب هـ حـ}}{\text{حجم المخروط أ ح ر ل ب}} = \frac{\text{ثلث} \times \triangle\ \text{أ هـ حـ} \times \text{الارتفاع}}{\text{ثلث} \times \text{قطاع أ ح ر ل} \times \text{الارتفاع}} = \frac{\triangle\ \text{أ هـ حـ}}{\text{قطاع أ ح ر ل}}$$

(130) في الأصل : أ ح ء ل ب .

(131) في الأصل : أ هـ ر .

فخط هـ ذ يقطع خط أ ن فيما بين نقطتي س ، ن ، لأن زاوية أهـ ن منفرجة]، وأخرجنا من نقطة ذ(١٣٢) خط ذ م موازياً لخط ب س ف، فيكون موازياً لخط ن خ ؛ فتكون نسبة ن أ إلى أ ذ كنسبة خ أ إلى أ م .

ونصل ت م ، فتكون نسبة مثلث أ ت خ إلى مثلث أ ت م كنسبة مثلث أ هـ ن إلى مثلث أ هـ ذ(١٣٣)، وتكون نسبة م أ إلى أ ف كنسبة ذ أ إلى أ س ، ونسبة ذ أ(١٣٤) إلى أ س كنسبة هـ أ إلى أ ل [لأن هـ ذ يوازي ل س].

ونسبة هـ أ إلى أ ل كنسبة ت أ إلى أ ك ؛ فنسبة ت أ إلى أ ك كنسبة م أ إلى أ ف؛ فخط ت م موازٍ لخط ك ف؛ فنسبة مثلث أ ذ هـ (١٣٥) إلى مثلث أ ل س [كنسبة مثلث أ ت م إلى مثلث أ ك ف]؛ فتكون نسبة مثلث أ ت خ إلى مثلث أ ك ف كنسبة مثلث أ هـ ن إلى مثلث أ ل س ؛ فتكون نسبة مثلث أ ء ش(١٣٦) إلى مثلث أ ك ف أعظم

---

(١٣٢) في الأصل: ء . [هناك لَبْس متكرر عند الناسخ بين الحرفين ء ، ذ. وسواء كان الأصل ء أو ذ، فسوف نكتب الصواب دون التنبيه ثانية إلى الاصل في الحواشي].

(١٣٣) يلاحظ هنا أن المؤلف أصبح يختصر كلامه، فمن عادته ـ في مثل هذه الخطوة ـ أن يقول الآتي: فتكون نسبة مثلث أ ت خ إلى مثلث أ ت م كنسبة خ م إلى أ م ، ونسبة خ أ إلى أ م كنسبة ن أ إلى أ ذ ، ونسبة ن أ إلى أ ذ كنسبة مثلث أ هـ ن إلى مثلث أ هـ ذ، فنسبة مثلث أ ت خ إلى مثلث أ ت م كنسبة مثلث أ هـ ن إلى مثلث أ هـ ذ .

(١٣٤) في الأصل: ن أ .

(١٣٥) في الأصل: أ ب هـ .

(١٣٦) في الأصل: أ ك س .

من نسبة مثلث أ هـ ن إلى مثلث أ ل س [137] .

ونخرج من نقطة ن [138] خطـاً موازياً لخط س و [138]، ونسوق البرهـان على مثل [ما] تقدم. فيتبين أن نسبة مثلث أ ء حـ إلى المضلع الذي في داخلـه، أعظم من نسبة مثلث أ هـ حـ إلى المضلع الذي في داخله.

---

(137) شرح : عندنا :

$$\frac{\triangle\,\text{أ هـ ن}}{\triangle\,\text{أ هـ ذ}} = \frac{\triangle\,\text{أ ت خ}}{\triangle\,\text{أ ت م}}$$

$$\frac{\triangle\,\text{أ هـ ذ}}{\triangle\,\text{أ ل س}} = \frac{\triangle\,\text{أ ت م}}{\triangle\,\text{أ ك ف}}$$

وبضرب النسب نحصل على :

$$\frac{\triangle\,\text{أ هـ ن}}{\triangle\,\text{أ ل س}} = \frac{\triangle\,\text{أ ت خ}}{\triangle\,\text{أ ك ف}}$$

ولكن $\triangle$ أ ء ش > $\triangle$ أ ت خ،

إذن :

$$\frac{\triangle\,\text{أ هـ ن}}{\triangle\,\text{أ ل س}} < \frac{\triangle\,\text{أ ء ش}}{\triangle\,\text{أ ك ف}}$$

كذلك عندنا : ن غ يوازي س و ، وهذا يؤدي إلى :

$$\frac{\triangle\,\text{أ ن ص}}{\triangle\,\text{أ س و}} < \frac{\triangle\,\text{أ ش ع}}{\triangle\,\text{أ ن ف}}$$

وكذلك : ص ي يوازي ع و ، وهذا يؤدي إلى :

$$\frac{\triangle\,\text{أ ص حـ}}{\triangle\,\text{أ و ع}} < \frac{\triangle\,\text{أ ع حـ}}{\triangle\,\text{أ ن ع}}$$

. وتتم البرهان كما سبق.

(138) في الأصل: ونخرج من نقطة ب خطاً موازياً لخط س ف .

وإن كانت الزاوية القائمة أو المنفرجة < من > زاوية أ ح هـ ، ابتدأنا بالعمل من نقطة ح ، وسقنا البرهـان على مثل ما تقدم ، لأن زاويـة أ ح هـ إن كانت قائمة كان خـط ح هـ موازياً لخط ح و (١٣٩)، وإن كانت منفرجة كان الموازي يقطع زاوية أ ح هـ .

فعلى تصاريف الأحوال، إذا كانت إحدى زاويتي أ هـ ح ، أ ح هـ ليست بأصغـر من قائمـة ، فـإن نسبة مثلث ح ب د إلى مثلث ح ب هـ أعظـم من نسبة زاويـة مخروط أ ب ح د التي عند نقطة [١٨٩ ب] أ إلى زاوية مخروط أ ب ح هـ التي عنـد نقطة أ .

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[نظرية (مقدمة) - ٧ -]: كل مخروط، مستقيم الخطوط، قاعدته مثلث، إحدى زواياه ليست بأصغر من قائمة، وأحد ضلعيه الخارجين من رأسه إلى زاويتيه الحادتين عمود على سطح القاعدة، يخرج من رأسه خط يقطع ضلع قاعدته التي توتر الزاوية الحادة التي خرج اليها العمود، ونوصل بين طرفه وبين مسقط العمود؛ فَتُقسم القاعدة بمثلثين، وَيُقسم المخـروط بمخـروطين؛ فإن نسبة المثلث الأعظم إلى المثلث الأصغر - الذي يلي الزاوية العـظمى - أعظم من نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر الذي يلي الزاوية العظمى.

[الشكل (١١)]

(١٣٩) في الأصل: ح ف.

مثال ذلك[140]: مخـروط ا ب حـ ء ، رأسه نقطة ا ، وقاعدتـــه مثلث ب حـ ء ، وزاوية ب حـ ء ليست بأصغر من قائمة ، وضلع ا ب عمود على سطح القاعدة ، وخرج من نقطة ا خط ا هـ ، ووصل هـ ب ؛ فأقـول : إن نسبة مثلث ء ب حـ إلى مثلـث هـ ب حـ أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ب حـ ء إلى زاوية مخروط ا ب حـ هـ .

برهان ذلك: إنا نخرج عمود ا ب من جهة ب ، ونقيم على خط اهـ زاوية قائمة ، ولتكن ا هـ ر ، فخط هـ ر يلقى خط ا ب ، لأن زاوية هـ ا ب حادّة ، فليلقه على نقطـــة ر . ونصـــل حـ ر ، ء ر .

فلأن زاويـــة ب حـ ء ليست بأصغر من قائمة ، يكون خط هـ ب أعظم من خـــط ب حـ ، ولأن ا ب عمود على القاعدة ، يكون ا هـ أعظم من ا حـ . فإذا أُخرج ب حـ في جهة حـ وَفُصِلَ[141] منه مثل ب هـ ، وَوُصِلَ بين طرفه وبين نقطتي ا ، ر ، حدثت زاويـة قائمة مساوية لزاوية ا هـ ر [142]؛ فزاوية ا حـ ر [143] منفرجـة ، لأنها في داخـل الزاويـــة القائمـــة .

ولأن زاويـــة ب حـ ء ليست بأصغر من قائمـــة ، وسطح ا ب حـ قائـــم على سطـح ب حـ ء على زوايا قائمة ، تكـــون زاوية ا حـ ء ليست بأصغر من قائمة ؛ وذلك أن : زاويـة ب حـ ء إن كانت قائمة ، كان ء حـ [144] عموداً على سطح ا ب حـ ، فتكون زاويـة ا حـ ء قائمة . فان كانت [١٩٠أ] زاوية ب حـ ء منفرجة ، كان خط حـ ء من وراء العمود الخـــارج من نقطة حـ القائم على سطح ا ب حـ ، فتكون زاوية ا حـ ء منفرجة .

فزاوية ا حـ ء ـ على تصاريف الأحوال ـ ليست بأصغر من قائمة . وزاوية ا حـ ر [145]

---

(١٤٠) يتابع البرهان مع الشكل (١١).

(١٤١) في الأصل : ونصـــل .

(١٤٢) في الأصل: ا هـ ب .

[شرح : الخط ا ب ر عمـود على السـطح ب حـ ء . وقام المؤلف ـ هنا ـ بعملية دوران تنقل المثلث (السطح) ا هـ ر إلى المثلث (السطح) ا ت رَ . لذا فإن المثلثين ا هـ ر ، ا ت ر متساويان متشابهان متطابقان].

(١٤٣) في الأصل: ا حـ ب .

(١٤٤) في الأصل: ر حـ .

(١٤٥) في الأصل: ا حـ ب .

منفرجة، فمخروط ا ح ء ب رأسه نقطة ا ، وقاعدته مثلث ح ب ء ، وضلع ا ح الذي خرج من رأسه إلى زاوية ب ح ء يحيط مع كل واحد من خطي ح ب ، ح ء بزاوية ليست بأصغر من قائمة، وخرج من رأسه خط ا ه إلى أحد ضلعي القاعدة اللذين يحيطان بزاوية ب ح ء ، وخرج من طرفه الذي هو نقطة ه خط ه ب ، فكانت زاوية ا ه ب قائمة ؛ فنسبة مثلث ب ح ء إلى مثلث ب ح ه أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ح ب ء التي عند نقطة ا إلى زاوية مخروط ا ب ح ه التي عند نقطة ا [146].

ونسبة مثلث ب ح ء إلى مثلث ب ح ه هي كنسبة ء ح إلى ح ه ، ونسبة ء ح إلى ح ه هي كنسبة مثلث ء بح ح إلى مثلث ه بح ح ، وزاوية مخروط ا ب ح ء التي عند نقطة ا هي زاوية مخروط ا بح ح ء ، وزاوية مخروط ا ب ح ه التي عند نقطة ا هي زاوية مخروط ا بح ح ه ؛ فنسبة مثلث ء بح ح إلى مثلث ه بح ح أعظم من زاوية مخروط ا بح ح ء التي عند نقطة ا إلى زاوية مخروط ا بح ح ه التي عند نقطة ا .

وذلك ما أردنا أن نُبَيِّنَ .

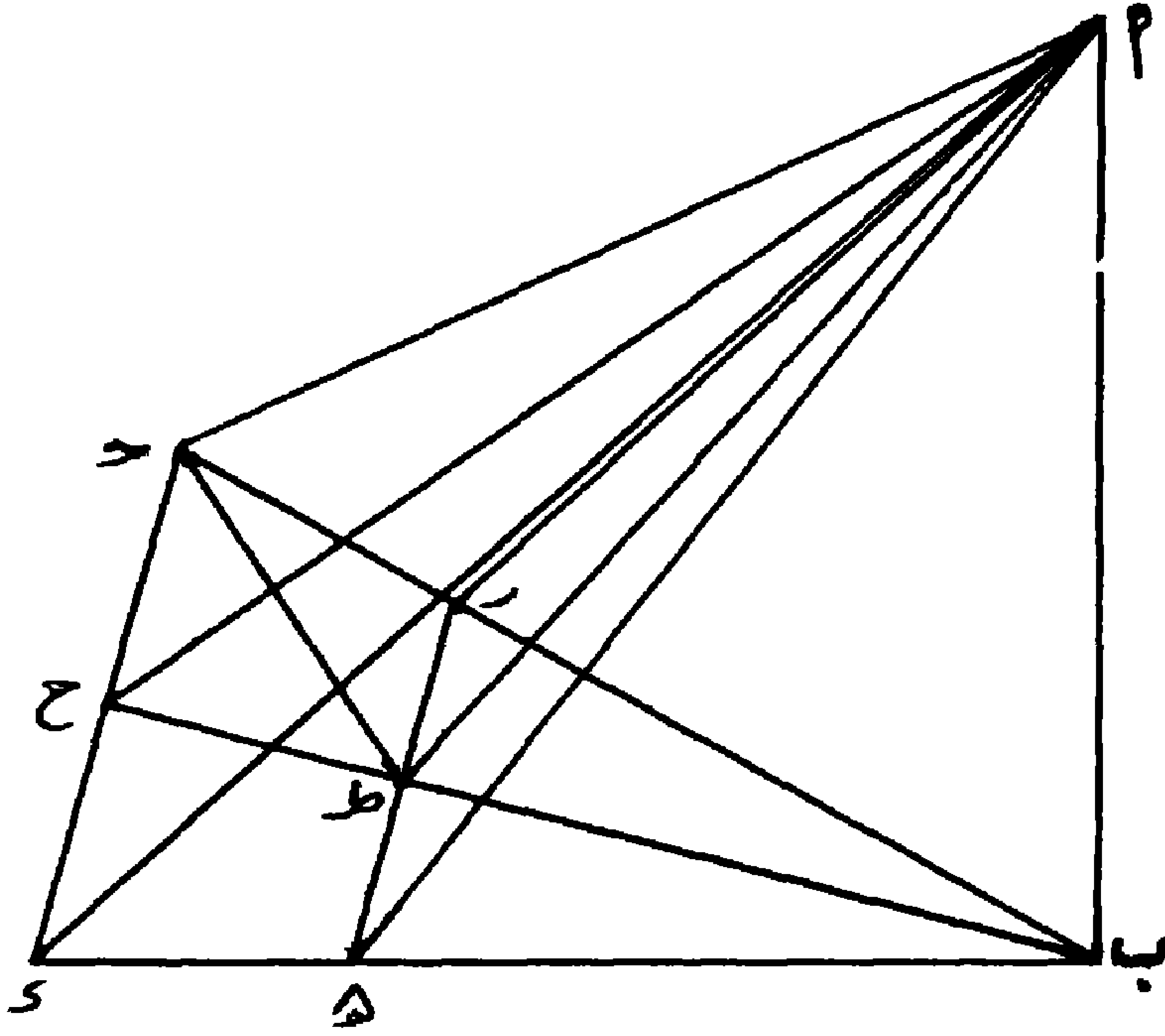
[نظرية (مقدمة) - ٨ -] كل مخروط مستقيم الخطوط، قاعدته مثلث متساوي الساقين، وضلعه الذي يخرج من رأسه إلى رأس المثلث المتساوي الساقين عمود على سطح القاعدة، فخرج من رأسه [١٩٠ب] سطح يقطع قاعدته على خط موازٍ لضلع القاعدة الذي يوتر الزاوية التي عند مسقط العمود، ويفصل من المخروط مخروطاً هو بعضه؛ فإن نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر، أعظم من نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر اللتين عند رأس المخروط.

مثال ذلك: [147] مخروط ا بح ح ء ، رأسه نقطة ا ، وقاعدته مثلث بح ح ء [وَ بح ح مساوٍ لِ بح ء]، خرج من رأسه مسطح ا ه ب ، فقطع مثلث بح ح ء على خط ه ب ، وَ ه ب موازٍ لِ ح ء ؛ **فأقول** : إن نسبة مثلث ح ء بح إلى مثلث ه بح ب ، أعظم من نسبة زاوية مخروط ا بح ح ء التي عند نقطة ا إلى زاوية مخروط ا بح ه ب التي عند نقطة ا .

---

(١٤٦) يستند هنا إلى النظرية (المقدمة) - ٦ -.

(١٤٧) تتابع البرهان مع الشكل (١٢).



[الشكل (١٢)]

برهان ذلك : إنا نقسم هـ ر بنصفين على نقطة ط . ونصل ب ط ، فيكون عموداً على خط هـ ر . ونخرج ب ط إلى ح ، فيُقسم خط حـ ء بنصفين على نقطة ح . ونصل خطوط ا ط ، ا ح ، حـ ط .

فلأن ا ب عمود على سطح مثلث ب حـ ء ، يكون سطح ا ب ح (١٤٨) قائماً على سطح مثلث حـ ب ء على زوايا قائمة . فلأن سطح ا ب ح قائم على سطح مثلث حـ ب ء على زوايا قائمة، وخط ط ر عمود على خط ب ح - الذي هو الفصل(١٤٩) المشترك بين السطحين - يكون ط ر عموداً على سطح ا ب ح ؛ فزاوية ا ط ر قائمة ، وزاوية ا ط حـ منفرجة.

---

(١٤٨) في الأصل: ا ب حـ .

(١٤٩) في الأصل: الفضل. [الكلمة منقوطة].

تعليق : كلمة «الفصل» في الهندسة العربية التراثية تعني: الزيادة. فصل ا على ب تعني : زيادة ا على ب ، أي : ا — ب . أما أحد معاني كلمة «الفصل» فهو: الحاجز بين الشيئين، الحدّ بين الأرضين . راجع : قاموس المنجد في اللغة والأعلام [(١٠٢]: ٥٨٥). وفي هذا الموقع فكلمة «الفصل» تعني: الحدّ (الضلع المشترك) بين السطحين.

فلأن مخروط ا ب ح ج مستقيم الخطوط، وضلع ا ب عمود على خطي ب ج، ب ح، وقد خرج خط ا ط، ووصل ط ج، وكانت زاوية ا ط ج منفرجة؛ تكون نسبة مثلث ب ج ح إلى مثلث ب ج ط أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ب ج ح إلى زاوية مخروط ا ب ج ط [150].

ولأن مخروط ا ب ج ط مستقيم الخطوط، وقاعدته مثلث ب ج ط، وضلع ا ب عمود على خطي ب ج، ب ط، وخط ا ط يحيط مع ط ر بزاوية قائمة، تكون نسبة مثلث ج ب ط [151] إلى مثلث ط ب ر أعظم من نسبة [١٩١ أ] زاوية مخروط ا ب ج ط [152] إلى زاوية مخروط ا ب ط ر.

ومثلث د ب ج ضعف مثلث ح ب ج، وزاوية مخروط ا ب ج د ضعف زاوية مخروط ا ب ج ح، وزاوية مخروط ا ب هـ ر ضعف زاوية مخروط ا ب ط ر، ومثلث هـ ب ر ضعف مثلث ط ب ر؛ فنسبة مثلث د ب ج إلى مثلث هـ ب ر أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ب ج د إلى زاوية مخروط ا ب هـ ر اللتين عند نقطة ا.

وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[نظرية (مقدمة) - ٩ -]

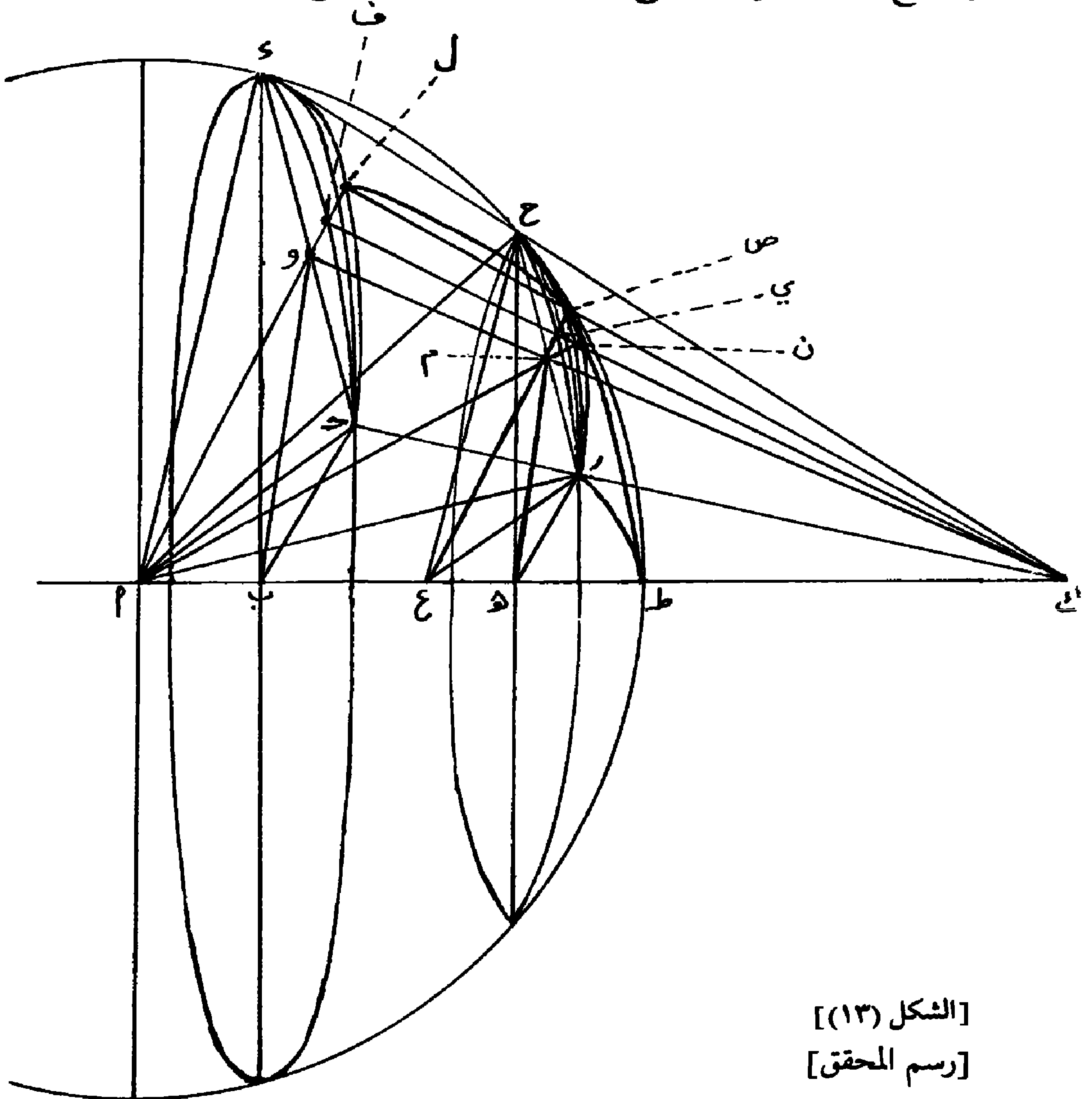
كل مخروطين مستقيمي الخطوط، قاعدتاهما شكلان مسطحان متشابهان، [أضلاع قاعدة كل منهما متساوية]، أحدهما أعظم من الآخر، يقعان في كرة، ويكون رأسا المخروطين عند مركز الكرة؛ فإن نسبة زاوية المخروط الأعظم إلى زاوية المخروط الأصغر، أعظم من نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر.

---

(١٥٠) يستند المؤلف إلى النظرية (المقدمة) - ٦ -.
(١٥١) في الأصل: ج ر ط.
(١٥٢) في الأصل: ا ب ج ح.

[برهـــان ذلك] :[153]

فليكن مركز الكرة نقطة ٲ ، وَنَتَوَهّم سطح قاعدة المخروط الأعظم يقطع الكرة، فهو يُحْدِث فيها دائرة، فليكن مركز تلك الدائرة نقطة ب . وَنَصِل ٲ ب ، فيكون عموداً على سطح الدائرة الذي هو سطح قاعدة المخروط، لأن أضلاع المخروط متساوية.



[الشكل (١٣)]
[رسم المحقق]

(١٥٣) نتابع البرهان مع الشكل (١٣). وقد رسمنا هذا الشكل (١٣) بالاستناد إلى تحقيقنا لنص المخطوطة. وهناك شكل، مرسوم في الصفحة ١٩٤ أ، يبدو وكأن له علاقة بهذه النظرية، غير أنه رسم خاطىء جملة وتفصيلاً.

وَنَتَوَهَّم خطوطاً تخرج من نقطة ب إلى زوايا قاعدة المخروط؛ فهي تَقْسِم القاعدة بمثلثات متساويات، فليكن أحد تلك المثلثات مثلث ب ح ء .

وَنَتَوَهَّم أيضاً سطح قاعدة المخروط الأصغر يقطع الكرة؛ فهو يُحْدِث فيها [١٩١ ب] دائرة. وَنَتَوَهَّم خطاً يخرج من نقطة ا إلى مركز تلك الدائرة، فهو يكون عموداً على سطح تلك الدائرة وعلى سطح قاعدة المخروط التي في تلك الدائرة. فلأن قاعدتي المخروطين متشابهتان وإحديها[١٥٤] [كذا] أعظم من الأخرى، تكون الدائرة التي تحيط بالقاعدة الصغرى [أصغر من الدائرة التي تحيط بالقاعدة العظمى]. فالخط الذي يخرج من مركز الكرة إلى مركز الدائرة الصغرى يكون أعظم من الخط الذي يخرج من مركز الكرة إلى مركز الدائرة العظمى. وهذان الخطان هما العمودان القائمان على سطح القاعدتين.

فالعمود الذي يخرج من نقطة ا إلى القاعدة الصغرى أعظم من خط ا ب ، فليكن ا ه مساوياً لذلك العمود.

وَنَتَوَهَّم خطوطاً تخرج من مركز تلك الدائرة [الصغرى] إلى زوايا القاعدة التي فيها؛ فهي تَقْسِم القاعدة بمثلثات متساويات متشابهات وشبيهات بمثلث ب ح ء .

وَنَتَوَهَّم سطحاً يخرج من نقطة ه موازياً لسطح مثلث ب ح ء ؛ فهو يُحْدِث في الكرة دائرة مساوية للدائرة الصغرى المحيطة بقاعدة المخروط الأصغر. وَنُخْرِج من نقطة ه خطين موازيين لخطي ب ح ، ب ء ينتهيان إلى محيط الدائرة التي مركزها نقطة ه ، وليكونا خطي ه ر ، ه ح ، ونصل ر ح ؛ فيكون مثلث ه ر ح شبيهاً بمثلث ب ح ء ومساوياً لكل واحد من المثلثات التي انقسمت اليها قاعدة المخروط الأصغر.

وإذا أَخْرَجْنا من نقطة ه خطوطاً تحيط بزوايا متساوية ومساوية لزاوية ر ه ح ، وَوَصَلْنا بين أطراف الخطوط، حَدَثَ في الدائرة، التي مركزها نقطة ه ، شكل مساوٍ لقاعدة المخروط الأصغر وشبيهاً به.

وإذا أَخْرَجْنا من نقطة ا خطوطاً إلى زوايا الشكل الذي حدث في دائرة ه ، أَحْدَث

(١٥٤) الصحيح أن نقول «وإحداهما»، غير أن الكلمة «وإحديها» تكرر ورودها في عدد من مقالات ابن الهيثم، وَكُتِبَت من قِبَل عدة نُسَّاخ على شكل «وإحديها»، لذا فنحن نرى أنها، في الغالب، لغة تخص ابن الهيثم. ومع أننا غيّرناها في مقالات أخرى إلى «وإحداهما» إلّا أننا آثرنا هنا أن نبقيها على ما وردت عليه.

مخروطاً يساوي المخروط الأصغر وشبيهاً به، وزاويته التي عند نقطة ا مساوية لزاوية ذلك المخروط.

وَنَصِل خطوطاً ا ح ، ا ء ، ا ع ، ا ر . وَنُخْرِج من نقطة ب عمــوداً على خــط ح ء ، فهو يقسمه بنصفين [١٩٢أ] وليكن ب و . وكذلك نُخرج من نقطة ه عموداً على ع ر ، فهـو يَقْسِمه بنصفين، وليكن ه م ، فيكون ب و أعظم مــن ه م ، لأن مثلـثي ب ح ء ، ه ر ع متشابهان، ومثلث ب ح ء أعظم من مثلثه ر ع .

وَنَصِل ا و ، وَنُبْعِدُه على استقامة إلى سطح الكرة ، وَلْيَلْقَ سطح الكــرة على نقطة ل . ونتوهم سطح مثلث ا ح ء يقطع الكرة، فهو يحدث في سطحها قوساً من دائرة، فلتكن قوس ح ل ء .

ونصل أيضاً خط ا م ، ونخرجه حتى يلقى سطح الكرة، وَلْيَلْقَهُ على نقطة د . ونخرج سطح مثلث ا ر ع ، وليحدث في سطح الكرة قوس ر د ع .

ونصل و م ، ونبعده على استقامة، فهو يلقى خــط ا ه ـ لأن خطي ب و ، ه م متوازيان، وَ ب و أعظم من ه م ـ فليلقه على نقطة ك .

فتكون نسبة ب ك إلى ك ه كنسبة ب و إلى ه م ، ونسبة ب و إلى ه م كنسبة ب ح إلى ه ر (١٥٥)، لأن المثلثين متشابهــان ؛ فنسبة ب ك إلى ك ه كنسبة ب ح إلى ه ر (١٥٥).

وَ ب ح ، ه ر متوازيان، فهما في سطح واحد ، وخط ب ه ك في سطحهما. فإذا وصلنا ح ر (١٥٦) بخط مستقيم وأبعدناه على استقامة، انتهى إلى نقطة ك ، ولنصل، وليكن خط ح ر ك .

وكذلك (١٥٧)، إذا وصلنا ء ع بخط مستقيم [وأبعدناه على استقامة]، انتهى إلى نقطة ك ، فلنصل، وليكن [خط] ء ع ك .

---

(١٥٥) في الأصل: ه ب .
(١٥٦) في الأصل: ح ب .
(١٥٧) في الأصل: ولذلك.

فيكون مثلث ك حـ ء في سطح واحـــد ، وهو يقطع سطحي هـ ر ح ، ب حـ ء المتوازيين، فخط ر ح موازٍ لخط حـ ء .

ونخرج من نقطة م خطاً موازياً لخط و أ ، فهو يلقى خط ك أ ، فليلقه على نقطة ع ، فنقطة ع فيمـا بين نقطتي أ ، هـ . ولنصــل ع ر ، ع ح ، فيكـــون مثلث ع ر ح في سطح واحد. ولأن ر ح موازٍ لخـــط حـ ء ، وَم ع مواز لخط و أ ، يكـون سطح مثلث ح ع ر (١٥٨) موازياً لسطح مثلث أ حـ ء .

وسطحا مثلثي أ ك حـ ، أ ك ء يقطعـــان سطحي مثلثي أ حـ ء (١٥٩)، ع ر ح ؛ فخط أ حـ موازٍ لخط ع ر ، وَخط أ ء موازٍ لخط ع ح ، وزاوية ر ع ح مساوية لزاوية حـ أ ء .

ونخرج سطح مثلث ع ر ح حتى يقطع الكرة، فهو يحدث في سطحها قوساً شبيهـة بقوس حـ ل ء ، فلتكن قوس ر ص ح . فيكون قطاع ع ر [١٩٢ب] ص ح (١٦٠) شبيهـاً بقطاع أ حـ ل ء ، وتكون نسبة قطاع أ حـ ل ء إلى قطاع ع ر ص ح كنسبـة أ حـ إلى ع ر مثناة(١٦١) . ونسبة أ حـ إلى ع ر مثناة هي كنسبة مثلث أ حـ ء إلى مثلث ع ر ح ؛ فنسبة قطاع أ حـ [ل] ء إلى قطـاع ع ر [ص] ح كنسبـة مثلـث أ حـ ء إلى مثلـث ع ر ح ، وكنسبة قطعة حـ ل ء الباقية إلى قطعة ر ص ح الباقية.

وعلى التبديل، تكون نسبة مثلث أ حـ ء إلى قطعة حـ ل ء كنسبـــة مثلث ع ر ح

---

(١٥٨) في الأصل: حـ ع ر .

(١٥٩) في الأصل: أ حـ هـ .

(١٦٠) يلاحظ أن القطاع معرف بالأحرف ع ر ص ح . وجاء الحرفان ع ، ر في نهايـة ١٩١أ والحرفان ص ، ح في بداية الصفحة التالية ١٩٢ ب. كما يلاحظ أن هذا القطاع هو قطاع في سطحٍ مستوٍ، فهو قطاع دائري وليس قطاعاً كروياً.

(١٦١)

$$\frac{\text{مساحة قطاع أ حـ ل ء}}{\text{مساحة قطاع ع ر ص ح}} = \frac{\frac{1}{2} \times (\text{أ حـ})^2 \times \text{الزاوية}}{\frac{1}{2} \times (\text{ع ر})^2 \times \text{الزاوية}} = \left(\frac{\text{أ حـ}}{\text{ع ر}}\right)^2$$

= « النسبة أ حـ إلى ع ر مثناة ».

ويلاحظ : أ حـ = أ ء = نصف قطر الكرة = ضلع القطاع أ حـ ل ء .

إلى قطعة ر ص ح ؛ فنسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك حـ ل ء كنسبة مخروط ك ع ر ح إلى مخروط ك ر ص ح (١٦٢).

وبالتبديل ، تكون نسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك ع ر ح كنسبة مخروط ك حـ ل ء إلى مخروط [ك]ر ص ح .

ونسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك ع ر ح أعظم من نسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك أ ر ح (١٦٣) ؛ فنسبة مخروط ك حـ ل ء إلى مخروط ك ر ص ح أعظم من نسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك أ ر ح .

ونتوهم سطح مثلث أ ك ل < و > يقطع الكرة ، فهو يحدث في سطحها قوساً من دائرة تمر بنقطتي ص ، د ، لأن هاتين النقطتين في سطح مثلث أ ك ل < و > (١٦٤)، فليكن قوس ل ص د ط . فتكون نقطة د فيما بين نقطتي ص ، ط (١٦٥).

ولأن مثلث أ حـ ء شبيه بمثلث ع ر ح ، يكون مثلث أ حـ و (١٦٦) شبيهاً بمثلث ع ر م ؛ فنسبة أ حـ إلى ع ر كنسبة أ و (١٦٧) إلى ع م . وَأ حـ مثل أ ل (١٦٨) ، وَع ر مثل ع ص ؛ فنسبة أ ل إلى ع ص كنسبة أ و (١٦٧) إلى ع م ، وكنسبة الباقي وهو و ل (١٦٩) إلى الباقي وهو م ص . ونسبة و ك (١٧٠) إلى ك م كنسبة أ و (١٦٧) إلى ع م ؛ فنسبة و ك (١٧٠) إلى ك م هي كنسبة و ل إلى م ص .

---

(١٦٢) شرح : حجم المخروط = $\frac{1}{3}$ × القاعدة × الارتفاع. فإذا كان مخروطان لهما ارتفاع واحد، تكون نسبة حجم المخروط الأول إلى حجم المخروط الثاني كنسبة قاعدة الأول إلى قاعدة الثاني.

(١٦٣) شرح: يلاحظ أن حجم مخروط ك ع ر ح هو جزء فعلي من المخروط ك أ ر ح . فالخطوة صواب، لأن مقام النسبة الأولى ـ الذي هو مخروط ك ع ر ح ـ أصغر من مقام النسبة الثانية الذي هو مخروط ك أ ر ح .

(١٦٤) النقطة و موجودة على ضلع المثلث أ ك ل ، غير أنه ليس بالعادة أن يُعَرَّف المثلث بأربعة أحرف، لذا اقترحنا حذف الحرف و . ونذكر أن الأحرف الهندسية ـ في المخطوطة ـ مكتوبة بالأحمر، بينما الكلام مكتوب بالأسود. والأحرف الأربعة : أ ، ك ، ل ، و ، مكتوبة بالأحمر.

(١٦٥) استنتجنا ـ بعد متابعة بقية البرهان، وحتى يكون البرهان صحيحاً ـ ان النقطة ط هي تقاطع خط ك أ مع الكرة.

(١٦٦) في الأصل: أ حـ ف.

(١٦٧) في الأصل: أ ف.

(١٦٨) أ حـ = أ ل = نصف قطر الكرة.

(١٦٩) في الأصل: ف ل .

(١٧٠) في الأصل: ف ك .

فإذا وصلنا ل ص بخط مستقيم وأبعدناه على استقامة، انتهى إلى نقطة ك، فلنصل، وليكن خط ل ص ك. ونقطتا ل، ص على قوس ل ص [ن] ط؛ فخط ل ص ك يقطع سطح الكرة ويقع خارجاً منها؛ فنقطة د ـ التي على قوس [ل] ص د ط، وفيما بين نقطتي ص، ط ـ هي تحت خط [١٩٣أ] [ل] ص ك.

فنخرج من نقطة ك خطاً مستقيماً إلى نقطة د، ونبعده على استقامة؛ فهو يقطع خط و ل على نقطة فيما بين نقطتي و، ل، لأن نقط م، د، ص في سطح مثلث و ك ل [١٧١]، ونقطة د في سطح هذا المثلث وفيما بين خطي ك و [١٧٢]، ك ل. فليقطع خط ك د [١٧٣] خط و ل على نقطة ف. وهذا الخط يقطع سطح قطعة ر ص ح على نقطة في داخل قوس ر ص ح، أعني على نقطة في جهة هـ، فليقطعه على نقطة ي.

ونتوهم مخروطاً رأسه نقطة ك وقاعدته قطاع أ ر د ح [١٧٤]، فهذا المخروط إذا امتد على استقامة فهو يقطع سطح قطاع أ حـ ل ء لأنه يمر بنقط حـ، ف، ء، فهو يُحْدِث في سطح قطعة حـ ل ء خطاً منحنياً، فليكن ذلك الخط خط حـ ف ء. وهو يقطع أيضاً سطح قطاع ع ر ص [ح] فهو يحدث في قطعة ر ص ح خطاً منحنياً، فليكن خط ر ي ح.

فتكون نسبة مخروط ك حـ ل ء [١٧٥] إلى مخروط ك ر ص ح كنسبة مخروط ك حـ ف ء إلى مخروط ك ر ي ح، لأن سطحي القاعدتين متوازيان.

ونسبة مخروط ك حـ ل ء إلى مخروط ك ر ص ح أعظم من نسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك أ ر ح؛ فنسبة مخروط ك حـ ف ء إلى مخروط ك ر ي ح أعظم من نسبة مخروط ك أ حـ ء إلى مخروط ك أ ر ح، ونسبة جميع مخروط ك أ حـ ف ء إلى [جميع] مخروط

---

(١٧١) في الأصل: ف ك ل.

(١٧٢) في الأصل: ك ف.

(١٧٣) في الأصل: أ و.

(١٧٤) في الأصل: أ د ر ح [غيّرنا ترتيب الأحرف الهندسية].

(١٧٥) المخروط ك حـ ل ء هو: المخروط الصغير الذي رأسه نقطة ك وقاعدته القطعة الصغيرة حـ ل ء التي محيطها يتكون من القوس الصغير حـ ل ء وقطعة الخط المستقيم حـ ء. وهناك معاني مماثلة بالنسبة للمخروطات الصغيرة ك ر ص ح، ك حـ ف ء، ك ر ي ح.

ك ا ب ي ح أعظم من نسبة مخروط ك ا حـ ء إلى مخروط ك ا ب ح (١٧٦).

وقطعة المخروط التي فيما بين سطحي ا حـ ف ء ، ا ب ي ح (١٧٧)في داخل القطاع الكُرَي الذي فيمـا بين قطاعي ا حـ ل ء ، [ا ب د ح] . والقطاع الكُري الذي فيمـا بين نقطة ط وبين قطـاع ا ب د ح في داخل [مخروط] ك ا ب د ح ؛ فنسبة قطـاع [كـري] ا حـ ل ء ح د ب (١٧٨) إلى قطاع [كري] ا ط ح د ب (١٧٩) أعظم من نسبة قطعـة المخروط التي عليها ا حـ ف ء ح د ب إلى مخروط ك ا ح د ب .

وبالتركيب، تكون نسبة القطاع الكري(١٨٠) الذي زاويته زاوية مخروط ا ب حـ ء التي عند نقطة ا إلى القطاع الكري(١٨١) الذي زاويته زاوية مخروط [١٩٣ب] ا هـ ب ح التي عنـد نقطـة ا أعظم من نسبة مخـروط ك ا حـ ف ء إلى مخـروط ك ا ب د ح . ونسبة مخـروط ك ا حـ ف ء إلى مخروط ك ا ب د ح أعظم من نسبة مخروط ك ا حـ ء المستقيم الخطوط إلى مخـروط ك ا ب ح المستقيم الخطوط؛ فنسبة القطاع الكري الذي زاويته زاوية مخـروط ا ب حـ ء التي عند نقطة ا إلى القطاع الكري الذي زاويته مخروط ا هـ ب ح التي عنـد نقطة ا أعظم من نسبة مخروط ا ك حـ ء المستقيم الخطوط إلى مخروط ا ك ب ح المستقيـم



(١٧٦)

شرح : $\frac{\text{مخروط ك ا حـ ء}}{\text{مخروط ك ا ب ح}} > \frac{\text{مخروط ك حـ ل ء}}{\text{مخروط ك ب ص ح}} = \frac{\text{مخروط ك حـ ف ء}}{\text{مخروط ك ب ي ح}}$ ، [المتراجحـة تَبيَّنت سابقاً].

إذن : $\frac{\text{مخروط ك ا حـ ء + مخروط ك حـ ف ء}}{\text{مخروط ك ا ب ح + مخروط ك ب ي ح}} = \frac{\text{مخروط ك ا حـ ف ء}}{\text{مخروط ك ا ب ي ح}} < \frac{\text{مخروط ك ا حـ ء}}{\text{مخروط ك ا ب ح}}$

(١٧٧) في الأصل: ا ب ح .

(١٧٨) في الأصل: ا ح ل ء ح ب د [تغيير حرف، وتغيير ترتيب حروف].

(١٧٩) في الأصل: ا ط ح ب د [تغيير ترتيب أحرف].

(١٨٠) هذا القطاع الكري = قطاع كري ا حـ ل ء ح د ب + قطاع كري ا ط ح د ب .

(١٨١) هذا القطاع الكري هو: قطاع كري ا ط ح د ب .

الخطوط[١٨٢].

ونسبة القطاع الكري إلى القطاع الكري [الآخر] كنسبة زاويته التي عند نقطة أ التي هي مركز الكرة إلى زاوية القطاع الآخر [التي] عند نقطة أ. ونسبة مخروط[١٨٣] أ ك ح د إلى مخروط أ ك ر ع هي كنسبة مثلث ك ح د إلى مثلث ك ر ع. ونسبة مثلث ك ح د إلى مثلث ك ر ع < مثناة >[١٨٤] هي كنسبة ح ك إلى ك ر مثناة. ونسبة ح ك إلى ك ر مثناة هي كنسبة ب ح إلى ه ر مثناة، ونسبة ب ح إلى ه ر مثناة هي كنسبة مثلث ب ح د إلى مثلث ه ر ع؛ فنسبة زاوية مخروط أ ب ح د التي عند نقطة أ إلى [زاوية] مخروط أ ك ر ع التي عند نقطة أ أعظم من نسبة مثلث ب ح د إلى مثلث ه ر ع.

ونسبة زاوية المخروط[١٨٥] [الأعظم] - الذي مخروط أ ب ح د جزء منه - التي عند نقطة أ إلى زاوية مخروط أ ب ح د التي عند نقطة أ كنسبة جميع قاعدة المخروط [الأعظم]

---

(١٨٢) شرح: لقد أثبت ابن الهيثم قبل قليل الآتي:

$$\frac{\text{مخروط ك أ ح ف د}}{\text{مخروط ك أ ر ي ع}} < \frac{\text{مخروط ك أ ح د}}{\text{مخروط ك أ ر ع}}$$

وأيضاً:
$$\frac{\text{القطاع الكري الكبير}}{\text{القطاع الكري الصغير}} = \frac{\text{قطاع كري أ ح ل د ع ه ر + قطاع كري أ ط ع ه ر}}{\text{قطاع كري أ ط ع ه ر}} < \frac{\text{مخروط ك أ ح ف د}}{\text{مخروط ك أ ر ه ع}}$$

ويلاحظ أن منحنى ر ي ع هو امتداد للقوس الكري ر ه ع وهو أعلى منه. لذا فإن: مخروط ك أ ر ي ع > مخروط ك أ ر ه ع؛ وعليه فإن:

$$\frac{\text{قطاع كري كبير}}{\text{قطاع كري صغير}} < \frac{\text{مخروط ك أ ح ف د}}{\text{مخروط ك أ ر ه ع}} < \frac{\text{مخروط ك أ ح ف د}}{\text{مخروط ك أ ر ي ع}} < \frac{\text{مخروط ك أ ح د}}{\text{مخروط ك أ ر ع}}$$

(١٨٣) في الأصل: «... عند نقطة أ ف نسبة مخروط...»

(١٨٤) يجب حذف الكلمة «مثناة» في هذا الموضع، وإلا فإن النسبة تصبح غير صحيحة. ويبدو أن أحد القراء قد انتبه إلى هذا الخطأ فشطب الكلمة «مثناة» شطباً خفيفاً.

(١٨٥) يقصد: «المخروط الأعظم» الذي تكلم عنه المؤلف في بداية البرهان وَ«الذي مخروط أ ب ح د جزء منه».

إلى مثلث ب ح د . ونسبة زاوية مخروط أ هـ ر ح إلى زاوية المخروط[186] ـ الذي مخروط أ هـ ر ح جزء منه ـ كنسبة مثلث هـ ر ح إلى جميع قاعدة المخروط[186]

فنسبة زاوية المخروط الأعظم التي عند نقطة أ إلى زاوية المخروط الأصغر التي عند نقطة أ أعظم من نسبة قاعدة المخروط الأعظم إلى قاعدة المخروط الأصغر.

وذلك ما أردنا أن نبينّ .

[نظرية (مقدمة) ـ ١٠ ـ][187] : كل مخروطين، مستقيمي الخطوط، يقعان في كرة، وتكون قاعدة أحدهما أصغر من قاعدة الآخر وأكثر أضلاعاً؛ فإن نسبة زاوية المخروط، العظيم القاعدة، إلى زاوية [١٩٤ب][188] المخروط، الصغير القاعدة، أعظم من نسبة القاعدة إلى القاعدة. وذلك يكون في المكعب وذي الاثنتي عشرة قاعدة[189] .

[برهان ذلك] :

فليكن مركز الكرة نقطة أ . ولنعمل في هذين المخروطين مثل ما عملنا في المخروطين اللذين قبل هذين، أعني بأن نقسم قاعدة كل واحد منهما مثلثات .

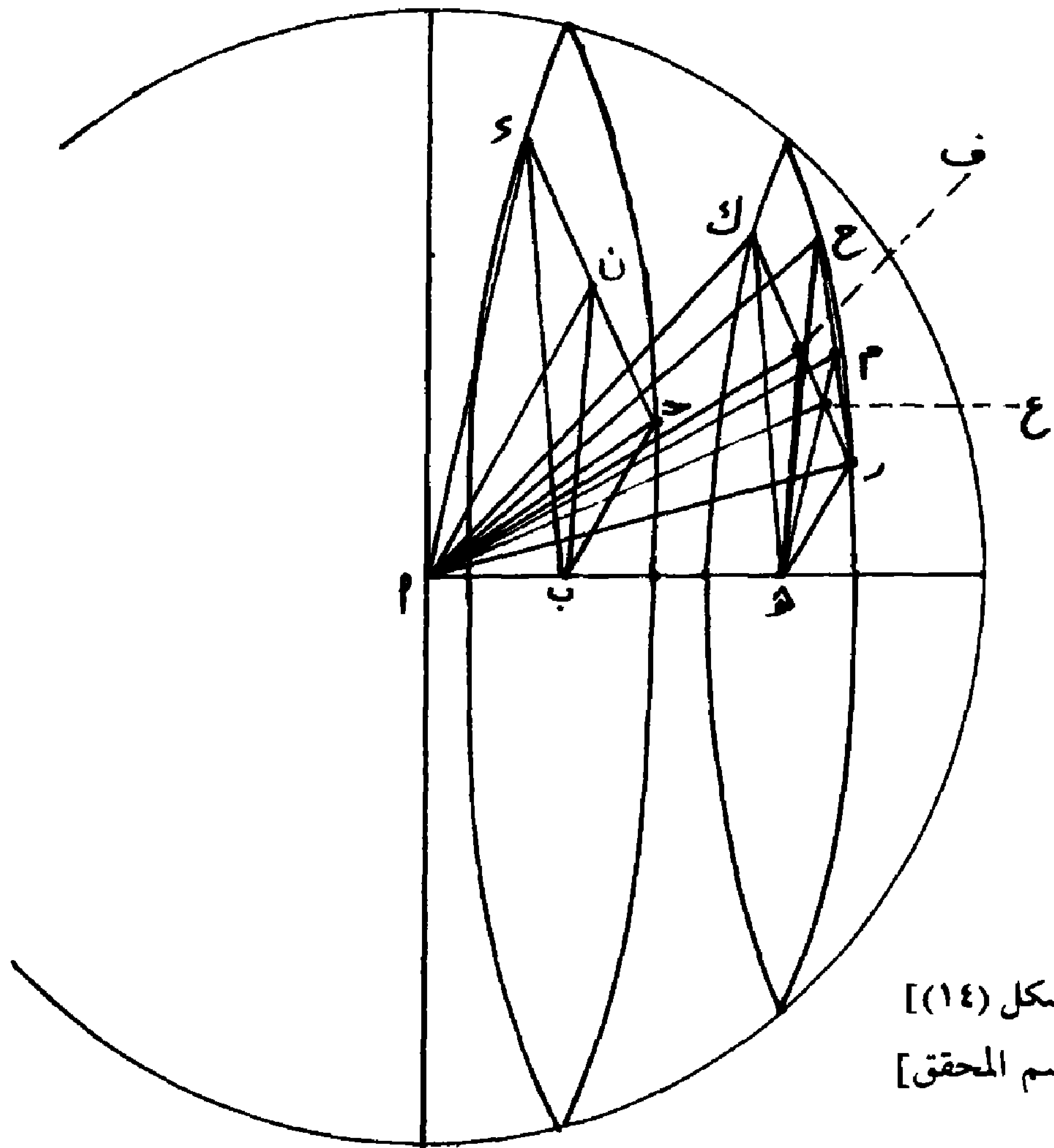
---

(١٨٦) «المخروط الذي مخروط أ هـ ر ح جزء منه»: هو مخروط ركبّه المؤلف بمحاذاة «المخروط الأعظم» في بداية البرهان. وقد ركبه المؤلف بطريقة جعله يساوي المخروط الذي سماه ـ في بداية البرهان ـ بـ «المخروط الأصغر». وحقيقة الأمر أن ما عمله المؤلف هو عملية دوران (rotation) جعلته ينقل «المخروط الأصغر» إلى المكان المناسب حتى يستطيع إقامة البرهان بشكل معقول، وهذا يساعد القارىء ـ العارف في الهندسة، القادر على تخيل الأشكال المجسمة في عقله ـ على متابعة البرهان.

(١٨٧) تتابع البرهان مع الشكل (١٤). وهناك رسم، في الصفحة (١٩٥ب)، يخص هذه النظرية، غير أنه رسم خاطىء ولا يمكن الاعتماد عليه.

(١٨٨) هناك رسم في الصفحة ١٩٤أ، يبدو أنه يخص النظرية السابقة (النظرية ـ ٩ ـ)، غير أنه رسم خاطىء تماماً ولا يساعد على فهم البرهان قطعاً، فمثلاً : إننا نجد الحرف الهندسي ك في ثلاثة مواضع مختلفة. أما باقي الصفحة ١٩٤أ فهو فراغ، ونجد في وسط هذا الفراغ الكلمتين «بياض صحيح».

(١٨٩) إن اختيار المؤلف لذي الإثنتي عشرة والمكعب، كمثال لهذه النظرية، هو اختيار معقول يساعد على تخيل النظرية. ونعلم أن المؤلف كان على معرفة تامة بأعمال أقليدس، ولعله هنا يشير إلى النظريتين ١٥ ، ١٧ من المقالة ١٣ من كتاب أقليدس «الأصول» ([٩٦]: م١١ : ٣٨٤ ـ ٣٩٣)؛ فالنظرية ١٥ تخص إنشاء مكعب محاط بكرة وإثبات أن مربع قطر الكرة يساوي ثلاثة أضعاف مربع ضلع المكعب، وأما النظرية ١٧ فتخص إنشاء ذي الاثنتي عشرة قاعدة خماسية منتظمة المحاط بكرة وإثبات أن ضلع القاعدة عدد غير قياسي (غير نسبي).



[الشكل (١٤)]

[رسم المحقق]

(١٩٠) { فلأن إحـدى القاعدتين أصغر من الأخرى يكون حتى كانت القاعدتان متشابهتين كانت الدائرة التي يحيط بالقاعدة الصغرى أكثر أضلاعاً وكانت مساوية للقاعدة الصغرى القليلة الأضلاع كانت الدائرة التي يحيط بها أصغر بكثير } (١٩٠).

فيكون العمـــود الخارج إلى القاعدة الصغرى أعظم من العمود الخارج إلى القاعـدة

(١٩٠) ما حصرناه بين حاصرتين { . . . . . } هو نص المخطوطة الأصل، ويبدو لنا أنه ليس واضحاً. ونحن نرى أن ما أراد المؤلف أن يقوله ـ بدلاً عما حصرناه بين الحاصرتين ـ هو شيء يعادل الآتي:
«فلأن إحدى القاعدتين أصغر من الأخرى»، «كانت الدائرة التي تحيط بالقاعدة الصغرى، [الـ] أكثر أضـلاعاً»، «أصغر بكثير» من الدائرة التي تحيط بالقاعدة العظمى «القليلة الأضلاع». ونخرج سطحاً موازياً لسطح القاعدة العظمى، يقطع سطح الكرة بدائرة تساوي الدائرة التي تحيط بالقاعدة الصغرى. ونجعل الدائرة الصغرى الثانية تحيط بقاعدة «مساوية للقاعدة الصغرى»، «حتى كانت القاعدتان متشابهتين».

العظمى . وليكن مركز قاعـدة المخروط العظيم القاعدة نقطة ب ، وأحد مثلثاتـه مثلث ب ج د ، ونصل أ ب ، أ ج ، أ د . فيكون أ ب عموداً على سطـح مثلث ب ج د . ونخرج أ ب ، ونجعل أ ه مثل عمود المخروط الآخر. وليكن مثلث ه ز ح مساوٍ لأحـد مثلثات المخروط الآخر وموازياً لسطح مثلث ب ج د . وليكن ه ز موازياً لخـط ب ج ، فيكون ه ح غير موازٍ لخط ب د ، لأن زاوية ز ه ح أصغر من زاوية ج ب د .

ونجعل زاوية ز ه ك مساوية لزاوية ج ب د . ولتكن نقطة ك على محيـط الدائرة المحيطة بالقاعدة. ونصل أ ز ، أ ح ، أ ك ، ز ح ، ز ك . ونقسم ج د بنصفين على نقطة ط . ونصل ب ط ، فيكون عموداً على خط ج د . ونقسم ز ح بنصفين على نقطة م . ونصـل ه م ، فيكون عمـوداً على خـط ز ح (١٩١). ونصـل خطـوط أ ط ، أ م

<أ ف ز ح> .

ونقسم ز ك بنصفين على نقطة ف <ز> . ونصل ه ف ، فيكون عموداً على خط ز ك . [ونصل أ ف]. فَتُقْسَم زوايـا المخروطات الثلاثة بنصفين نصفين ، أعني : مخروط أ ب ج د ، ومخروط أ ه ز ح ، ومخروط أ ه ز ك .

فلأن مثلث ه ز ك شبيه بمثلث ب ج د ، تكون نسبة زاوية مخروط أ ب ج د إلى زاوية [١٩٥أ] مخروط أ ه ز ك أعظم من نسبة مثلث ب ج د إلى مثلث ه ز ك (١٩٢)، كما تَبَيَّنَ في الشكل الذي قبل هذا(١٩٣). فتكون نسبة زاوية مخروط أ ب ج ط إلى زاوية مخـروط أ ه ز ف أعظم من نسبة مثلث ب ج ط (١٩٤) إلى مثلث ه ز ف .

ولأن زاوية ز ه ك أعظم من زاوية ز ه ح ، تكون زاوية ز ه ف أعظم من زاويـة ز ه م ؛ فزاوية ه ز ف أصغر من زاوية ه ز م ؛ فخط ز ف يقطع خط ه م ، فليقطعه على نقطة ع ، ونصل أ ع .

فلأن خط أ ز مثل خـط أ ك ، لأن كل واحد منهما هو نصف قطر الكرة ، وخـط

(١٩١) في الأصل: أ ز ك .

(١٩٢) في الأصل: ه ز ح .

(١٩٣) «الشكل الذي قبل هذا» = النظرية (المقدمة) - ٩ - السابقة .

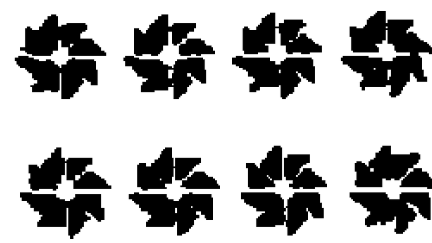
(١٩٤) في الأصل: ب ج ز .

ىـ ف مثل خط ف ك ، تكون زاوية ا ف ىـ قائمة ؛ فزاوية ا ع ىـ منفرجة .

فنسبة مثلث ىـ ه م [195] إلى مثلث ه ىـ ع أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ م إلى زاوية مخروط ا ه ىـ ع . كما تَبَيَّنَ في الشكل السادس[196] من هذه المقالة .

ولأن زاوية ا ف ىـ قائمة، تكون نسبة مثلث ه ىـ ف إلى مثلث ه ع ف أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ ف إلى زاوية مخروط ا ه ع ف، كما تَبَيَّنَ في الشكل السابع[197] من هذه المقالة .

فلأن نسبة مثلث ه ىـ ف إلى مثلث ه ع ف < إلى مثلث ه ع ف > أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ ف إلى زاوية مخروط ا ه ع ف، تكون نسبة مثلث ه ىـ ع إلى مثلث ه ىـ ف أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ ع إلى زاوية [مخروط] ا ه ىـ ف . ونسبة مثلث ه ىـ م إلى مثلث ه ىـ ع أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ م إلى زاوية مخروط ا ه ىـ ع ، ونسبة مثلث ه ىـ ع إلى مثلث ه ىـ ف أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ ع إلى زاوية [مخروط] ا ه ىـ ف؛ ففي نسبة المساواة، تكون نسبة مثلث ه ىـ م إلى مثلث ه ىـ ف أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ م إلى [زاوية] مخروط ا ه ىـ ف . فبالعكس، تكون نسبة زاوية مخروط ا ه ىـ ف إلى [زاوية] مخروط ا ه ىـ م أعظم من نسبة < من



(١٩٥) في الأصل: ء ه م .

(١٩٦) يقصد النظرية التي سميناها : «نظرية (مقدمة) ـ ٦ ـ». ويتضح أن ابن الهيثم قد سمى هذه النظرية «الشكل السادس» = المسألة (أو: النظرية) السادسة .

(١٩٧) يقصد النظرية التي سميناها : «نظرية (مقدمة) ـ ٧ ـ».

نسبة> مثلث هـ ر ف إلى مثلث هـ ر م [١٩٨].

ونسبة زاوية مخروط أ ب حـ د [١٩٩] إلى زاوية مخروط أ هـ ر ف أعظم من نسبة مثلث ب حـ د [٢٠٠] إلى مثلث هـ ر ف [٢٠١]، ونسبة زاوية مخروط أ هـ ر ف إلى زاوية [١٩٥ب] مخروط أ هـ ر م أعظم من نسبة مثلث هـ ر ف إلى مثلث هـ ر م [٢٠٢] . ففي

---

(١٩٨)

شرح : $\frac{\triangle \text{ هـ ر ف}}{\triangle \text{ هـ ع ف}} < \frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ف}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ع ف}}$

إذن : $\frac{\triangle \text{ هـ ر ف} - \triangle \text{ هـ ع ف}}{\triangle \text{ هـ ع ف}} < \frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ف} - \text{زاوية مخروط أ هـ ع ف}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ع ف}}$

أي : $\frac{\triangle \text{ هـ ر ع}}{\triangle \text{ هـ ع ف}} < \frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ع}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ع ف}}$

ولكننا نعلم أنه : إذا كان $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} < \frac{\text{حـ}}{\text{د}}$ فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب} + \text{أ}} < \frac{\text{حـ}}{\text{حـ} + \text{د}}$

[راجع : نتيجة النظرية ١٩، مقالة ٥، أصول اقليدس ([٩٦]: م١١: ٩٤)]

إذن : $\frac{\triangle \text{ هـ ر ع}}{\triangle \text{ هـ ر ف}} < \frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ع}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ف}}$ ،

وأثبت قبل قليل أن : $\frac{\triangle \text{ ر هـ م}}{\triangle \text{ هـ ر ع}} < \frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر م}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ع}}$ ،

وبضرب النسب، نحصل على : $\frac{\triangle \text{ ر هـ م}}{\triangle \text{ هـ ر ف}} < \frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر م}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ف}}$

«فبالعكس» : $\frac{\text{زاوية مخروط أ هـ ر ف}}{\text{زاوية مخروط أ هـ ر م}} < \frac{\triangle \text{ هـ ر ف}}{\triangle \text{ هـ ر م}}$

(١٩٩) في الأصل: أ ب حـ ر .

(٢٠٠) في الأصل: ب حـ ء .

(٢٠١) الخطوة صحيحة بالاستناد إلى النظرية (المقدمة) ـ ٩ ـ السابقة.

(٢٠٢) حصلنا على هذه النتيجة في (١٩٨).

نسبة المساواة، تكون نسبة زاوية مخروط ا ب ح د إلى زاوية مخروط ا هـ ر م أعظم من نسبة مثلث ب ح د إلى مثلث هـ ر م .

وَيَتَبَيَّنُ أن نسبة زاوية جميع المخروط الذي قاعدته أعظم، إلى زاوية جميع المخروط الذي قاعدته أصغر، أعظم من نسبة جميع قاعدة المخروط إلى جميع قاعدة المخروط، كما تَبَيَّنَ في الشكل الذي قبل هذا(٢٠٣) { لأن جميع زاوية المخروط أضعاف القاعدة أضعاف لمثلث ب ح د مثل أضعاف الزاوية } (٢٠٤). وكذلك المخروط الآخر.

فنسبة زاوية المخروط المستقيم الخطوط الذي قاعدته أعظم، إلى زاوية المخروط المستقيم الخطوط الذي قاعدته أصغر وأكثر(٢٠٥) أضلاعاً، أعظم من نسبة القاعدة إلى القاعدة.

وذلك ما أردنا أن نُبَيِّنَ.

وإذ قد قدمنا هذه المقدمات، فلنعد إلى أن نُبَيِّنَ ما قدمناها له(٢٠٦).

[نظرية ـ ١١ ـ] فنقول: إن كل مجسمين، كثيري القواعد، < وقواعدها> (٢٠٧) [كل واحد منهما قواعده] متساوية ومتساوية الأضلاع ومتشابهة، وقواعد أحدهما شبيهة بقواعد الآخر، والسطح المحيط بأحدهما مساوٍ للسطح المحيط بالآخر؛ فإن مساحة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من مساحة المجسم الآخر.

مثال ذلك(٢٠٨): مجسما ا ، ب . كل واحد منهما قواعده متساوية [وَ] متشابهة [وَ]

---

(٢٠٣) «الشكل الذي قبل هذا» = النظرية (المقدمة) ـ ٩ ـ السابقة.

(٢٠٤) ما حصرناه بين حاصرتين { . . . } هو نص المخطوطة الأصل، ونرى أنه ليس واضحاً. كما نرى أن ما أراد المؤلف أن يقوله يعادل مايلي: «لأن زاوية جميع المخروط مثل أضعاف زاوية المخروط ا ب ح د ، وجميع القاعدة مثل أضعاف مثلث ب ح د ».

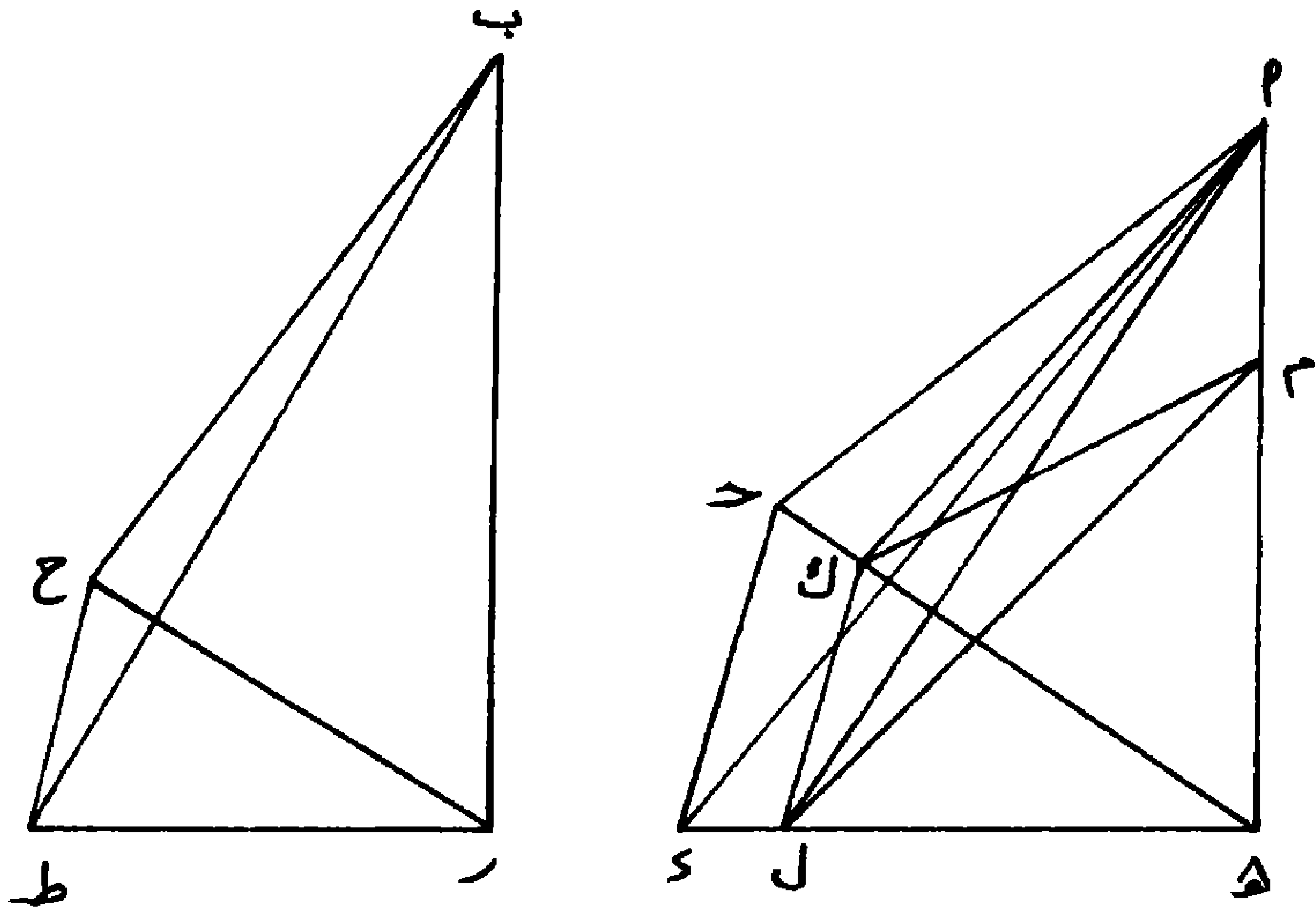
(٢٠٥) في الأصل: فأكبر.

(٢٠٦) يقصد: نعود الآن لإثبات النظريتين الرئيستين (١١ ، ١٢) الوارد نصهما قبل «المقدمات» دون برهان.

(٢٠٧) في الأصل: «وقواعدها» وقد تكون «وقواعدهما». [وفي الحالتين فتؤدي هذه الكلمة «وقواعدها أو وقواعدهما» إلى نوع من اللَّبْس. لذا اقترحنا حذف هذه الكلمة واستبدالها بالكلمات: «كل واحد منهما قواعده»، وقد أورد المؤلف هذه الكلمات «كل واحد منهما قواعده . . . » في فقرة «مثال ذلك» التالية.

(٢٠٨) نتابع البرهان في الشكلين (١٥).

متساوية الأضلاع. وقواعد أحدهما شبيهة بقواعد الآخر. والسطح المحيط بأحدهما مساوٍ للسطح المحيط بالآخر. وقواعد مجسم ب أكثر عدداً من قواعد [١٩٦أ] مجسم أ. فأقول: إن مساحة مجسم ب أعظم من مساحة مجسم أ.



برهان ذلك: إن العمود الواقع من مركز الكرة المحيطة بمجسم ب على قاعدة من قواعد مجسم ب يكون أعظم من العمود الواقع من مركز الكرة المحيطة بمجسم أ(٢٠٩).

[ولتكن نقطة أ مركز الكرة المحيطة بمجسم أ]، ولتكن نقطة ب مركز الكرة المحيطة بمجسم ب. وليكن مثلث هـ حـ د أحد المثلثات التي تنقسم إليها قاعدة من قواعد مجسم أ، ومثلث ر ح ط أحد المثلثات التي تنقسم إليها قاعدة من [قواعد] مجسم ب.



(٢٠٩) هذه الفقرة هي حقيقة هامة، يثبتها المؤلف في الفقرات التالية. وبعد أن يثبت ذلك، يصبح بقية البرهان أمراً سهلاً.

ونصل ﺃ ﻫ ، ﺑ ﺭ ؛ فيكونان عمودين على سطحي المثلثين كما تَبَيَّنَ من قبل [٢١٠].

وليكن عمود ﺑ ﺭ مساوياً لعمود ﺃ ﻫ أو أصغر منه، إن كان ذلك ممكناً.

ولأن قواعد المجسمين متشابهة، يكون مثلث ﻫ ﺣ ﺀ شبيهاً بمثلث ﺭ ﺡ ﻁ . ولأن قواعد مجسم ﺑ أكثر عدداً من قواعد مجسم ﺃ ، ومجموع قواعد أحدهما مساوٍ لمجموع قواعد الآخر؛ فيكون مثلث ﻫ ﺣ ﺀ أعظم من مثلث ﺭ ﺡ ﻁ ، وكل واحد منهما متساوي الساقين. فكل واحد من خطي ﻫ ﺣ ، ﻫ ﺀ أعظم من كل واحد من خطي ﺭ ﺡ ، ﺭ ﻁ .

فنفصل خطي ﻫ ﻙ ، ﻫ ﻝ مساويين لخطي ﺭ ﺡ ، ﺭ ﻁ . ونصل ﻙ ﻝ ، ﺃ ﻙ ، ﺃ ﻝ .

— فإن كان عمود ﺑ ﺭ [مساوياً لعمود ﺃ ﻫ] ، فإن مخروط ﺃ ﻫ ﻙ ﻝ مساوٍ لمخروط ﺑ ﺭ ﺡ ﻁ . وزاوية مخروط ﺃ ﻫ ﻙ ﻝ [، التي عند نقطة ﺃ ، مساوية لزاوية مخروط ﺑ ﺭ ﺡ ﻁ] ، التي عند نقطة ﺑ .

ولأن قواعد مجسم ﺃ متساوية ومتشابهة، تكون نسبة زاوية مخروط ﺃ ﻫ ﺣ ﺀ ، التي عند نقطة ﺃ ، إلى ثمان زوايا قائمة ، كنسبة مخروط ﺃ ﻫ ﺣ ﺀ إلى جميع المجسم [ﺃ] الكبير[٢١١] القواعد، وكنسبة مثلث ﻫ ﺣ ﺀ إلى جميع قواعد المجسم [ﺃ] التي هي السطح المحيط بالمجسم[٢١٢] [ﺃ].

---

(٢١٠) أوضح المؤلف هذا الأمر في أوائل برهانه للنظرية (للمقدمة) - ٩ -. ونمزج الآن كلامنا مع كلام المؤلف الوارد في أوائل برهان النظرية (المقدمة) - ٩ - مع ملاحظة تغيير الأحرف الهندسية، ويحصل عندنا الآتي: «ونتوهم سطح قاعدة» - من قواعد مجسم ﺑ - «يقطع الكرة، فهو يحدث فيها دائرة، فليكن مركز الدائرة نقطة» ﺭ . «ونصل» ﺑ ﺭ ، «فيكون عموداً على سطح الدائرة الذي هو سطح» القاعدة. «ونتوهم خطوطاً تخرج من نقطة» ﺭ «إلى زوايا» القاعدة، «فهي تقسم القاعدة بمثلثات متساويات، فليكن أحد المثلثات مثلث» ﺭ ﺡ ﻁ .

ونقول كلاماً مماثلاً بالنسبة لإحدى قواعد مجسم ﺃ . فالنقطة ﻫ هي مركز دائرة تقع على سطح الكرة ﺃ وتحيط بقاعدة من قواعد مجسم ﺃ . وعليه فإن ﺃ ﻫ عمود أيضاً ، حيث نقطة ﺃ هي مركز الكرة ﺃ التي تحيط بالمجسم ﺃ .

(٢١١) الكلمة «الكبير» غير منقوطة، فإذا كتبنا «الكثير» يصبح المجسم هو مجسم ﺑ . ولكننا نرى أن المؤلف يقصد مجسم ﺃ . لذا أضفنا من طرفنا الحرف [ﺃ] وكتبنا «الكبير».

(٢١٢) في الأصل: بالجسم.

وكذلك تكون نسبة زاوية مخروط ب ر ح ط ، التي عند نقطة ب ، إلى ثمان زوايا قائمة، كنسبة مخروط ب ر ح ط إلى جميع المجسم [ب]، وكنسبة مثلث ر ح ط إلى جميع السطح المحيط بالمجسم(٢١٢) [ب].

والسطحان المحيطان بالمجسمين متساويان، فنسبة مثلث ه ح ء إلى جميع السطح المحيط بمجسم ب ، كنسبة زاوية [١٩٦ب] المخروط أ ه ح ء ، التي عند نقطة أ ، إلى ثمان زوايا قائمة.

ونسبة السطح المحيط بمجسم ب إلى مثلث ر ح ط كنسبة ثمان زوايا قائمة، إلى زاوية مخروط ب ر ح ط ، التي عند نقطة ب .

ففي نسبة المساواة، تكون نسبة مثلث ه ح ء إلى مثلث ر ح ط كنسبة زاوية مخروط أ ه ح ء ، التي عند نقطة أ ، إلى زاوية مخروط ب ر ح ط ، التي عند نقطة ب (٢١٣).

ومخروط أ ه ك ل مساوٍ لمخروط ب ر ح ط <ونسبة ن> ، وزاويته التي عند نقطة أ مساوية للزاوية التي عند نقطة ب ، ومثلث ه ك ل مساوٍ لمثلث ر ح ط ؛ فنسبة مثلث ه ح ء إلى مثلث ه ك ل كنسبة زاوية مخروط أ ه ح ء التي عند نقطة أ إلى زاوية مخروط أ ه ك ل التي عند نقطة أ . وهذا محال، لأنه قد تَبَيَّنَ في الشكل الثامن(٢١٤) من هذه المقالة أن نسبة مثلث ه ح ء إلى مثلث ه ك ل أعظم من نسبة زاوية مخروط أ ه ح ء التي عند نقطة أ إلى زاوية مخروط أ ه ك ل التي عند نقطة أ .

فليس عمود أ ه مثل عمود ر ب .

---

(٢١٣)

شرح : $\frac{\text{زاوية مخروط أ ه ح ء}}{\text{ثمان قوائم}} = \frac{\text{مخروط أ ه ح ء}}{\text{مجسم أ}} = \frac{\triangle\ \text{ه ح ء}}{\text{سطح مجسم أ}} = \frac{\triangle\ \text{ه ح ء}}{\text{سطح مجسم ب}}$ ..... (★)

وأيضاً : $\frac{\text{زاوية مخروط ب ر ح ط}}{\text{ثمان قوائم}} = \frac{\text{مخروط ب ر ح ط}}{\text{مجسم ب}} = \frac{\triangle\ \text{ر ح ط}}{\text{سطح مجسم ب}}$ .... (★★)

نأخذ النسب على أطراف (★)، (★★)، وجميع هذه النسب متساوية، (ففي نسب المساواة) نحصل على:

$$\frac{\triangle\ \text{ه ح ء}}{\triangle\ \text{ر ح ط}} = \frac{\text{زاوية مخروط أ ه ح ء التي عند نقطة أ}}{\text{زاوية مخروط ب ر ح ط التي عند نقطة ب}}$$

(٢١٤) يقصد النظرية (المقدمة) ـ ٨ ـ.

— وإن كان عمود ب ر أصغر من عمود ا ه ، فَصَلْنا ه م مثل ب ر ، [وَ] وَصَلْنا خطي م ك ، م ل . فيكون مخروط م ه ك ل مساوياً لمخروط ب ر ح ط ، وزاويته التي عند نقطة م مساوية للزاوية التي عند نقطة ب . فتكون نسبة مثلث ه ح ء إلى مثلث ه ك ل ، كنسبة زاوية مخروط ا ه ح ء ، التي عند نقطة ا ، إلى زاوية مخروط [م] ه ك ل ، التي عند نقطة م ، [كما تبيّن من قبل](٢١٥) . لكن زاوية ه م ك (٢١٦) المسطحة ، أعظم من زاوية ه ا ك [المسطحة]. وزاوية ه م ل [المسطحة] أعظم من زاوية ه ا ل [المسطحة]. وزاوية ك م ل [المسطحة] أعظم من زاوية ك ا ل [المسطحة]، لأن المثلثين [ك م ل ، ك ا ل] متساويي الساقين، وضلعا ا ك ، ا ل أعظم من ضلعي م ك ، م ل ، وقاعدة المثلثين واحدة؛ فزاوية ك م ل أعظم من زاوية ك ا ل .

فالزوايا المسطحة المحيطة بزاوية مخروط م ه ك ل المجسمة، التي عند نقطة م ، أعظم [١٩٧أ] من الزوايا المسطحة المحيطة بزاوية مخروط ا ه ك ل المجسمة ، التي عند نقطة ا ؛ فزاوية مخروط م ه ك ل المجسمة، التي عند نقطة م ، أعظم من زاوية مخروط ا ه ك ل ، التي عند نقطة ا .

ونسبة مثلث ح ه ء إلى مثلث ك ه ل أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ح ء ، التي عند نقطة ا ، إلى زاوية مخروط ا ه ك ل ، التي عند نقطة ا (٢١٧) . فنسبة مثلث ح ه ء [إلى مثلث ك ه ل ، أعظم من نسبة زاوية مخروط ا ه ح ء] التي عند نقطة ا ، إلى زاوية مخروط م ه ك ل ، التي عند نقطة م (٢١٨). وقد كانت هاتان النسبتان متساويتين، وهذا محال.

فليس عمود ب ر بأصغر من عمود ا ه ، وقد تبيّن أنه ليس بمساوٍ له.

فعمود ب ر أعظم من عمود ا ه .

---

(٢١٥) نرى أن الخطوة الأخيرة ـ هنا ـ تحتاج إلى برهان ، غير أنه برهن ما يعادلها قبل قليل . لذا أضفنا الكلمات «كما تبين من قبل» وهي كلمات استعملها المؤلف سابقاً. وشرحنا البرهان الذي نشير إليه هنا في الملاحظة (٢١٣) من الحاشية . آخذين بعين الاعتبار ان : مثلث ر ح ط = مثلث ه ك ل ، وزاوية مخروط ب ر ح ط التي عند نقطة ب تساوي زاوية مخروط ه م ك ل التي عند نقطة م .

(٢١٦) في الأصل: م ه ك .

(٢١٧) يستند هنا إلى (النظرية (المقدمة) ـ ٨ ـ.

(٢١٨) زاوية مخروط م ه ك ل اكبر من زاوية مخروط ا ه ك ل ؛ ونستند إلى النظرية ـ ٨ ـ فنحصل على:

$$\frac{\triangle\ ح ه ء}{\triangle\ ك ه ل} > \frac{\text{زاوية مخروط ا ه ح ء}}{\text{زاوية مخروط ا ه ك ل}} > \frac{\text{زاوية مخروط ا ه ح ء}}{\text{زاوية مخروط م ه ك ل}}$$

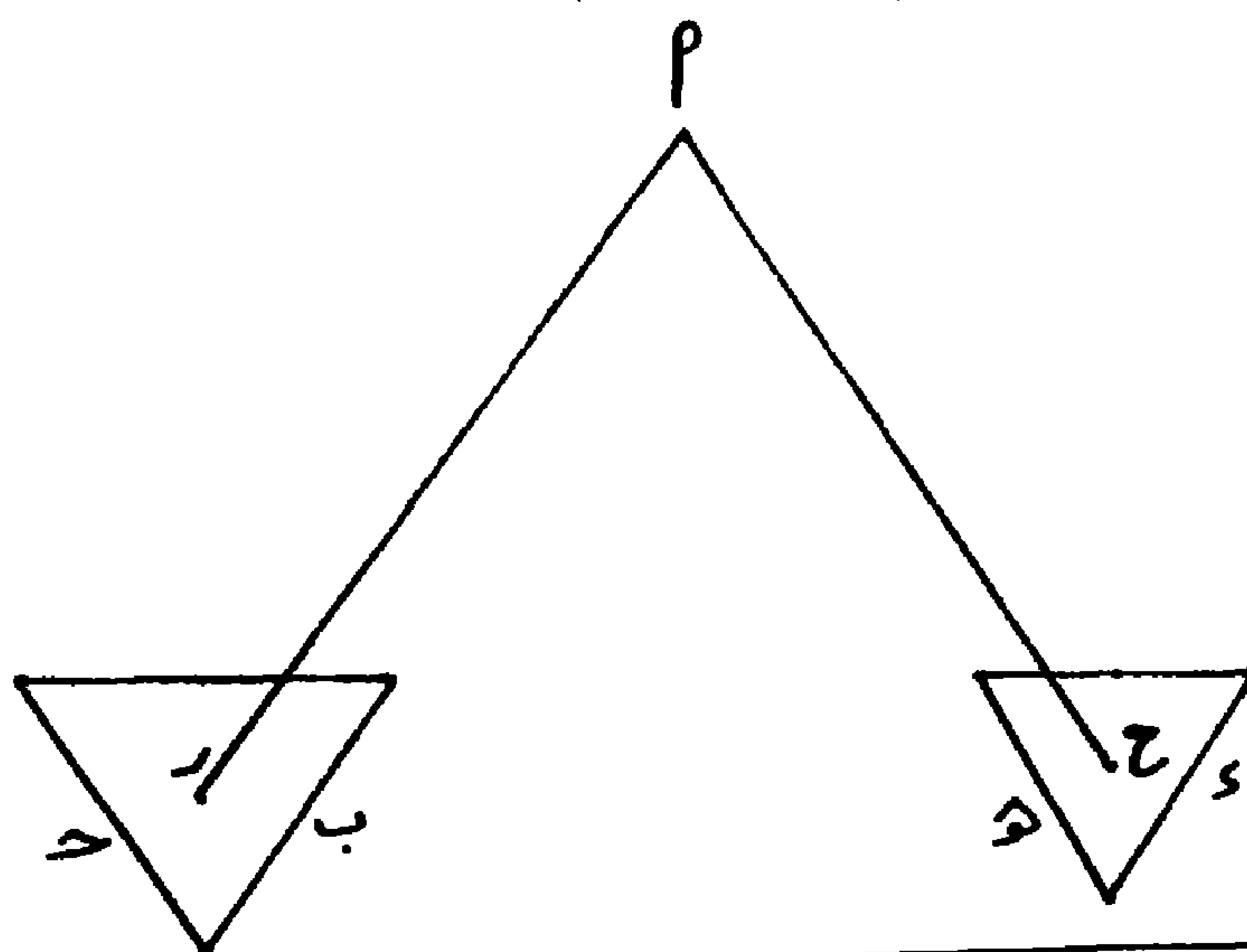
وضرب عمود ب ر في ثلث جميع[219] قواعد مجسم ب . هو مساحة مجسم ب . وضرب عمود ا ه في ثلث جميع قواعد مجسم ا ، هو مساحة مجسم ا . وجميع قواعد < قواعد > مجسم ب مساوية لجميع قواعد مجسم ا بالفرض. وعمود ب ر أعظم من عمود ا ه [بالبرهان]. فمساحة مجسم ب أعظم من مساحة مجسم ا .

وذلك ما أردنا أن نُبَيِّنَ.

[نظرية -١٢-] ونقول أيضاً: إن كل مجسمين، [يكون كل واحد منهما][220] متساوي القواعد، وقواعده[221] متساوية الأضلاع ومتشابهة، وقواعد[222] أحدهما شبيهة بقواعد الآخر، وقواعد أحد المجسمين أكثر عدداً من قواعد المجسم الآخر، إذا أحاط بهما كرة واحدة [١٩٧ب]؛ فإن السطح المحيط بجميع المجسم، الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من السطح المحيط بالمجسم الآخر؛ ومساحة المجسم الأكثر قواعد أعظم من مساحة المجسم الآخر.

فلتكن[223] كرة مركزها ا ، وليقع فيها مجسمان على الصفة التي قدمناها. فأقول: إن المجسم الذي هو أكثر قواعد أعظم سطحاً وأعظم مساحة.

[الشكل (١٦)]



(٢١٩) جيع = مجموع.

(٢٢٠) راجع نص النظرية - ١٢ - كما ورد قبل النظريات (المقدمات).

(٢٢١) في الأصل: وقواعدهما. [راجع نص النظرية - ١٢ - كما ورد قبل المقدمات].

(٢٢٢) في الأصل: بقواعد. [راجع نص النظرية - ١٢ - كما ورد قبل المقدمات].

(٢٢٣) هذه الفقرة هي فقرة «مثال ذلك». وبعكس طريقة ابن الهيثم غير المختصرة، فقد جاءت هذه الفقرة مختصرة.

برهان ذلك[٢٢٤]: إن قواعد [أحد] المجسمين شبيهة بقواعد المجسم الآخر. فالزاوية المجسمة التي عند مركز الكرة التي توترها قاعدة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً تكون أصغر من الزاوية المجسمة التي عند مركز الكرة التي توترها قاعدة المجسم القليل القواعد. وذلك لأن نسبة كل واحدة من الزاويتين المجسمتين إلى ثمان زوايا قائمة مجسمة، كنسبة القاعدة التي توتر الزاوية إلى جميع القواعد المتصلة بها، التي هي السطح المحيط بالمجسم.

ونسبة قاعدة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً إلى جميع قواعده، أصغر من نسبة قاعدة المجسم القليل القواعد إلى جميع قواعده. فالزاوية المجسمة التي توترها قاعدة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أصغر من الزاوية المجسمة التي توترها قاعدة المجسم القليل القواعد.

وعدد الزوايا المسطحة المحيطة بإحدى الزاويتين المجسمتين، مساوية لعدد الزوايا المسطحة [المحيطة] بالزاوية المجسمة الأخرى.

والزوايا المسطحة المحيطة بكل واحدة من الزاويتين المجسمتين متساوية. وكل واحدة من الزوايا المسطحة المتساوية التي تحيط بالزاوية المجسمة الصغرى، أصغر من كل واحدة من الزوايا المسطحة المتساوية المحيطة بالزاوية المجسمة العظمى، لأنه لو كانت الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة الصغرى مساوية للزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة العظمى [لـ] كانت الزاوية المجسمة الصغرى أعظم من الزاوية المجسمة العظمى، وهذا محال. فكل واحدة [١٩٨أ] من الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة الصغرى، أصغر من كل واحدة من الزوايا المسطحة المحيطة بالزاوية المجسمة العظمى.

فقد يمكن أن تقع جميع الزاوية المجسمة الصغرى في داخل الزاوية المجسمة العظمى. وإذا كان ذلك كذلك؛ فإن الدائرة المحيطة بالقاعدة التي توتر الزاوية المجسمة الصغرى، قد يمكن أن تقع تحت الدائرة المحيطة بالقاعدة التي توتر الزاوية المجسمة العظمى.

فإذا كانت الدائرة تحت الدائرة، وهما في كرة واحدة، فإن الدائرة السفلى تكون أصغر

---

(٢٢٤) تتابع البرهان في الشكل ـ ١٦ ـ. وقد رسمنا الشكل كما ورد في المخطوطة.

من الدائرة العظمى. وإذا كانت أصغر، كان الخط الذي يخرج من مركز الكرة إلى مركز الدائرة الصغرى، أعظم من الخط الخارج من مركز الكرة إلى مركز الدائرة العظمى.

والخط الخارج من مركز الكرة إلى مركز كل دائرة فيها، إذا كان محيط الدائرة في سطح الكرة، يكون عموداً على سطح الدائرة، وعموداً على سطح كل شكل يكون في الدائرة.

فالعمود الذي يخرج من مركز [الكرة]، القائم على سطح قاعدة للمجسم الذي قواعده أكثر عدداً، يكون أعظم من العمود الخارج من مركز [الكرة] القائم على سطح قاعدة المجسم القليل القواعد.

وقد تبينَّ من هذا البيان ـ أيضاً ـ أن كل واحدة من قواعد المجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أصغر من كل واحد[ة] من قواعد المجسم القليل القواعد. لأن قواعد أحد المجسمين شبيهة بقواعد المجسم الآخر، والدائرة المحيطة بقاعدة المجسم الأكثر قواعد أصغر؛ فالقاعدة التي في الدائرة الصغرى، أصغر من القاعدة التي في الدائرة العظمى.

فلتكن القاعدة العظمى ب حـ، والقاعدة الصغرى د هـ. وليكن العمود الخارج من مركز الكرة إلى قاعدة د هـ، عمود ا ح.

فنسبة الزاوية المجسمة العظمى إلى الزاوية المجسمة الصغرى مؤلفة من نسبة الزاوية العظمى إلى ثمان زوايا قائمة، ومن نسبة ثمان زوايا قائمة إلى الزاوية الصغرى.

ونسبة [١٩٨ب] الزاوية العظمى إلى ثمان زوايا قائمة، كنسبة قاعدة ب حـ إلى جميع القواعد المتصلة بها التي هي جميع سطح المجسم، لأن عدّ الزوايا وَعدّ القواعد متساويان، والزوايا متساوية، والقواعد متساوية.

ونسبة ثمان زوايا قائمة إلى الزاوية الصغرى، كنسبة جميع قواعد المجسم المتصلة بقاعدة د هـ إلى قاعدة د هـ.

فنسبة الزاوية العظمى إلى الزاوية الصغرى مؤلفة من نسبة قاعدة ب حـ إلى جميع القواعد المتصلة بها، ومن نسبة جميع القواعد المتصلة بقاعدة د هـ إلى قاعدة د هـ.

ونسبة الزاوية العظمى إلى الزاوية الصغرى هي أعظم من نسبة قاعدة ب حـ إلى

قاعدة ء ه ، كما تبيّن في الشكل التاسع[٢٢٥] من هذه المقالة.

فالنسبة المؤلفة من نسبة قاعدة ب ح إلى جميع سطح المجسم الذي قاعدته ب ح ، ومن نسبة جميع سطح المجسم الذي قاعدتــه ء ه إلى قاعـدة ء ه ، أعظم من نسبة قاعــدة ب ح إلى قاعدة ء ه .

ونسبة قاعدة ب ح [إلى قاعدة ء ه] مؤلفة من نسبة قاعدة ب ح إلى جميــع سطح المجسم الذي قاعدته ب ح ، ومن نسبة جميع سطح هذا المجسم إلى قاعدة[٢٢٦] ء ه .

فالنسبة المؤلفة من نسبة قاعدة ب ح إلى جميـع سطح المجسم الذي قاعدته ب ح ومن نسبة جميع سطــح المجسم الذي قاعدتــه ء ه إلى قاعــدة ء ه ، أعظم من النسبة المؤلفة من نسبة قاعدة ب ح إلى جميــع سطح المجسم الذي قاعدتــه ب ح ومن نسبة جميع سطح هذا المجسم إلى قاعــدة ء ه . فَنُسقط النسبة المشتركة، فيبقى: نسبة جميع سطح المجسم الذي قاعدته ء ه إلى قاعدة ء ه ، أعظم من نسبة جميع سطــح المجسم الذي قاعدته ب ح إلى قاعدة ء ه .

فجميع سطح المجسم الذي قاعدته ء ه ، أعظم من جميع سطح المجسم الذي قاعدته ب ح[٢٢٧].

---

(٢٢٥) يقصد: النظرية (المقدمة) - ٩ -.

(٢٢٦) في الأصل: الذي قاعدته ء ه . [غيّرنا الكلمات «الذي قاعدته ء ه » إلى الكلمــات «إلى قاعدة ء ه »، وهذا التغيير تغيير ضروري، فبدونه يسقط البرهان. ونرى أن الناسخ هو المخطىء وليس المؤلف].

(٢٢٧)

$$\frac{\text{زاوية مجسم عظمى}}{\text{زاوية مجسم صغرى}} = \frac{\text{زاوية مجسم عظمى}}{\text{ثمان قوائم}} \times \frac{\text{ثمان قوائم}}{\text{زاوية مجسم صغرى}}$$

$$= \frac{\text{قاعدة ب ح}}{\text{سطح مجسم قاعدته ب ح}} \times \frac{\text{سطح مجسم قاعدته ء ه}}{\text{قاعدة ء ه}}$$

واستناداً إلى النظرية - ٩ -

فإن :

$$\frac{\text{زاوية مجسم عظمى}}{\text{زاوية مجسم صغرى}} < \frac{\text{قاعدة ب ح}}{\text{قاعدة ء ه}}$$

إذن :

$$\frac{\text{قاعدة ب ح}}{\text{سطح مجسم قاعدته ب ح}} \times \frac{\text{سطح مجسم قاعدته ء ه}}{\text{قاعدة ء ه}} < \frac{\text{قاعدة ب ح}}{\text{قاعدة ء ه}}$$

$$= \frac{\text{قاعدة ب ح}}{\text{سطح مجسم قاعدته ب ح}} \times \frac{\text{سطح مجسم قاعدته ب ح}}{\text{قاعدة ء ه}}$$

إذن: سطح مجسم قاعدته ء ه > سطح مجسم قاعدته ب ح

وعمود ا ح أعظم من عمود ا ر . فضرب عمود ا ح في ثلث جميع سطح المجسم الذي قاعدته د ه ، أعظم من ضرب [١٩٩أ] ا ر في ثلث جميع سطح المجسم الذي قاعدته ب ح .

وضرب العمود في ثلث جميع قواعد الشكل المتساوي القواعد الذي يحيط به كرة، هو مساحة ذلك المجسم. فَـ[مساحة] المجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من مساحة المجسم الذي قواعده أقل عدداً.

فكل مجسمين يقعان في كرة، ويكون[٢٢٨] [كل واحد منهما] متساوي[٢٢٨] القواعد، [وقواعده متساوية الأضلاع] ومتشابهة، وقواعد أحدهما شبيهة بقواعد الآخر، وقواعد أحدهما أكثر عدداً من قواعد الآخر؛ فإن السطح المحيط بالمجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من السطح المحيط بالمجسم الذي قواعده أقل عدداً، ومساحة المجسم الكثير القواعد، أيضاً، أعظم من مساحة المجسم القليل القواعد.

وذلك ما أردنا أن نُبيِّن.

وإن كانت قواعد المجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أكثر أضلاعاً من أضلاع قواعد المجسم الآخر[٢٢٩]، وكان العمود الذي يخرج إلى قاعدة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً أعظم من العمود الخارج إلى قاعدة المجسم الآخر؛ فإن سطح المجسم الذي قواعده أكثر عدداً ـ أيضاً ـ أعظم من سطح المجسم الآخر، ومساحته أعظم من مساحته.

وذلك أنه يتبيّن، كما تبيّن في الشكل الذي تقدم، أن نسبة الزاوية المجسمة إلى الزاوية المجسمة، مؤلفة من نسبة القاعدة إلى جميع القواعد المتصلة بها ومن نسبة جميع القواعد المتصلة بالقاعدة الأخرى إلى القاعدة الأخرى [١٩٩ ب].

ونسبة الزاوية المجسمة إلى الزاوية المجسمة، أعظم من نسبة القاعدة إلى القاعدة، كما تَبيّن في الشكل ي[٢٣٠] من هذه المقالة.

---

(٢٢٨) في الأصل : « ويكونان متساوي » أو « ويكونان متساويي » وخشية اللّبس، رجعنا إلى نص النظرية ـ ١٢ ـ الوارد قبل النظريات (المقدمات).

(٢٢٩) يلاحظ هنا أن قاعدة المجسم الأول لا تشبه قاعدة المجسم الثاني.

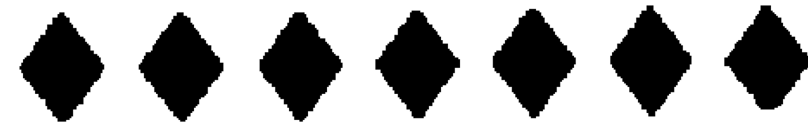
(٢٣٠) ي = ١٠، أي: الشكل ي = الشكل العاشر. وهو يقصد هنا النظرية (المقدمة) ـ ١٠ ـ.

فَيَتَبَيَّنُ كما تَبيَّنَ، فيما تقدم، أن السطح المحيط بالمجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من السطح المحيط بالمجسم القليل القواعد، وأن مساحة المجسم الذي قواعده أكثر عدداً، أعظم من مساحة المجسم الآخر.

فقد تَبَيَّنَ من جميع ما بَيَّناه، في هذه المقالة، أن الكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها[٢٣١] متساوية، وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها متساوية، وأن ما كان أقرب إلى الاستدارة، من هذه الأشكال، كان أوسع مما بَعُدَ منها.

وذلك ما قصدنا لتبيينه في هذه المقالة.

تمت المقالة والحمد لله[٢٣٢] على التمام، والصلوٰة على سيد الأنام وآله الكرام.



(٢٣١) في الأصل: أحاط بها.

(٢٣٢) في الأصل: «والحمد الله». وقد يكون الأصل: «ونحمد الله».

The Sphere And Circle Are Largest Among Solid And Plane Figures

This chapter considers a treatise entitled: "A treatise by Al-Ḥasan Ibn Al-Ḥasan Ibn Al-Haythem: on that the sphere is the largest [in volume] of all solid figures that have equal boundaries, and that the circle is the largest [in area] of all plane figures that have equal boundaries"

Ibn Al-Haytham also says in his introduction: "Whenever a solid (plane) figure becomes closer to a spherical (circular) figure, the larger it is from that which is further away".

He then says: "Schoalrs mentioned and used these notions, however we have not seen a proof of them or convincing evidence. hence we thought of it and came up with a comprehensive proof that covers all these notions".

The writer of this book is not aware of any Greek proofs of these "notions". As for Arab scholars, the Fihrist of Ibn Al-Nadīm mentions a treatise, apparently not extant, by Al Kindī (died around the middle of the 3rd century Hijra) whose title is similar to that of Ibn Al-Haytham's treatise. We assume that Ibn Al-Haytham must have seen Al-Kindīs treatise and found that it mentions and uses the mentioned notions, but it does not give proofs or convincing evidence. Consequently, we assume that Ibn Al-Haytham is the first scholar to give such proofs.

We find 14 propositions with proofs in the treatise, however some statements in the last three propositions refer to previous numbered propositions. The propositions are not numbered in the manuscript that we edited, namely: 'Atif 1714, pp. 178^a – 199^b [Sezgin writes: Atif 1714/18 (ff. 182-204, 1158H).]. However, our analysis indicate that Ibn Al-Haytham divided his treatise into 12 propositions. There are 6 main propositions and 6 propositions considered as Lemmas

We translate the enunciations of the propositions, and where needed we also translate the "for example = setting-out" part.

Prop. (1): "Every circle, whose circumference is equal to the circumference of a straight lined [plane] figure, whose sides and angles are equal [i.e. regular]. Then the area of it [i.e. the circle] is larger than the area of it [i.e. the other plane figure]".

Prop. (2): "Two straight lined [plane] figures have equal circumferences, each one has equal sides and angles. The number of the sides of one of them is more than the other, then its area is larger than the area of the other".

Prop. (3): "And we also say that: every two [plane] figures, where each one has equal sides and angles, both circumscribed by one circle, the number of the sides of one of them is more than the other; then the area of the one that has more sides is larger than the area of the other, and its [i.e. the one having more sides] cirumference is larger than its [ie. the other figure] circumference".

Before proving prop. (3), Ibn Al-Haytham says: "Let us introduce for this [i.e. for prop. (3)] a lemma, and it is: every two different arcs [of a circle] whose sum is not more than two thirds of a circle. Then the ratio of the larger arc to the smaller arc is greater than the ratio of the chord of the greater arc to the cord of the smaller arc". Apparently Ibn Al-Haytham considers this lemma as part of prop.(3), hence we will not give it a number.

Prop. (4) : "And we also say that: every sphere whose surface, that surrounds it, is equal to the surface of a solid having equal bases, and the bases have equal sides and [are] similar. Then the volume of the sphere is larger than the volume of the solid that has equal bases".

After stating prop. (4) and before proving it, he says: "We introduce for this [i.e. for prop. (4)] some lemmas, and they are: the virtuous Archimedes showed in his book-On The Sphere And Cylinder- that:...". He states these facts concerning the volume and surface area of the sphere and the volume of the cylinder, and deduces some obvious results from them and uses them in proving prop. (4).

He then states, without proof, the enunciations of the other two main propositions that we call prop. 11 and prop. 12. At the end of his treatise, he restates these two propositions briefly and proves them. We translate their long enunciations as they appeared immediately after the proof of prop. (4).

Prop. (11) : "And we also say that: every two solids, where each one has equal bases, and its bases have equal sides and are similar. The bases of one of them are similar to the bases of the other, and the bases of one of them are more in number than the [number of the] bases of the other. And this exists [for example] in solids whose bases are equilateral triangles. If the surface that surrounds one of them is equal to the surface that surrounds the other – I mean the sum of the [areas of the] bases of one of them is equal to the sum of the [areas of the] bases of the other – then the volume of the solid whose bases are more in number is larger than the volume of the other".

Prop. (12) : "And we also say that: every two solids, where each one of them has equal bases, and its bases have equal sides and are similar. The bases of one of them are similar to the bases of the other. The number of the

bases of one of them is greater than [the number of] the bases of the other. If both are circumscribed by one sphere, then the surface that surrounds the solid that has more bases is larger than the surface that surrounds the other solid, and the volume of the solid that has more bases is larger than the volume of the other solid".

After stating prop.'s 11,12, without proof, he says: "And let us introduce [some] lemmas for this [i.e. for prop's 11,12]". He then states and proves six lemmas that are needed to prove prop.'s 11,12.

Before the lemmas, we mention that the word "makhrūṭ =مخروط" in Arabic geometry usually means: a "cone" whose base is some kind of a closed connected plane figure . In this treatise, Ibn Al-Haytham uses the word "makhrūṭ" to mean: a solid [pyramid-like] figure that has an apex, and a plane base that has three or more sides, whose faces are triangles that are not ncessarily similar.

Prop. (Lemma) — 5 — : "Every two makhrūṭs, having straight lines [edges], inscribed in a sphere, their apexes is the center of the sphere. Then the ratio of the [solid apex] angle of the makhrūṭ to the [solid apex] angle of the other makhrūṭ is as the segment of the surface of the sphere which is opposite the [solid apex] angle of the makhrūṭ to the segment of the surface of the sphere which is opposite the [solid apex] angle of the other makhrūṭ, and is as the spherical sector whose base is the [first] segment of the surface of the sphere to the [other] sector whose base is the other segment".

Prop. (Lemma) — 6 — : "Every straight lined makhrūṭ [here: tetrahedron] whose base is a triangle, where one of the sides which is drawn from the apex to one of the base angles makes angles not less than a right angle with each of the [two] sides of the base angle. If a line is drawn from the apex so that it intersects one side of the two mentioned sides of the base [angle], and a line is drawn from the edge of the line [i.e. the point of intersection with the mentioned side of the base angle] to the edge of the other side [of the mentioned base angle], it separates a triangle which is part of it [i.e. part of the base], and it separates a makhrūṭ [tetrahedron] from the [original] makhrūṭ which is part of it [i.e. part of the original makhrūṭ]. And if one of the [two] angles of triangle [i.e. the face of the small makhrūṭ whose vertices are: the apex, the mentioned point of intersection with one side of the base angle, and the edge of the other side of the base angle] at the base is not less than a right angle; then the ratio of the base of the larger makhrūṭ to the base of the smaller makhrūṭ is greater than the [solid apex] angle of the larger makhrūṭ to the [solid apex] angle of the smaller makhrūṭ. For example: Makhrūṭ ABGD, its apex is point A, its base is triangle GBD. And side AB makes with

each one of the two sides BG, BD an angle not less than a right angle. Line AE [E∈BD] from apex A is drawn, and EG is connected. Makhrūṭ ABEG is resulted. And one of the two angles AEG, AGE is not less than a right angle. I say that: the ratio of triangle DBG to triangle EBG is greater than the ratio of the [solid] angle of makhrūṭ ABGD which is at the apex A to the [solid] angle of makhrūṭ ABEG which is at the apex A"

The construction of this lemma (prop. 6) is complicated, and he uses 27 of the 28 letter Arabic alphabet in its graph. After some lengthy construction, he states and proves another lemma within this lemma (prop. 6), and apparently he considers it as part of the main lemma. The proof of this lemma (prop. 6) is complicated and extremely lengthy.

Prop. (Lemma) — 7 — : "Every straight lined makhrūṭ [tetrahedron], its base is a triangle with one of its angles not less than a right angle. One of the two sides from the apex to the two acute angles [of the base] is perpendicular to the base. A line is drawn from the apex to the side of the base which is opposite the acute angle that the perpendicular line was drawn to it. We connect the edge of this line [which is on the base] with the point of projection of the perpendicular line. Then the base is [now] divided into two triangles, and the [original] makhrūṭ is [now] divided into two makhrūṭs [i.e. two tetrahedrons]. Then the ratio of the larger trianlge [i.e. the original base] to the smaller triangle which is next to the large angle [i.e. the angle which is not less than a right angle] is greater than the ratio of the angle [i.e. the apex solid angle] of the larger makhrūṭ [i.e. the original makhrūṭ] to the angle [i.e. the apex solid angle] of the smaller makhrūṭ which is next to the larger angle. For example: Makhrūṭ ABGD, its apex is point A, and its base is triangle BGD, and the angle BGD is not less than a right angle, and side AB is perpendicular to the plane of the base. Line AE [E∈ GD] is drawn from the point A, and EB is connected. I say that: the ratio of triangle DBG to triangle EBG is greater than the ratio of the [solid apex] angle of makhrūṭ ABGD to the [solid apex] angle of makhrūṭ ABGE".

Prop. (Lemma) — 8 — : "Every straight lined makhrūṭ [tetrahedron], whose base is an isosceles triangle. The line drawn from its apex to the apex of the isosceles triangle is perpendicular to the plane base. A plane [here a traingle] through the apex [of the tetrahedron] intersects the base at a line parallel to the line of the base which is opposite the angle at the projection [point] of the perpendicular [line]. It separates a makhrūṭ [tetrahedron] which is part of the [original] makhrūṭ. Then the ratio of the base of the large [original] makhrūṭ to the base of the small makhrūṭ is greater than the ratio of the [solid] angle of the large makhrūṭ to the [solid] angle of the small makhrūṭ that are at the apex of the makhrūṭ. For example: Makhrūṭ ABGD,

its apex is point A, and its base is triangle BGD, [BG = BD]. A plane [triangle] AER is drawn from the apex and it interescted the triangle BGD at line ER, where ER is parallel to line GD. I say that: the ratio of triangle GDB to traingle EBR is greater than the [solid] angle of makhrūṭ ABGD which is at the apex point A to the [soild] angle of makhrūṭ ABER which is at the apex point A".

Prop. (Lemma) — 9 — : "Every two straight lined makhrūṭs, their bases are two similar plane figures, [the two bases are regular], [the volume of] one of them [i.e. one of the two makhrūṭs] is larger than the other, they are inscribed in a sphere such that the two apexes of both makhrūṭs are the center of the sphere. Then the ratio of the [solid apex] angle of the larger makhrūṭ to the [solid apex] angle of the smaller makhrūṭ is greater than the ratio of the base of the large makhrūṭ to the base of the small makhrūṭ".

While proving this prop. (Lemma) — 9 —, Ibn Al Haytham makes a rotaiton of one makhrūṭ so that its base becomes parallel to the base of the other makhrūṭ in such a way that the perpendicular line drawn from the center of the sphere to the two bases goes through the centers of the two bases. He connects the centers of the two bases with their vertices so that each base is now divided into equal and similar triangles, and each makhrūṭ is now divided into equal tetrahedrons. His rotation enables him to take one tetrahedron from each makhrūṭ so that he can connect the corresponding vertices of the triangular bases, and the three resulting extended lines [one of them goes through the centers of the sphere and the bases] do meet at one point. He proves his proposition (lemma) on the tetrahedrons, which is in effect a proof on the original makhrūṭs. The construction and proof of this prop. (lemma) — 9 — is lengthy and complicated.

Prop. (Lemma) — 10 — : "Every two straight lined makhrūṭs that are inscribed in a sphere, [the center of the sphere is the apex of both makhrūṭs], the base of one of them is smaller than the base of the other and has more sides. Then the ratio of the [solid apex] angle of the makhrūṭ whose base is larger to the [solid apex] angle of the makhrūṭ whose base is smaller is greater than the ratio of the [large] base to the [small] base".

Immediately after the enunciation of prop. (lemma) — 10 —, he says: "And this is true for the cube and the twelve bases [solid]". It is possible that he refers here to propositions 15,17 of "Euclid's Elements" book 13.

Also, in prop. 10, he divides the makhrūṭs into tetrahedrons. But the base of the tetrahedron of one makhrūṭ is not similar to the base of the tetrahedron of the other makhrūṭ.

After completing the proof of prop. (lemma) — 10 —, he says: "After

having introduced these lemmas, we go back to prove what we introduced them for", i.e. we go back to prove propositions 11,12 which were stated before the six lemmas. He gives shorter enunciations of prop's 11, 12 and proves them. And with that, this long treatise ends.

Some observations :

(1) In propositions (lemmas) 6,7,8, he has makhrūṭs that are tetrahedrons. while in propositions (lemmas) 9,10, he divides the makhrūṭs into tetrahedrons, so that the proofs of all propositions (lemmas) 6, 7, 8, 9, 10 are proofs on tetrahedrons.

(2) The makhrūṭs (tetrahedrons) in propositions (Lemma) 6,7,8 are not inscribed in spheres. The resulting inequality is: ratio of large base to small base is greater than ratio of large solid angle to small solid angle.

While in propositions (Lemmas) 9,10, the makhrūṭs are inscribed in spheres. The resulting inequality is reversed i.e. he gets: ratio of large base to small base is less than ratio of large solid angle to small solid angle.

(3) In propositions (lemmas) 1,2,3,4 of his treatise "On Lunar Figures", he has a triangle, its base is divided – by a point – into two parts, and the result is a relationship between the ratio of the whole base to part of the base and the ratio of a plane angle to a plane angle.

While in this treatise, we have in propositions (lemmas) 6,7,8 a tetrahedron, its base is divided – by a line – into two parts, and the result is a relationship between the ratio of the whole base to part of the base and the ratio of a solid angle to a solid angle.

So we have extension – of ideas!? – from two to three dimensions. Further study of such matters is needed.

(4) At first glance, propositions (lemmas) 1, 2, 3, 4 of his treatise "On lunar Figures" seem as if they are not related to the rest of the teatise, but they are.

Also in this treatise, at first glance, the propositions (lemmas) 6, 7, 8, 9, 10 seem as if they are not related to propositions 11, 12, but they are. We have, in this treatise, a regular solid with regular equal bases. This solid has a center. Lines are drawn from the center of the solid to the vertices of the base, and so the solid is divided into equal many faced makhrūṭs. The base is a regular plane figure that has a center which is connected with the vertices of the base, so that the base is divided into equal and similar triangles. hence, every makhrūṭ is divided into equal tetrahedrons. Consequently, the need of the lengthy complicated lemmas to prove propositions 11, 12 is now obvious.

المراجع

المراجع المخطوطة المعتمدة

(أ) بنو موسى بن شاكر (محمد وأحمد والحسن):

(١) «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد والحسن وأحمد»، مخطوطة أيا صوفيا ٢٧٦٠، ص: ١٧٧أ ـ ١٨٣ب، مكتبة السليمانية في استانبول.

(٢) «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد وأحمد والحسن»، مخطوطة عزت أفندي ٢٠٣٤، ص: ٤ب ـ ١٥أ، مكتبة السليمانية في استانبول. [لا تشتمل على البرهان الذي أضافه الطوسي إلى كتاب بني موسى، وهو برهان لعالم عربي (يقول الطوسي: «أظنه للخازن») يخص معادلة هيرون، غير البرهان الوارد في الشكل (النظرية) السابع (السابعة) في كتاب بني موسى].

(٣) «كتاب معرفة مساحة الأشكال البسيطة والكرية لبني موسى محمد والحسن وأحمد»، مخطوطة حاجي بشير آغا ٤٤٠، ص: ١٦٢ب ـ ١٧٢أ، مكتبة السليمانية في استانبول. [نجد البرهان الذي أضافه الطوسي للكتاب في هامش الصفحة ١٧٢أ حيث تبدأ المقالة الأولى من كتاب أحمد بن عمر الكرابيسي].

(٤) «رسالة بني موسى محمد والحسن وأحمد وهي مقالة واحدة وثمانية عشر شكلاً»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ٢٦ ب ـ ٣٣ ب. [هذه المقالة هي نفس كتاب بني موسى المذكور في ١، ٢، ٣ بعاليه التي حررها الطوسي، غير أنها لا تشتمل على البرهان الذي أضافه الطوسي إلى كتاب بني موسى. ويسترعي اهتمامنا اختلاف ترتيب الاسماء: محمد، وأحمد، والحسن في ١، ٢، ٣، ٤. ونرجح أن الترتيب السليم هو: محمد وأحمد والحسن، وهذا هو الترتيب كما ورد في الكتاب اللاتيني المترجم عن كتاب بني موسى الأصلي المكتوب بلفظ بني موسى. فنحن نرجح أن محمد هو الشقيق الأكبر وأن الحسن هو الشقيق الأصغر].

(٥) «مقدمات كتاب المخروطات لبني موسى المنجم»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ٢٢٣ب ـ ٢٢٦ب، مكتبة السليمانية في استانبول [كان الحسن متوفياً عندما كتب محمد وأحمد هذه المقالة].

(ب) ثابت بن قرة الحرّاني الصّابي:

(٦) «كتاب أُقليدس في الأصول الهندسية، نقل إسحاق بن حنين، وإصلاح أبي الحسن

ثابت بن قرة الصـابي الحـرّاني، وهو خمس عشرة مقالة»، مخطوطة مكتبة أكسفورد بودليان، ثيرستون ١١ . Oxford Bodleian Bibliotica, Thurs. 11.

[ثمة شريط مصور ـ ميكروفيلم ـ لهذه المخطوطة في مركز الوثائق والمخطوطات بمكتبة الجامعة الاردنية. رقم الشريط ٥٢٣].

(٧) «تحرير كتاب المفروضات لثابت بن قرة الحرّاني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ٢١ ب ـ ٢٥ ب. [تحرير الطوسي].

(٨) «تحـرير كتـاب المفـروضات لثابت بن قرة الحرّاني الصّابي»، مخطوطة جامعة ييل، مجموعة لاندبرغ، رقم ٢٩٦، ص: ١٤٨ب ـ ١٥٦أ. [تحرير الطوسي].

Yale University, Landberg 296, ff. 148-156.

[شريط مصور، رقم ١٠، بمركز الوثائق والمخطوطات بمكتبة الجامعة الأردنية].

(٩) «تحـرير كتـاب المفروضات لثابت بن قرة الحراني الصابي»، مخطوطة عاطف أفندي ١٧١٢، ص: ٨١ب ـ ٨٥أ، مكتبة عاطف في استانبول [يسهو سزكين ([١٢]، م٥) ويكتب خطأ: ٧٧ب ـ ٨١أ].

(١٠) «تحـرير كتـاب المفـروضـات لثـابت بن قرة الحراني الصابي»، مخطوطة أيا صوفيا ٢٧٦٠، ص: ١٧٣ب ـ ١٧٧أ، مكتبة السليمانية في استانبول. [تحرير الطوسي].

(١١) «تحرير كتاب المأخوذات لأرشميدس، ترجمة ثابت بن قرة، وتفسير الأستاذ المختص أبي الحسن علي بن أحمد النسوي» [تحرير الطوسي]، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١٥ب ـ ٢٠ب.

(١٢) «تحرير كتاب المأخوذات لأرشميدس، ترجمة ثابت بن قرة، وتفسير الأستاذ المختص أبي الحسن علي بن أحمد النسوي» [تحرير الطوسي]، مخطوطة جامعة ييل، مجموعة لاندبرغ، رقم ٢٩٦ Yale University, Landberg 296

[شريط مصور، رقم ١٠، بمركز الوثائق والمخطوطات بمكتبة الجامعة الأردنية].

(١٣) «تحرير كتاب مأخوذات لأرشميدس، ترجمة ثابت بن قرة، وتفسير الأستاذ المختص أبي الحسن علي بن أحمـد النسـوي» [تحـرير الـطوسي]، مخطوطـة عاطف أفندي ١٧١٢، ص: ٧٧أ ـ ٨١أ، مكتبـة عاطف في استـانبـول. [يسهو فؤاد سزكين ([١٢]، م٥) ويكتب الصفحات بشكل خاطىء. راجع (٩) بعاليه].

(١٤) «كتاب عمل الدائرة المقسومة بسبعة أقسام متساوية لأرشميدس، ترجمة أبي الحسن ثابت بن قرة الحراني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١٠٥ب - ١١٠أ. [هـذا الكتـاب من تحريـر ونسـخ - الناسخ العارف بالهندسة - الحاج مصطفى صدقي بن صالح].

(١٥) «كتاب ثابت بن قرة في مساحة قطع المخروط الذي يسمى المكافي»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ٢٦ ب - ٣٥ ب.

(١٦) «كتـاب في مسـاحـة قطع المخروط الذي يسمى المكافي لثابت بن قرة الحراني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م، ص: ١٦٥ب - ١٨١أ.

(١٧) «كتـاب في مسـاحـة قطع المخروط الذي يسمى المكافي لثابت بن قرة الحراني»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٣٥أ - ١٥٨أ.

(١٨) «رسالة في كيف ينبغي أن يسلك في نيل المطلوب من المعاني الهندسية لثابت بن قرة الحراني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م، ص: ١٥٥ب - ١٥٩أ.

(١٩) «رسالة في كيف ينبغي أن يسلك في نيل المطلوب من المعاني الهندسية لثابت بن قرة الحراني»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١ب - ٤أ.

(٢٠) «رسالة في كيف ينبغي أن يسلك في نيل المطلوب من المعاني الهندسية لثابت بن قرة الحراني»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٢٤ ب - ١٢٩أ.

(٢١) «تحرير كتاب المعطيات، ترجمه إسحق وأصلحه ثابت» [تحرير الطوسي]، مخطوطة القاهرة، ٤٠ رياضة م، ص: ٩١ب - ١٠٣ب.

(جـ) ابراهيم بن سنان (حفيد ثابت بن قرة):

(٢٢) «كتاب في طريق التحليل والتركيب والأعمال الهندسية لابراهيم بن سنان»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضةم، ص: ١٣٠ب - ١٥٣ب.

(٢٣) «كتاب في طريق التحليل والتركيب والأعمال الهندسية لإبراهيم بن سنان»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ٩١ب - ١٢٣أ.

(٢٤) «كتـاب في مسـاحة القطع المكافي لابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحرّاني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضه م، ص: ١٨٢ب - ١٨٦ب.

(٢٥) «كتـاب في مسـاحة القطع المكافي لابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحرّاني»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٥٩أ - ١٦٥ب.

(٢٦) «كتاب ابراهيم بن سنان في مساحة القطع المكافي»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ٧٦ب - ٧٩أ. مكتبة السليمانية في استانبول.

(د) أبو سهل ويجن بن رستم القوهي (الكوهي):

(٢٧) «جواب أبي سهل القوهي عن كتاب أبي اسحاق الصابي»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١٢٩ب - ١٤٠أ. [الرسالة الأخيرة من مجموعة رسائل تبادلها القوهي والصابي].

(٢٨) «جواب أبي سهل القوهي عن كتاب أبي إسحاق الصابي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م، ص: ٢٠٩ب - ٢٢١ب. [الرسالة الأخيرة من مجموعة رسائل تبادلها القوهي والصابي].

(٢٩) «جواب أبي سهل القوهي عن كتاب أبي إسحاق الصابي»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٩٦ب - ٢١٤ب. [الرسالة الأخيرة من مجموعة رسائل تبادلها القوهي والصابي].

(٣٠) «رسالة أبي سهل ويجن بن رستم القوهي في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم»، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص: ٢٩ب - ٣٣ب.

Paris Bibliotheque Nationale, Fonds Arabe 4821, 29b-33b.

(٣١) «رسالة الشيخ الفاضل أبي سهل ويجن بن رستم القوهي في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٦٨ب - ١٧١أ.

(٣٢) «رسالة أبي سهل القوهي في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١٢١ب - ١٢٣ب.

(٣٣) «رسالة في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم لأبي سهل القوهي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضةم، ص: ٢٠٣ب - ٢٠٥ب.

(٣٤) «رسالة في عمل مخمس متساوي الأضلاع في مربع معلوم لأبي سهل القوهي»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٨٨أ - ١٩١ب.

(٣٥) «رسالة الشيخ الفاضل أبي سهل ويجن بن رستم القوهي في نسبة ما يقع بين ثلاثة خطوط من خط واحد»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٦٥أ - ١٦٨ب.

(٣٦) «رسالة أبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في قسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٨٢أ - ١٨٢ب.

(٣٧) «رسالة أبي سهل ويجن بن رستم الكوهي في استخراج ضلع المسبع» مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١٤٥ب - ١٤٧ب.

(٣٨) «رسـالـة في استخـراج ضلع المسبع لابي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م، ص: ٢٢٢ب - ٢٢٥أ.

(٣٩) «رسـالـة في استخـراج ضلع المسبع لأبي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ٢١٥أ - ٢١٩ب.

(٤٠) «رسـالـة لأبي سهـل القـوهي في استخـراج المجسم المكافي»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١٢٥ب - ١٢٩ب.

(٤١) «رسـالـة في استخـراج مسـاحة المجسم المكافي لابي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤٠ رياضة م، ص: ١٨٧ب - ١٩٠ب.

(٤٢) «رسـالـة في استخـراج مسـاحة المجسم المكافي لأبي سهل ويجن بن وستم [كذا] القوهي»، مخطوطة الظاهرية ٥٦٤٨ عام، ص: ١٦٦أ - ١٧١ب.

(هـ) أحمد بن محمد بن الحسين الصغاني:

(٤٣) «رسالة أحمد بن محمد بن الحسين الصغاني إلى الملك الجليل عضد الدولة بن أبي علي ركن الدولة»، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص: ٢٣ب - ٢٩أ.

Paris Bibliothique Nationale, Fonde Arabe 4821, 23b - 29a.

(و) أبو الجود محمد بن الليث:

(٤٤) «رسالة أبي الجـود محمد بن الليث إلى الأستاذ الفاضل أبي محمد عبدالله بن علي الحاسب في الدلالة على طريقي الاستاذ أبي سهل القوهي المهندس وشيخه أبي حامد الصغـاني وطـريقـه التي سلكها في عمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدايرة»، مخطوطة مكتبة باريس الوطنية ٤٨٢١، ص: ٣٧ب - ٤٦أ.

Paris Bibliothique Nationale, Fonde Arabe 4821, 37b-46a.

(٤٥) «كتاب عمل المسبع في الدائرة لأبي الجود محمد بن الليث أرسَلَهُ إلى أبي الحسن أحمد ابن محمد بن إسحق الغادي وهو على الوجهين اللذين تفرد بهما»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١١٧ب - ١٢٠أ.

(٤٦) «تركيب لتحليل مقدمة المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة»، مخطوطة القاهرة، دار

الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١١١ب - ١١٢ب. [نرجح أن هذه المقالة لأبي الجود].

(ز) أبو سعيد أحمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي:

(٤٧) «كتاب عمل المسبع في الدائرة وقسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية لأحمد بن محمد بن عبدالجليل السجزي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١١٣ب - ١١٦أ.

(٤٨) «كتاب أحمد بن [محمد] بن عبدالجليل السجزي في عمل المسبع في الدائرة وقسمة الزاوية المستقيمة الخطين بثلاثة أقسام متساوية»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص: ٨٠ب - ٨٣أ. [مكتبة السليمانية في استانبول].

(٤٩) «جواب أحمد بن محمد بن عبدالجليل [السجزي] عن مسائل هندسية سئل عنه أهل خراسان»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص: ١١٠ب - ١٢٣ب.

(٥٠) «كتاب أحمد بن محمد بن عبدالجليل [السجزي] في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندسي شيراز وخراسان وتعليقاته»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص: ٣١ب - ٦٢أ.

(ح) أبو عبدالله محمد بن أحمد الشني:

(٥١) «كتاب كشف تمويه أبي الجود في أمر ما قدمه من المقدمتين لعمل المسبع بزعمه لأبي عبدالله محمد بن أحمد الشني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١٢٩ب - ١٣٤ب.

(٥٢) جزء من «كتاب كشف تمويه. . .» نجده في مخطوطة بيروت، المكتبة الشرقية، جامعة القديس يوسف (Universite Saint Joseph) رقم ٢٢٣، ص: ١٦ - ١٩.

(٥٣) جزء من «كتاب كشف تمويه. . .» نجده في مخطوطة كيمبردج =

Cambridge University Library Ts. Ar. 4164.

(٥٤) «كتاب مساحة كل مثلث من جهة أضلاعه، استخراج محمد بن أحمد الشني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١٥١ب - ١٥٢ب.

(٥٥) «كتاب مساحة كل مثلث مختلف الأضلاع من جهة أضلاعه للمولى المرحوم محمد ابن أحمد الشني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ١٤٨ب - ١٥٠أ.

(٥٦) «قال محمد بن أحمد الشني: قد كان جرى. . . » [هذه نفس المقالة المذكورة في (٥٥) هنا]، مخطوطة بيروت، المكتبة الشرقية، جامعة القديس يوسف رقم ٢٢٣، ص: ١١-١٦. Universite Saint Joseph, 223, 11-16.

(٥٧) «كتاب استخراج الأوتار في الدايرة بخواص الخط المنحنى الواقع فيها، جمع أبي الريحان محمد البيروني»، مخطوطة لايدن ٥/٥١٣، ص: ١٠٨ب ـ ١٢٩أ. ونجد «برهان عمل أرشميدس في مساحة المثلثات من جهة تفاضل أضلاعها لأبي عبدالله الشني» في الصفحات ١١٩ب ـ ١٢٠ب. وهذا البرهان لا يرد في مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨ المشهورة.

(٥٨) «كتاب استخراج الأوتار في الدايرة بخواص الخط المنحنى الواقع فيها، جمع أبي الريحان محمد البيروني»، مخطوطة مراد ملاّ ١٣٩٦، ولهذه المخطوطة رقم قديم ١٤١٨، ص: ٥٢ب ـ ٧٢ب. ونجد «برهان عمل أرشميدس في مساحة المثلثات من جهة تفاضل أضلاعها لأبي عبدالله الشني» في الصفحات ٦٣ب ـ ٦٤ب.

(ط) أبو علي الحسن بن الحسين (الحسن) بن الهيثم:

(٥٩) «قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مساحة الكرة»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ٢١١ب ـ ٢١٨أ.

(٦٠) الثلث الأخير من مقالة ابن الهيثم « في مساحة الكرة »، مخطوطة لينغراد ٤/٨٩ [St. Petersberg Or. Inst.]، ص: ٧٢ب ـ ٧٦ب.

(٦١) «مقالة للحسن بن الحسين(؟) بن الهيثم في الأشكال الهلالية»، مخطوطة لينغراد ٣/٨٩ [St. Petersberg Or. Ins. 89/3]، ص: ٥٠أ ـ ٧٢أ. [ليست كاملة].

(٦٢) «مقالة مستقصاة للحسن بن الحسين بن الهيثم في الأشكال الهلالية»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ١٥٨ب ـ ١٧٧ب. [مقالة كاملة].

(٦٣) «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في أن الكرة أوسع الأشكال المجسمة التي إحاطتها متساوية وأن الدائرة أوسع الأشكال المسطحة التي إحاطتها متساوية»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ١٧٨أ ـ ١٩٩ب.

(٦٤) «رسالة لابن الهيثم في تربيع الدائرة»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٢، ص: ١٩١ب ـ ١٩٣أ.

(٦٥) «مقالة لابن الهيثم وهو الشيخ < أبو > الحسن بن الحسن بن الهيثم في قسمة الخط الذي استعمله أرشميدس في الشكل الرابع من المقالة الثانية في الكرة والاسطوانة»، مخطوطة عاطف ١٧١٢، ص: ١٤٧أ ـ ١٤٧ب.

(٦٦) «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في التحليل والتركيب»، مخطوطة رشيد أفندي ١١٩١، ص: ١ب ـ ٣٠ب.

(٦٧) «قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في شكل بني موسى»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ١٤٩ب ـ ١٥٧أ.

(٦٨) «مقالة للحسن بن الحسن بن الهيثم في عمل المسبع في الدائرة»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ٢٠٠أ ـ ٢١٠أ.

(٦٩) «قول للحسن بن الحسن بن الهيثم في مسألة هندسية»، مخطوطة مكتبة بودليان (اكسفورد) Oxford Bodleian Library, Arch Seld A. 32 ص: ١١٥ب ـ ١٢٠أ.

(٧٠) «قول للشيخ أبي علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف بالغريب في حساب المعاملات»، مخطوطة عاطف ١٧١٤، ص: ١١٦ب ـ ١٢٥أ.

(ي) أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني:

(٧١) «كتاب استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني الواقع فيها، جمع ابي الريحان محمد البيروني»، مخطوطة لا يدن ٥١٣/٥، ص: ١٠٨ب ـ ١٢٩أ.

(٧٢) «كتاب استخراج الأوتار في الدايرة بخواص الخط المنحني الواقع فيها، جمع ابي الريحان محمد البيروني»، مخطوطة مراد مُلّا ١٣٩٦، [لها رقم قديم: ١٤١٨]، ص: ٥٢ب ـ ٧٢ب.

(٧٣) «كتاب استخراج الأوتار في الدايرة بخواص الخط المنحني الواقع فيها، جمع محمد بن أحمد البيروني»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ٧٤ب ـ ٨٢أ. [يلاحظ أن مخطوطة القاهرة (٧٣) ليست كاملة. أما (٧١)، (٧٢) فهما متطابقتان وهما النسخة المختصرة لكتاب استخراج الأوتار. وبعد دراستنا لكتاب استخراج الأوتار فنحن نرى أن البيروني كتب النسخة المختصرة ووضعها في ملف ولم يصنفها كتاباً، ثم أضاف بعض النظريات والبراهين وكتب النسخة الطويلة ـ مخطوطة بانكي بور ٢٤٦٨/٤٢ ـ وصنفها كتاباً. ولنا تعليقات أخرى حول هذا الموضوع، راجع: علي إسحٰق عبداللطيف [٢٢]. علماً بأنه لا يوجد بحوزتنا صورة لمخطوطة بانكي

بور ٤٢/٢٤٦٨، بيد أننا اطلعنا عليها في ثلاثة مراجع مطبوعة].

(ك) أبو الفتوح نجم الدين أحمد بن محمد السري:

(٧٤) «قول للشيخ الفاضل نجم الدين أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري البغدادي - رحمه الله - في بيان ما وهم فيه أبو علي بن الهيثم في كتابه في الشكوك على أُقليدس»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٤٦أ - ١٤٩ب.

(٧٥) «قول للشيخ أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري - رحمه الله - في إيضاح غلط أبي علي بن الهيثم في الشكل الأول من المقالة العاشرة من كتاب أُقليدِس في الأصول»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٤٩ب - ١٥١ب.

(٧٦) «مقالة لأحمد بن محمد بن السري - رَحْمَةُ الله عليه - في كشف الشبهة التي عرضت لجماعة ممن ينسب نفسه إلى علوم التعاليم على أقليدس في الشكل الرابع عشر من المقالة الثانية عشرة من كتاب الأصول»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٥١ب - ١٥٢ ب.

(٧٧) «مقالة للشيخ أبي الفتوح أحمد بن محمد بن السري - رحمه الله - في تزييف مقدمات مقالة أبي سهل القوهي في أن نسبة القطر إلى المحيط نسبة الواحد إلى ثلاثة وتسع»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ١٥٥أ - ١٥٨أ.

(ل) أقاطن :

(٧٨) «كتاب المفروضات لأقاطن»، مخطوطة أيا صوفيا ٤٨٣٠، ص: ٨٩ب - ١٠٢ب.

(م) محمد بدر الدين بن أسعد اللاسلامبولي:

(٧٩) «كتاب تثليث الزاوية وتسبيع الدائرة لمحمد بدر الدين بن أسعد الاسلامبولي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ٦٥ب - ٦٦ب.

(٨٠) «كتاب عمل المسبع وغيره من ذوات الأضلاع الكثيرة في الدائرة لمحمد بدر الدين ابن أسعد الاسلامبولي»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، ٤١ رياضة م، ص: ٦٧ب - ٦٨ب.

المراجع المطبوعة

[١] فؤاد سزكين: «محاضرات في تاريخ العلوم العربية الإسلامية»، منشورات معهد تاريخ العلوم العربية الإسلامية، سلسلة أ، نصوص ودراسات، المجلد الأول، ١٤٠٤هـ/١٩٨٤م، معهد تاريخ العلوم العربية الإسلامية (في إطار جامعة فرانكفورت).

[٢] عمر فروخ: «تاريخ العلوم عند العرب»، دار العلم للملايين، بيروت ١٣٩٧هـ/١٩٧٧م (تسجيل: ١٩٧٠).

[٣] أحمد سليم سعيدان: «رسالتان في الهندسة تنسبان إلى أرشميدس»، مجلة معهد المخطوطات العربية (جامعة الدول العربية)، ج٢، م٢٦، رمضان ١٤٠٢ - صفر ١٤٠٣/يوليو - ديسمبر ١٩٨٣، ص ٥٧١ - ٦٢٣.

[٤] أحمد سليم سعيدان: «تثليث الزاوية في العصور الإسلامية»، مجلة معهد المخطوطات العربية. (جامعة الدول العربية)، ج٢، م٢٨، ١٤٠٤هـ/١٩٨٤م، ص: ٩٩-١٣٧.

[٥] David A. King: "A Medieval Arabic Report On Algebra Before Al-Khawārizmī", Al-Masaq Studio Arabo-Islamica Mediterranea, Vol. 1 (1988), pp. 25-32.

[٦] ابن النديم: «كتاب الفهرست للنديم»؛ تحقيق: رضا - تجدّد (تاريخ مقدمة الكتاب: شعبان ١٣٩١/اكتوبر ١٩٧١).

[٧] ابن خلكان: «وفيات الأعيان وأنباءُ أبناءِ الزمان»، لأبي العباس شمس الدين أحمد ابن محمد بن أبي بكر بن خلكان، حققه الدكتور احسان عباس، دار الثقافة (بيروت - لبنان)، م٢.

[٨] Carl Boyer: "A History of Mathematics", John Wiley and Sons, Inc. 1968.

[٩] George Sarton: "Introduction to the History of Science", Published for the Carnegie Institution of Washington by Williams and Wilkins Company, Baltimore, 1927, Volumes 1,2.

[١٠] ابن صاعد الأندلسي: «كتاب طبقات الأمم» للقاضي أبي القاسم صاعد بن أحمد ابن صاعد الاندلسي، تحقيق الأب لويس شيخو اليسوعي، المطبعة الكاثوليكية للآباء اليسوعيين، بيروت، ١٩١٢.

[١١] حاجي خليفة: «كشف الظنون عن أسامي الكتب والفنون»، للعالم الفاضل الأديب والمؤرخ الكامل الأديب مصطفى بن عبدالله الشهير بحاجي خليفة وبكاتب جلبي. طبع بعناية وكالة المعارف الجليلة في مطبعتها البهية سنة ١٣٦٠هـ/١٩٤١م. م١.

[١٢] Fuat Sezgin: "Geschichte Des Arabischen Schrifttums", E.J. Brill, Leiden, Band 5 (1974). [Thābit Ibn Qurra (264-272); Al-Saghānī (311); Al-Kūhī (314-321); Abū Sa'd Al-'Alā' Ibn Sahl (342); Nasr Ibn 'Abdallāh al-'Azīzī (314); Abū 'l-Jūd Muḥammad Ibn Al-Layth (353-355); Abū Sa'īd A. Ibn M. Ibn 'A. Al-Sijzī (329-334); Abū 'Abdallāh M. Ibn A. Al-Shannī (352); Ibn Al-Haytham (358-374)]

[١٣] Jan P. Hogendijk: "Ibn al-Haytham's Completion of the Conics", Springer-Verlag New York Inc. 1985.

[١٤] علي إسحق عبداللطيف: «تثليث الزاوية بالتقارب والآلات الميكانيكية لبني موسى وعالمين أوروبيين نقلا برهانيهما عن بني موسى»، مجلة المجمع العلمي العراقي، ج٤، م٣٩، ١٤٠٩هـ/١٩٨٨م، ص: ١٦٩-١٩٥.

[١٥] T. L. Heath: "The Works of Archimedes - with a Supplement; The Method of Archimedes", Dover Publications, Inc. New York. [Reissue of Heath's Edition of 1897 and includes the supplement of 1912].

[١٦] علي إسحق عبداللطيف: «مساحة الأكر بالأكر للسجزي»، مجلة المورد، ع٢، م١٦، ١٤٠٧هـ/١٩٨٧م، ص: ١٢٣-١٥٠. [وزارة الثقافة والإعلام، بغداد].

[١٧] C. Schoy: "Graeco-Arabische Studien nach mathematischen Handschriften der Viceköniglichen Bibliothek zu Kairo", Isis 8 (1926), 21-40.

[١٨] البيروني: «رسائل البيروني» للعلاّمة أبي الريحان محمد بن أحمد البيروني، مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية، حيدر آباد الدكن. الطبعة الأولى، ١٣٦٧هـ/١٩٤٨م.

[١٩] البيروني: «استخراج الأوتار في الدائرة بخواص المنحنى فيها»، تأليف أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني - سلسلة «تراثنا» - تحقيق: أحمد سعيد الدمرداش، مراجعة:

عبد الحميد لطفي، الدار المصرية للتأليف والنشر. [بدون تاريخ، ولكن لدينا من الأسباب للاعتقاد بأن تاريخ النشر ١٩٦٥م].

[٢٠] البيروني: «استخراج الأوتار في الدائرة» لأبي الريحان البيروني، حققه وعلق عليه: هارون عيد الربضي، [رسالة ماجستير في الرياضيات بإشراف أحمد سليم سعيدان، الجامعة الأردنية، ١٩٧٧، الرقم في الجامعة الأردنية: ر.ج ٢١٨٦، ٥١٦ ير].

[٢١] أحمد سليم سعيدان: «التراث العربي، لماذا نحققه، وكيف؟»، مجلة مجمع اللغة العربية الأردني، العدد المزدوج ٢٣-٢٤، ١٤٠٤هـ/١٩٨٤م. ص: ٧-١٩.

[٢٢] علي إسحٰق عبداللطيف: «معادلة هيرو[ن] عبر العصور - إرجاع الفضل لأهل الفضل»، مجلة معهد المخطوطات العربية، ج١، م٣١، ١٤٠٧/١٩٨٧، ص: ٥٩ - ١٤٥.

[٢٣] Yusuf Id and E.S.Kennedy: "A Medieval Proof of Heron's Formula", The Mathematics Teaches, Vol. 62, Nov. 1969, pp. 585-587.

[٢٤] H. Suter: "Die Mathematiker and Astronomen der Araber and ihre work", Leipzig 1900. (Reprint New York 1912, pp 140-142).

[٢٥] ابن خلدون: «مقدمة ابن خلدون»، تأليف العلامة عبدالرحمن بن محمد بن خلدون. [الدكتور علي عبدالواحد وافي، الجزء الثالث، الطبعة الأولى، ١٣٧٩هـ/١٩٦٠م. ملتزمة الطبع والنشر لجنة البيان العربي، ص: ١٠٩٧ - ١١٠٠].

[٢٦] خليل الجرُّ: «لاروس: المعجم العربي الحديث»، مكتبة لاروس - ١٧ شارع مونپارس، باريس ٦، ١٩٧٣.

[٢٧] H.T. Colebroke: "Algebra with Aritmetic and Mensuration from the Sanscrit of Brahmegupta and Bhascara", London (1817), pp. 72, 295-296.

[٢٨] E.S. Kennedy and Mustafa Mawaldi: "Ahu al-Wafa' and the Heron Theorem", Journal for the History of Arabic Science, Vol. 3 (1979), pp. 19-30.

[٢٩] H. Schöne: "Hero of Alexandria - Metrica I, vii", Edition of H. Schöne in Heronis Alexandrini opera ... omnia, Vol.3, Leipzig (1903).

[٣٠] E. M. Bruins, "Codex Constantinopolitanus - Palat II Veteris No. 1", E.J. Brill, Leiden (1964) [Parts 1,2 Edition; Part 3 Translation and Commentary].

[٣١] Marshall Clagett, "Archimedes in the Middle Ages, The Arabo-Latin Tradition", The University of Wisconsin Press, Madison (1964), Vol. 1.

[٣٢] جمال الـدين أبـو الحسن علي بن يوسف القفـطي: «تاريخ الحكماء» وهو مختصر الـزوزني المسمى بالمنحنيات الملتقطات من «كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء» [المطبوع في لايبزغ سنة ١٩٠٣].

Leipzig Dieterich'sche Verlagsbuchhandlang, Theodor Weicher, 1903.

مكتبة المثنى ببغداد ـ مؤسسة الخانجي بمصر.

[٣٣] Fridericus Hultsch: "Pappi Alexandrini Collectionis", Verlag Adolf M. Hakkert-Amsterdam (1965).

[٣٤] B.A. Rosenfeld and A.T. Grigorian, (Article on Thābit Ibn Qurra), Dictionary of Scientific Biography, Charles Scribner's Sons (New York) Vol. 13 (1976), pp. 288-295.

[٣٥] Francis J. Carmody: "The Astronomical Works of Thābit B. Qurra", University of California Press (1960).

[٣٦] كارل بروكلمان: «تاريخ الأدب العربي»، نقله إلى العربية الدكتور السيد يعقوب بكـر والدكتور رمضان عبد التواب، دار المعارف المصرية، الجزء الرابع، الطبعة الثانية، ص: ١٦٩-١٧٩. (لا يوجد تاريخ النشر. وفي الغالب، طبعت الطبعة الثانية سنة ١٩٧٧).

[٣٧] ابن سنان: «رسائل ابن سنان»، للعلامة ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة، مطبعة جمعية دائـرة المعـارف العثـمانية بحيدر آباد الدكن، ١٣٦٧هـ/١٩٤٨م، الطبعة الأولى. [«مقـالـة في طريق التحليل والـتركيب» هي الرسالة الثانية في الكتاب، وطبعت ١٣٦٦هـ/١٩٤٧م].

[٣٨] ابن سنـان: «رسـائل ابن سنان»، تحقيق أحمد سليم سعيدان، المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب بالكويت، سنة ١٤٠٣هـ/١٩٨٣.

[٣٩] علي إسحٰق عبداللطيف: «تكملة مقالة في طريق التحليل والتركيب لابراهيم بن سنان»، مجلة معهد المخطوطات العربية، ج١، م٣٢، ١٤٠٨هـ/١٩٨٨م، ص: ١١١ - ١٢١.

[٤٠] Heinrich Suter: "Die Kreisquadrature des Ib el-Haitam, zum ersten Mal nach den Manuscripten derkonigl. Bibliothek in Berlin and des vatikans herausgegeben und überstezt", Zeitschrift für Mathematik und Physik, Historich-litteratische Abteilung, [Vol.44 (1899), pp. 33-47].

[٤١] ظهير الدين البيهقي: «تاريخ حكماء الإسلام»، تحقيق: محمد كرد علي، مطبعة الترقي بدمشق ١٩٤٦، الطبعة الثانية، ص: ٨٥-٨٧.

[٤٢] ابن أبي أصيبعة: «عيون الأنباء في طبقات الأطباء»، تأليف موفق الدين أبي العباس أحمد بن القاسم بن خليفة بن يونس السعدي المعروف بـ«ابن أبي أصيبعة»، شرح وتحقيق الدكتور نزار رضا، منشورات دار مكتبة الحياة، بيروت، ١٩٦٥، ص: ٥٥٠-٥٦٠.

[٤٣] الفارسي: «تنقيح المناظر لذوي الإبصار والبصائر» لكمال الدين أبي الحسن الفارسي، حيدر آباد الدكن (مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية)، ١٣٤٧ - ١٣٤٨هـ.

[٤٤] عمر رضا كحالة: «معجم المؤلفين» بتراجم مصنفي الكتب العربية، دار إحياء التراث العربي، بيروت، الجزءان ٣، ٩.

[٤٥] «دائرة المعارف الإسلامية»، أصدرها بالإنجليزية والفرنسية والألمانية أئمة المستشرقين في العالم. النسخة العربية، إعداد وتحرير: إبراهيم زكي خورشيد، أحمد الشنتناوي، عبدالحميد يونس، دار الشعب، القاهرة، الطبعة الثانية ١٩٦٩، م١.

[٤٦] Carl Brockelmann: "Geshichte Der Arabischan Litteratur", E.J. Brill, Leiden (1943). Zweite Den Supplementaden Angepasste Auflage. Erster Band.

[٤٧] M. Schramm: "Ibn al-Haytham's Weg zur Physik", Wiesbaden 1963. Also: Ibn al-Haytham's Stellung in der Geschichte der Wessenschaften, Fikrum wa fann, Vol. 6, 1965.

[٤٨] A.I. Sabra: Article on Ibn Al-Haytham in "Dictionary of Scientific Biography", Vol.6, pp. 189-210. Charles Scribner's Sons, New York 1972.

[٤٩] مصطفى نظيف (بك): «الحسن بن الهيثم: بحوثه وكشوفه البصرية».
ج١: مطبعة نوري بمصر ١٣٦١هـ/١٩٤٢م.
ج٢: مطبعة الاعتماد بمصر ١٣٦٢هـ/١٩٤٣م. [يبدأ ترقيم صفحات الجزء الثاني حيث ينتهي ترقيم الجزء الأول].

[٥٠] أحمد سليم سعيدان: «ابن الهيثم: أعظم علماء البصريات قبل نيوتن»، مجلة آفاق علمية، مؤسسة الأبحاث العربية (روافد)، ع٤، ١٩٨٦، ص: ٥١-٥٥.

[٥١] عبدالحليم منتصر: «تاريخ العلم - ودور العلماء العرب في تقدمه»، دار المعارف، الطبعة ٢، ١٩٦٧، ص١٤٣.

[٥٢] رشدي راشد: «ابن الهيثم وحجم المجسم المكافىء»، مجلة تاريخ العلوم العربية - معهد التراث العلمي العربي - جامعة حلب، م٥، ١٩٨١، ص: ٣ - ٥٥.

[٥٣] زهير الكتبي: «الحسن بن الهيثم»، منشورات وزارة الثقافة، دمشق ١٩٧٢.

[٥٤] ابن الهيثم: «رسائل ابن الهيثم»، مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية، حيدر آباد الدكن، ١٣٥٧هـ.

[٥٥] عبدالحميد صبرة: «رسالة في شرح ما أشكل من مصادرات كتاب أقليدس: تصنيف أبي الفتح عمر بن إبراهيم الخيامي»، الناشر: (منشأة؟!) المعارف بالإسكندرية ١٩٦١.

[٥٦] محمد أحمد الفيومي: «الرسالة الشافية عن الشك في الخطوط المتوازية: للعلامة... نصير الدين الطوسي». دراسة: محمد أحمد الفيومي [رسالة ماجستير في الرياضيات بإشراف أحمد سليم سعيدان] حزيران ١٩٧٧. رقم الرسالة في مكتبة الجامعة الأردنية: ر. ج ٢ و٥١٦ محم.

[٥٧] E. Wiedemann: "Kleinere Arbeiten von Ibn al Haiṯam", Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen sozietät in Erlangen, Vol. 41 (1909), pp. 14-24.

[٥٨] E. Wiedemann: "Ibn al-Haiṯams Schrift über die sphärischen Hohlspiegel", Bibliotheca mathematica, 3rd ser., vol. 10, (1909-1910), pp. 293-307. See also: E. Weidemann: "Zur Geschichte der Brennspiegel", Annalen der Physik and Chemie, n.s. 39 (1890), pp. 110-130.

[٥٩] H.J.J. Winter and W. 'Arafāt: "A discourse on the Concave Spherical Mirror by Ibn al-Haytham", Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal, 3rd ser., Science, Vol. 16 (1950), pp. 1-16.

[٦٠] J. L. Heiberg and E. Wiedemann: "Ibn al-Haitams Schrift über parabolische Hohlspiegel", Bibliotheca mathematica, 3rd ser., Vol.10 (1909-1910), pp. 201-237. See also: E. Wiedemann: "über geometrische Instrumente bei den muslimischen Völkern", Zeitschrift fur Vermessungswen, nos. 22-23 (1910), 1-8; and "Geschichte de Brennspiegel", mentioned in [58] above.

[٦١] H.J.J. Winter and W. 'Arafāt: "Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focussing Mirror", Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal, 3rd Ser., Science, Vol. 15 (1949), pp. 25-40.

[٦٢] C. Schoy: "Die trigonometrischen Lehren des persischen Astronomen Abū Al-Raiḥan Muḥ. ibn Aḥmad al-Bīrunī, dargestellt nach al-Qanun al-Mas'ūdī", Hanover, 1972, pp. 85-91.

[٦٣] رشدي راشد: «ابن الهيثم وعمل المسبع»، مجلة تاريخ العلوم العربية (معهد التراث العلمي العربي، جامعة حلب)، م٣، ١٩٧٩، ص: ٢١٨-٢٤٧.

[٦٤] ج. بوليا: «البحث عن الحل: الأسلوب الرياضي من زاوية جديدة»، ترجمة: أحمد سليم سعيدان، مراجعة: وصفي حجاب، دار مكتبة الحياة، بيروت، الطبعة الثانية، ١٩٦٥.

[٦٥] نصير الدين الطوسي: «مجموع رسائل الطوسي»، مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن، مجلدان. [رسائل لعلماء إغريق وعرب، حررها نصير الدين الطوسي في القرن السابع للهجرة (ق١٣م)، منها: «كتاب معطيات لأقليدس»، م١، ١٣٥٨/١٩٣٩؛ «كتاب مأخوذات المنسوب لأرشميدس»، م٢، ١٣٥٩/١٩٤٠].

[٦٦] H. Suter: "Einige geometrische Aufgaben bei arabischen Mathematiker", Bibliotheca mathematica, 3rd ser., Vol. 8 (1907), pp. 27-30.

[٦٧] Yvoune Dold-Samplonius: "Some Remarks on the Book of Assumptions by Aqatin", Journal for the History of Arabic Science (Aleppo), Vol. 2, 1978, pp. 255-263. [الجزء الأجنبي من مجلة تاريخ العلوم العربية]

[٦٨] Y. Dold-Samplonius: "Die Konstruktion des regel - mässigen siebenecks nach Abū Sahl al-Qūhī", Janus, Vol.50 (1963), pp. 227-249.

[٦٩] عادل أنبوبا: «قضية هندسية ومهندسون في القرن الرابع الهجري: تسبيع الدائرة»، مجلة تاريخ العلوم العربية (جامعة حلب)، م١، ١٩٧٧، ص: ٧٣ـ١٠٥.

[٧٠] Jan P. Hogendijk: "Greek and Arab Construction of the Regular Heptagon"; Archive History of Exact Sciences, Vol.30 (1984), pp. 197-330.

[٧١] E. Wiedemann: "Brechung des Lichtes in Kuglen nach Ibn al-Haiṯam und Kamal al-Dīn al-Fārisī", Sitzungsberichte der Physikalisch-medizinischen sozietat in Erlangen, Vol. 42 (1910), pp. 15-58.

[٧٢] J. Sesiano: "Un mémoire d'Ibn al-Haytham sur un problème arithmétique solide", Centaurus, Vol.20, 1976, pp. 189-195.

[٧٣] C. Schoy: "Behandlung einiger geometrischen Fragepunkte durch muslimische Mathematiker", Isis, Vol. 8 (1926), pp. 254-263.

[٧٤] ابن عراق: «رسائل ابن عراق»، «رسالة المسائل الهندسية: لأبي نصر منصور بن علي بن عراق مولى أمير المؤمنين إلى أبي الريحان محمد بن أحمد البيروني»، مطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية بحيدر آباد الدكن، الطبعة الأولى، سنة ١٣٦٦/١٩٤٧.

[٧٥] The New Encyclopaedia Britanica, Published 1973-1974, 15th Ed. 1983, Vol. 2, pp 561-568. [On: Francis Bacon, pp. 561-567; Roger Bacon, pp. 567-568].

[٧٦] Friedrich Ueberweg: "Grundriss der Geschichte der Philosophie", 2. Teil [hrsg. von B. Geyer, Berlin 1928], pp. 273, 462, 464, 464, 475 f., 525, 555f.

[٧٧] T.J. De Boer: "The History of philosophy in Islam", [English Translation by Ed. R. Jones, London 1933], p. 150.

[٧٨] Joseph Hell: "The Arab Civilization" [Translation from German by S. Khuda Bukhsh, Petty Cury, Cambridge, Eng. 1926], p. 89.

[٧٩] Aldo Mieli: "La science arabe" [Reimpression augmentée d'une bibliographie ... par A. Mazahéri, Brill, Leiden, 1966], p. 106.

[٨٠] صالح عمر: «الاستقراء عند ابن الهيثم»، مجلة تاريخ العلوم العربية، جامعة حلب، م٥، ١٩٨١، ص: ٧٥ـ٨٥.

[٨١] Sir Thomas L. Health: "A History of Greek Mathematics", Oxford At The Clarendon Press 1921. Reprinted at Oxford University Press, 1965, Vol. 1,2.

[٨٢] عبـدالحميد صبرة: «العلوم الـدقيقة»، ص: ١٣٣-١٥١ في النسخة العربية من كتاب: «عبقرية الحضارة العربية: ينبوع النهضة». كَتَبَ مقالات الكتاب ستة عشر مؤلفاً من الخبراء العرب والأجانب باللغة الإنجليزية، وَنُشِرَت النسخة الإنجليزية الأولى سنة ١٩٧٥. ثم نَقَل الكتاب إلى اللغة العربية ثمانية مترجمين من العرب، وَنُشِرَت النسخـة العـربية سنـة ١٩٧٨. مطبعـة ماسـاتشـوسيتس للتكنولوجيا، كمبردج، ماساتشوسيتس، الولايات المتحدة الامريكية. لندن، انجلترا.

[٨٣] Sir Thomas L. Heath: "A Manual of Greek Mathematics", Dover Publications Inc. New York (1963). Reproduction of the work first published by Oxford University Press in 1931.

[٨٤] Ivor Thomas: "Greek Mathematics", Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, Reprint 1967, Vols 1,2 – First Print: William Heinemann Ltd, London, 1939.

[٨٥] Maximilian Curtze: "Verba Filliorum Moysi, Fillii Sekir, id est Maumeti, Hameti et Hasen", Der liber trium fratrum de Giometrica, nach der Lesart des Codex Basileenis F. II 33 mit Einleitung und Commentar, Nova Acta Ksl. Leop. – Carol. Deutschen Akademie der Natur förscher, Vol. 49, (Halle 1885), pp. 109-167.

[٨٦] Verzeichniss Der Arabischen Handschriften Der Kongliglichen Bibliothek, Zu Berlin, von W. Ahlwardt, A. Asher Co. (Berlin, 1893), Fünfter Band, p. 320.

[٨٧] George Sarton: "A History of Science", Harvard University Press 1959.

[٨٨] D.S. Kasir: "The Algebra of Omar Khayyam", New York (1931).

[٨٩] G.H. Musāhib (Mossaheb): "Hakim Omar Khayyam as an Algebraist", Text and Persian translation of Khayyam's works on algebra, with introduct. chapters and commentaries. Teheran, Bahman printing, 1960 A.D. Anjomane Asare Melli Publications no. 38.

[٩٠] F. Woepcke: "Lálgèbre d'Omar Alkhayyami", publiée, traduite et accampagnée déxtraits de manuseripts inédits. Paris 1851.

[٩١] Apollonius: "Apollonii Pergaei quae Graeco exstant cum commentariis antiquis", ed. J.L. Heiberg, Leipzig, 1891-1893, Vols. 1,2.

[٩٢] Sir Thomas L. Heath: "The Thirteen Books of Euclid's Elements", Dover Publications, Inc. New York 1956 (Republication óf original) Vols. 1,2,3.

[٩٣] A. Anbouba: "Constructions de L'Heptagone régulier par les Arabes au 4e siècle", Journal for the History of Arabic Science, Vol. 2 (1978), pp. 264-269.

[٩٤] حَنّا الفاخوري: «تاريخ الأدب العربي»، طبعة تامة، المكتبة البوليسية، بيروت.

[٩٥] "The Encyclopaedia of Islam", E.J. Brill, Leiden 1978, Vol. 4, P. 224.

[٩٦] "Great Books Of The Western World", Vol. 11, "Euclid, Archimedes, Apollonius of Perga, Nicomachus". Publisher: William Benton, Encyclopaedia Britannica, Inc., Chicago. London. Toronto. Geneva.

[٩٧] عبدالمجيد نصير: «رسالة في مساحة المُجَسَّم المكافىء: للشيخ أبي سهل ويجن بن رستم القوهي»، مجلة معهد المخطوطات العربية، م٢٩، ج١، ١٤٠٥/١٩٨٥. ص: ١٨٧ - ٢٠٨.

[٩٨] Abdel-Hamid Sabra: "Ibn al-Haytham's Lemmas for Solving Alhazen's Problem", Archive for History of Exact Science, Vol. 26 (1982), pp. 299-324.

[٩٩] F. Woepcke: "Notice sur des traductions Arabes de deux ouverages perdus d'Euclide", Journal Asiatique, Septembre-October 1851, XVIII, PP. 217-247.

[١٠٠] Raymond Clare Archibald: "Euclid's Book On Divisions of Figures", Cambridge: at the University Press 1915. [University Microfilms International - Ann Arbor, Michigan, U.S.A. - London, England 1981].

[١٠١] H. Suter: "Das Buck der Auffindung der Sehen im Kreise", Übersetzung mit Kommentar in Bibliotheca, 3. Folge, Vol. 11 (1910-1911), PP. 11-78.

[١٠٢] « المنجد في اللغة والإعلام »، دار المشرق، بيروت ١٩٨٤، الطبعة ٢٧، ص: ٥٨٥.

[١٠٣] J. Al-Dabbagh, [Article on Banū Mūsā], Dictionary of Scientific Biography, Vol. 1, (1970), PP. 443-446.

[١٠٤] Jan P. Hogendijk, "How Trisections of the Angle were Transmitted from Greek to Islamic Geometry", Historia Mathematica 8 (1981), PP. 417-438.

[١٠٥] Jan P. Hogendijk, "Al-Kūhī's Construction of An Equilateral Pentagon In a Given Square", Zeitschrift für Geschichte der Arabisch Islamischen Wissenschaften, Band 1, 1984, 100-104.

[١٠٦] بنو موسى بن شاكر: «كتاب الحيل» تصنيف بني موسى بن شاكر، تحقيق أحمد يوسف الحسن بالتعاون مع محمد علي خياطة ومصطفى تعمري، جامعة حلب، معهد التراث العلميّ العربي؛ ١٩٨١.

[١٠٧] علي العايب: «التعيينات اللامتناهية في الصغر من خلال رسالة ابن الهيثم في مساحة الكرة»، ص: ٦٨ - ٨٦ في نشرة أعمال «الملتقى المغربي الثاني حول تاريخ الرياضيات العربية» الذي عقد في تونس ١، ٢، ٣ ديسمبر ١٩٨٨. جامعة

تونس، المعهـد الأعـلى للتربية والتكـوين المستمـر، الجمعية التـونسية للعلوم الرياضية. طبعت نشرة أعمال الملتقى سنة ١٩٩١.

[١٠٨] علي إسحق عبداللطيف : «[موجز] مقالة مستقصاة في الأشكال الهلالية»، ص : ٤٠ ـ ٦٧ في نشرة أعمال «الملتقى المغربي الثاني حول تاريخ الرياضيات العربية» الذي عقد في تونس ١ ، ٢ ، ٣ ديسمبر ١٩٨٨ . جامعة تونس، المعهد الأعلى للتربية والتكوين المستمر، الجمعية التونسية للعلوم الرياضية. طبعت نشرة أعمال الملتقى سنة ١٩٩١ .

[١٠٩] هاشم أحمد الطيّار وَ يحيى عبد سعيد : «موجز تاريخ الرياضيات»، مؤسسة دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل، ١٩٧٧م .



التّنضيد الإلكترونيّ والمونتاج والإخراج الفنّي:
مطبعة الجامعة الأُردنيّة
الطّباعة: المؤسّسة الصّحفيّة الأُردنيّة / الرّأي

University of Jordan Publications
Deanship of Academic Research

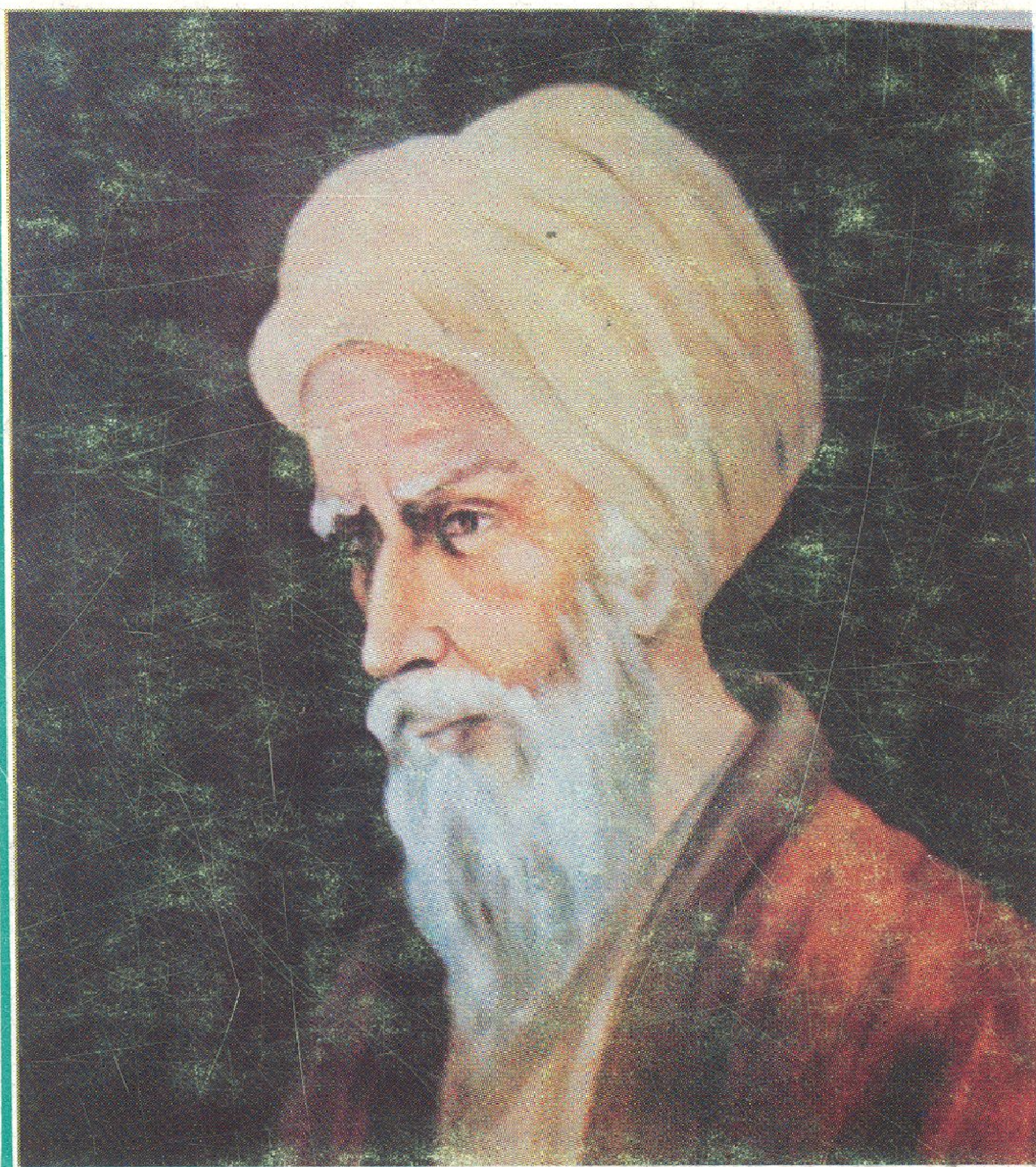
5/92

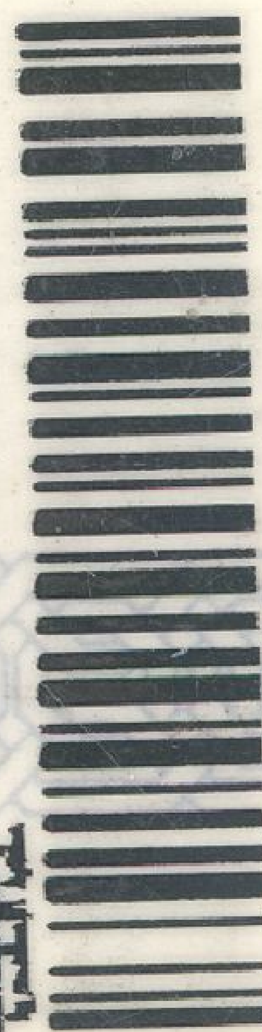


ALI I. ABDUL-LATIF

IBN AL-HAYTHAM

The Geometer







Amman-Jordan

1413 AH/1993